

混合状態におけるトポロジカル秩序の 局所構造とパーコレーション

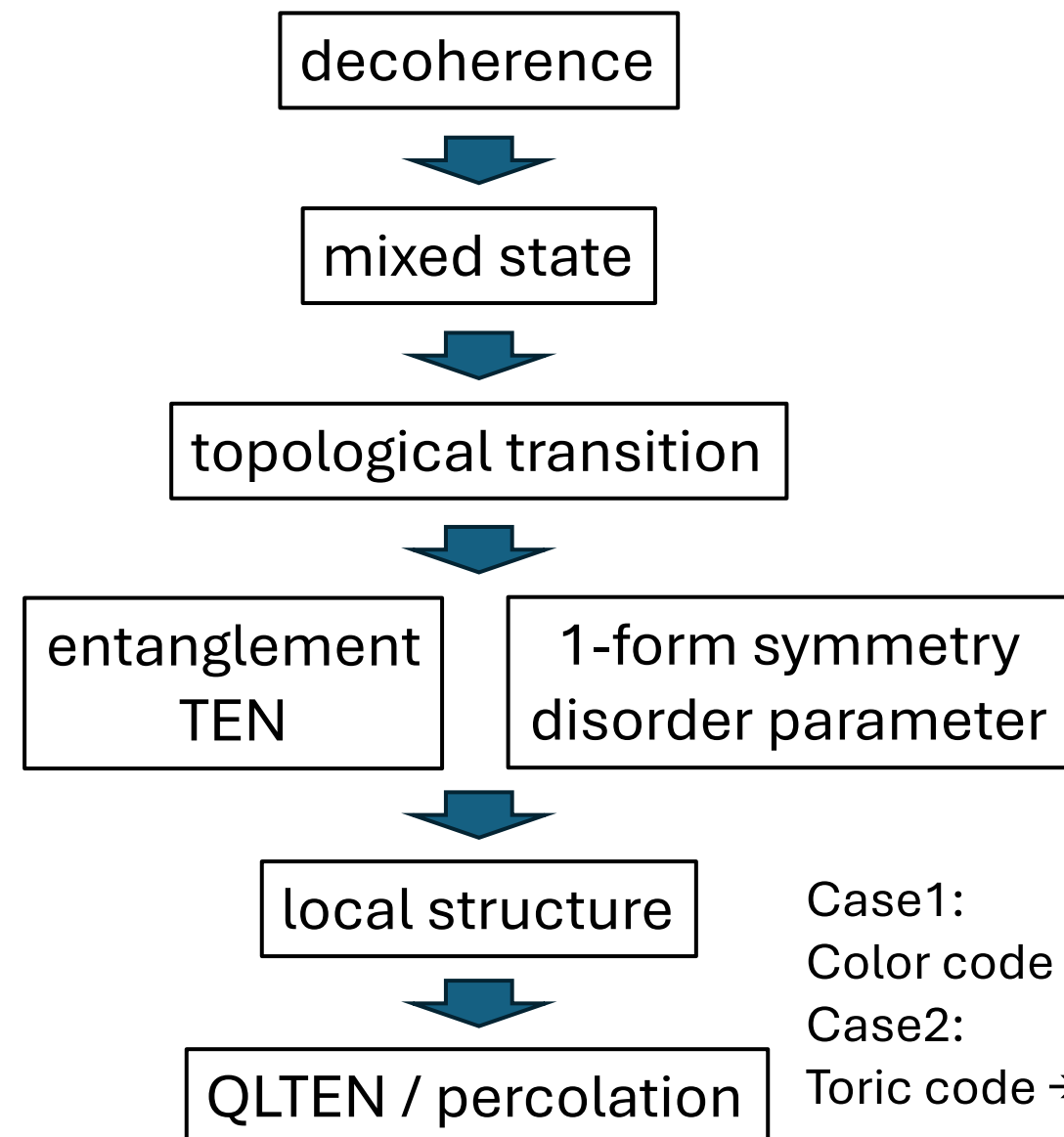
片岡啓介¹ 一瀬郁夫²

¹名城大学理工 ²名古屋工業大学工

- デコヒーレンスにより量子状態は混合状態となり、トポロジカル秩序は別のトポロジカル相、あるいは非トポロジカル相へ変化する。その転移過程を局所的にどう捉えるか？そもそもとらえることはできるのか？は十分理解されていない。

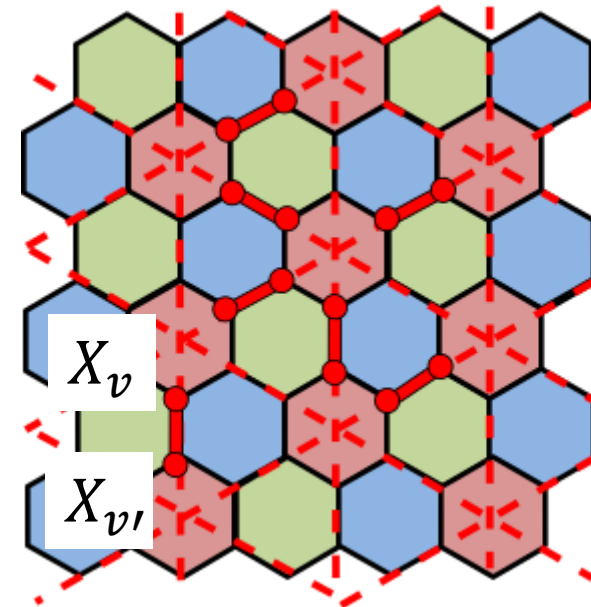
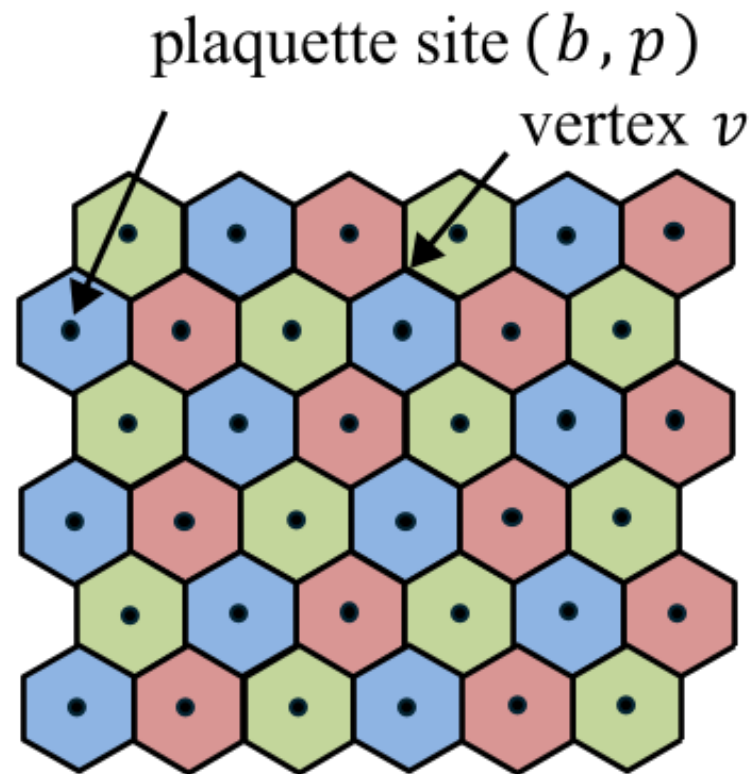
**混合状態のトポロジカル相転移は
局所的にはどのように進行するのか？**

Topological entanglementと1-form symmetryは
同じ転移を見ているのか？



Case1:
Color code → Toric code
Case2:
Toric code → Higgs phase

■ Color code



$$H_{CC} = - \sum_{(c,p)} \left(S_{(c,p)}^X + S_{(c,p)}^Z \right)$$

$$S_{(c,p)}^X = \prod_{v \in (c,p)} X_v, \quad S_{(c,p)}^Z = \prod_{v \in (c,p)} Z_v$$

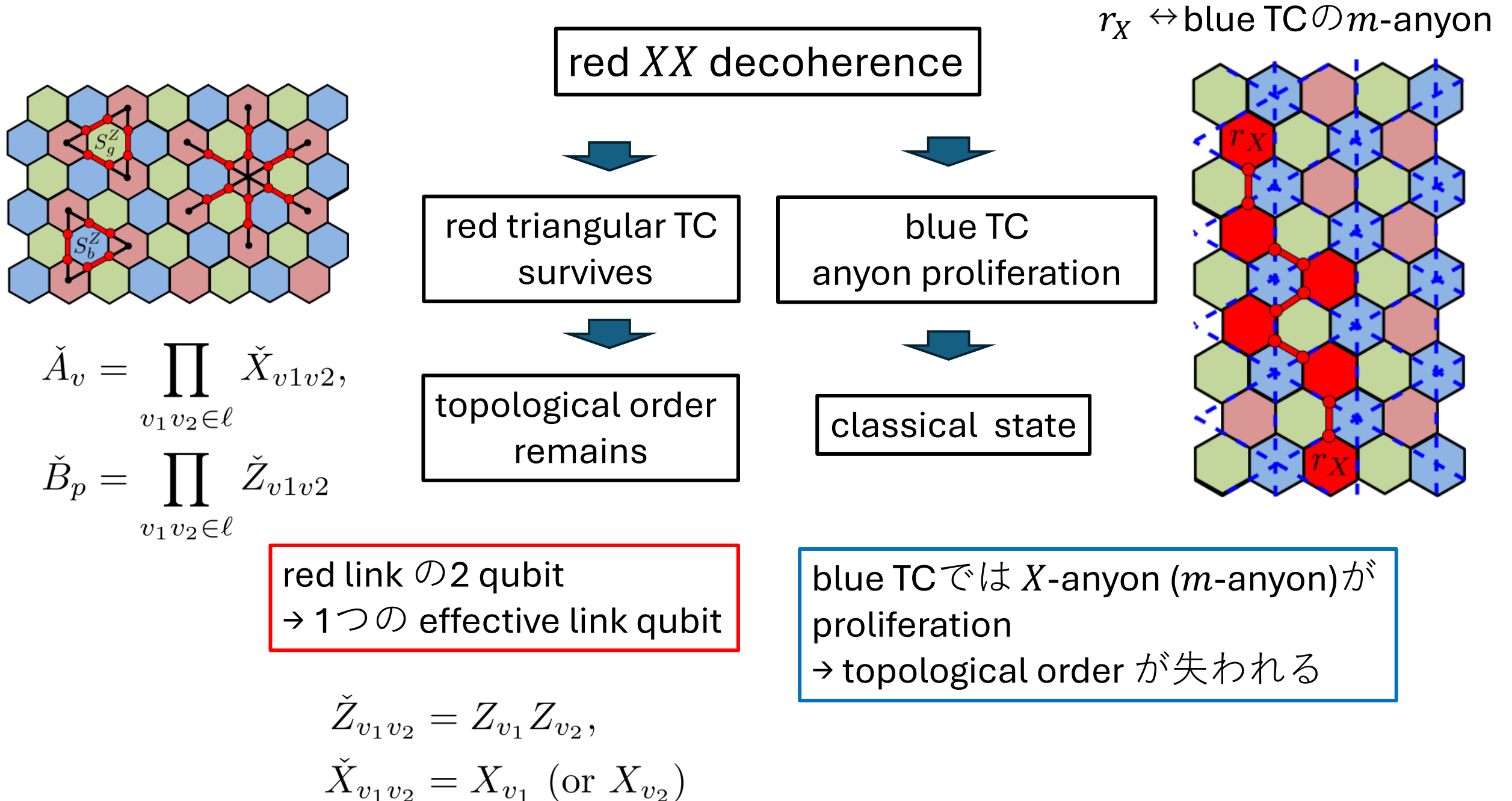
- qubit : honeycomb latticeのvertex(v)
- $c = r, g, b$ にスタビライザー $S_{(c,p)}^{X(Z)}$

- red XX decoherence ($p_r = 1/2$)

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{(v,v')}^{XX}[\rho] &= p_r \rho \\ &\quad + (1 - p_r)(X_v X_{v'}) \rho (X_v X_{v'}) \end{aligned}$$

red link上の XX decoherenceは、2つのred plaquetteに X -anyon pairを生成する。

■ Color code (CC) → Toric code (TC) by anyon proliferation



red-XX decoherence は Color code の2つのTC成分を非対称に変化させ、1つのTCだけを量的に残す。

■ Topological entanglement negativity (TEN) and 1-form symmetry

● Topological entanglement negativity

混合状態では entanglement entropy は古典的な相関も含むため、量子相関のみを見るために negativity を使う。

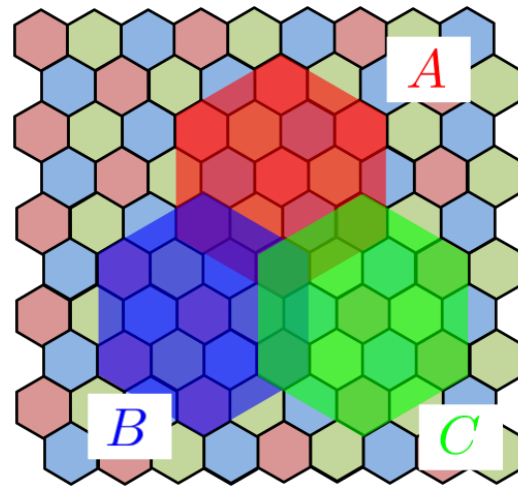
● negativity

$$N_A = \log_2 ||\rho^{\Gamma_A}||_1$$

● TEN

$$\gamma_N = -N_A - N_B - N_C + N_{AB} + N_{BC} + N_{CA} - N_{ABC}$$

Color code : $\gamma_N = 2 \rightarrow$ Toric code : $\gamma_N = 1$



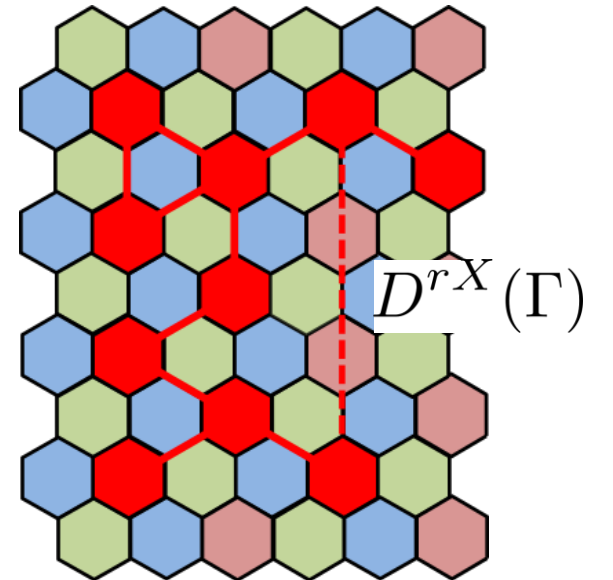
● 1-form symmetry

● closed loop

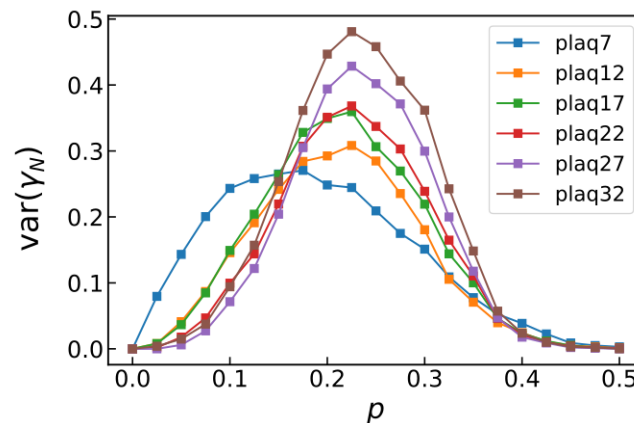
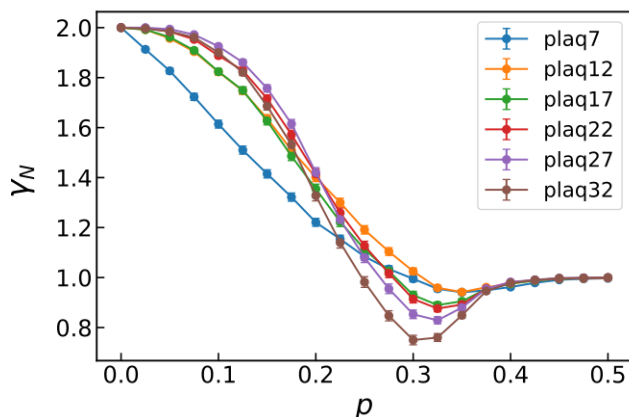
$$W^{rX}(\gamma_c) = \prod_{\ell \in \gamma_c} (XX)_{\ell}$$

● open string

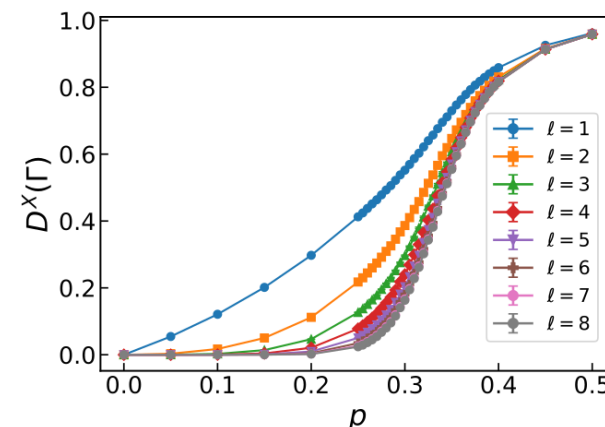
$$D^{rX}(\Gamma) = \prod_{\ell \in \Gamma} (XX)_{\ell}$$



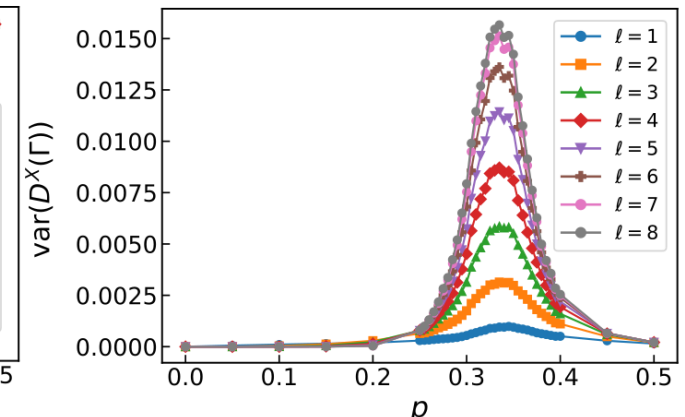
weak symmetry を $D^{rX}(\Gamma)$ で診断



$$p_c = 0.22$$



$$p_c = 0.31$$



■ Percolation picture of the transition

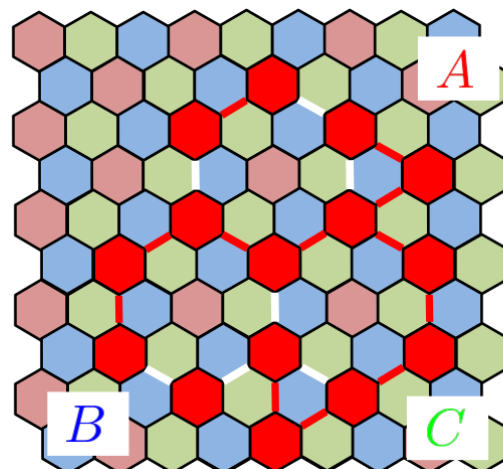
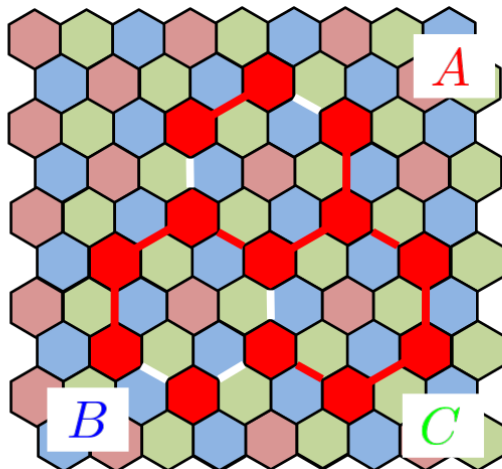
$$D^{rX}(\Gamma) \neq 0$$

open stringの両端が同じ S^Z clusterに含まれる.

1-form symmetryはcluster connectivityを見ている.

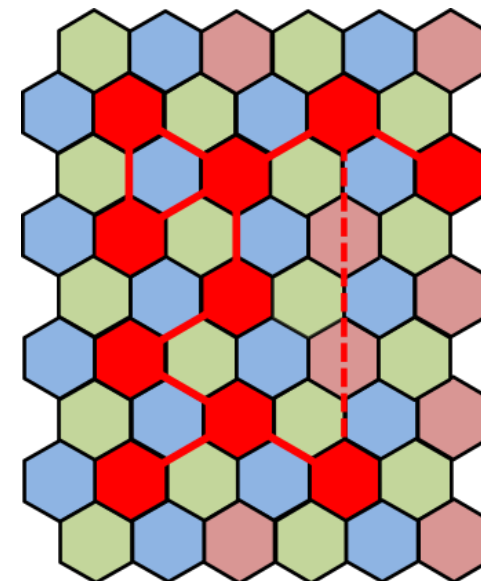
● TEN

⇒ quasi-closed loop around subsystem



● 1-form symmetry

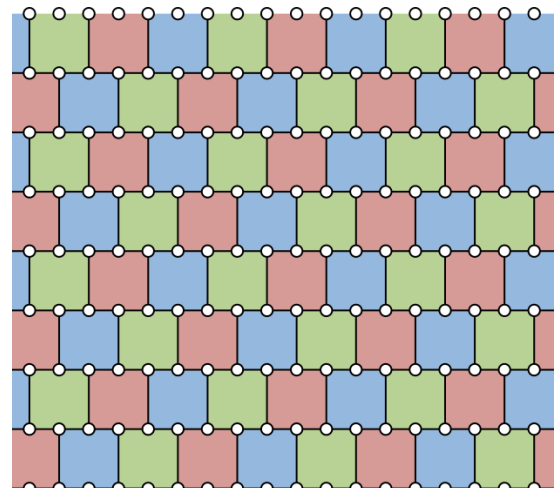
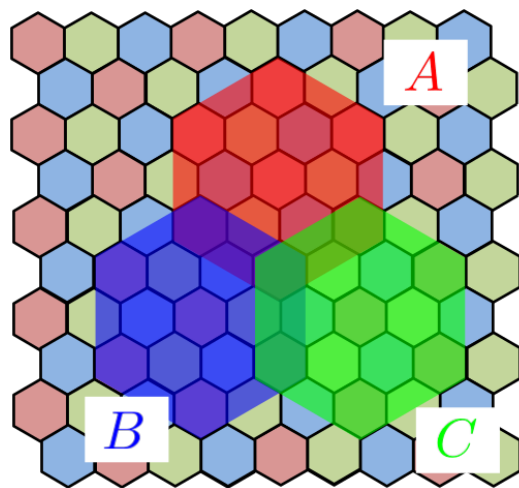
⇒ connected cluster



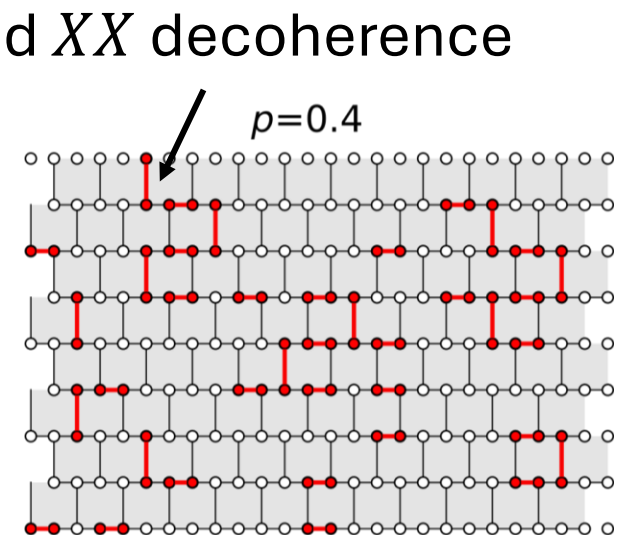
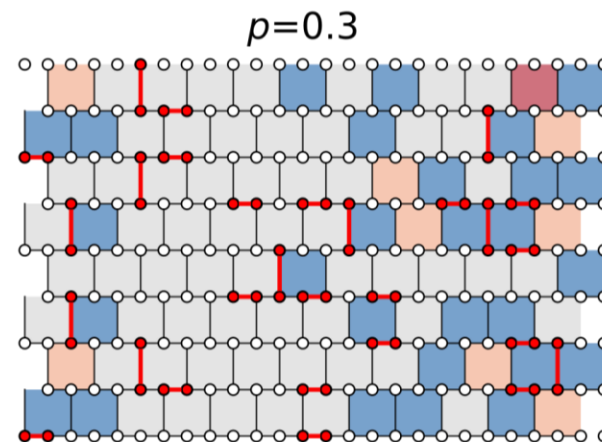
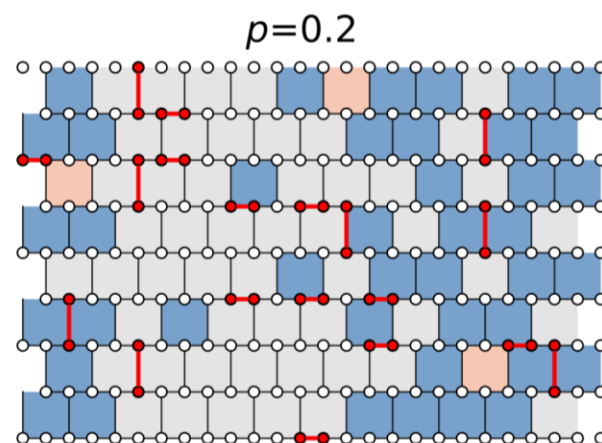
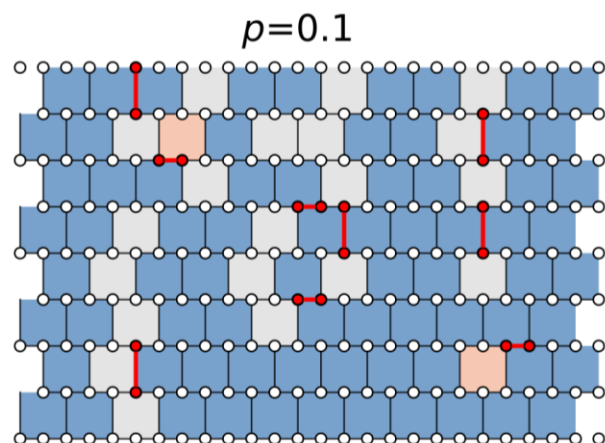
同じ decoherence network を見ても、
connectivityとloop formationは異なる段階で現れる。
⇒TENと1-form symmetryのいずれの説明

■ Quasi-local topological entanglement negativity (QLTEN)

- 通常のTEN だけでは転移途中の空間構造は見えない。
小さなsubsystemでTENを局所的に測定. (QLTEN)



	$\gamma_N = 2$	(Color code region)
	$\gamma_N = 1$	(Toric code region)
	$\gamma_N = 0$	
	$\gamma_N = -1$	



TC regionが出現



成長・合体

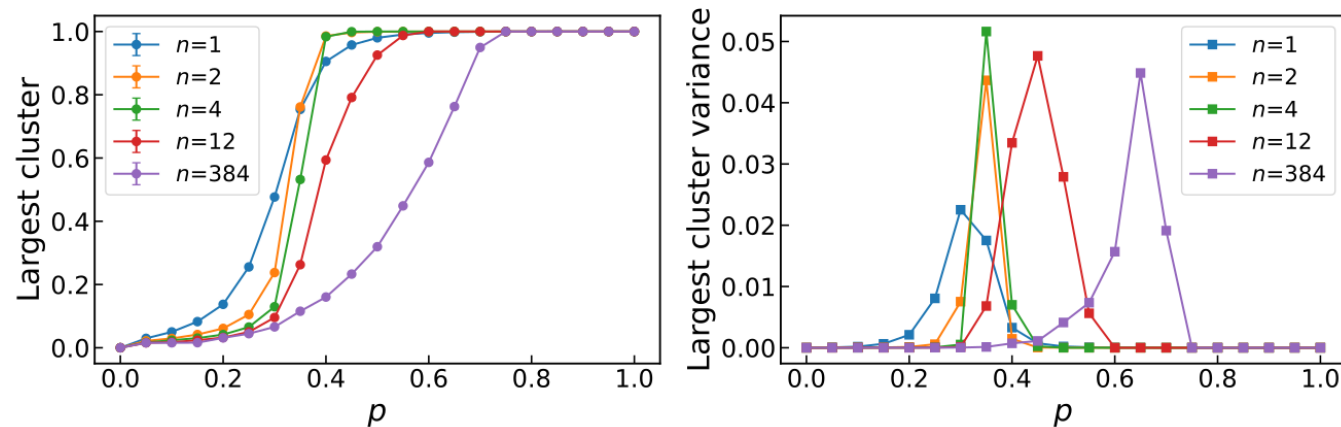


全体へ

QLTEN により転移途中の状態を「局所的なトポロジカル領域の成長」として可視化.

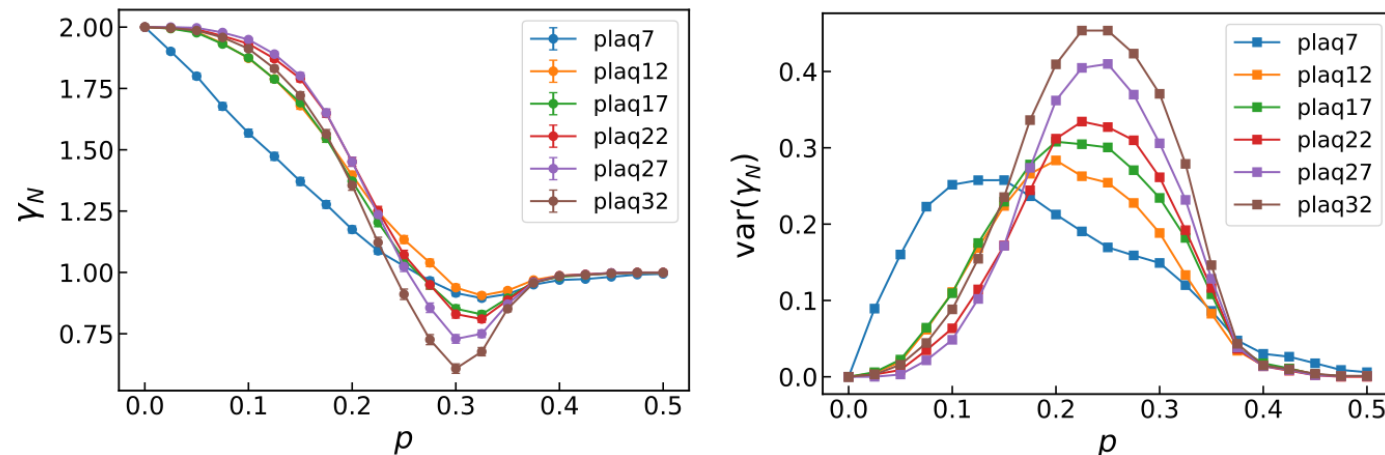
■ Explosive percolation (EP) and model dependence

- Decoherence cluster の成長を人為的に変える。

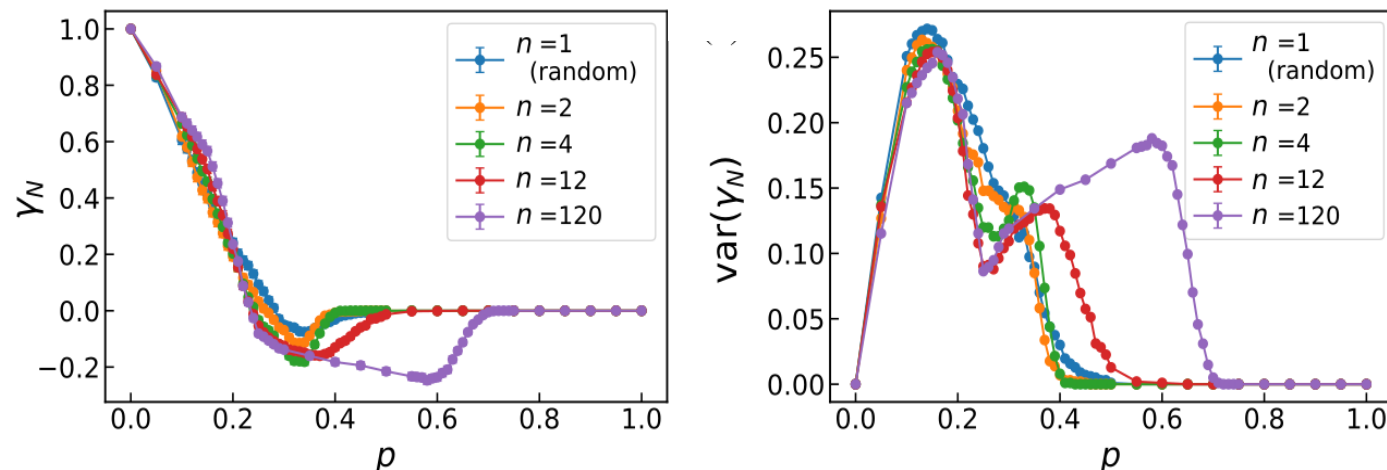


大きなclusterの形成を抑制 $\Rightarrow$ 急激なpercolationへ

- color code ($n = 384$, $n = 1$ は④)



- toric code



- Explosive percolation

n 本のlinkからクラスターサイズ
の積が小さくなるようにlinkを選
択してdecoherence

random ($n = 1$)



explosive ($n \gg 1$)

color code $\Rightarrow$ red toric code
EPにあまり敏感ではない。

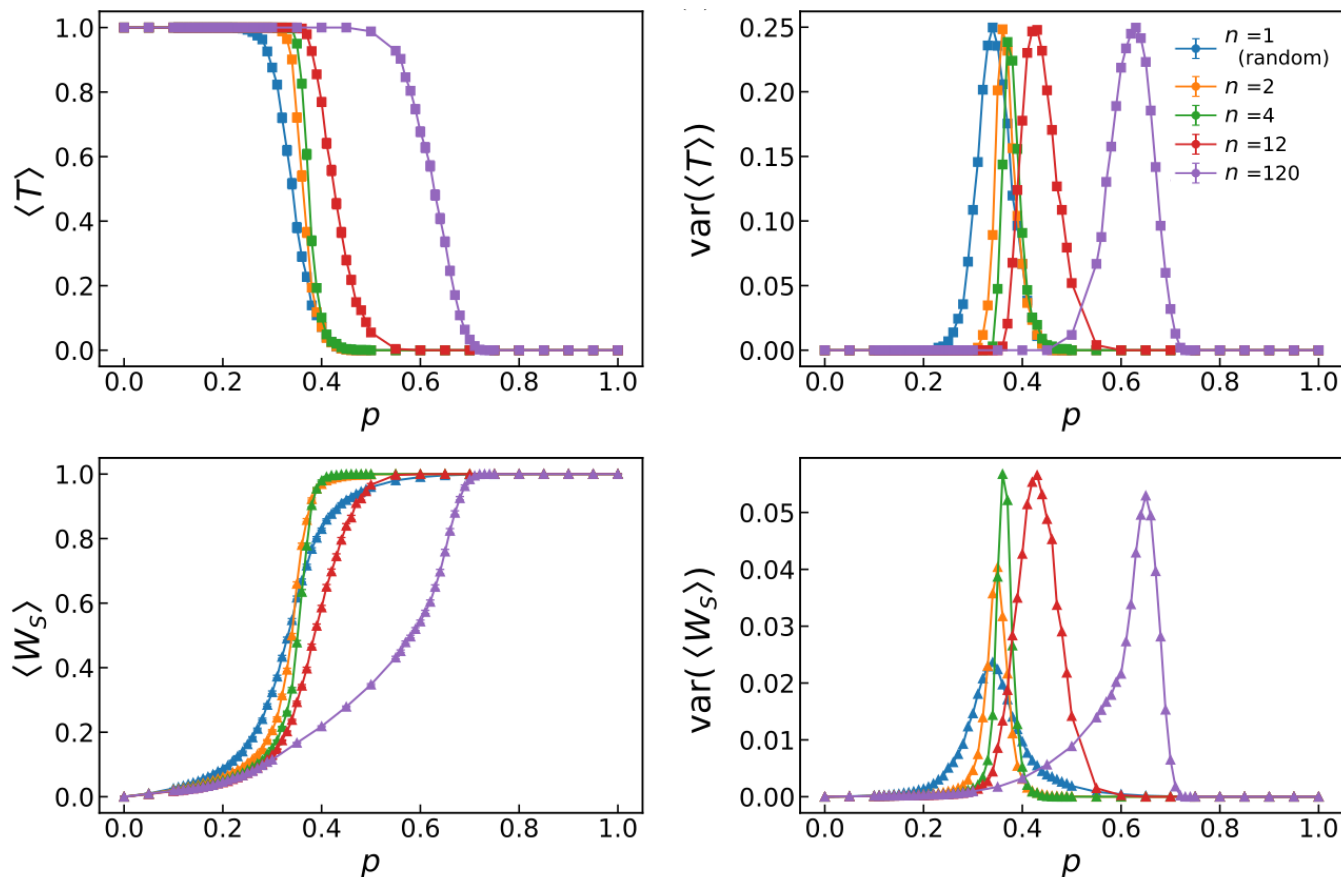
red toric code $\Rightarrow$ Higgs
EPの n に強く依存する。

■ QLTEN and survival of logical qubits (toric code → Higgs)

● Logical operators

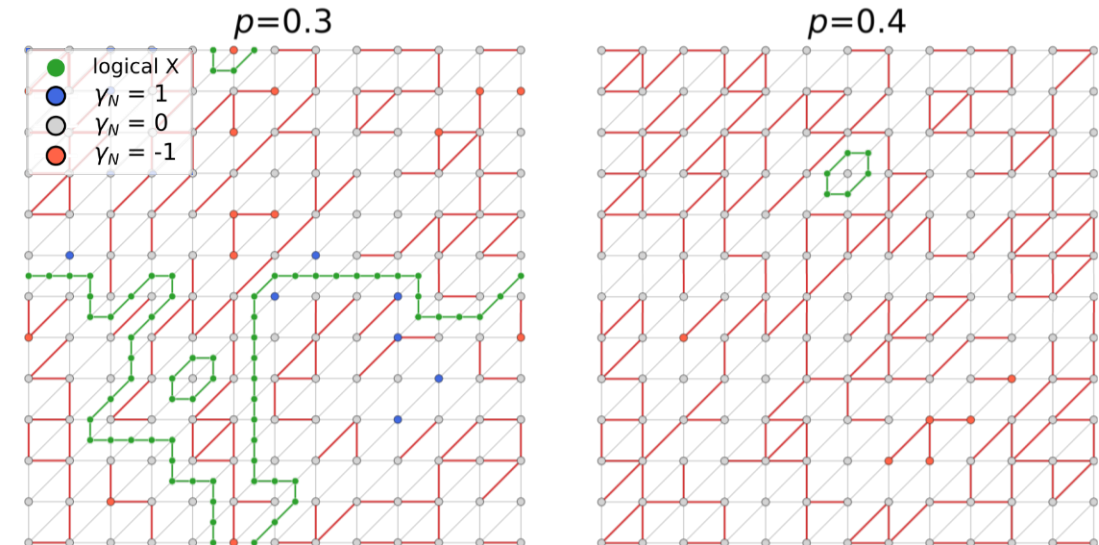
$\langle T \rangle$: logical operatorの生存率

$\langle W_S \rangle$: Higgs領域の発達

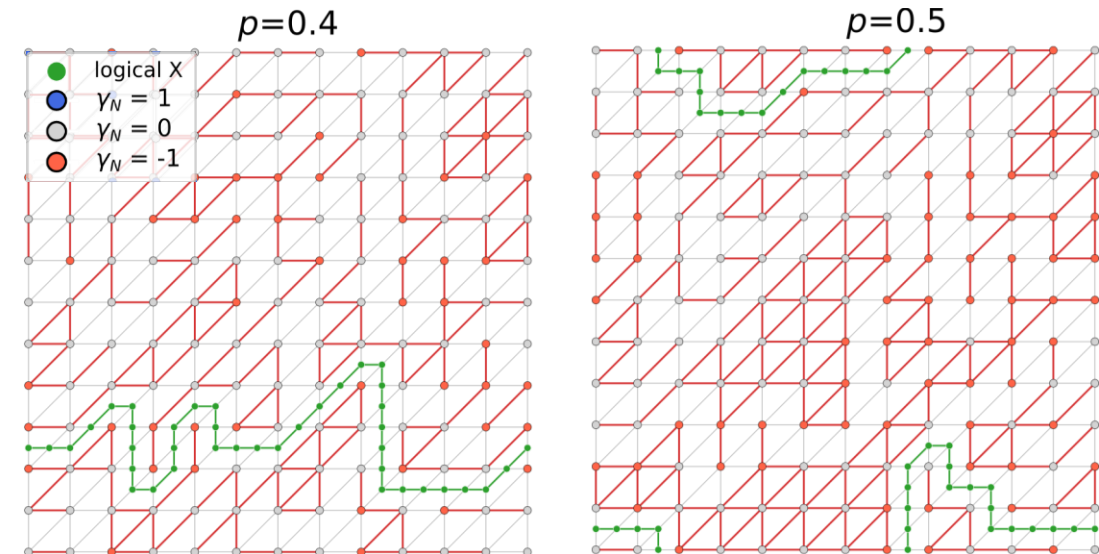


● QLTEN configurations

• $n = 1$



• $n = 120$



Summary

- デコヒーレンスによりCCからTCへの転移が生じる。
- QLTENにより局所的なトポロジカル領域を可視化。
- EPに対する応答はモデルに依存する。
- QLTENはエンタングルメントと論理情報を結ぶ。