

有限温度加速系のQCD

嶋田 侑祐 (京大基研)

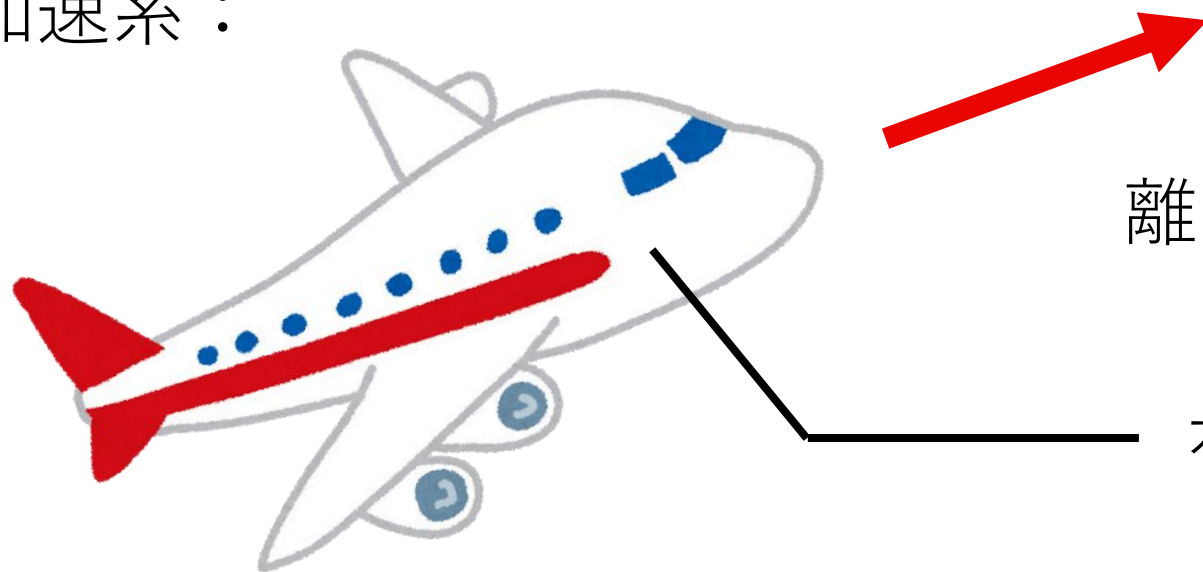


Based on arXiv:2605.29503 with Hao-Lei Chen, Kenji Fukushima, Yu-Han Gao, Xu-Guang Huang, Zhi-Bin Zhu.



今日のテーマ

加速系：

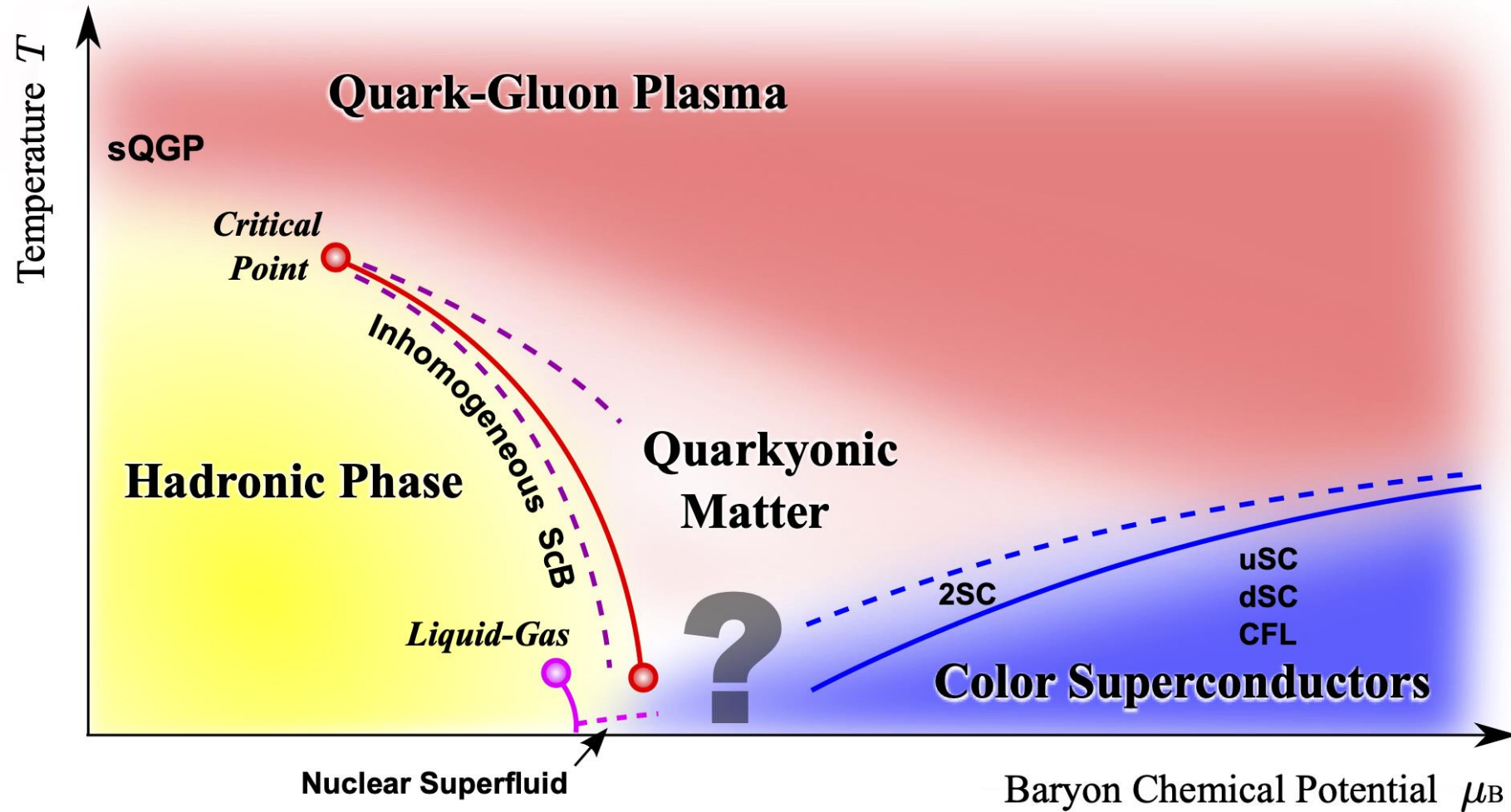


離陸して**加速**する飛行機

有限温度系

- ・ 大質量天体近傍での重力系 ～ 局所的には一様加速系
- ・ 高エネルギー衝突実験 衝突による強い減速

有限温度QCD：QCD相図

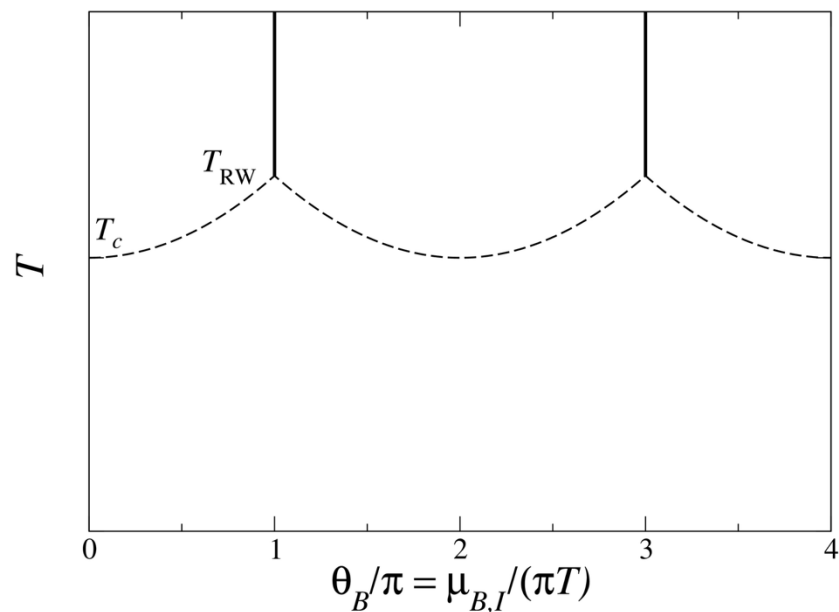


[Fukushima, Hatsuda \(2011\)](#)



有限温度QCD：QCD相図

虚数化学ポテンシャル

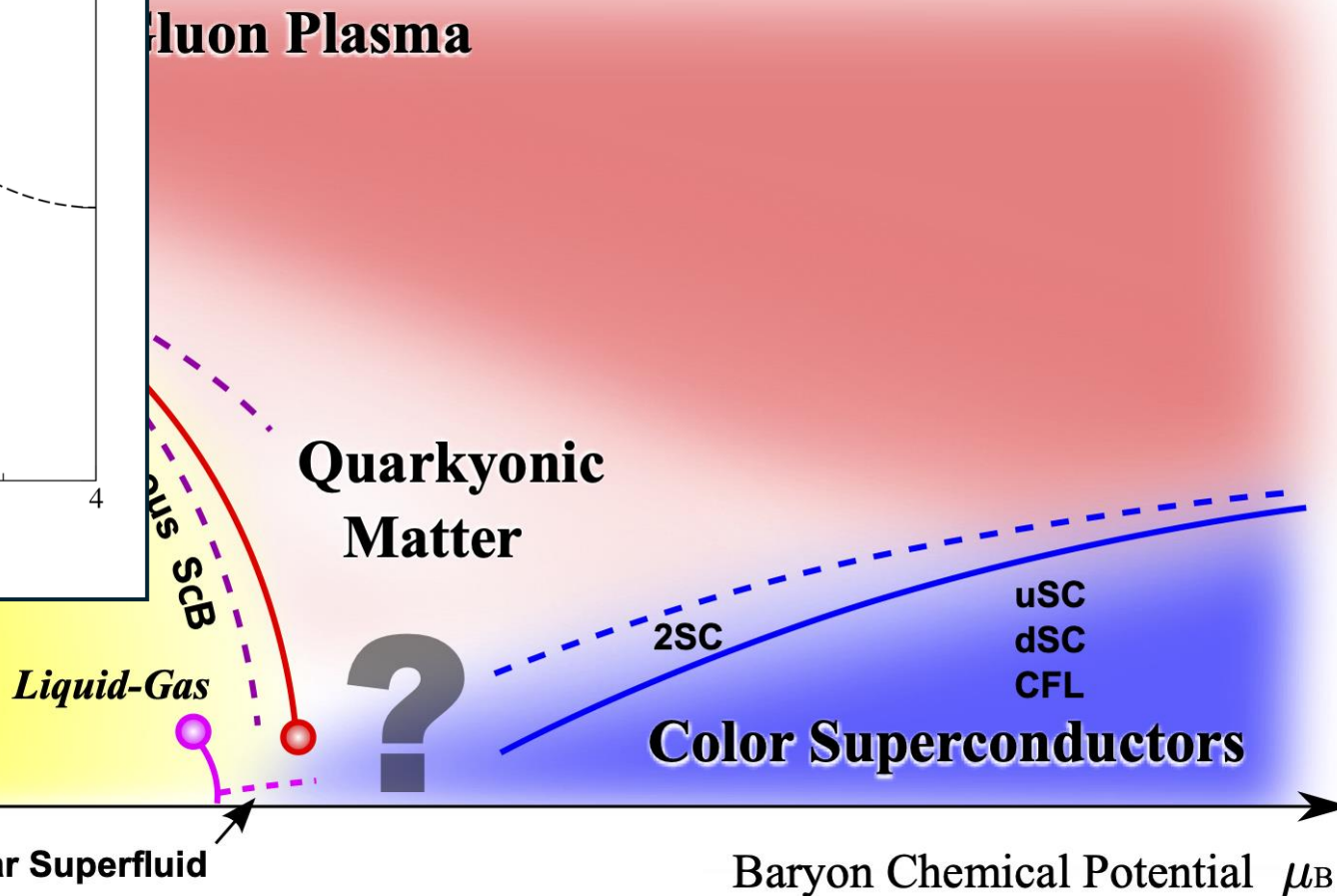


[Bonati et al. \(2016\)](#)

[Fujimoto et al. \(2021\)](#)

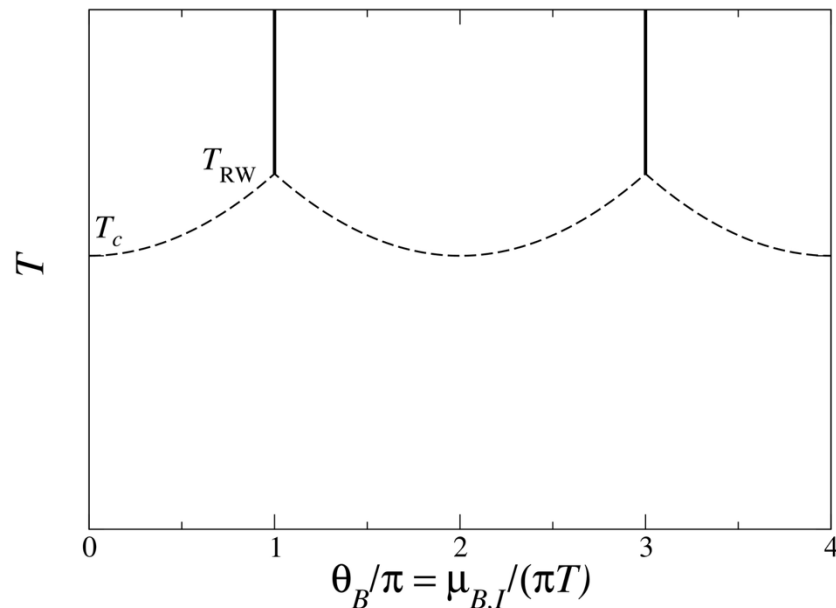
[Bali et al. \(2012\)](#)

[Fukushima, Hatsuda \(2011\)](#)



有限温度QCD：QCD相図

虚数化学ポテンシャル



[Bonati et al. \(2016\)](#)

[Fujimoto et al. \(2021\)](#)

[Bali et al. \(2012\)](#)

[Fukushima, Hatsuda \(2011\)](#)

Quark Plasma

Quarkyonic
Matter

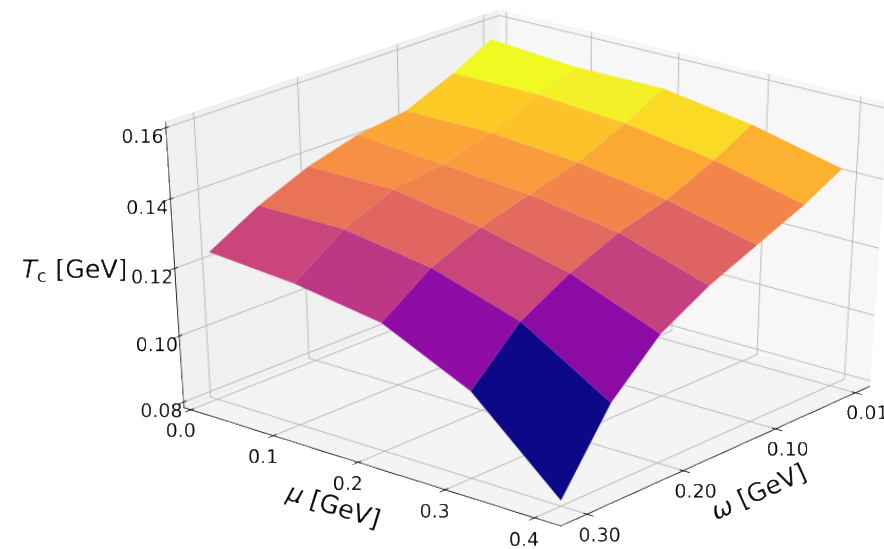
Liquid-Gas

Nuclear Superfluid

Color Superconductors

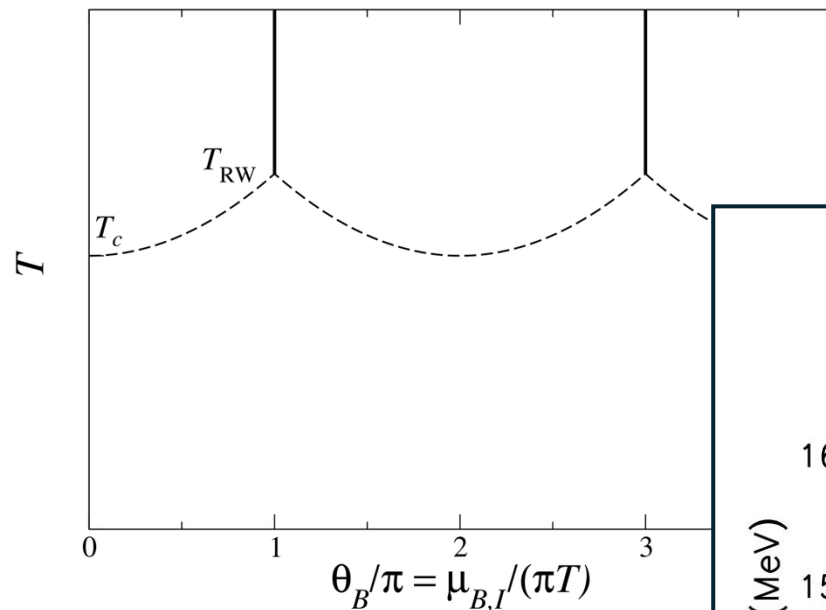
Baryon Chemical Potential μ_B

回転



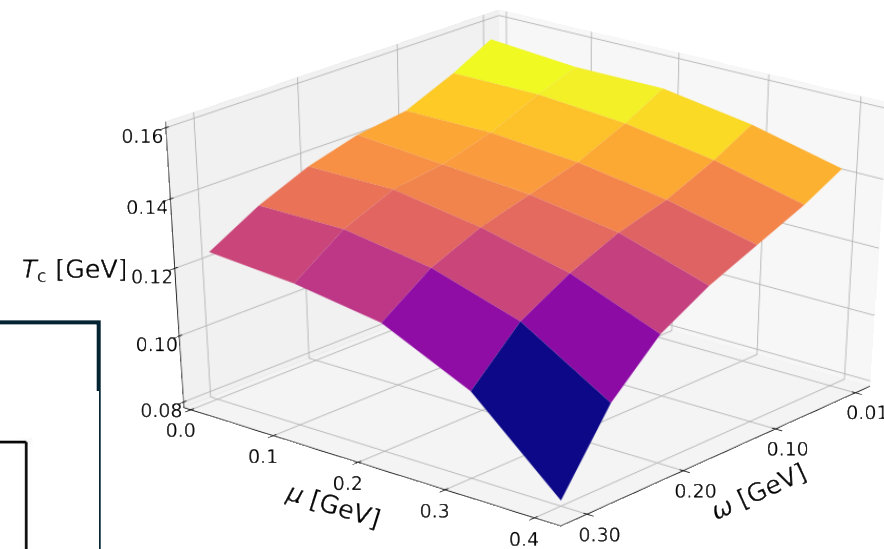
有限温度QCD：QCD相図

虚数化学ポテンシャル

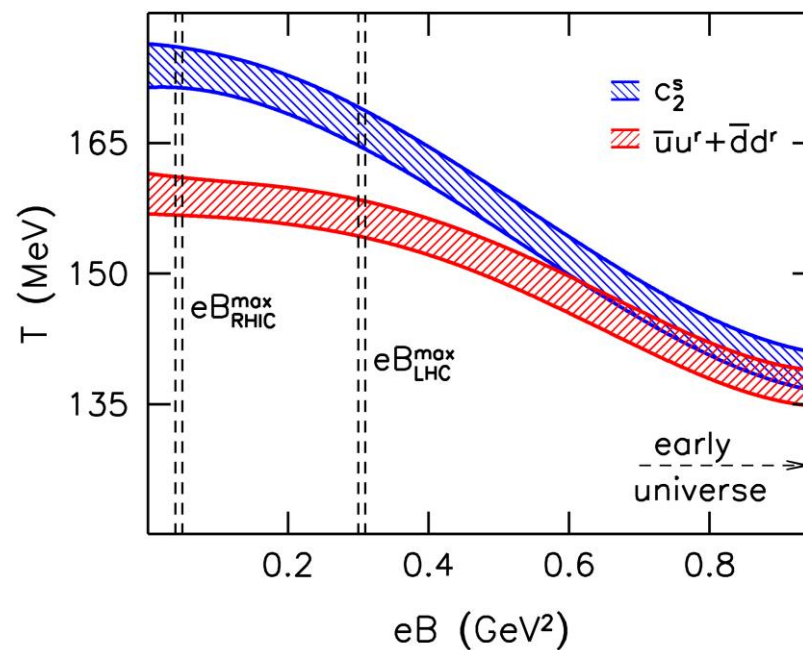


Quark Plasma

回転



磁場



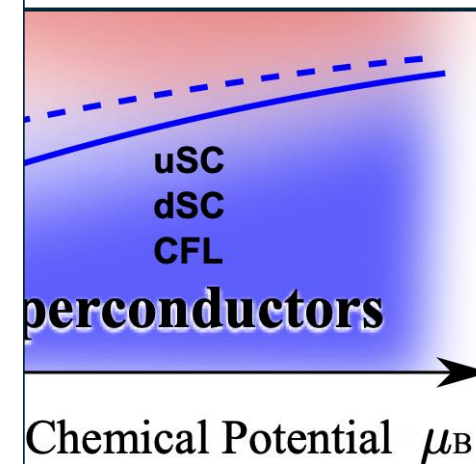
[Bonati et al. \(2016\)](#)

[Fujimoto et al. \(2021\)](#)

[Bali et al. \(2012\)](#)

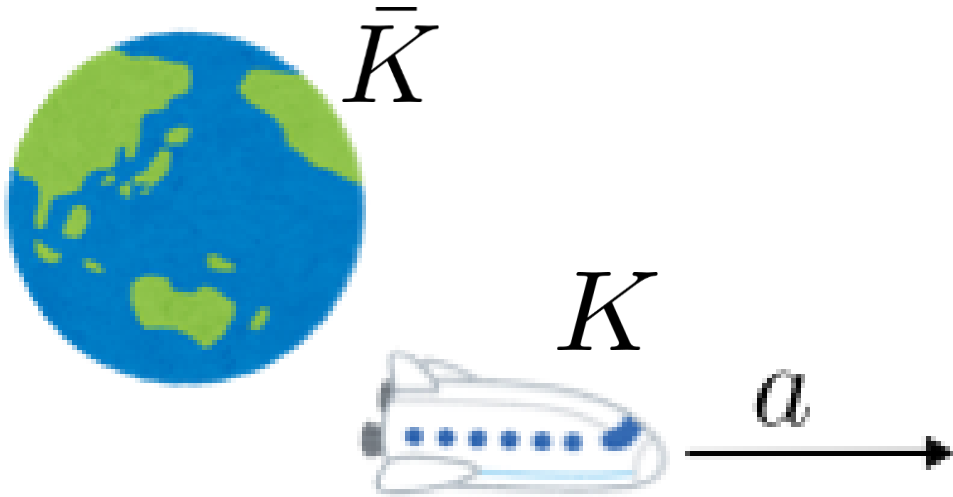
Nucle

[Fukushima, Hatsuda](#)



加速系

- 慣性系から加速度 a で遠ざかる系を考える
観測者も加速系と一緒に移動する



$$a = [1 - \bar{v}^2]^{-3/2} \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}}.$$

$$\bar{t} = \left(z + \frac{1}{a}\right) \sinh(at), \quad \bar{z} + \frac{1}{a} = \left(z + \frac{1}{a}\right) \cosh(at).$$

Rindler 座標系 1/2

慣性系と加速系との関係から、

$$\begin{aligned} ds^2 &= d\bar{t}^2 - d\bar{x}^2 - d\bar{y}^2 - d\bar{z}^2 \\ &= a^2 \left(z + \frac{1}{a} \right)^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 . \end{aligned}$$

あるいは、 $z + 1/a \rightarrow z$ と変換して、

$$ds^2 = a^2 z^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 .$$

(Rindler Metric)

点 $z = 1/a$ は固有加速度 $1/z$ が a の位置に対応

Rindler 座標系 2/2

ところで、このユークリッド化を考えると

$$ds^2 = z^2 d(a\tau)^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

(τ, z) 部分に着目すると、これは円座標: $ds^2 = r^2 d\theta^2 + dr^2$.

Rindler 座標系には 温度 $T_U = a/2\pi$ がある (Unruh効果)

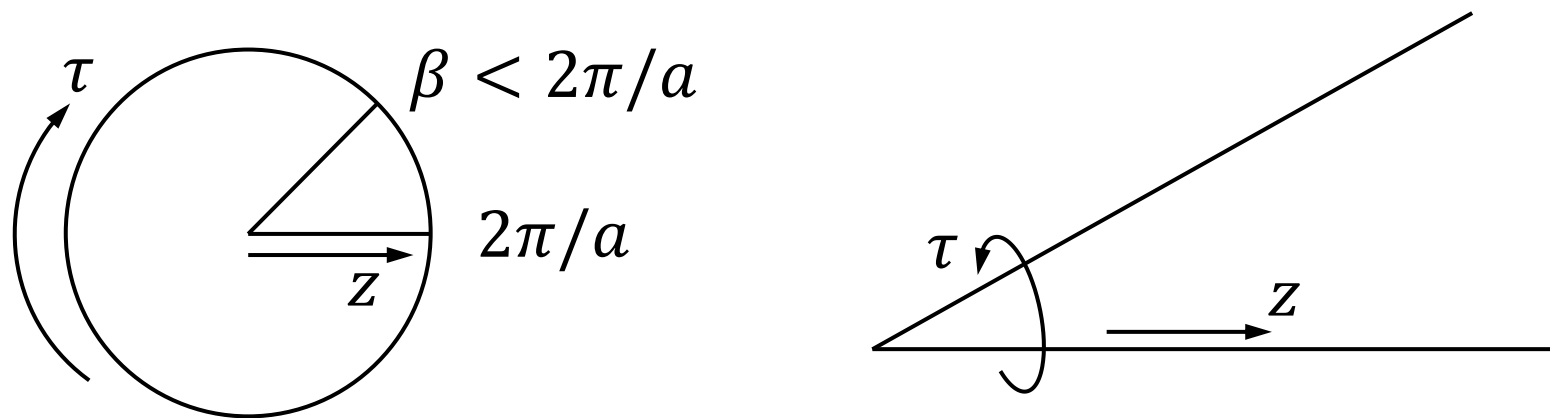
→ 加速度が大きくなると、自発的対称性の破れが回復する

有限温度加速系

では、有限温度系は加速でどう変わるか？

$$ds^2 = z^2 d(a\tau)^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

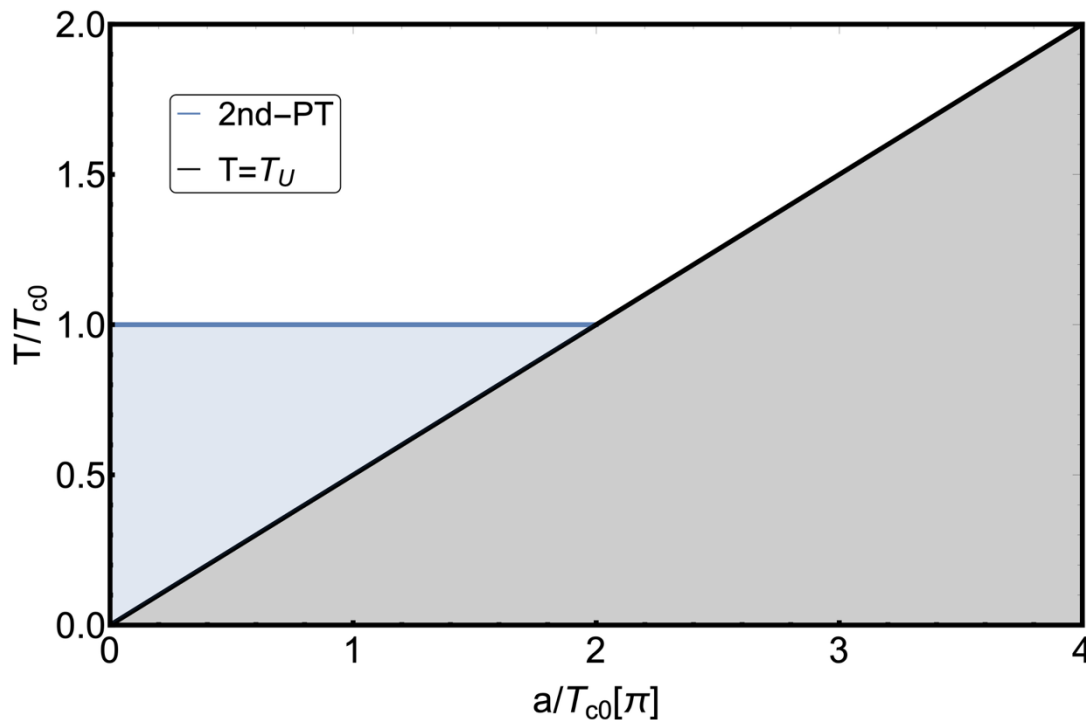
有限温度系：虚時間方向の周期が $\beta = 1/T \leq 2\pi/a$.



これは 2π よりも小さい角で回る円→円錐 cf. cosmic string

有限温度加速系の相転移 1/2

有限温度加速系： $T \geq T_U = a/2\pi$ のもと、Euclidian Rindler の計量を入れて計算



NJL模型による結果

加速度 a の加速系の臨界温度は

$$T_c = azT_{c0}$$

で与えられ、加速度によらない

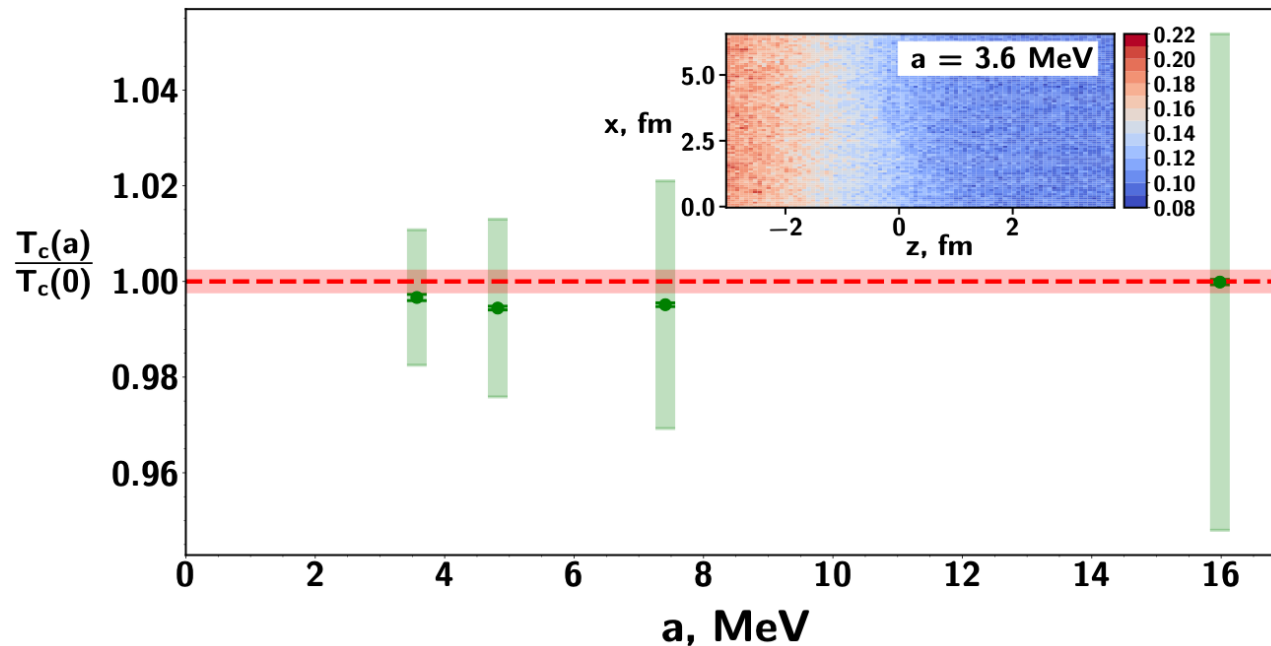
[Zhu, Chen, and Huang \(2026\)](#)

有限温度加速系の相転移 2/2

有限温度加速系では温度が場所によって変わる

$$T(z) = T(z = 1/a)/az$$

あるいは、場所によって温度が変わる系 = 加速系



格子計算による結果

$T_{c(pc)}$ の a 依存性は弱く、
相転移がクロスオーバーに
(緑バンドが変化幅)

[Chernodub,
Goy, et al. \(2025\)](#)

ここまでのまとめ

加速すると真空が有限温度のように振る舞う→SSBの回復

けれど、加速度は臨界温度を変えない(?)

次の問い：加速は非閉じ込めをenhanceするか？

QCDの非閉じ込めと加速の関係性を見てみよう

高温QCDを探る 1/3

$SU(2)$ pure Yang—Mills 理論を高温で摂動展開する

$$A_\mu = A_{B\mu} + A_\mu, \quad A_{B\tau} = \frac{1}{2g\beta} \phi \cdot \sigma_3.$$

Background 部分は Polyakov ループの LO を与える

$$\langle L \rangle = \frac{1}{2} \text{tr} \mathcal{P} \exp \left(-ig \int_0^\beta d\tau A_{B\tau} \right) = \cos \left(\frac{\phi}{2} \right).$$

自由エネルギーは ϕ の関数になり、最小点から系の非閉じ込めの性質が分かる

高温QCDを探る 2/3

(局所) 自由エネルギーは加速系の分配関数から求まる

$$\int d^3x \sqrt{g} V(x; \phi) = \Omega = -T \ln Z .$$

分配関数は加速系の計量 $g_{\mu\nu}$ を作用に入れば求まる

例) $D_{B\mu} A^\mu = 0$ のもと、

$$\frac{1}{2} \text{tr} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = \mathcal{A}_\mu (-g^{\mu\nu} D_{B\mu} D_{B\nu}) \mathcal{A}^\mu + \cdots .$$

高温QCDを探る 3/3

しかし、直接 経路積分法で分配関数を計算するのは微妙

[Fursaev \(1998\)](#), [Diakonov \(2024\)](#)

Killing horizon があるとき経路積分による分配関数の計算は
 $Z = \text{tr} \exp(-\beta H)$ と一致しない

有限温度 Rindler 系の先行研究(1994-1998)では主に、
EMTを計算 or horizonを無限遠に追いやるWeyl変換（後述）
今回の計算でも、この両方から自由エネルギーを求める

高温加速系の自由エネルギー (EMT) 1/2

EMTから導出する：Euclidean Rindler 系でEMTを計算

$$Z = \text{tr} \exp \left(-\beta \int d^3x \sqrt{g} T_\tau^\tau \right), \quad -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z = \int d^3x \sqrt{g} \langle T_\tau^\tau \rangle .$$

EMT自体は Hilbert EMT から計算

$$T^{\mu\nu}(x) = \frac{2}{\sqrt{g}} \frac{\delta S}{\delta g_{\mu\nu}(x)}, \quad \langle T^{\mu\nu}(x) \rangle = -\frac{2}{\sqrt{g}} \frac{\delta \ln Z}{\delta g_{\mu\nu}(x)} .$$

高温加速系の自由エネルギー (EMT) 2/2

もうひとつの問題 (?)

Ambrus, Gecić (2025)

EMTが与える「圧力」は熱力学的な「圧力」ではない

加速系: $P_z = \langle T_z^z \rangle = -\langle T_\tau^\tau \rangle / 3 = -E/3$, $\partial_\beta(\beta\Omega) = E$.
 $P_{\text{th}} = -\Omega$ が P_z と一致するのは $P \propto T^4$ となる時のみ

欲しいのは Ω EMTと熱力学関係式を使う

経路積分法で計算した結果は $P_z = \langle T_z^z \rangle$ と一致

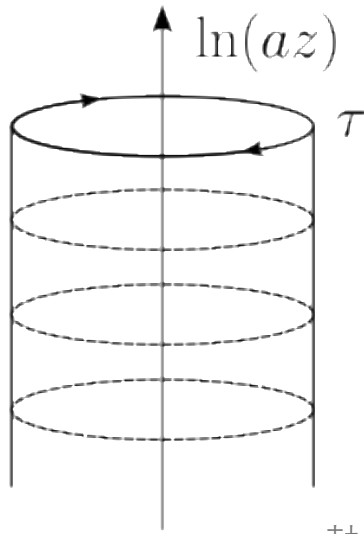
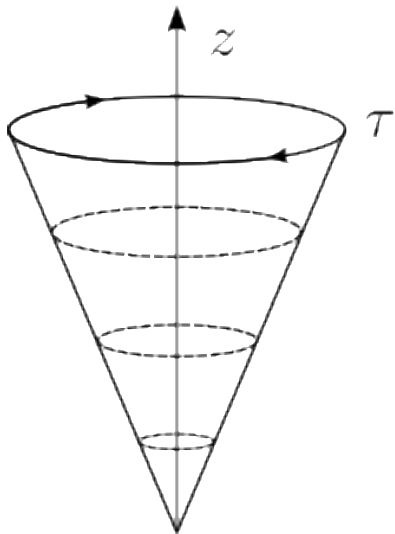
高温加速系の自由エネルギー (Weyl) 1/2

Weyl変換 $g_{\mu\nu} \rightarrow \Omega^2 g_{\mu\nu} =: g'_{\mu\nu}$: 座標系の「欠陥」をなくす

$$ds^2 = a^2 z^2 d\tau^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$$\rightarrow ds^2 = d\tau^2 + \frac{1}{a^2 z^2} (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

(Optical Metric)



$z \rightarrow 0$ で時間方向が潰れる
「欠陥」があることが問題だった

高温加速系の自由エネルギー (Weyl) 2/2

$$\text{Optical Metric : } ds^2 = d\tau^2 + \frac{1}{a^2 z^2} (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

できあがる時空は $S^1 \times H_{1/a}^3$ (曲率半径 $1/a$ の双曲空間)

時間方向は平坦

Optical 座標系の自由エネルギーは熱核法から簡単に求まる

Weyl変換は自由エネルギーを T の定数だけしか変えない

高温加速系の自由エネルギー

計算は割愛 結果だけ書くと ($\tilde{a} = a/T$)

$$V_{\text{gluon}}(x; \phi) = \frac{T^4}{a^4 z^4} \sum_{\pm} \left[-\frac{\pi^2}{45} - \frac{\tilde{a}^2}{6} + \frac{\tilde{a}^2}{2\pi} |\phi| + \left(\frac{1}{6} - \frac{\tilde{a}^2}{4\pi^2} \right) \phi^2 - \frac{|\phi|^3}{6\pi} + \frac{\phi^4}{24\pi^2} + \frac{11\tilde{a}^4}{720\pi^2} \right],$$

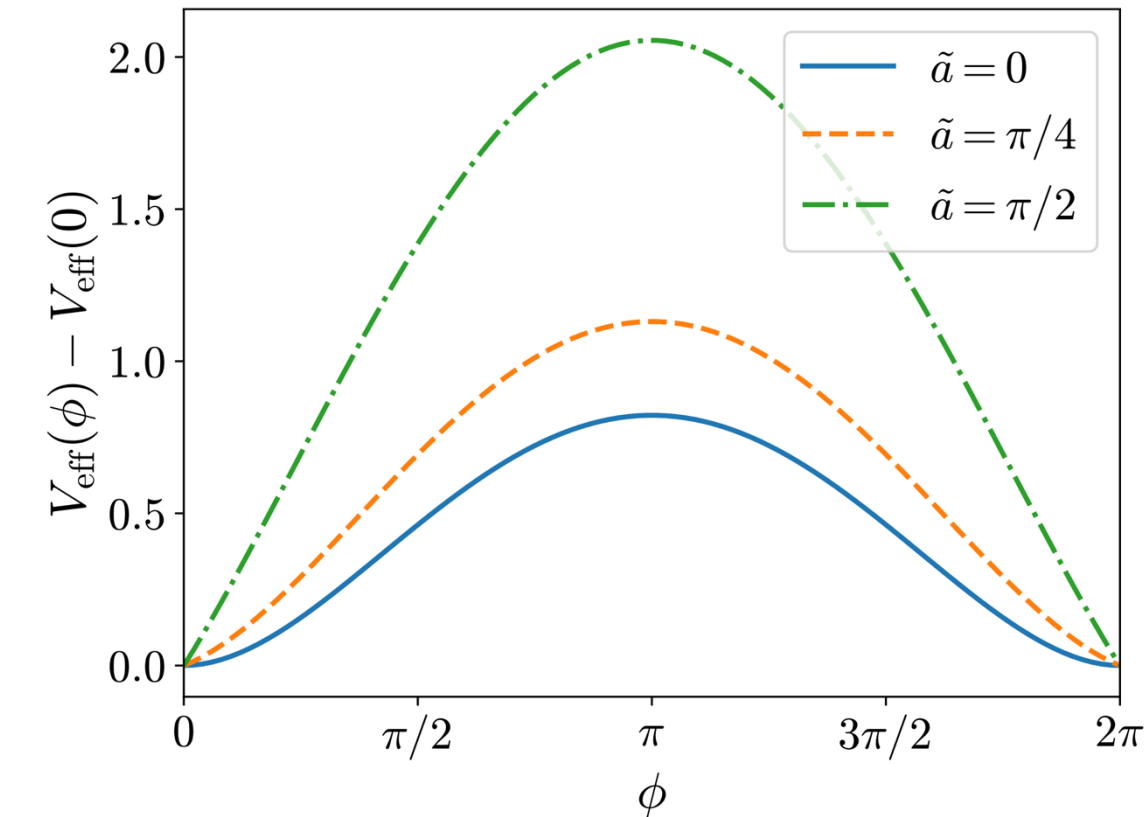
$$V_{\text{fermion}}(x; \phi) = \frac{T^4}{a^4 z^4} \sum_{\pm} \left[-\frac{7\pi^2}{180} - \frac{\tilde{a}^2}{24} + \frac{\phi^2}{24} + \frac{\tilde{a}^2 \phi^2}{32\pi^2} - \frac{\phi^4}{192\pi^2} - \frac{17a^4}{5 \cdot 192\pi^2} \right].$$

$z = 1/a$ かつ $a \rightarrow 0$ で慣性系の自由エネルギーを再現
massless フェルミオンの先行結果とも一致

ref. [Ambrus, Gecić \(2025\)](#)

有限温度加速系の非閉じ込め

自由エネルギーの最小点 $\rightarrow$ Polyakov ループ $\langle L \rangle = \cos(\phi/2)$



最小点はつねに非閉じ込め
加速度大ほど非閉じ込め強
(極大まわりの|曲率|が増)

$\langle L \rangle = 1$ $\langle L \rangle = 0$ $\langle L \rangle = -1$
非閉じ込め 閉じ込め 非閉じ込め

まとめ

Q. 有限温度 + 加速系 のQCDはどう振る舞うか？

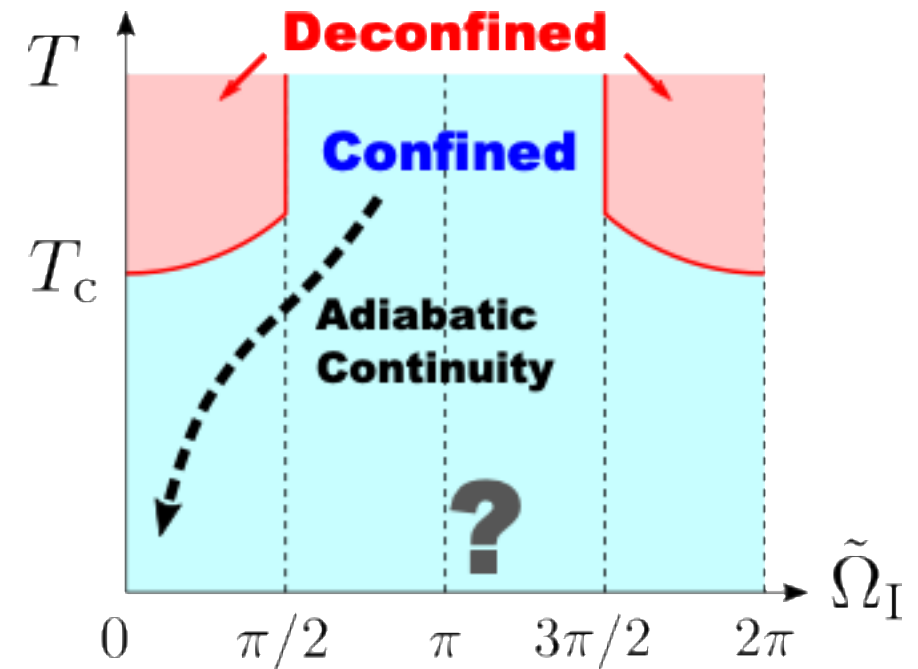
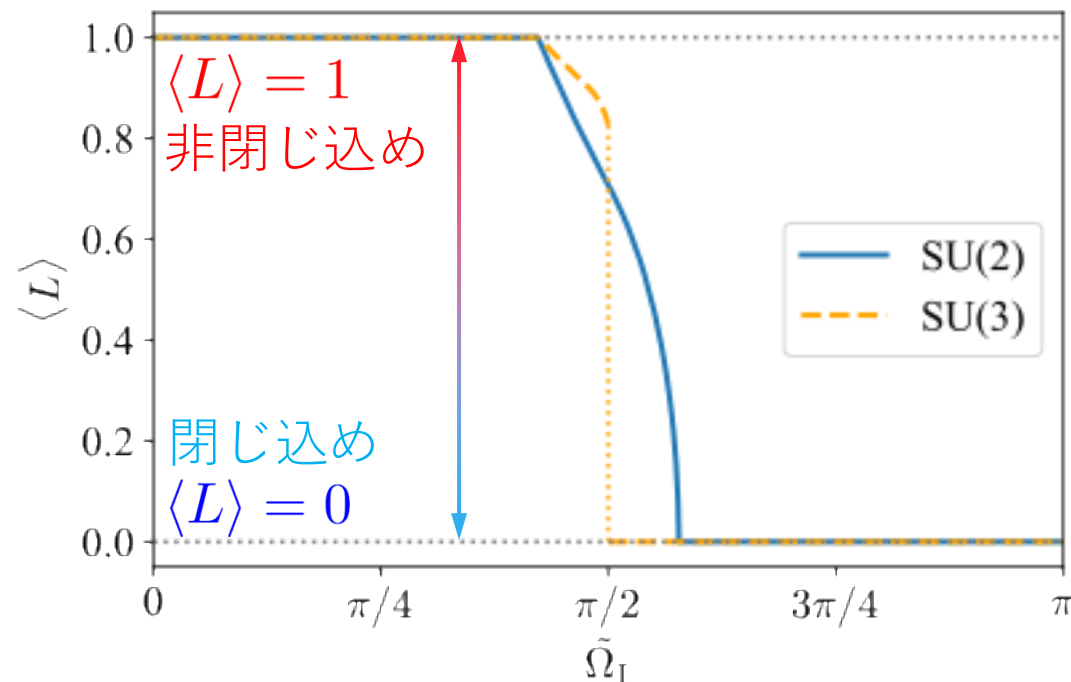
Polyakovループに対応する背景場パラメータを導入し、高温加速系の自由エネルギーを計算

結果、加速度が大きくなるほど、非閉じ込め状態がより好まれるようになる

臨界温度が変わらなくても、非閉じ込めは強まる

おまけ 1/2

回転系では、符号問題回避のために生まれた「虚数回転」から面白い物理が生まれた



角速度を虚数へ解析接続すると、高温に閉じ込め相が出る

おまけ 2/2

加速系でも、gluon自由エネルギーを解析接続すると、高温に閉じ込め相が見える

