

ハドロン物理学における熱力学幾何学

Thermodynamic Geometry in Hadron Physics

発表者：大島理樹（佐賀大理工）

共同研究者：河野宏明（佐賀大理工）・橋基（佐賀大理工）・柏浩司（福岡工業大）



Phys. Rev. D 113, 094023

Abstract

QCD研究の終着点のひとつとして、Phase Diagram (PD) の完成が挙げられる。Lattice QCD (LQCD) では、符号問題の回避策が徐々に編み出されつつあり、ある程度は信頼のおける有限密度領域の計算結果が得られている。しかし、ハドロン物質やクォーク物質における物理的描像の詳細を解明するためには、現象論モデルでの解析が不可欠である。そこで、本研究では、熱力学幾何学と呼ばれる相構造の解析方法を紹介する。従来の相構造の解析手法と異なり、この方法は、本来order parameterの概念が存在しないはずの、ハドロン共鳴ガス (HRG) 模型の範囲内でもPDを計算できる、非常に有用なツールである。具体的には、熱力学ポテンシャル $\phi = P/T$ から構成されたmetricから得られるスカラー曲率の、 $R = 0$ という基準を、ハドロンからクォークへの転移点とみなし、PDを作成する手法を採用する。ちなみに、体積排除効果 (EVE) を導入した先行研究[1]はあったが、高密度領域や虚数化学ポテンシャル領域において実行したのは、我々が世界初である[2]。重要な帰結としては、Roberge-Weiss転移温度で $R = 0$ となることを確認したのち、実数領域でLQCD計算と無矛盾な結果が得られた。さらに、付随的にHRGのバリオン感受率とQCDのCritical Pointとの興味深い関係を発見できた。

1. 熱力学幾何学 (TDG)

まず、独立変数の組 $(\beta^1, \beta^2) = (\beta, \gamma) = (1/T, -\mu/T)$ を座標とする、熱力学的空間を考える。計量テンソルは、 $\phi = P/T$ のとき、 $g_{ij} = \phi_{\beta^i \beta^j} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \beta^i \partial \beta^j}$ ($i, j = 1, 2$) と表され、線素は、 $dl^2 = [d\beta d\gamma] \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\beta \\ d\gamma \end{bmatrix} = g_{11} \left(d\beta + \frac{g_{12}}{g_{11}} d\gamma \right)^2 + \frac{g}{g_{11}} d\gamma^2$ となる。

すると、実数領域におけるスカラー曲率は、 $R = \frac{h}{2g^2}$; $h = \det \begin{bmatrix} \phi_{\beta\beta} & \phi_{\beta\gamma} & \phi_{\gamma\gamma} \\ \phi_{\beta\beta\beta} & \phi_{\beta\beta\gamma} & \phi_{\beta\gamma\gamma} \\ \phi_{\beta\gamma\beta} & \phi_{\beta\gamma\gamma} & \phi_{\gamma\gamma\gamma} \end{bmatrix}$, $g = \det \begin{bmatrix} \phi_{\beta\beta} & \phi_{\beta\gamma} \\ \phi_{\beta\gamma} & \phi_{\gamma\gamma} \end{bmatrix}$ と書ける。虚数領域では $\mu = i\theta T$

であり、 $(\beta^1, \beta^2) = (\beta, \theta) = (1/T, -i\mu/T)$ を導入すれば、 $R' = \frac{h'}{2g'^2} = R$; $h' = \det \begin{bmatrix} \phi_{\beta\beta} & \phi_{\beta\theta} & \phi_{\theta\theta} \\ \phi_{\beta\beta\beta} & \phi_{\beta\beta\theta} & \phi_{\beta\theta\theta} \\ \phi_{\beta\theta\beta} & \phi_{\beta\theta\theta} & \phi_{\theta\theta\theta} \end{bmatrix} = h$, $g' = \det \begin{bmatrix} \phi_{\beta\beta} & \phi_{\beta\theta} \\ \phi_{\beta\theta} & \phi_{\theta\theta} \end{bmatrix} = -g$

となる。今回、圧力としてハドロン共鳴ガス (HRG) 模型に体積排除効果を導入したもの/しないものを用いる。ただし、バリオンガスではBoltzmann近似を行い、中間子ガスにはBose-Einstein分布を使う。

そして、本研究では、 $R = 0$ をハドロンクォーク転移の指標として用いる。

2. 体積排除効果 (EVE)

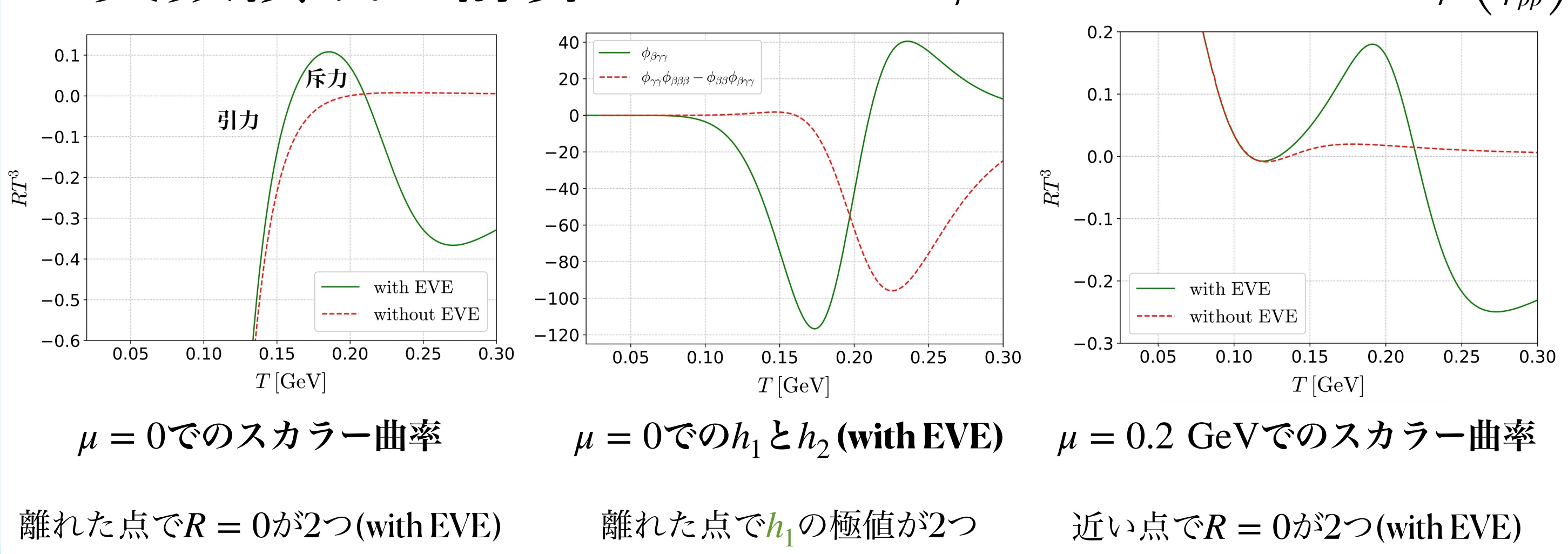
下の2つの状況を等価とみなすことで、有限体積のバリオンに

V, N

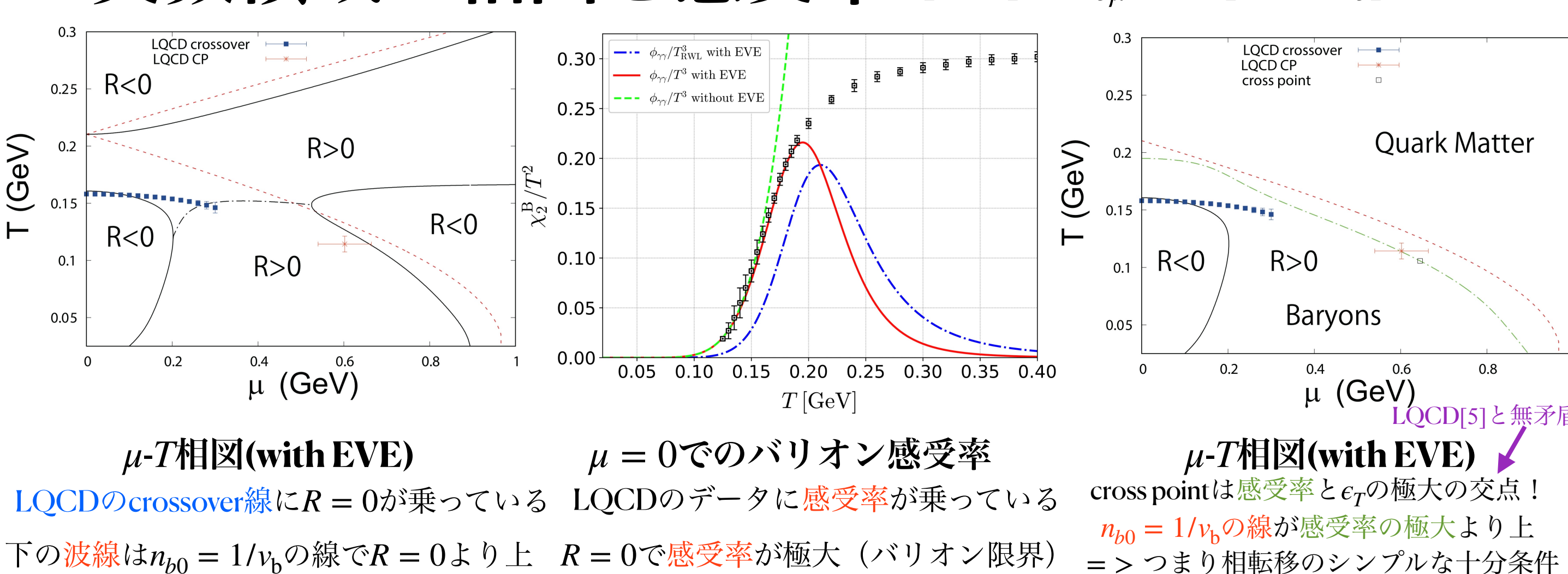
$v_b N$

$$n_{b0} = \frac{N}{V - v_b N} = \frac{n_b}{1 - v_b n_b}$$
$$n_b = \frac{n_{b0}}{1 + v_b n_{b0}} < \frac{1}{v_b}$$
$$P_b = \frac{T}{v_b} \log[1 + v_b B(T) e^{\mu/T}]; B(T) = \sum_{i \in \text{Baryon}} B_i(T), B_i(T) = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty dp p^2 e^{-\frac{1}{T} \sqrt{p^2 + m^2}}$$

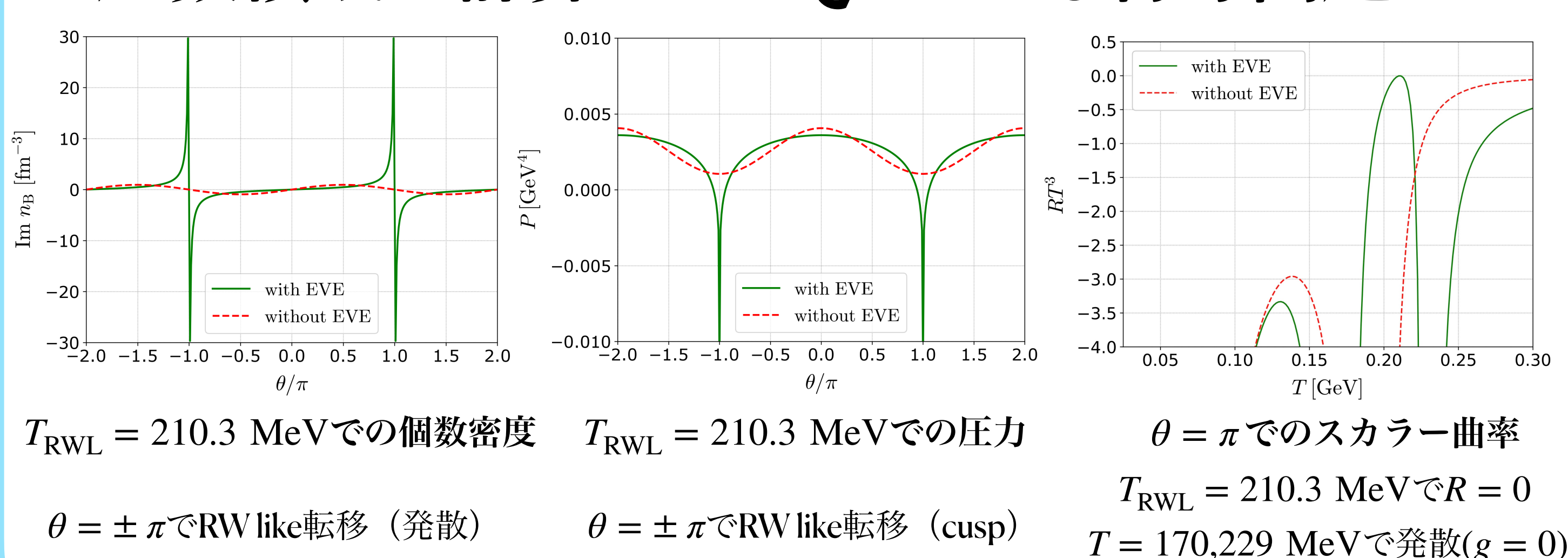
3. 実数領域の計算



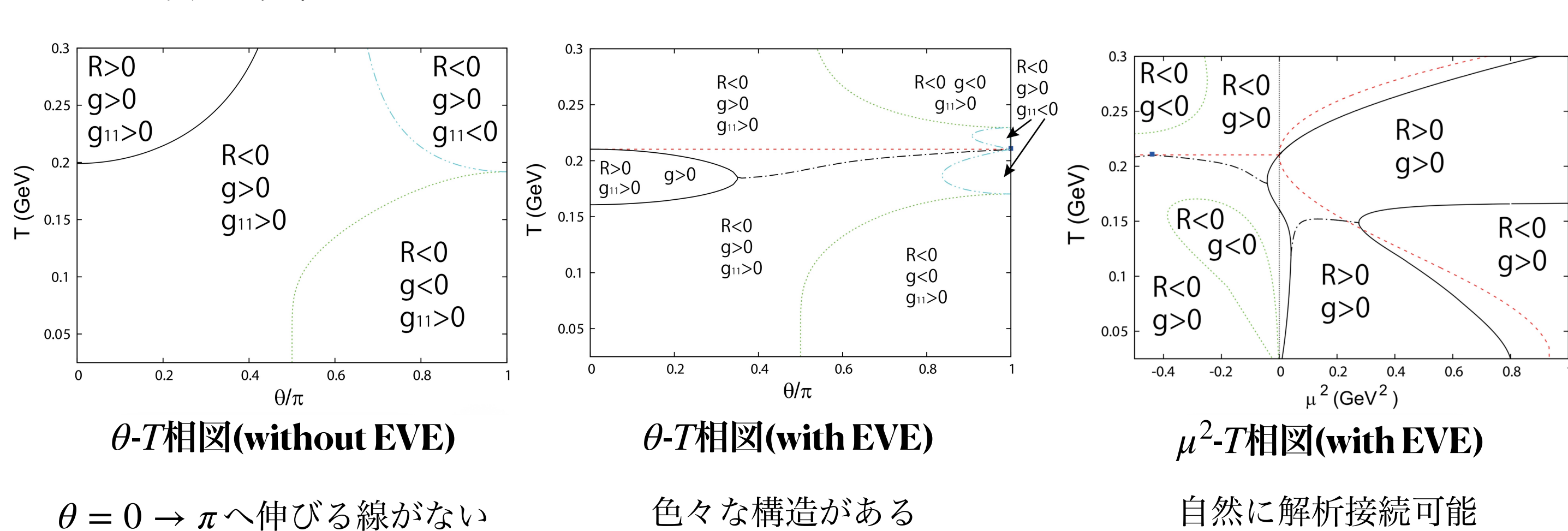
4. 実数領域の相図と感受率



5. 虚数領域の計算 ※LQCDでも符号問題なし



6. 虚数領域の相図



7. まとめと展望

- ① 熱力学幾何学という便利なツールを使うことで、体積排除効果を導入したHRG模型を用いて、新しい相図を描くことができた。
- ② 実数領域では、バリオン感受率が重要な役割をしていることが分かった。
- ③ 虚数領域におけるRW like転移点で、スカラー曲率がゼロとなった。
- ④ 虚数領域から実数領域の情報を引き出すことができ、自然な解析接続を実行できると判明した。
- ⑤ 自由度の解析も、くりこみ群のc定理と関連付けながら進めている[6]。
- ⑥ Hybrid模型の研究も進行中である[3, 7]。

8. 参考文献

- [1] P. Castorina, M. Imbrosiano, and D. Lanteri, Phys. Rev. D **98**, 096006 (2018), arXiv: 1809.05660.
- [2] R. Oshima, H. Kouno, M. Tachibana, and K. Kashiwa, Phys. Rev. D **113**, 094023 (2026), arXiv: 2601.16762.
- [3] H. Kouno and K. Kashiwa, Phys. Rev. D **109**, 054007 (2024), arXiv: 2310.09738.
- [4] R. Oshima, H. Kouno, and K. Kashiwa, Phys. Rev. D **111**, 014023 (2025), arXiv: 2311.14306.
- [5] H. Shah, M. Hippert, J. Noronha, C. Ratti, and V. Vovchenko, Phys. Rev. C **113**, L012201 (2026), arXiv: 2410.16206.
- [6] H. Kouno, R. Oshima, and K. Kashiwa, arXiv: 2603.02085.
- [7] H. Kouno, R. Oshima, M. Tachibana, and K. Kashiwa, Phys. Rev. D **111**, 01426 (2025), arXiv: 2410.11598.