

① Kitaefハニカムと同じトリックで
ブロック対角になる超対称マヨラナ系を考案

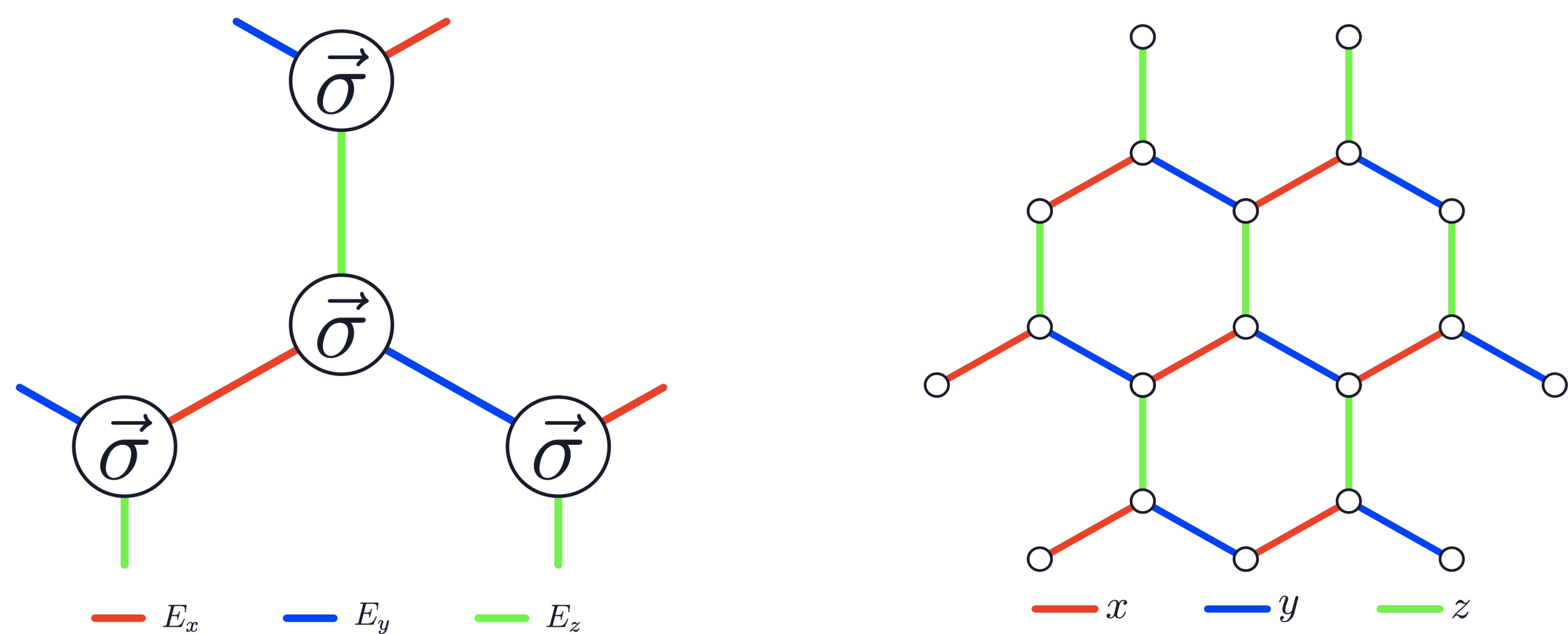
② 今回は模型の構成を説明

③ 自由フェルミオンには落ちない…😓

1. Kitaefハニカムの奇跡

「元の」Kitaefハニカム：
量子スピン液体の模型…厳密に解ける！

$$H_{\text{Kitaev}} := -J_x \sum_{e_x \in E_x} \sigma_{e_x(1)}^x \sigma_{e_x(2)}^x - J_y \sum_{e_y \in E_y} \sigma_{e_y(1)}^y \sigma_{e_y(2)}^y - J_z \sum_{e_z \in E_z} \sigma_{e_z(1)}^z \sigma_{e_z(2)}^z$$



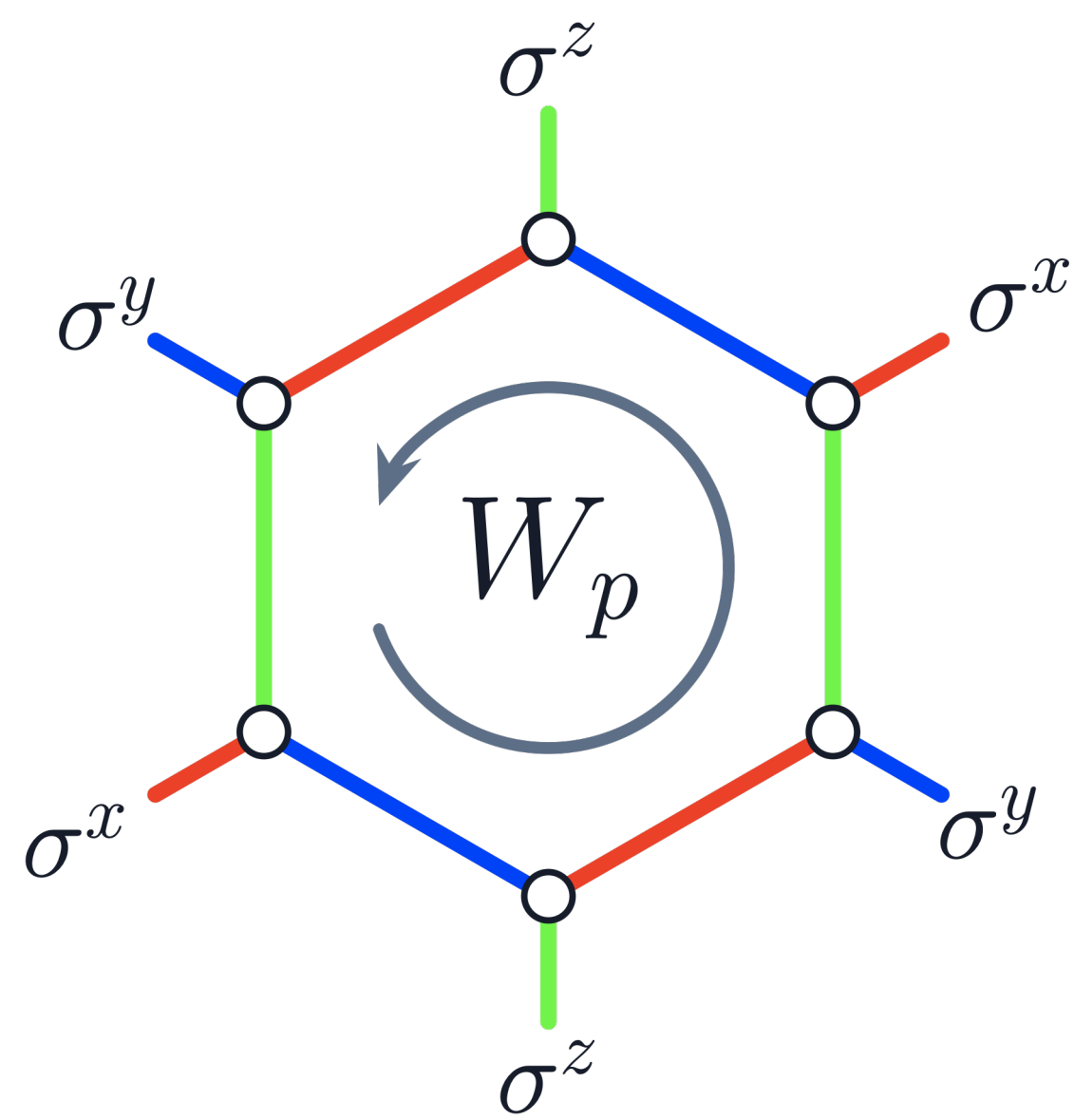
Kitaefハニカムの奇跡 (1) :

可換な局所ブラケット保存量 W_p がたくさん

$$W_p := \prod_{v \in \partial p} \sigma_v^{\text{out}(v)}$$

$$[W_p, W_{p'}] = 0$$

$$[H, W_p] = 0$$



Kitaefハニカムの奇跡 (2) :

各 $\{W_p\}$ ブロックごとに
(Kitaef変換でスピンをマヨラナにすると)
自由フェルミオン → 厳密に解ける！

$$H_{\text{Kitaev}} = \bigoplus_{w \in \{W_p\}} H_w^{\text{free fermion}}$$

静的な $\mathbb{Z}_2$ ゲージ場とマヨラナが結合した模型に

2. 超対称なKitaefハニカム

準備：マヨラナフェルミオン

$$\gamma_i^\dagger = \gamma_i, \quad \{\gamma_i, \gamma_j\} = 2\delta_{ij}$$

$$\begin{aligned} 2\text{つで1つの} & \quad c = \frac{1}{2}(\gamma_1 + i\gamma_2), \quad c^\dagger = \frac{1}{2}(\gamma_1 - i\gamma_2) \\ \text{実フェルミオン} & \quad \Rightarrow c^2 = (c^\dagger)^2 = 0, \quad \{c, c^\dagger\} = 1 \end{aligned}$$

準備：超対称性 ($\mathcal{N} = 1$ SUSYQM)

$$\begin{aligned} [(-1)^F]^\dagger &= (-1)^F, \quad R^\dagger = R, \\ [(-1)^F]^2 &= 1, \quad \{R, (-1)^F\} = 0, \\ H &= \frac{1}{2}R^2 = \frac{1}{4}\{R, R\} \end{aligned}$$

ハミルトニアンが
フェルミ統計を持つ
実超電荷の 2 乗

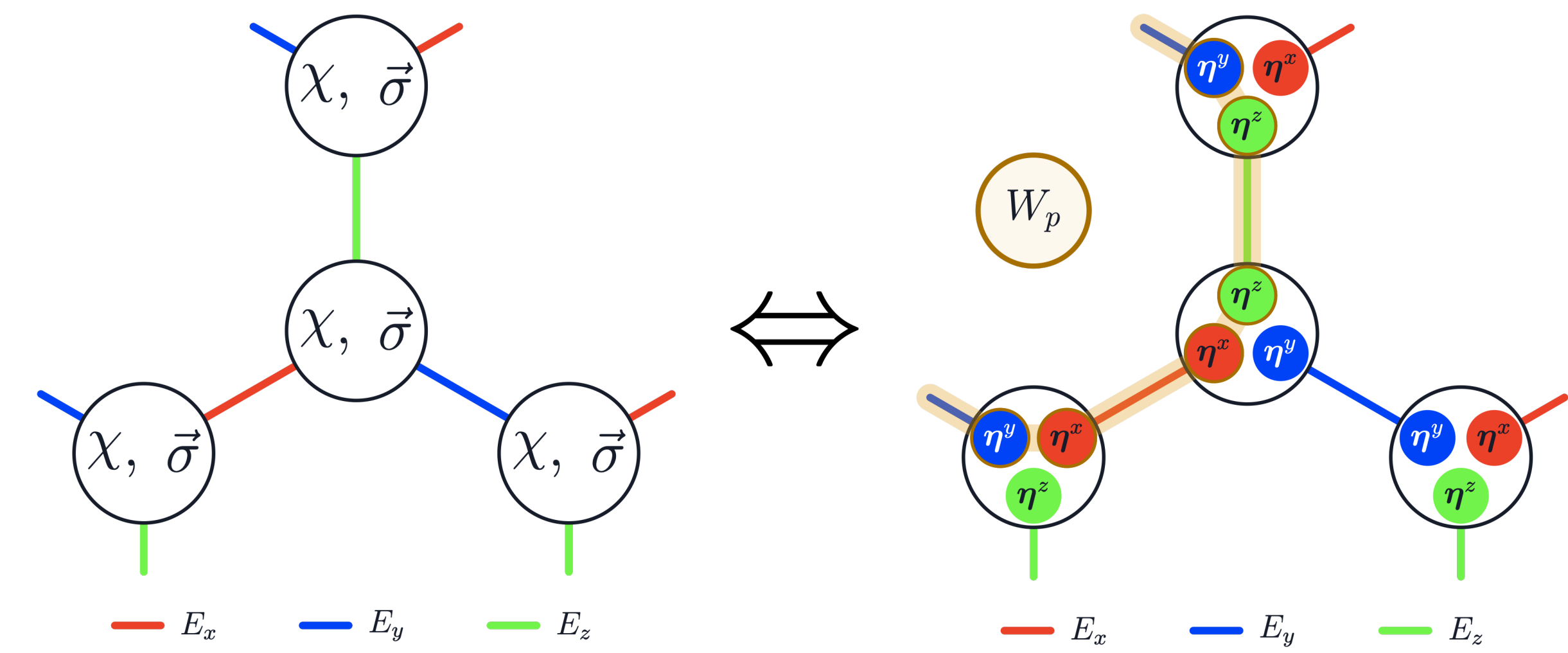
$$E_{\text{g.s.}} \geq 0$$

準備：スピン 1/2 - マヨラナ 変換

スピン 1 っ + マヨラナ 1 っ = マヨラナ 3 っ

$$\begin{aligned} \sigma^A &= -\frac{i}{2}\varepsilon_{A,B,C}\eta_B\eta_C, \quad \chi = -i\eta_x\eta_y\eta_z \\ \eta_A &= \sigma^A\chi \end{aligned}$$

超対称Kitaefハニカム：定義



$$\begin{aligned} R &= q \sum_{v \in V} \chi_v + \frac{1}{2q} \sum_{A=x,y,z} \sum_{v \in V} J_A f_v^A \\ &= \sum_{v \in V} \chi_v \left(q - \frac{1}{2q} \sum_{A=x,y,z} J_A \sigma_v^A \sigma_{v_A}^A \right) \end{aligned}$$

↓ $H = \frac{1}{2}R^2 = \frac{1}{4}\{R, R\}$ でハミルトニアンを計算 ↓

$$\begin{aligned} H &= \frac{N_v}{2} \left[q^2 + \frac{1}{4q^2} \sum_{A=x,y,z} J_A^2 \right] - \sum_{A=x,y,z} J_A \sum_{\langle ij \rangle \in E_A} \sigma_i^A \sigma_j^A \leftarrow \text{Kitaef} \\ &+ \frac{1}{8q^2} \sum_{v \in V} \sum_{A,B,C \in \{x,y,z\}} \varepsilon_{A,B,C} J_A J_B \left(\sigma_v^C \eta_{v_A}^A \eta_{v_B}^B + \sigma_{v_A}^A \eta_v^C \eta_{v_B}^B - \sigma_{v_B}^B \eta_v^C \eta_{v_A}^A \right) \end{aligned}$$

まとめ

- Kitaef項を含み、同じトリックが使える
超対称Kitaefハニカムを構築
- W_p が保存し、同様にブロック化される
- 各サイトに 3 つのマヨラナを置いて構成
- 残念ながら相互作用があり厳密に解けない
(Kitaef変換をしても同様)

参考文献

- [1] arXiv: cond-mat/0506438, A. Kitaev
- [2] arXiv: cond-mat/9206007, A. M. Tsvelik
- [3] Hoshio Katsura, private communication
- [4] arXiv: 2310.19493, U. Miura

今後の展望

- 簡単化した 1 次元の
Kitaefラダーを試す
- 異方性極限の摂動論
→ 超対称 toric code?
- 三浦 による超場形式を用いた平均場近似
- 南部 - ゴールドストーンフェルミオン？
- 基底状態の巨視的な縮退？

