

偏極を伴わない離散時間結晶

横田 猛 (大阪工業大学, 理研iTHEMS)

共同研究者: 池田 達彦 (ZEN大学, 理研RQC)

参考文献:

T. Yokota, T. N. Ikeda, Unpolarized prethermal discrete time crystal, to appear in Phys. Rev. A, arXiv:2501.09461

熱場の量子論とその応用, 東大物性研究所, 2025年9月5日

目次

1. 離散時間結晶 (DTC)

- ▶ DTCとは何か
- ▶ DTCの安定化
- ▶ DTCと偏極

2. 偏極を伴わないDTC

- ▶ アイデア
- ▶ スピン鎖での数値的検証

目次

1. 離散時間結晶 (DTC)

- ▶ DTCとは何か
- ▶ DTCの安定化
- ▶ DTCと偏極

2. 偏極を伴わないDTC

- ▶ アイデア
- ▶ スピン鎖での数値的検証

離散時間結晶 (DTC)

時間結晶

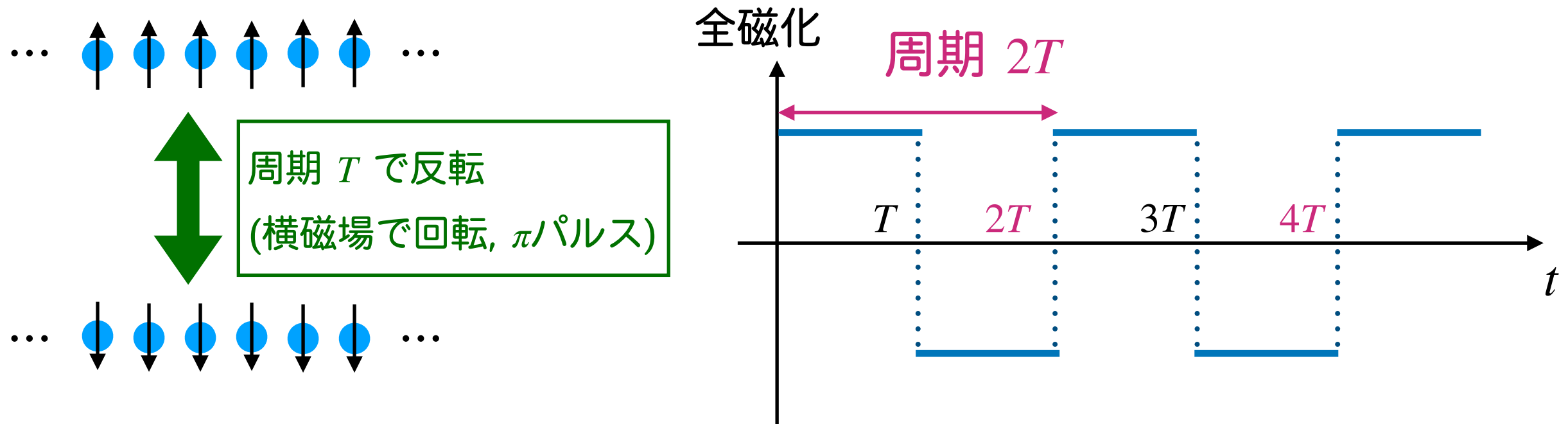
- ▶ 時間並進対称性の破れた秩序

Wilczek, PRL(2012)

離散時間結晶

- ▶ 周期外場下 (フロケ系) Else+, PRL (2016), Yao+, PRL (2017), Else+, PRX (2017)
- ▶ 外場の周期 T とは違う周期の秩序 (離散対称性の破れ)
 - 典型的な周期は $2T, 3T...$ (サブハーモニック応答)

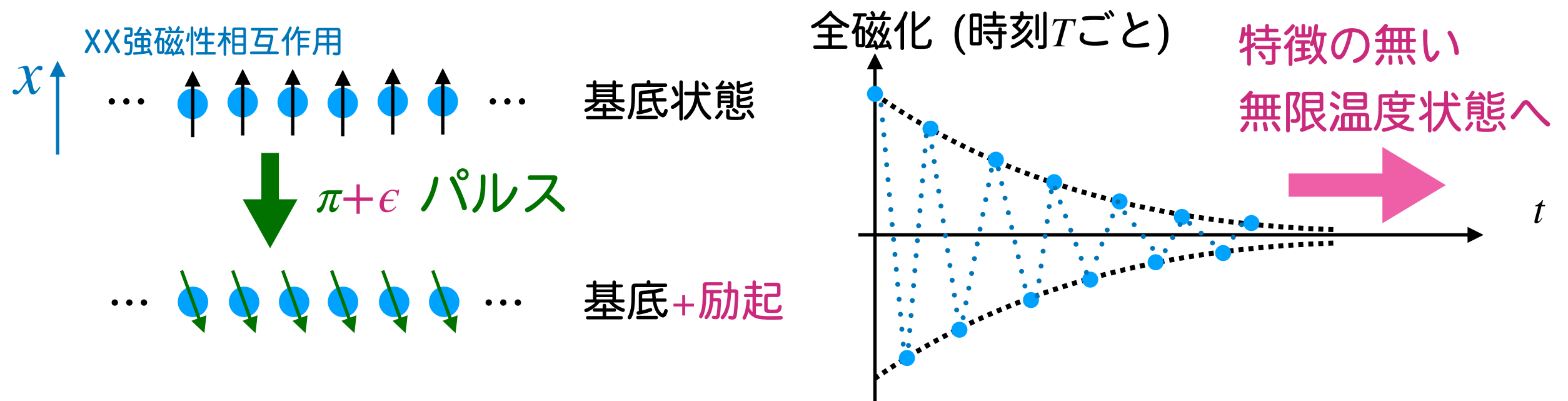
例 周期的に反転されるスピン系



DTCの安定性

(工夫をしなければ) 摂動に対し不安定

先ほどの例 π パルスの回転角が少しでもずれると系がどんどん励起される



一般に, フロケ系は駆動によりどんどん加熱されるので, 安定な秩序を得るのは難しい

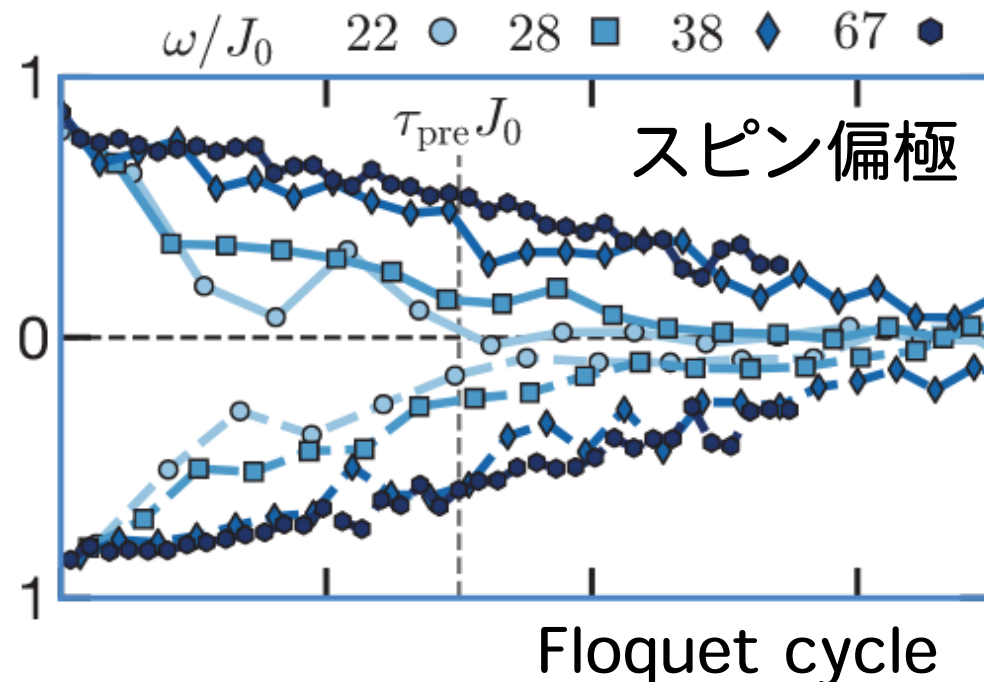
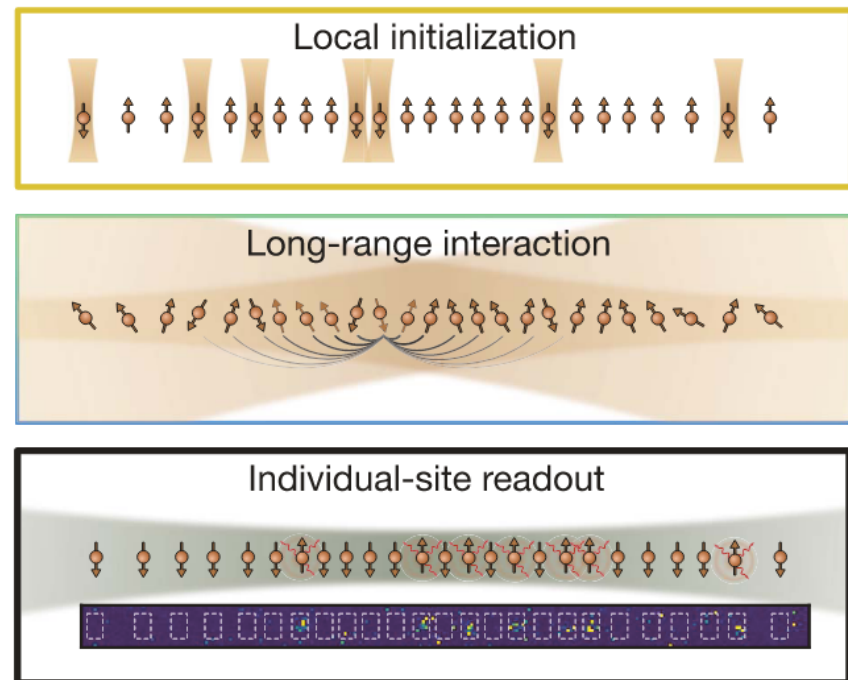
しかし, 特殊なメカニズムによりDTCを安定化できることが分かってきた (非平衡での新たな秩序)

DTCの実現例

イオントラップ系

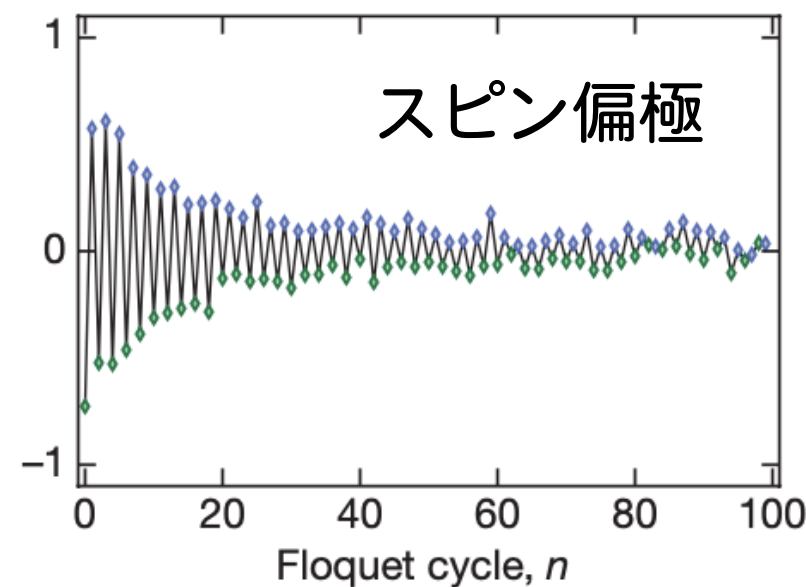
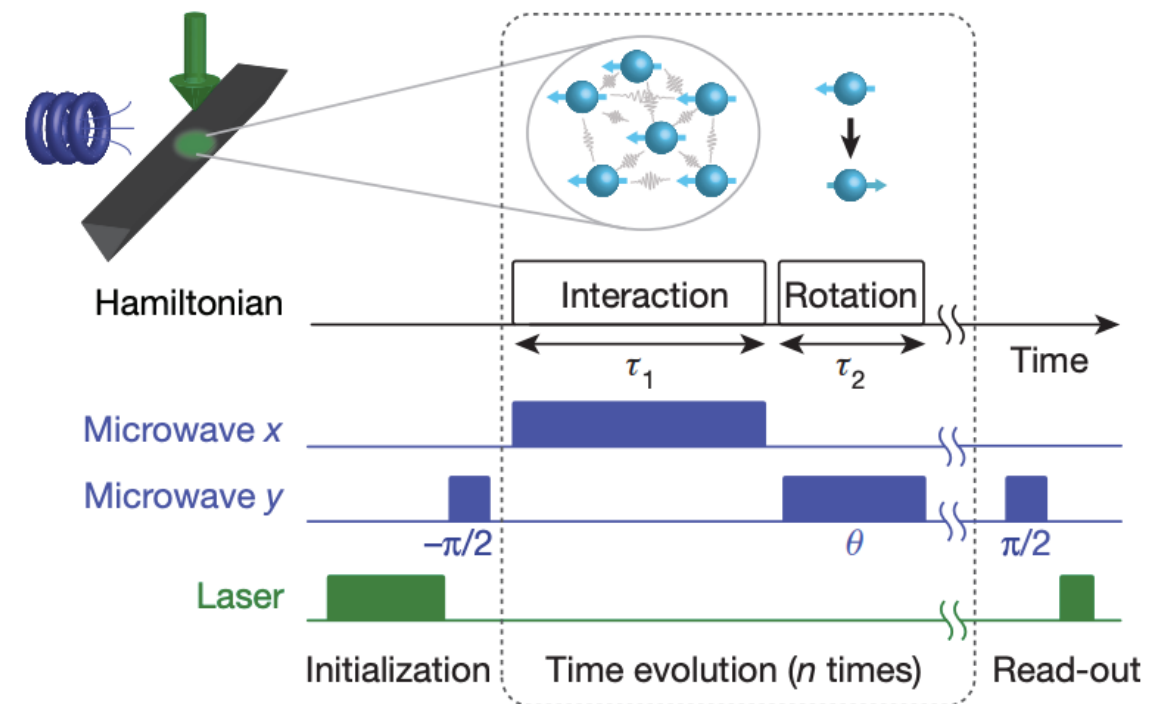
Zhang+, Nature(2017)

Kyprianidis+, Science(2021)

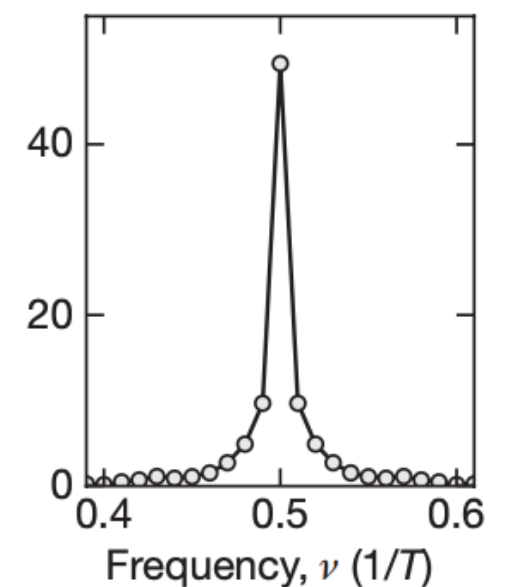


ダイヤモンドNVセンタースピン系

Choi+, Nature(2017)



フーリエ成分



DTC安定化のメカニズム

多体系局在 (MBL)

Else+, PRL (2016), Khemani+, PRL (2016)

- ▶ ランダム性を(磁場など)系に入れてDTCを安定化
- ▶ ランダム性があれば励起が局在化
 - c.f. アンダーソン局在 (粒子の局在化)
 - 局所的な摂動でも励起が全体に広がらないので安定化

Prethermalization ←今日の話

Else+, PRX (2017), Yao+, PRL (2017)

- ▶ 駆動周期を短くすると, 熱化までの時間が指数的に長くなる
 - Abanin+, PRL (2015), Kuwahara+, Ann. Phys. (2016)
- ▶ 有限(だが長い)寿命のDTCを実現し観測
- ▶ ランダム性が必要ない点の実験的実現が楽

Prethermalizationでの物理

近似有効ハミルトニアン Prethermalizationで実現する秩序を記述

▶ 1サイクル時間発展演算子 $U_f = \mathcal{T} e^{-i \int_0^T dt H(t)}$

▶ (厳密)有効ハミルトニアン $H_F = \frac{i}{T} \ln U_f$

c.f. Floquet ETH

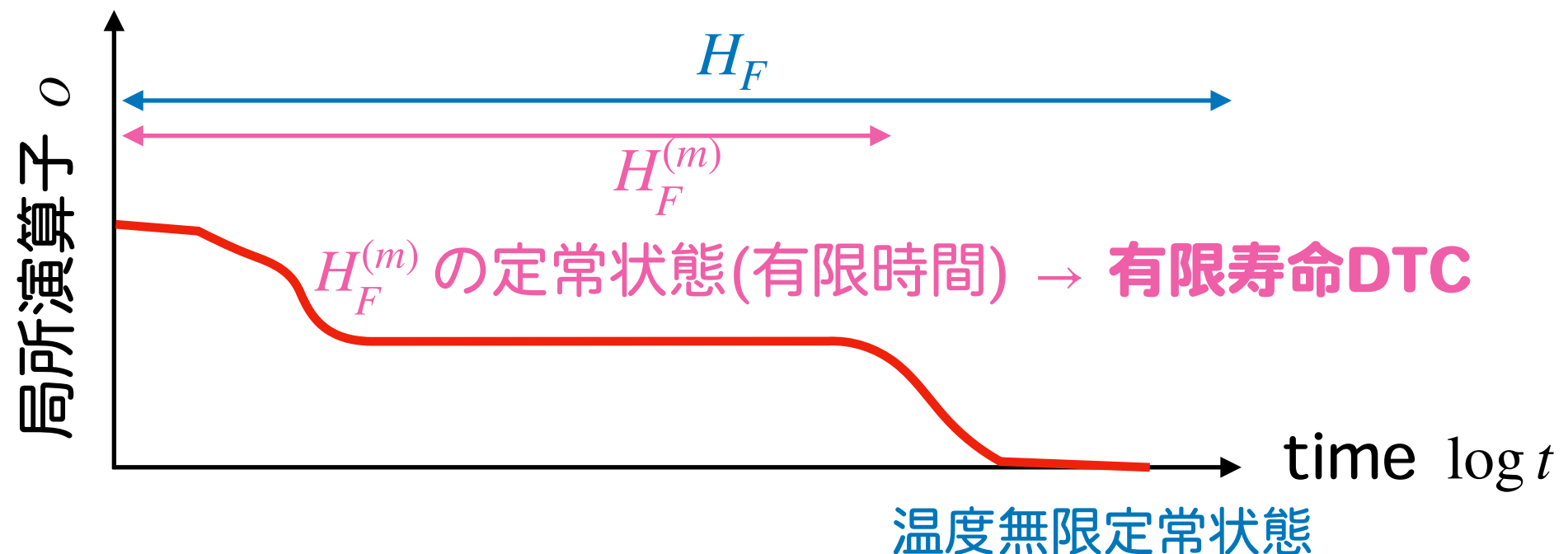
厳密な H_F : Nonlocal, 定常状態に特徴が無い (温度 ∞)

T 展開での近似 H_F : Local, 定常状態に特徴がある → **DTCの実現**

$$H_F^{(m)} = \sum_{l=0}^m h^{(l)} T^l$$

漸近展開

(近似が良くなる m に上限)



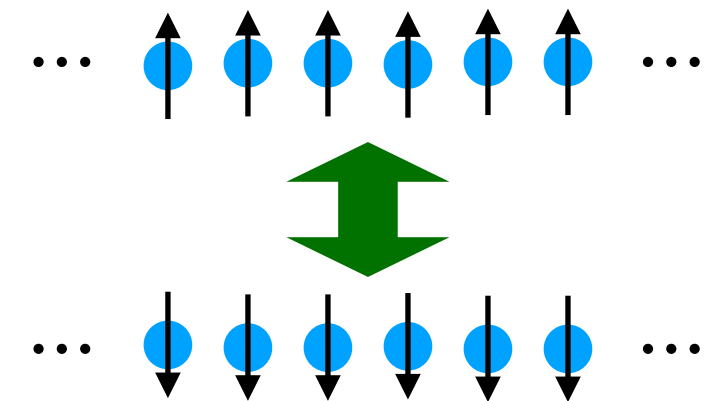
Prethermal DTC (PDTC)

Prethermal領域でDTCを得るセットアップ

SSB PDTC

- ▶ 近似 H_F がIsing対称性を持つように系をデザイン
- ▶ 対称性を破る基底状態間を反復 (磁化の反復)
- ▶ 低温で実現

Else+, PRX (2017)



U(1) PDTC

- ▶ 近似 H_F が保存量を持つように系をデザイン (近似的保存量)
- ▶ 異なる保存量の値を反復 (U(1)の保存量, 磁化の反復)
- ▶ 有限温度でもOK

Luitz+, PRX (2020)

いずれも全磁化の偏極を利用

偏極に依らないPDTCはあるか?→今回の研究

目次

1. 離散時間結晶 (DTC)

- ▶ DTCとは何か
- ▶ DTCの安定化
- ▶ DTCと偏極

2. 偏極を伴わないDTC

- ▶ アイデア
- ▶ スピン鎖での数値的検証

アイデア

スピン系を考える

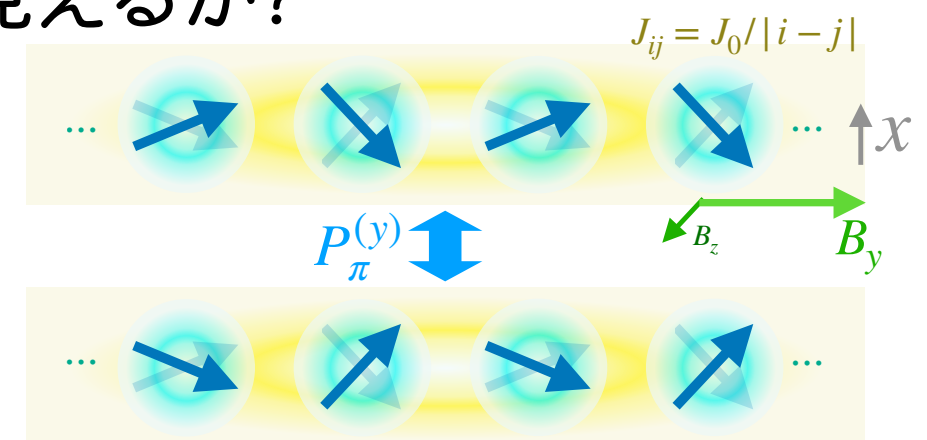
従来のSSB PDTC

- ▶ 近似 H_F の基底状態そのものより, **全偏極, (反強磁性では)Néel状態**を使用
- ▶ マクロな(交代)磁化がフリップする振る舞いでDTCを構成
- ▶ 基底状態が**SSBを示す場合**しかDTCが見れない
 - SSB無しでは, 以上の状態は基底状態から遠くダイナミクスが複雑に
 - 例: 近似 H_F が強い横磁場のスピン鎖模型だと常磁性的基底状態

今回のアイデア

- ▶ 近似 H_F の基底状態を使用 (Prethermal領域で状態が不変)
- ▶ スピン揺らぎの時間相関を通じ周期的な反転を見る
 - **SSBが無く** ネットな偏極がゼロでもDTCが見えるか?

➡ 偏極を伴わないPDTC

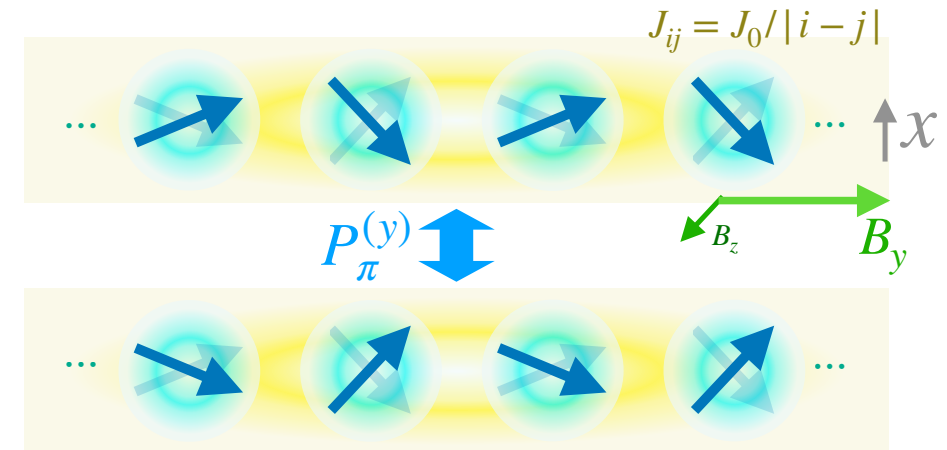


セッティングアップ

イオントラップ系を模した長さ L スピン鎖

時間発展 $U(nT) = (P_{\pi}^{(y)} e^{-iTH})^n$

π パルス & 時間発展 (周期 T)



▶ π パルス $P_{\pi}^{(y)} = e^{-i\frac{\pi}{2} \sum_{i=1}^L \sigma_i^y}$

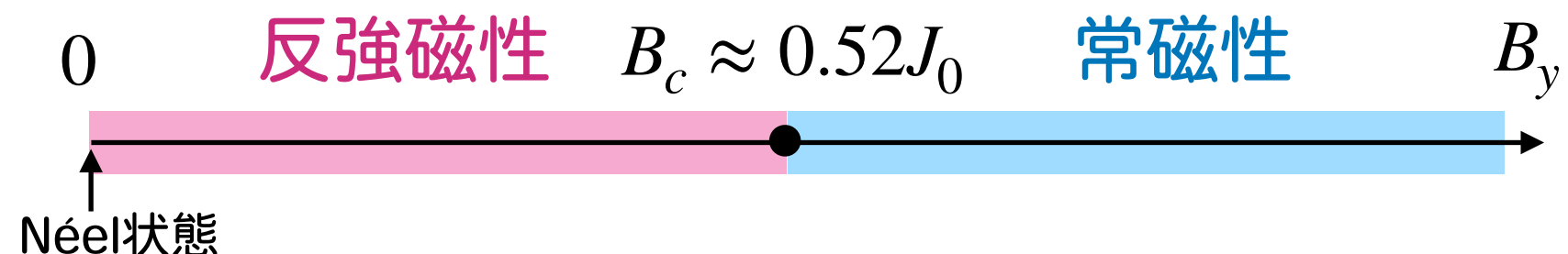
▶ ハミルトニアン $H = \sum_{i<j}^L J_{ij} \sigma_i^x \sigma_j^x + B_y \sum_{i=1}^L \sigma_i^y + B_z \sum_{i=1}^L \sigma_i^z$

長距離反磁性相互作用 $J_{ij} = \frac{J_0}{|i-j|} > 0$ ($\because$ イオントラップ)

$$B_z/J_0 = 1$$

近似有効 $H_F^{(0)} = \sum_{i<j}^L J_{ij} \sigma_i^x \sigma_j^x + B_y \sum_{i=1}^L \sigma_i^y$ 横磁場スピン鎖
(2-cycle)

▶ 基底状態 $|E_0\rangle$



スピン自己相関

交代磁化 $M_x^{\text{st}} = \sum_{i=1}^L (-1)^{i-1} \sigma_i^x$

期待値を見ても $B_y > B_c$ (常磁性相) ではDTCは見えない
スピン自己相関 (揺らぎ) ではどうか?

自己相関 $C(nT) = \mathcal{N}^{-2} \langle \psi | M_x^{\text{st}}(nT) M_x^{\text{st}} | \psi \rangle$

- $M_x^{\text{st}}(nT) = U(nT)^\dagger M_x^{\text{st}} U(nT)$
- $\mathcal{N}^2 = \langle \psi | (M_x^{\text{st}})^2 | \psi \rangle$

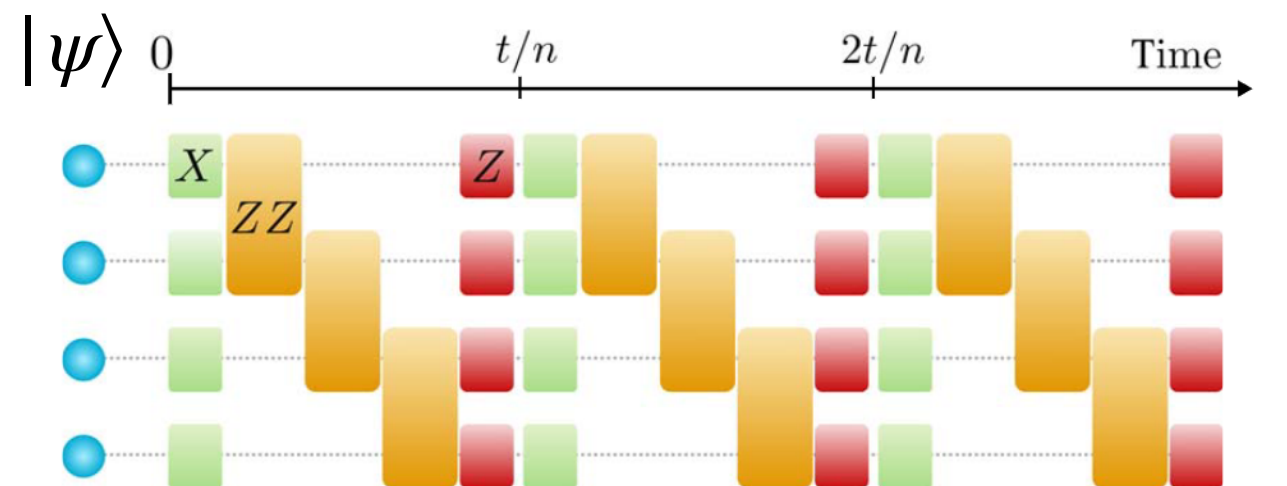
$|\psi\rangle = |E_0\rangle$, Néel (比較のため) で計算

計算法 $U(nT)$ のTrotter分解(量子ゲート化) & 量子回路シミュレータ

► Qulacs

- Suzuki+, Quantum (2021)
- 効率的なゲート演算

► $|E_0\rangle$: 厳密対角化で計算
(QuSpin)



Heyl+, Sci. Adv. (2019)

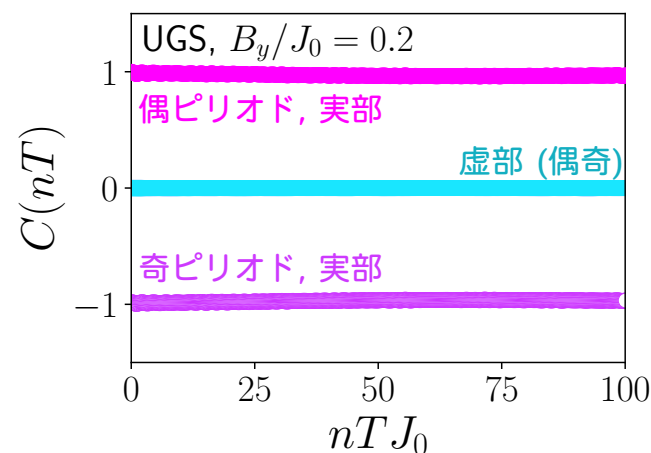
交代磁化の相関関数

$$L = 21, T = 0.1/J_0$$

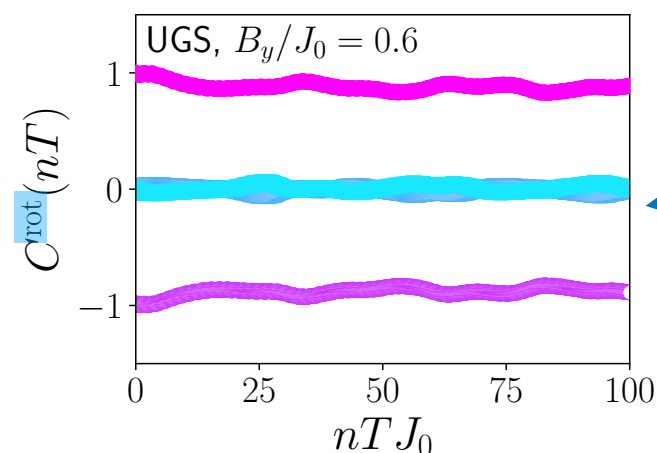
0 反強磁性相 B_c 常磁性相 B_y

$|E_0\rangle$

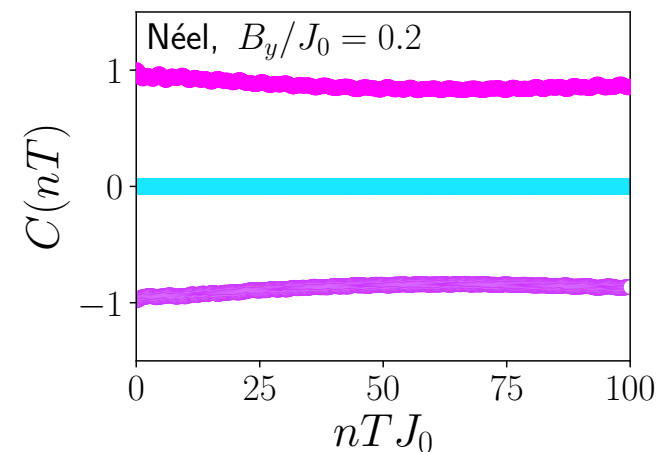
Unpolarized PDTC



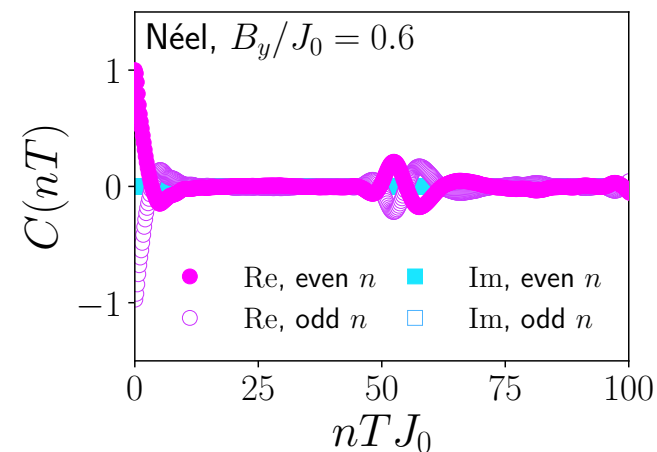
Unpolarized PDTC (rotation frame)



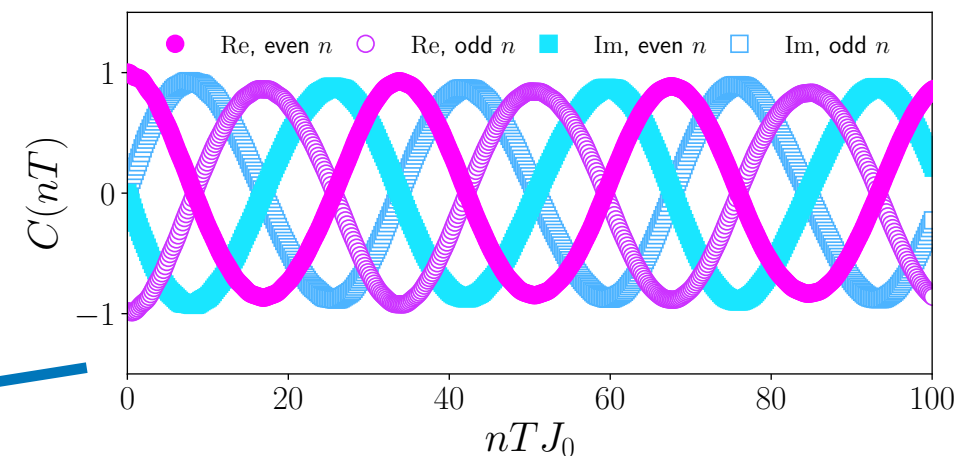
SSB PDTC



Absence of SSB PDTC



$|E_0\rangle$, 常磁性



位相を補正: $C^{\text{rot}}(nT) = e^{i\Omega nT} C(nT)$

$|E_0\rangle$ では常磁性相でも
DTC的振る舞いが得られた
(偏極を伴わないDTC)

ただし, 位相の回転が現れる

位相の変化の正体

複素回転は $H_F^{(0)}$ の $|E_0\rangle$ と第一励起状態 $|E_1\rangle$ とのエネルギー差 ΔE_{01} に対応

$$C(nT) \approx (-1)^n e^{-i\Delta E_{01}nT} \quad C(nT)\text{フーリエ成分} \quad \text{破線: } C(nT) = (-1)^n e^{-i\Delta E_{01}nT}$$

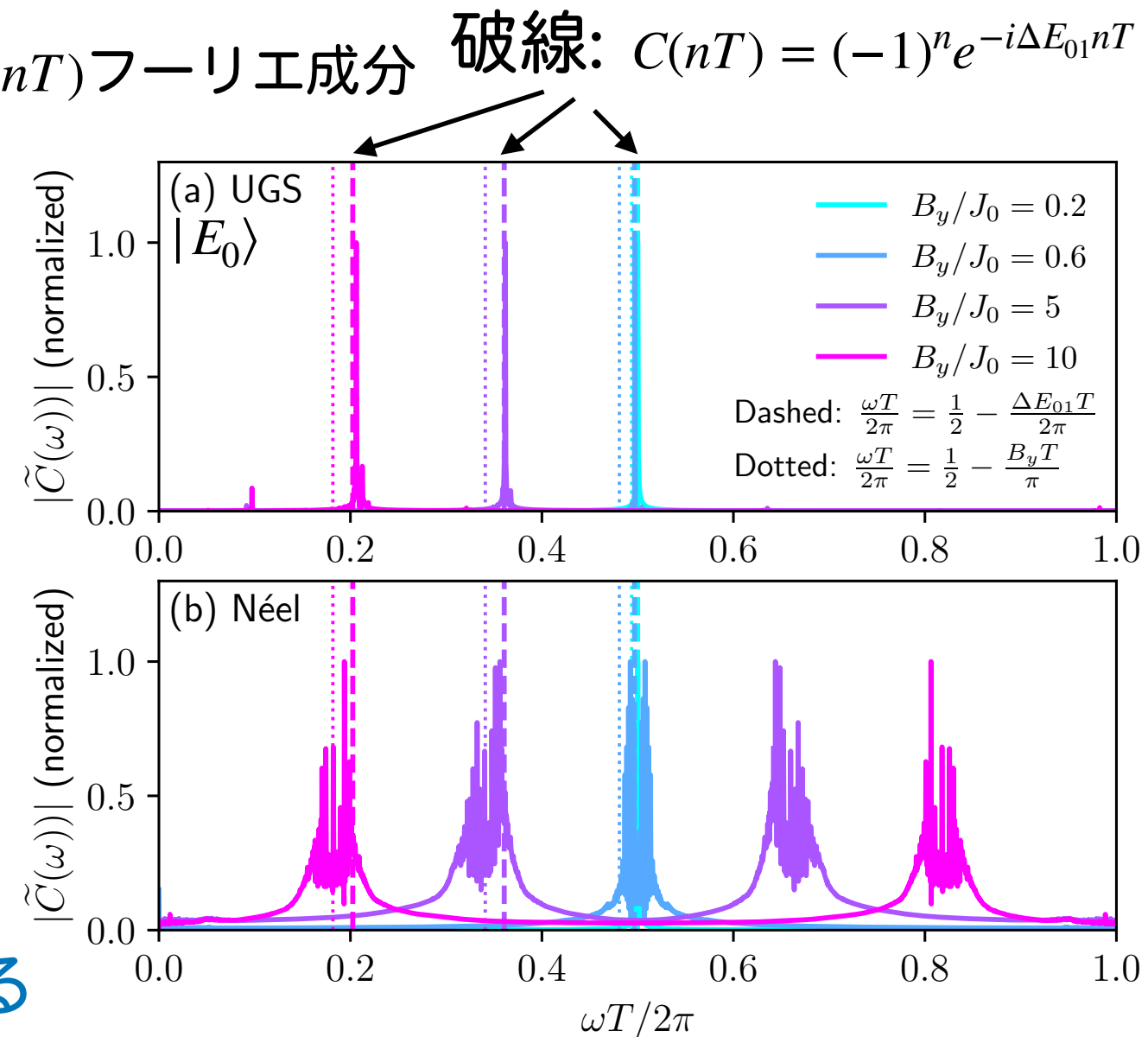
理由 $\frac{M_x^{\text{st}} |E_0\rangle}{\|M_x^{\text{st}} |E_0\rangle\|} \approx |E_1\rangle$

$|E_0\rangle$ に M_x^{st} をかけたもの $\approx |E_1\rangle$

スペクトル表示

$$C(nT) \approx (-1)^n \sum_{m \geq 1} e^{-inT\Delta E_{0m}} \frac{|\langle E_m | M_x^{\text{st}} | E_0 \rangle|^2}{\|M_x^{\text{st}} | E_0 \rangle\|^2}$$

$$\approx (-1)^n e^{-i\Delta E_{01}nT} \quad m=1 \text{ が生き残る}$$



$|E'_0\rangle \approx |E_1\rangle$ となる理由 $|E'_0\rangle = \frac{M_x^{\text{st}} |E_0\rangle}{\|M_x^{\text{st}} |E_0\rangle\|}$

$B_y = 0$ では $|E_0\rangle = |E_1\rangle$

$$|E_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\cdots\rangle + c|\downarrow\uparrow\cdots\rangle)$$

$$|E_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\cdots\rangle - c|\downarrow\uparrow\cdots\rangle)$$

$B_y \rightarrow \infty$

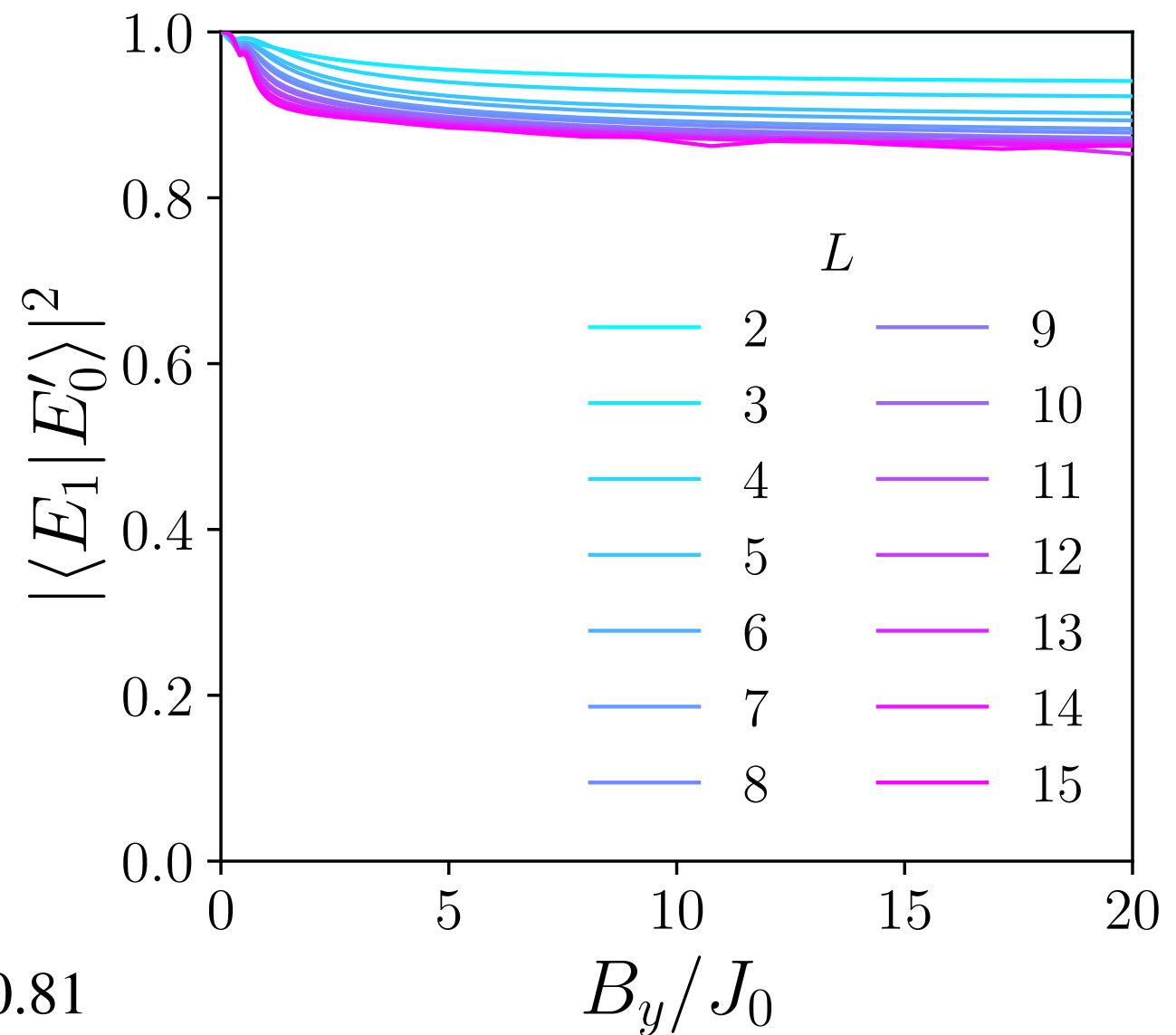
$$|E_0^{(0)}\rangle = |\leftarrow\rangle_1 \otimes \cdots \otimes |\leftarrow\rangle_L$$

$$|E_{1,k}^{(0)}\rangle = \sigma_k^x |E_0^{(0)}\rangle \quad (k = 1, \dots, L)$$

J_{ij} の摂動で第一励起状態の縮退が解ける

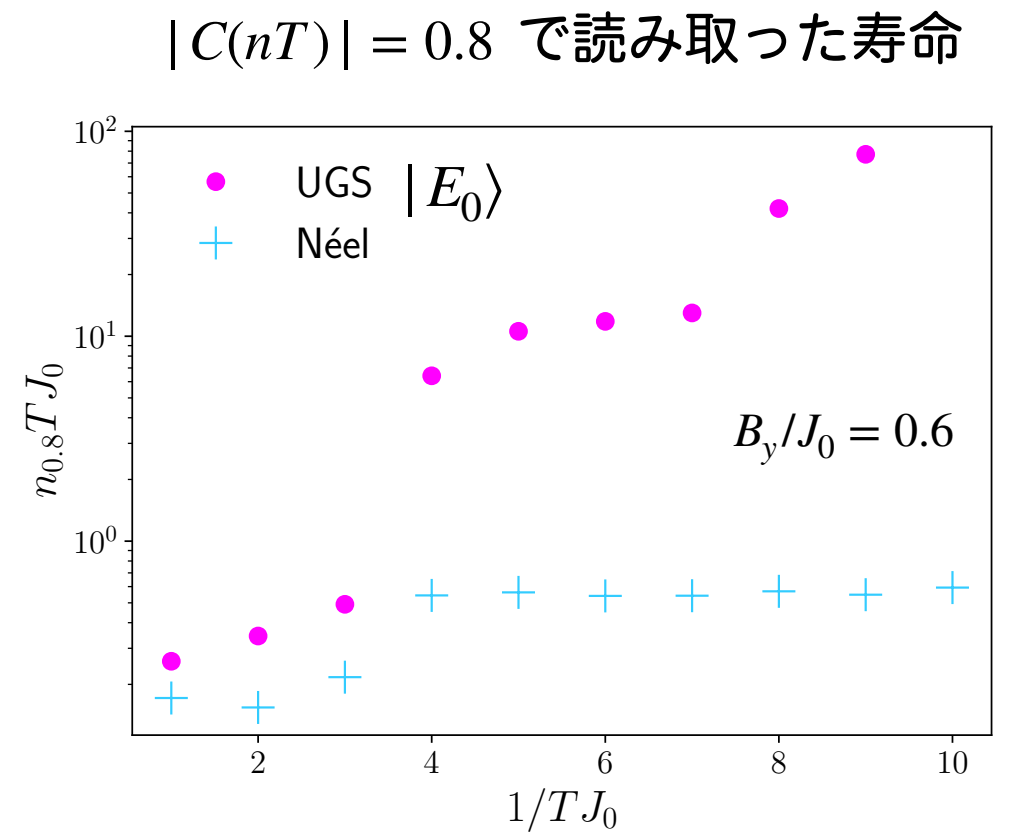
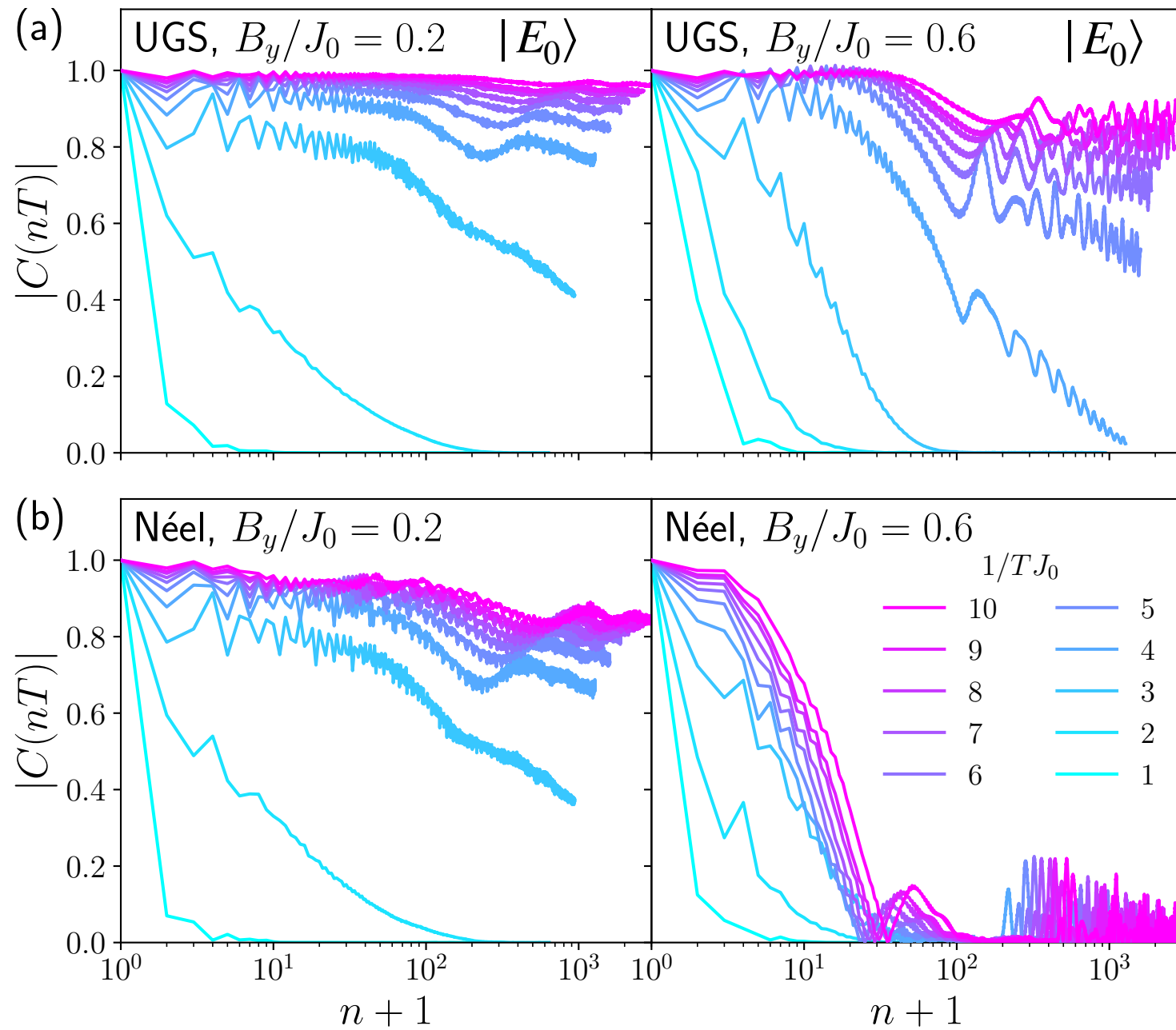
結果 $|\langle E_1 | E'_0 \rangle|^2 = \frac{2}{L^2 \sin^2(\pi/2L)} > \frac{8}{\pi^2} \approx 0.81$

厳密対角化の結果



$B_y = 0$ でも $B_y \rightarrow \infty$ でもオーバーラップ $|\langle E_1 | E'_0 \rangle|^2$ が大きくなる

Prethermalization による長寿命化



T を小さくすることによる寿命の指数的伸びが見られた

実験的提案

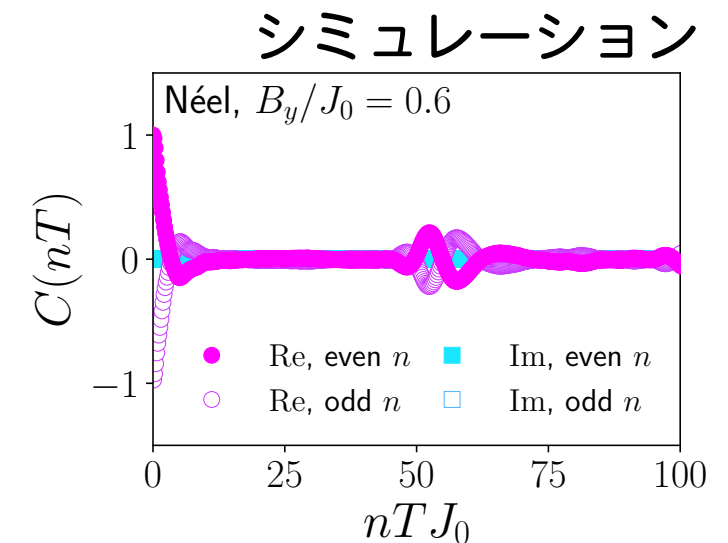
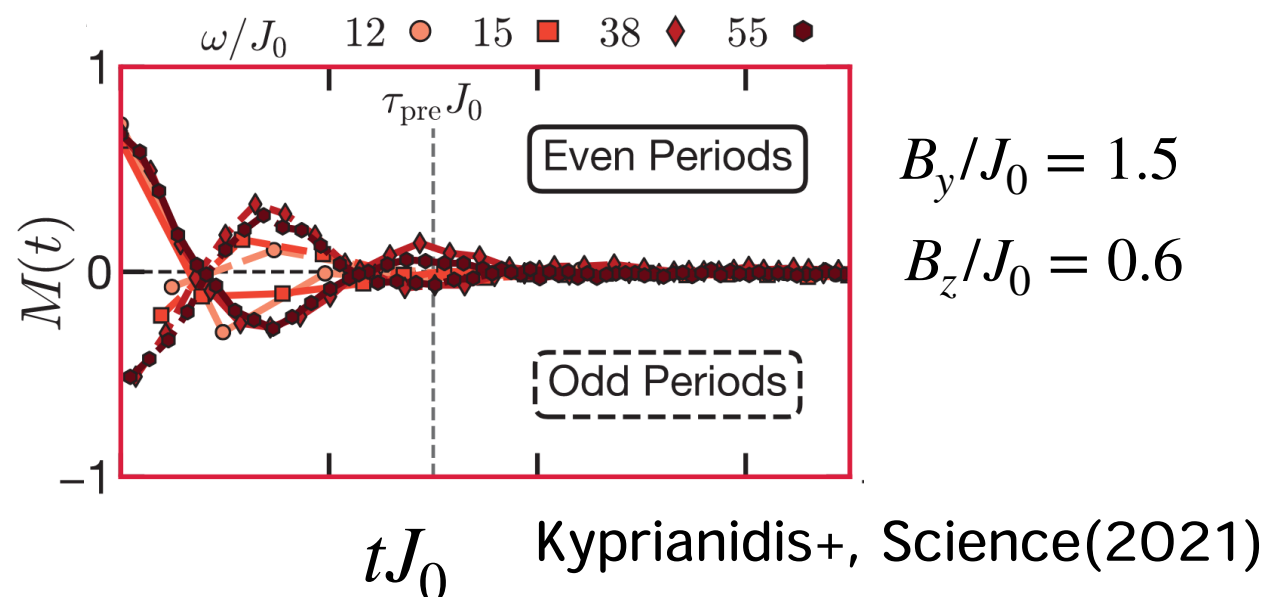
今回の模型: イオントラップ系

- ▶ $|E_0\rangle$: Adiabatic state preparation で準備
- ▶ 以下の表示が $\text{Im}C(nT)$ の測定に使えるのではないかな

$$\text{Im}C(nT) = \sum_{j=1}^L \frac{(-1)^{j-1}}{\mathcal{N}^2} \left(\langle M_x^{\text{st}}(nT) \rangle_j^{\frac{\pi}{4}} - \langle M_x^{\text{st}}(nT) \rangle_j^{-\frac{\pi}{4}} \right)$$

$\langle \dots \rangle_j^{\pm \frac{\pi}{4}}: e^{\mp i(\pi/8)\sigma_j^x} |E_0\rangle$ による期待値

c.f.) イオントラップで常磁性相でのNéel初期状態での測定



まとめ

離散時間結晶(DTC) フロケ系における、駆動周期とは異なる周期の秩序

今回の研究

系の偏極によらない

prethermal DTCを提案

- ▶ 近似 H_F の基底状態を使用
- ▶ スピン自己相関に着目

- ▶ 量子回路シミュレータでの解析
- ▶ 実験的提案

展望 今回の機構はどのくらい一般的?

強磁性相互作用などでも同様の結果が得られる

参考文献:

T. Yokota, T. N. Ikeda, Unpolarized prethermal discrete time crystal, to appear in Phys. Rev. A, arXiv:2501.09461

