

ゲージ・重力対応を用いた非平衡三重臨界点近傍の臨界現象と有効温度の解析

中大理工素粒子理論研究室

○金澤素大, 松本匡貴, 中村 真

arXiv:2608.23378[hep-th]

○概要とまとめ

- 古典重力理論とラージ N_c 強結合ゲージ場の理論の双対性であるゲージ・重力対応[1]のD3-D7モデル[2]を用いた解析から、**非平衡定常系における三重臨界点の存在**[3]が報告されている。
- この三重臨界点における臨界指数はほとんどが平均場理論値をとるが、D7-braneの揺らぎに関わる**臨界指数 γ, ν だけは平均場から外れた値をとる**[4]ことが知られていた。
- 本研究ではD7-braneの揺らぎが感じる**有効温度**[5]を用いて**臨界指数 γ, ν を調べた**。結果、特定の近づき方では平均場理論値が得られる一方で、依然として平均場から外れた値も得られた。

○D3/D7モデルとカイラル対称性の自発的破れ

◆D3/D7モデル[2]

強結合 $SU(N_c)$ $\mathcal{N} = 4$ Super Yang Mills理論
 $\mathcal{N} = 2$ hypermultiplet
 $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathcal{N}=4} + \mathcal{L}_{\mathcal{N}=2}$, $\mathcal{L}_{\mathcal{N}=2} \supset m\bar{q}q$
 gluon quark quark mass

SAdS $_5 \times S^5$ 上のprobe-D7-brane(N_f 枚)
 $ds^2 = \frac{1}{u^2} \left(-f(u)dt^2 + \frac{du^2}{f(u)} + d\vec{x}^2 \right) + d\Omega_5^2$
 $f(u) = 1 - u^4/u_H^4$

等価

■D7-braneの作用

$$S_{D7} = -T_{D7} \int d^8\xi \sqrt{-\det(g_{ab} + (2\pi\alpha')^2 F_{ab})}$$

■ゲージ場のansatz

$$A_\tau(t, u) = -Et + h(u), \quad A_y(x) = Bx$$

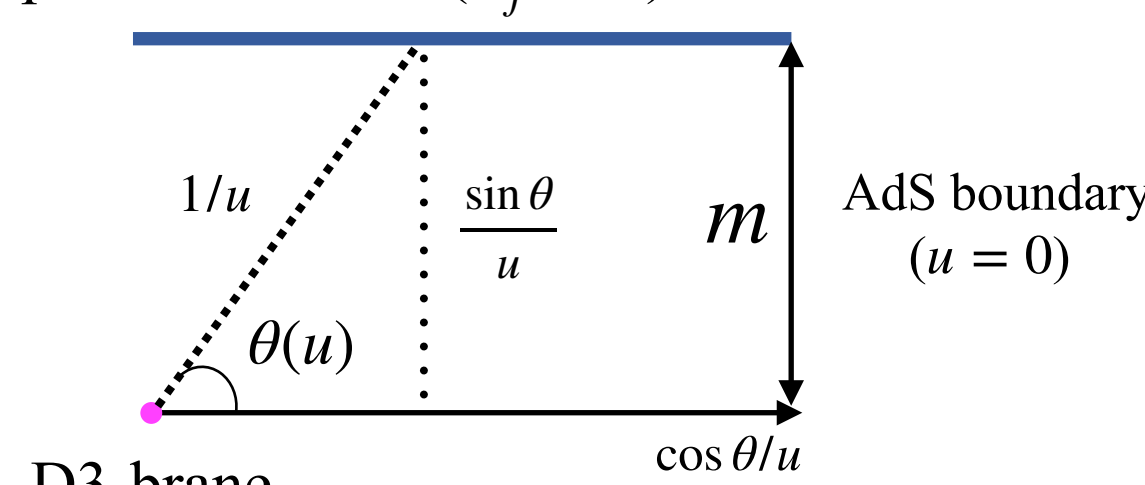
■定常電流

$$J = \frac{\partial \mathcal{L}_{D7}}{\partial h'(u)} \Rightarrow (h')^2 = -\frac{g_{uu}(g_{xx}^2 + g_{tt}B^2 + g_{xx}E^2)}{g_{tt}g_{xx}(J^2 + g_{tt}g_{xx}^2 \cos^6 \theta)} J^2$$

$$h' \text{ が常に実数} \Rightarrow \begin{cases} |g_{tt}|(g_{xx}^2 + B^2) - g_{xx}E^2 \Big|_{u=u_*} = 0 \\ |g_{tt}|g_{xx}^2 \cos^6 \theta - J^2 \Big|_{u=u_*} = 0 \end{cases}$$

■D7-braneの配位

$$\theta(u)|_{u=0} = mu + \theta_2 u^3 + \dots, \quad \langle \bar{q}q \rangle = -(2\theta_2 - m^3/3) \text{ order parameter}$$

probe-D7-brane ($N_f = 1$)

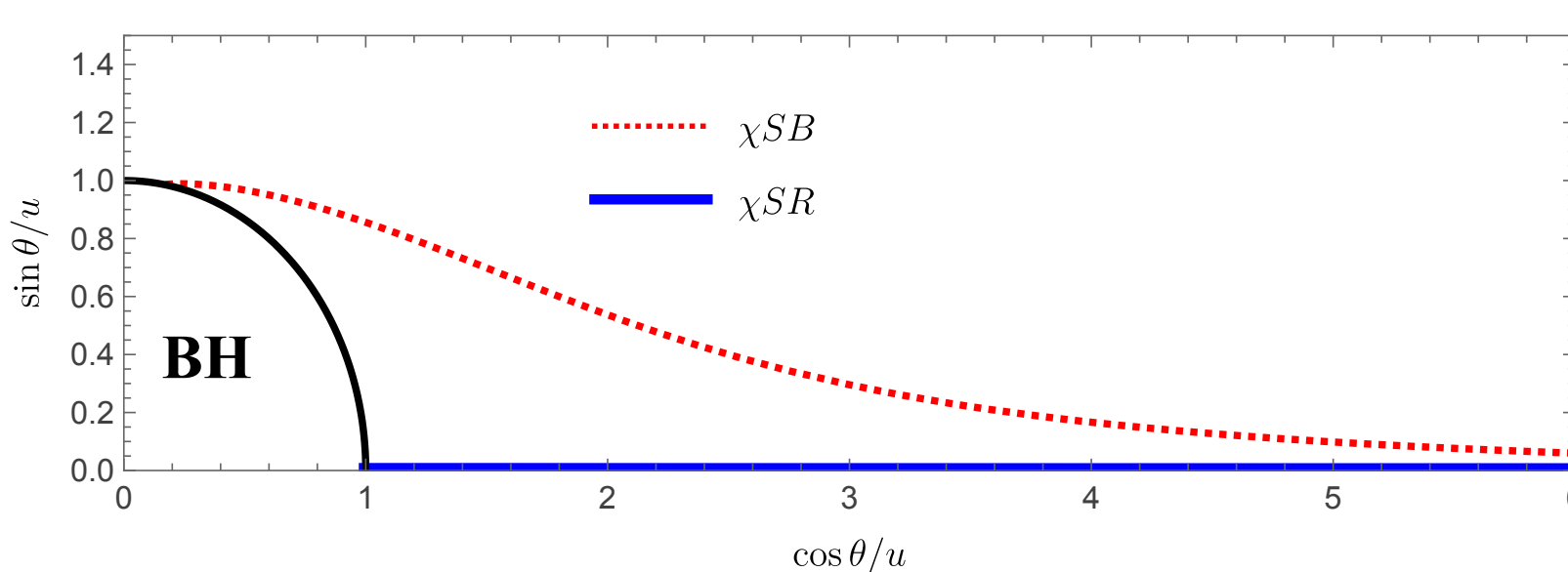
D3-brane

	t	x	y	z	u	θ	ψ	S ³
D3	✓	✓	✓	✓				
D7	✓	✓	✓	✓	✓			✓

$$0 \leq \theta(u) \leq \frac{\pi}{2}, \quad \psi = 0$$

・probe近似 $\Rightarrow$ Large- N_c ($N_c \gg N_f$) で正当化。・Horizon : u_H ・Hawking温度 : $1/\pi u_H$

◆カイラル対称性の自発的破れ

 $\theta(u)$ のEOMを解く。□ massless condition : $m = \sin \theta(u)/u \Big|_{u=0} = 0$

2種類の解が存在。

$$\theta(u) \neq 0 \Rightarrow \langle \bar{q}q \rangle \neq 0 (\chi SB)$$

$$\theta(u) = 0 \Rightarrow \langle \bar{q}q \rangle = 0 (\chi SR)$$

○臨界指数 γ, ν γ : 感受率の臨界点近傍における発散の具合。 $\Rightarrow$ ソースを少しだけ加えた時のorder parameterの変化。

$$\chi \propto |J - J_c|^{-\gamma}, \quad \chi = \frac{\partial \langle \bar{q}q \rangle}{\partial m} = \lim_{\omega, k \rightarrow 0} G_{\theta\theta}^R(\omega, k) \sim \frac{\vartheta_0^{(1)}}{\vartheta_0^{(0)}}$$

 ν : 相関長の臨界点近傍における発散の具合。 $\Rightarrow$ ミクロな揺らぎの影響が届く空間的な距離。

$$\xi \propto |J - J_c|^{-\nu}, \quad \lim_{\omega \rightarrow 0} G_{\theta\theta}^R(\omega, k) \propto \frac{1}{k^2 + 1/\xi^2}$$

◎Probe-braneの揺らぎ $\delta\theta$ を考える。

$$\delta\theta(t, u, \vec{x}) = \vartheta(u)e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{x}}$$

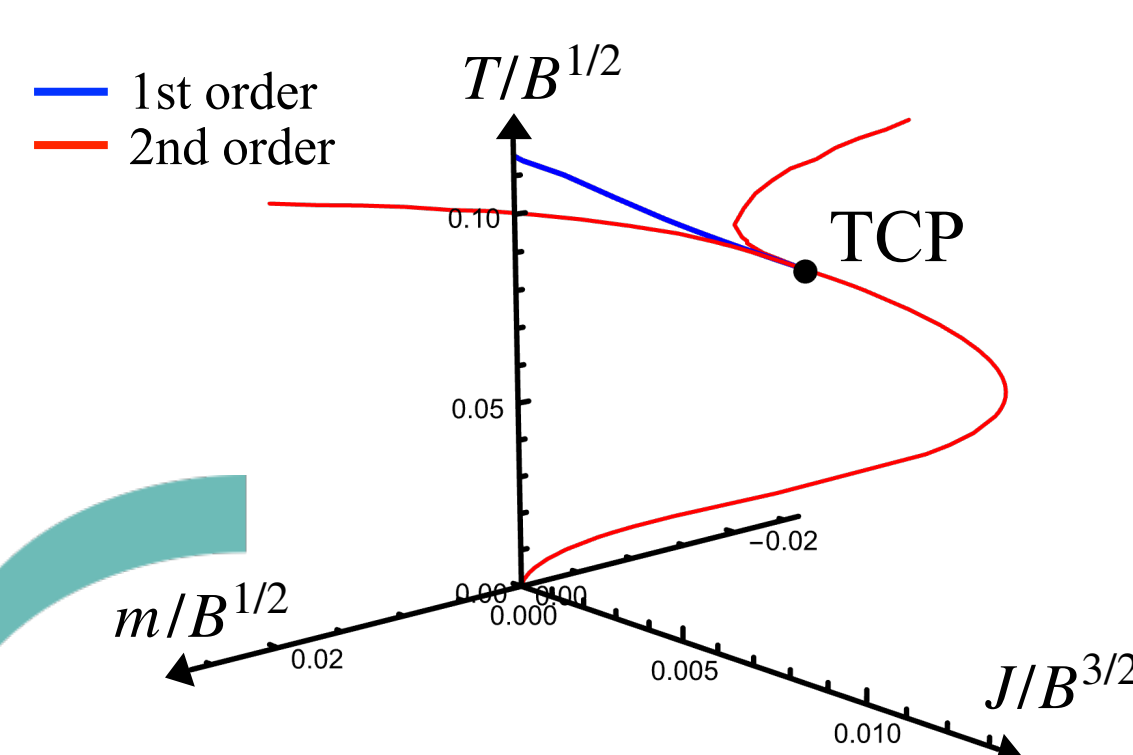
$$\vartheta(u)|_{u=0} = \vartheta^{(0)}u + \vartheta^{(1)}u^3 + \dots$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vartheta^{(0)}|_{u=0} \sim \vartheta_0^{(0)} + \omega \vartheta_{(1,0)}^{(0)} + k^2 \vartheta_{(0,1)}^{(0)} \\ \vartheta^{(1)}|_{u=0} \sim \vartheta_0^{(1)} + \omega \vartheta_{(1,1)}^{(0)} + k^2 \vartheta_{(0,1)}^{(1)} \end{cases}$$

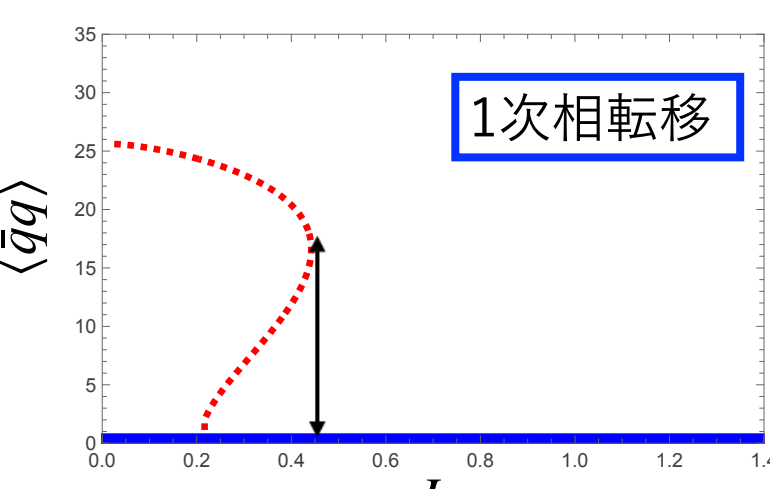
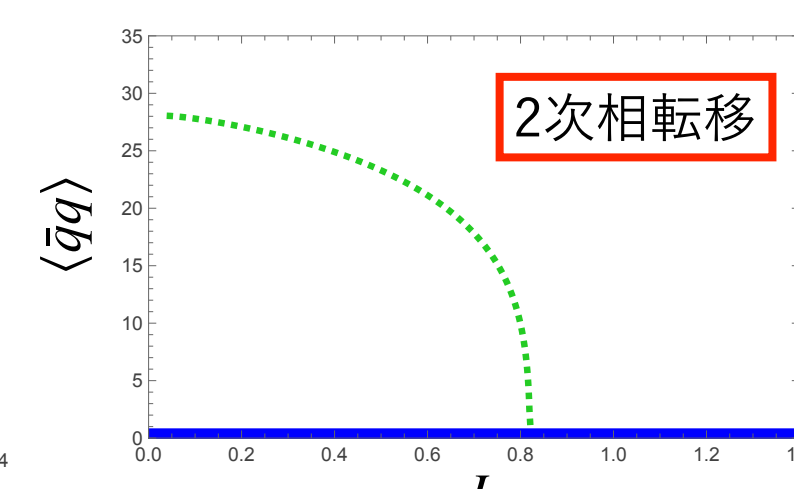
$$G_{\theta\theta}^R(\omega, k) = \frac{\vartheta_0^{(1)}/\vartheta_{(0,1)}^{(0)}}{-i\omega + k^2 + 1/\xi^2}$$

$$c \equiv i\vartheta_{(1,0)}^{(0)}/\vartheta_{(0,1)}^{(0)}, \quad \xi \equiv \sqrt{\vartheta_{(0,1)}^{(0)}/\vartheta_0^{(0)}}$$

○非平衡三重臨界点における臨界現象



◎電流駆動型三重臨界点(Current Driven TCP)[3]

 $\Rightarrow$ 3つの境界線 (2次相転移線) が交わる点 $\langle \bar{q}q \rangle$ が不連続 $\partial \langle \bar{q}q \rangle / \partial J$ が不連続

◎平均場理論値とは異なる臨界指数[4]

 $\because$ Large- N_c ではorder parameterの揺らぎが抑制。・ $T/B^{1/2}$ 一定で, χSR 相からTCPに近づいた時

$$\Rightarrow (\gamma_+, \nu_+) = (1, 1/2) : \text{平均場理論値}$$

・ $T/B^{1/2}$ 一定で, χSB 相からTCPに近づいた時

$$\Rightarrow (\gamma_-, \nu_-) = (0.58, 0.29) : \text{平均場から外れた値}$$

 γ, ν の計算にはprobe-braneの揺らぎの情報が必要。 $\Rightarrow$ 揺らぎが感じる“有効温度”を用いて臨界指数を調べてみる。

○有効温度

Probe-brane上の揺らぎが感じるHawking温度 = 有効温度(Effective Temperature)[5]

□揺らぎが従う計量はOpen-String-Metric(OSM)[6]。

$$\Rightarrow G_{ab} = g_{ab} - (Fg^{-1}F)_{ab}$$

$$\text{非対角成分: } G_{ty} = G_{yt} = \frac{EB}{g_{xx}}, \quad G_{tu} = G_{ut} = -\frac{Eh'(u)}{g_{xx}}, \quad G_{yu} = G_{uy} = -\frac{Bh'(u)}{g_{xx}}$$

□OSMを対角化し, 対角化された計量 $\tilde{G}_{ab}$ を $u = u_*$ 近傍で展開。

$$\begin{pmatrix} dt \\ dy \\ du \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} d\tau \\ d\eta \\ d\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dt + \frac{G_{ty}G_{yu} - G_{tu}G_{yy}}{(G_{ty})^2 - G_{tu}G_{yy}} du \\ dy + \frac{G_{ty}}{G_{yy}} dt + \frac{G_{yu}}{G_{yy}} du \\ du \end{pmatrix}$$

$$\tilde{G}_{\tau\tau} \sim -\frac{(|g_{tt}|(g_{xx}^2 + B^2) - g_{xx}E^2)'}{B^2 + g_{xx}^2} \Big|_{u=u_*} (u - u_*)$$

$$\tilde{G}_{\rho\rho} \sim \frac{|g_{tt}|g_{xx}^2 g_{uu} \cos^6 \theta(u)}{(|g_{tt}|g_{xx}^2 \cos^6 \theta(u))'} \Big|_{u=u_*} \frac{1}{(u - u_*)}$$

 $\Rightarrow u = u_*$ は揺らぎにとってのhorizon: 有効ホライズン(Effective Horizon)

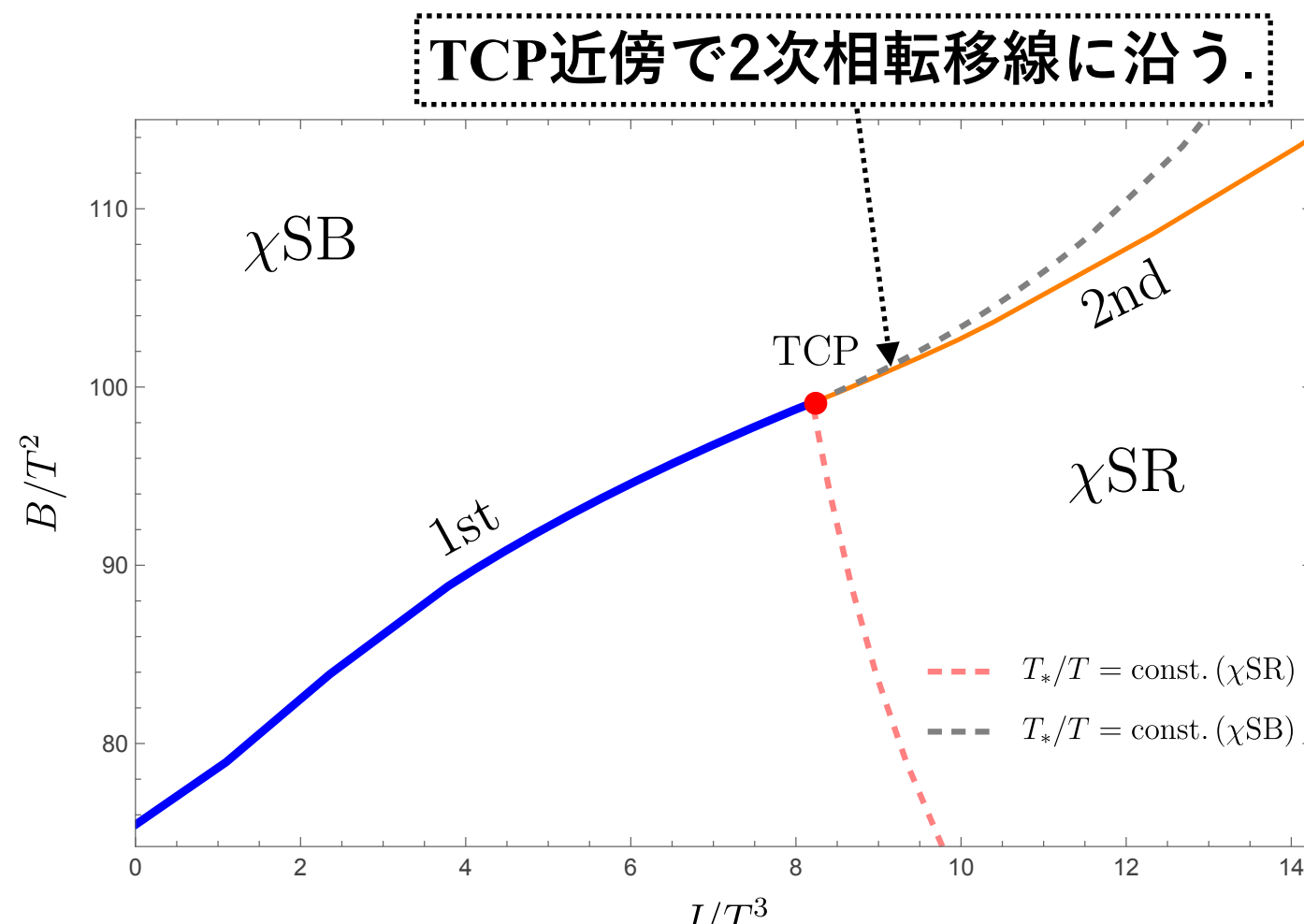
□有効ホライズンにおけるHawking温度を計算。

$$\odot T_*(E, B, T) = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{(|g_{tt}|(g_{xx}^2 + B^2) - g_{xx}E^2)'(|g_{tt}|g_{xx}^2 \cos^6 \theta(u))'}{(B^2 + g_{xx}^2)(|g_{tt}|g_{xx}^2 g_{uu} \cos^6 \theta(u))}} \Big|_{u=u_*}$$

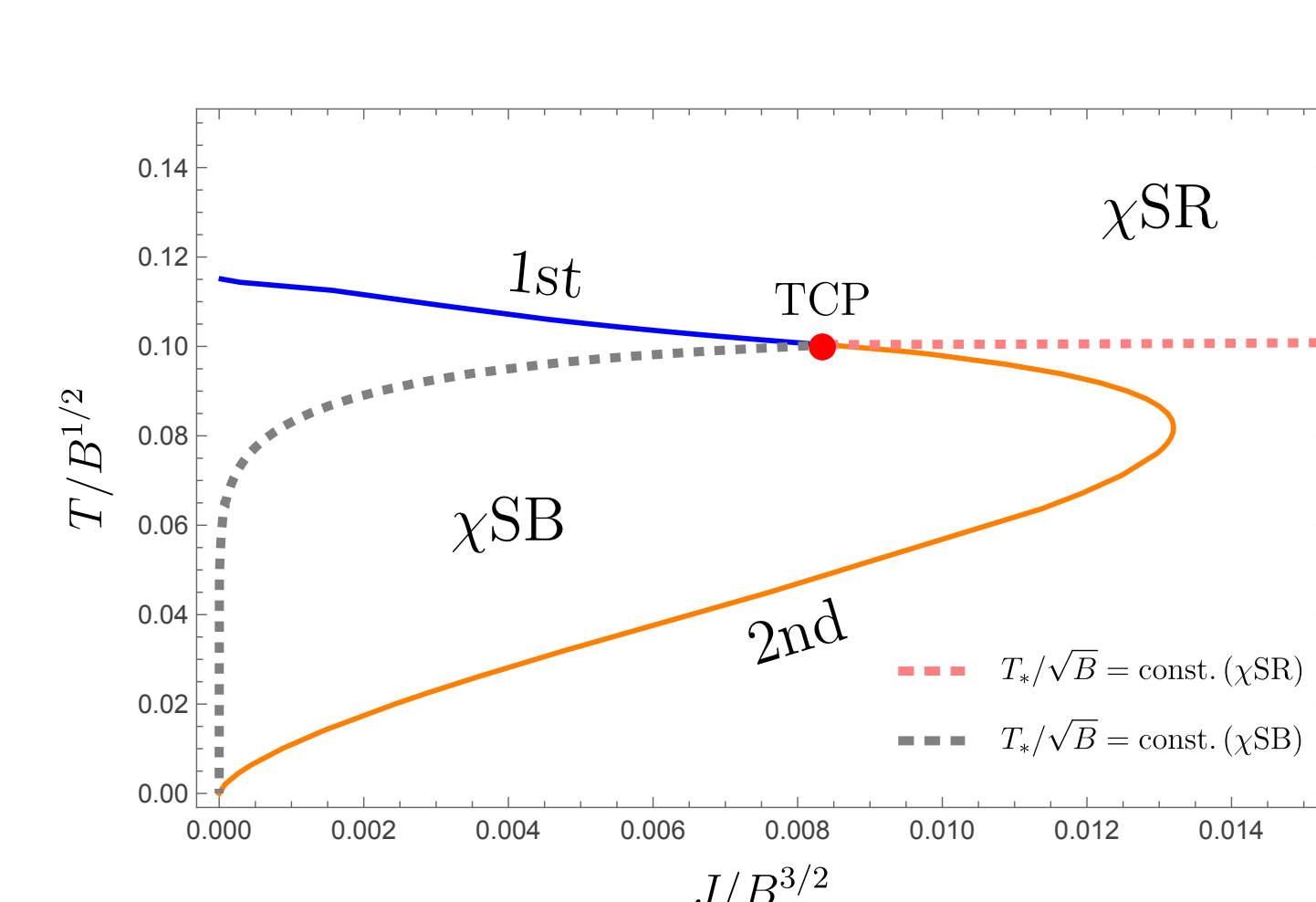
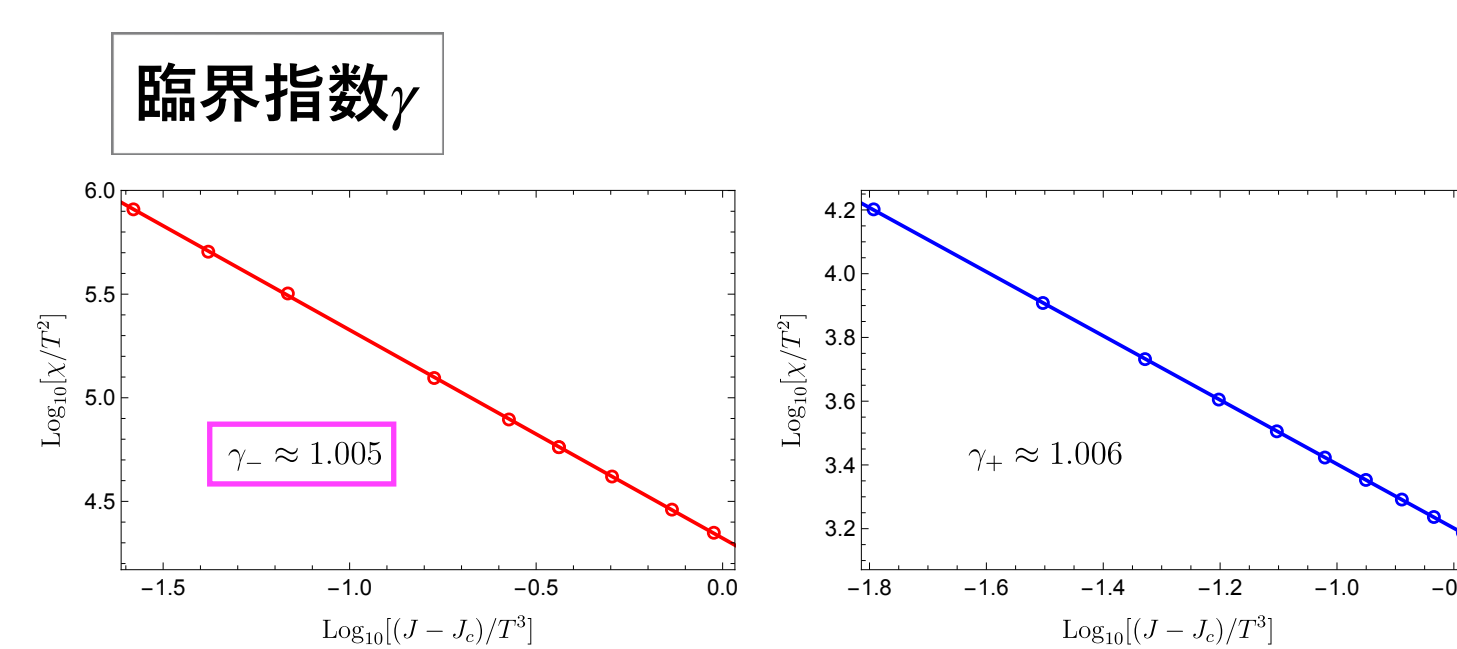
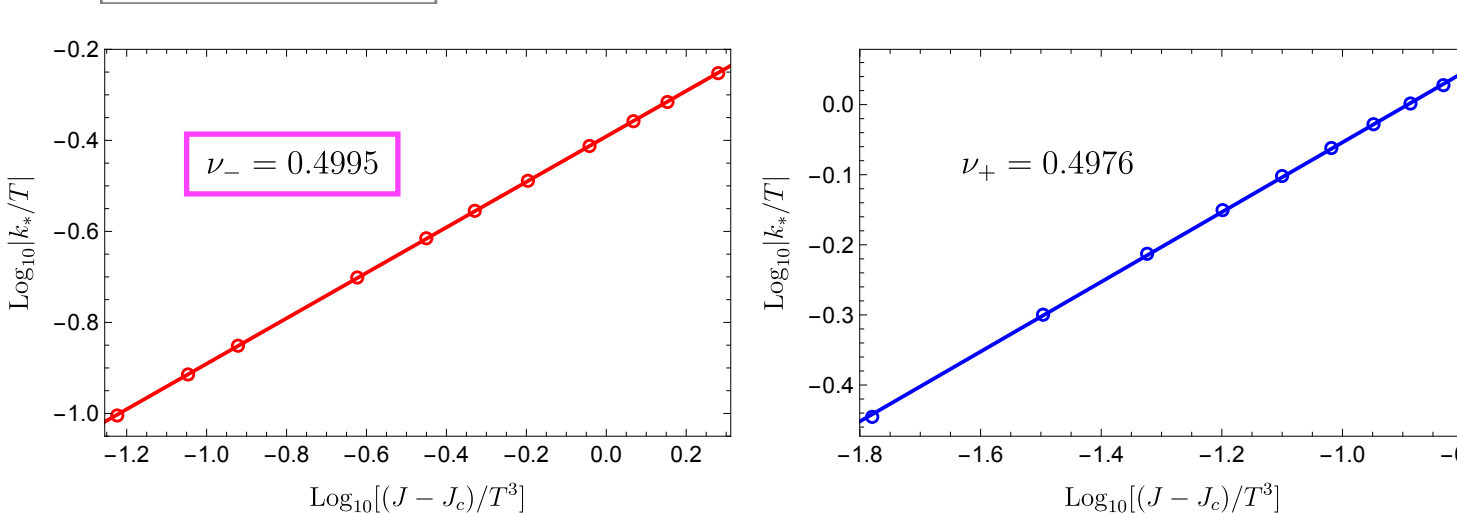
○結果

 $T_*(B, E, T)$ を用いて T_*^{TCP} を数値的に評価 $\Rightarrow T_*^{\text{TCP}} \sim T = 1/\pi$ 次元をもつパラメータの相対比で状態が決まる $\Rightarrow$ 基準となるパラメータで物理量を規格化

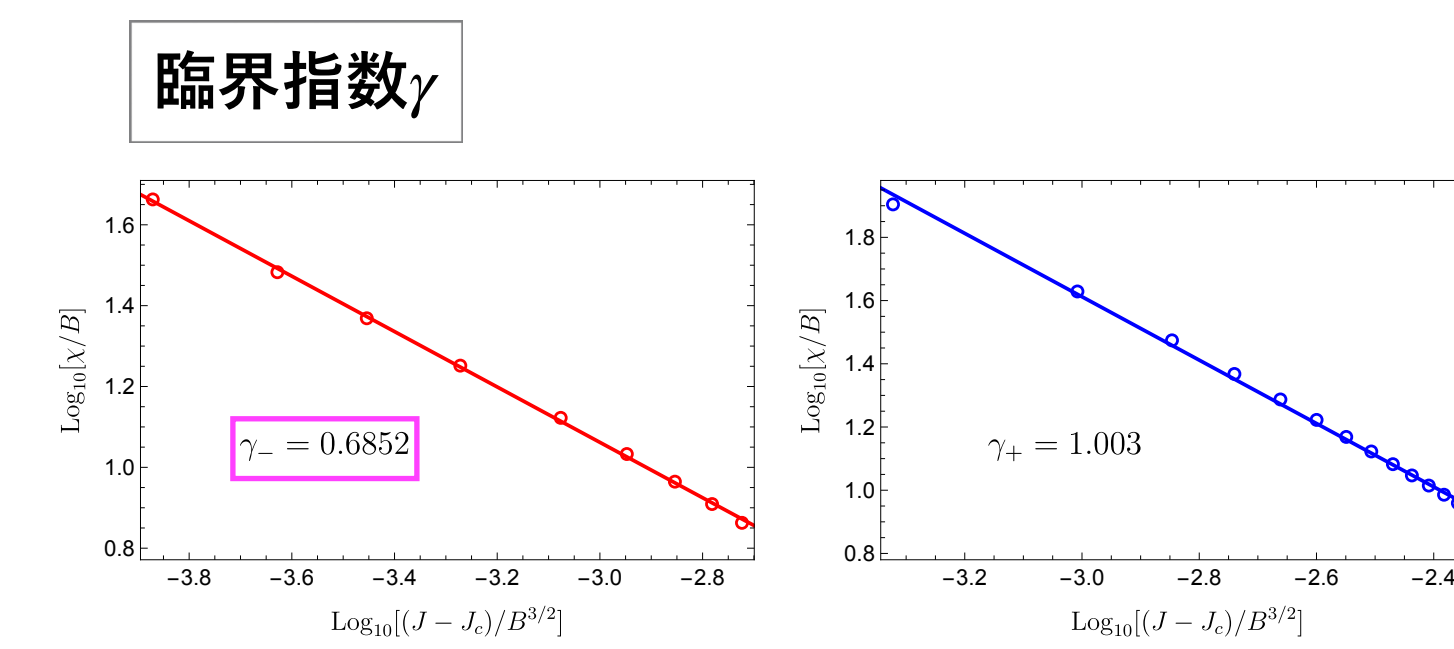
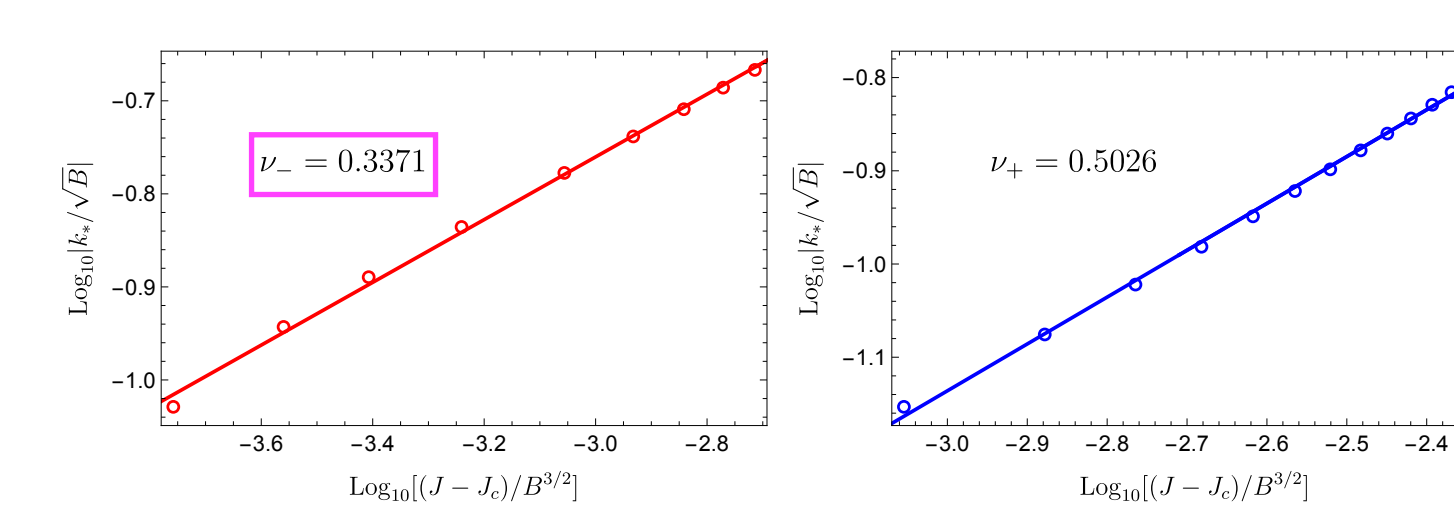
◆熱浴温度Tで規格化した場合の相図



◆磁場Bで規格化した場合の相図

◆ T_*/T 一定でTCPに近づいた際の臨界指数臨界指数 γ 

$$\Rightarrow (\gamma_-, \nu_-) \sim (1, 1/2) : \text{平均場理論値}$$

◆ $T_*/\sqrt{B}$ 一定でTCPに近づいた際の臨界指数臨界指数 γ 

$$\Rightarrow (\gamma_-, \nu_-) \sim (0.69, 0.34) : \text{平均場から外れた値}$$

・TCPにおける臨界現象は T_*/T 一定ラインに沿うとLandau理論で記述される。・一方, $T_*/\sqrt{B}$, $T/\sqrt{B}$ 一定でTCPに近づいた際の臨界指数は平均場理論値と異なる。

Based on “M. Kanazawa, M. Matsumoto, S. Nakamura, Landau theory, effective temperature, and tricritical phenomena in a holographic nonequilibrium steady state, arXiv:2608.23378[hep-th].”

[参考文献]

- [1] J. M. Maldacena, "The Large N limit of superconformal field theories and supergravity," Adv. Theor. Math. Phys. 2, 231 (1998)
- [2] A. Karch and E. Katz, "Adding flavor to AdS / CFT," JHEP 06 (2002) 043
- [3] T. Imaizumi, M. Matsumoto, and S. Nakamura, "Current-driven tricritical point in large- N_c gauge theory," Phys. Rev. Lett. 124, 191603 (2020)
- [4] M. Matsumoto and S. Nakamura, "Current-induced inverse symmetry breaking...," Phys. Rev. D 106, 026006 (2022)
- [5] S. Nakamura and H. Ooguri, "Out of Equilibrium Temperature from Holography," Phys. Rev. D 88, 126003 (2013)
- [6] K.-Y. Kim, J. P. Shock, and J. Tarrio, "The open string membrane paradigm with external electromagnetic fields," JHEP 06, 017 (2011)