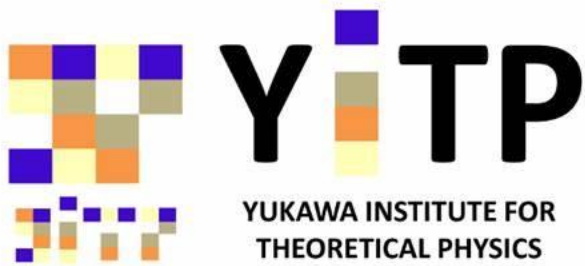


AdS₃ traversable wormholes via non-Hermitian interface CFTs



川本 大志
基礎物理学研究所 D3



@熱場の量子論2025

Based on work with

- N.Nakamura, R.Maeda and T.Takayanagi,
arXiv: **2502.03531**. published in JHEP
- J. Harper, N.Nakamura, R.Maeda and T.Takayanagi on-going

Review of AdS/CFT and Motivation for our work

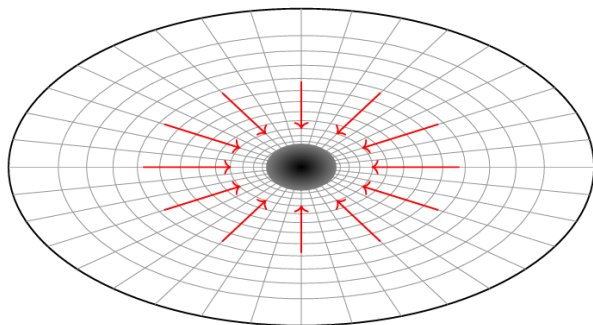
AdS/CFT 対応：量子重力= 量子多体系

[t Hooft'93, Suskind'94, Maldacena '97]

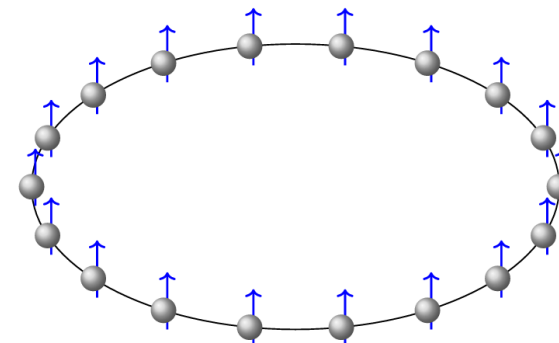
(d+1) dim. AdS量子重力理論

=

d dim. 強結合力学の量子多体系



理論が等価



一次元低い量子多体系 (CFT)

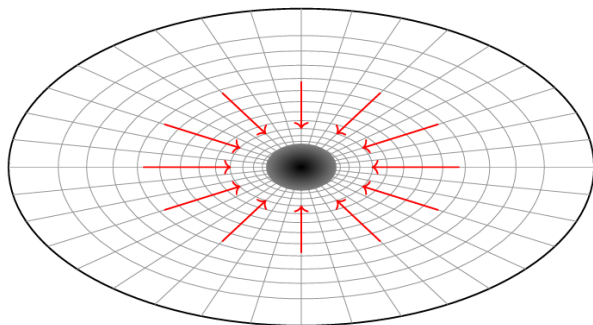
AdS/CFT 対応：量子重力= 量子多体系

[t Hooft'93, Suskind'94, Maldacena '97]

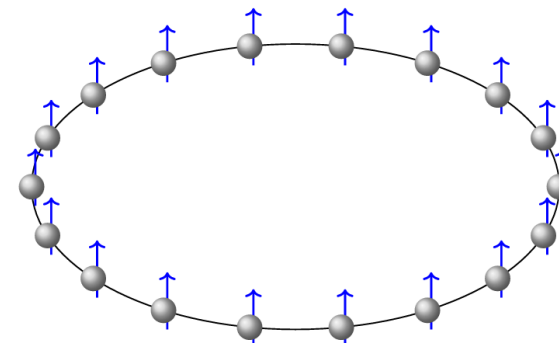
(d+1) dim. AdS量子重力理論



d dim. 強結合力オスの量子多体系



理論が等価



一次元低い量子多体系 (CFT)

ブラックホールは熱力学エントロピーを持ち、ホライズンの面積に比例



Extensiveな熱力学エントロピー

$$S_{BH} = \frac{\text{Area}}{4G_N}$$

d+1 dim. AdSのisometry $SO(d,2)$  d次元共形対称性 $SO(d,2)$

ブラックホール in AdS/CFT 対応

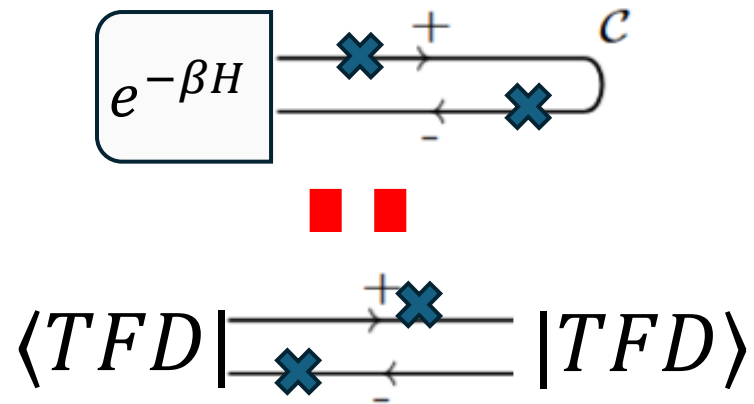
✓ AdS/CFT対応において

AdS ブラックホール = CFTの熱平衡状態

✓ 特に [Israel, Umezawa, Takahashi, Maldacena]

最大拡張されたブラックホール = Thermofield double state

$$\text{Tr}[O_1 e^{-\beta H} O_2] = \langle \text{TFD}(\beta) | O_{(1)} O_{(2)} | \text{TFD}(\beta) \rangle$$



ブラックホール in AdS/CFT 対応

✓ AdS/CFT対応において

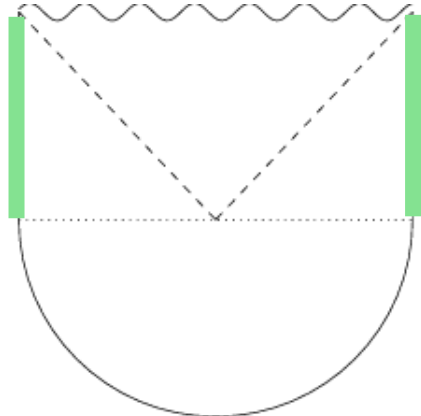
AdS ブラックホール = CFTの熱平衡状態

✓ 特に [Israel, Umezawa, Takahashi, Maldacena]

最大拡張されたブラックホール = Thermofield double state

$$\text{Tr}[O_1 e^{-\beta H} O_2] = \langle \text{TFD}(\beta) | O_{(1)} O_{(2)} | \text{TFD}(\beta) \rangle$$

$H_1 \cong H_2$



H_1 H_2 AdS/CFT

= $e^{-i(H_1 + H_2)t} | \text{TFD}(\beta) \rangle$

エンタングルメントと幾何 in AdS/CFT 対応

重力の幾何構造=量子状態のエンタングルメント構造

✓Holographic entanglement 公式[Ryu-Takayanagi;'06]

$$S_A[\rho] = \text{Min}_{\Gamma_A} \text{Ext}_{\partial\Gamma_A=\partial A, \Gamma_A \sim A} \left[\frac{\text{Area}[\Gamma_A]}{4G_N} \right].$$

(例1)

Log scaling in gapless系

[Holzhey, Larsen, Wilczek; '94, Korepin; '04, Calabrese, Cardy; '08]

$$S_A = \frac{c}{3} \log \frac{|A|}{\epsilon_{UV}}$$



AdSのhyperbolicな構造 (similar to MERA)

[Swingle; '09]



Figure from 高柳さんのHP ⁷

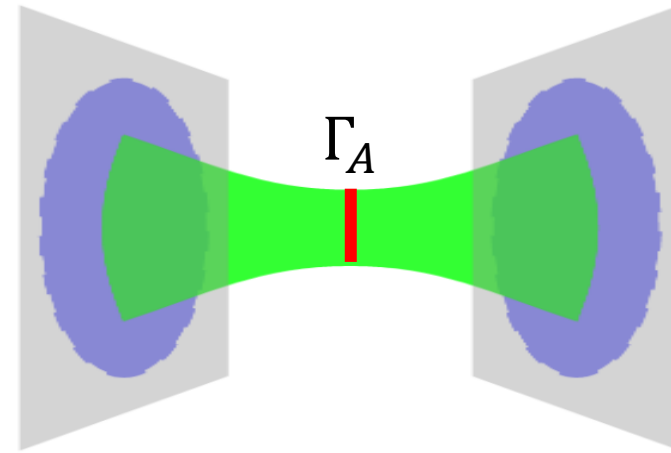
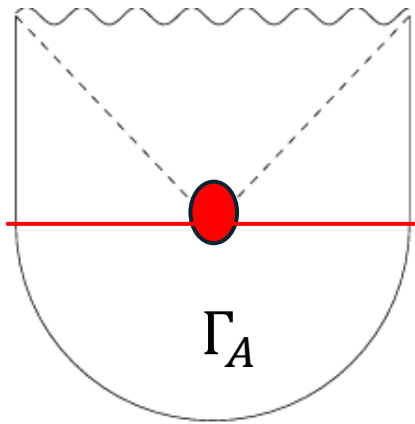
エンタングルメントと幾何 in AdS/CFT 対応

様々な幾何構造=量子状態のエンタングルメント構造

✓ホログラフィックエンタングルメントエントロピー公式[Ryu-Takayanagi;'06]

$$S_A[\rho] = \text{Min}_{\Gamma_A} \text{Ext}_{\partial\Gamma_A=\partial A, \Gamma_A \sim A} \left[\frac{\text{Area}[\Gamma_A]}{4G_N} \right].$$

(例2) TFDのエンタングルメント $\longleftrightarrow$ ワームホール(ER bridge) [Raamsdonk; '10]



パラダイム：ER (ワームホール) = EPR (エンタングルメント)

通行可能なワームホール

✓重力理論のLorentzianワームホールには

①通行可能でない⇒BHのERブリッジ

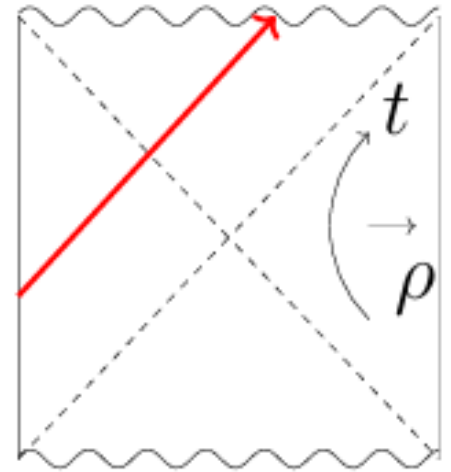
②通行可能

の二種類がある.

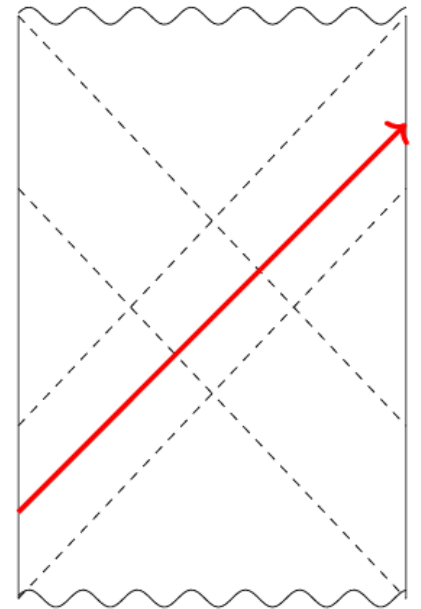
✓通行可能なワームホールはAdS/CFT対応における量子テレポーテーションなどの実現などで重要[Gao,Jafferis,Wall]

✓しかし、普通のAdS/CFTではエネルギー条件などで通行可能ワームホールは禁止されている

①通行不可



②通行可



ワームホール in AdS/ CFT : 先行研究

✓二つのCFTの間のdouble trace変形

$$H_{\text{int}} = \int d^d x \mathcal{O}_1(x) \mathcal{O}_2(x)$$

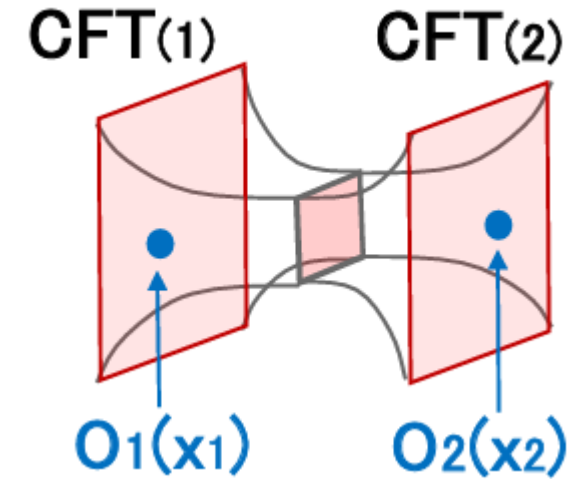


Figure from their papers

ワームホール in AdS/ CFT : 先行研究

✓二つのCFTの間のdouble trace変形

$$H_{\text{int}} = \int d^d x \mathcal{O}_1(x) \mathcal{O}_2(x)$$

✓AdS3 で $\mathcal{O}$ はsingle trace light operator [Gao,Jafferis,Wall]

⇒境界条件が変化しmixed boundary condition が
バルクのCasimirエネルギーを誘導

⇒エネルギー条件の破れ

⇒**バルクの内側で**traversable ワームホールができる

✓SYK/JT (NAdS2) [Maldacena,Qi]

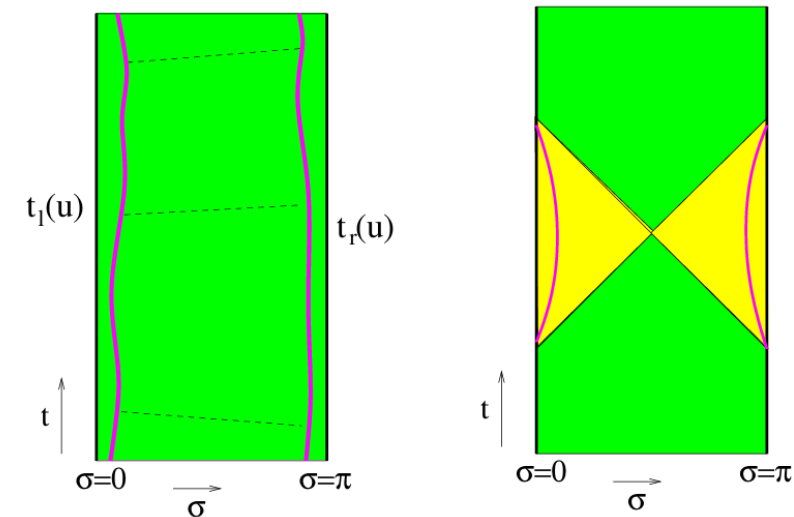
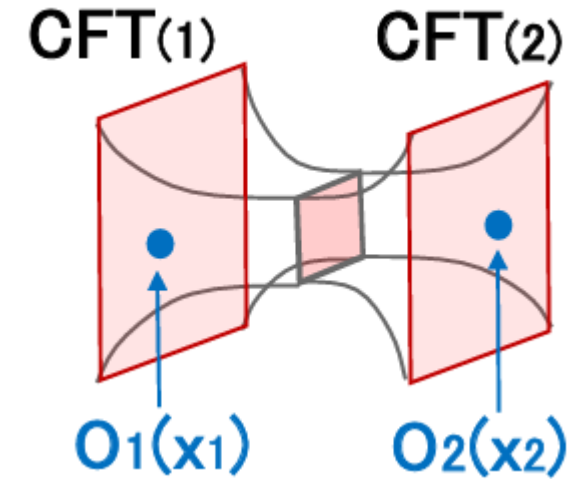


Figure from their papers

Motivation for our work

✓ 先行研究の不満点

1. GJW は重力の摂動論 = $O(G_N^0)$
2. MQ は低次元 $\Rightarrow$ SYK/JT は高次元の AdS/CFT と若干異なる？
= SYK はランダム結合だが高次元 CFT は No

モチベーション

- 2次元 CFT の $O(c) = O(1/G_N)$ の具体的な変形により 3次元 漸近 AdS における back reaction を伴う通過可能ワームホールを作る
- 通行可能なワームホールと対応するエンタングルメント？

imaginary Janus変形と非エルミート defect

- **TK**, Nakamura, Maeda and Takayanagi, arXiv: [2502.03531](#)
- J. Harper, **TK**, Nakamura, Maeda and Takayanagi on-going

Janus解とinterface CFT

✓ Dilaton場を含む3次元AdS重力理論を考える

$$I_{\text{grav}} = \frac{1}{16\pi G_N} \int d^3x \sqrt{g} [R[g] - g^{ab} \partial_a \varphi \partial_b \varphi + 2].$$

✓ Janus解: AdS_2 スライスを伴う古典解 [Bak-Gutperle-Hirano, 03, 07]

$$ds^2 = f(\mu)(d\mu^2 + ds_{\text{AdS}_2}^2), \quad \varphi = \varphi(\mu).$$

$$-\mu_0 \leq \mu \leq \mu_0,$$

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{2}{1+\chi}} \int_0^1 \frac{ds}{\sqrt{(1-s^2)\left(1 - \frac{1-\chi}{1+\chi} s^2\right)}} = \sqrt{\frac{2}{1+\chi}} K\left(\frac{1-\chi}{1+\chi}\right).$$

パラメータ γ or $\chi = \sqrt{1-2\gamma^2}$ はJanus解を特徴づけるパラメータ

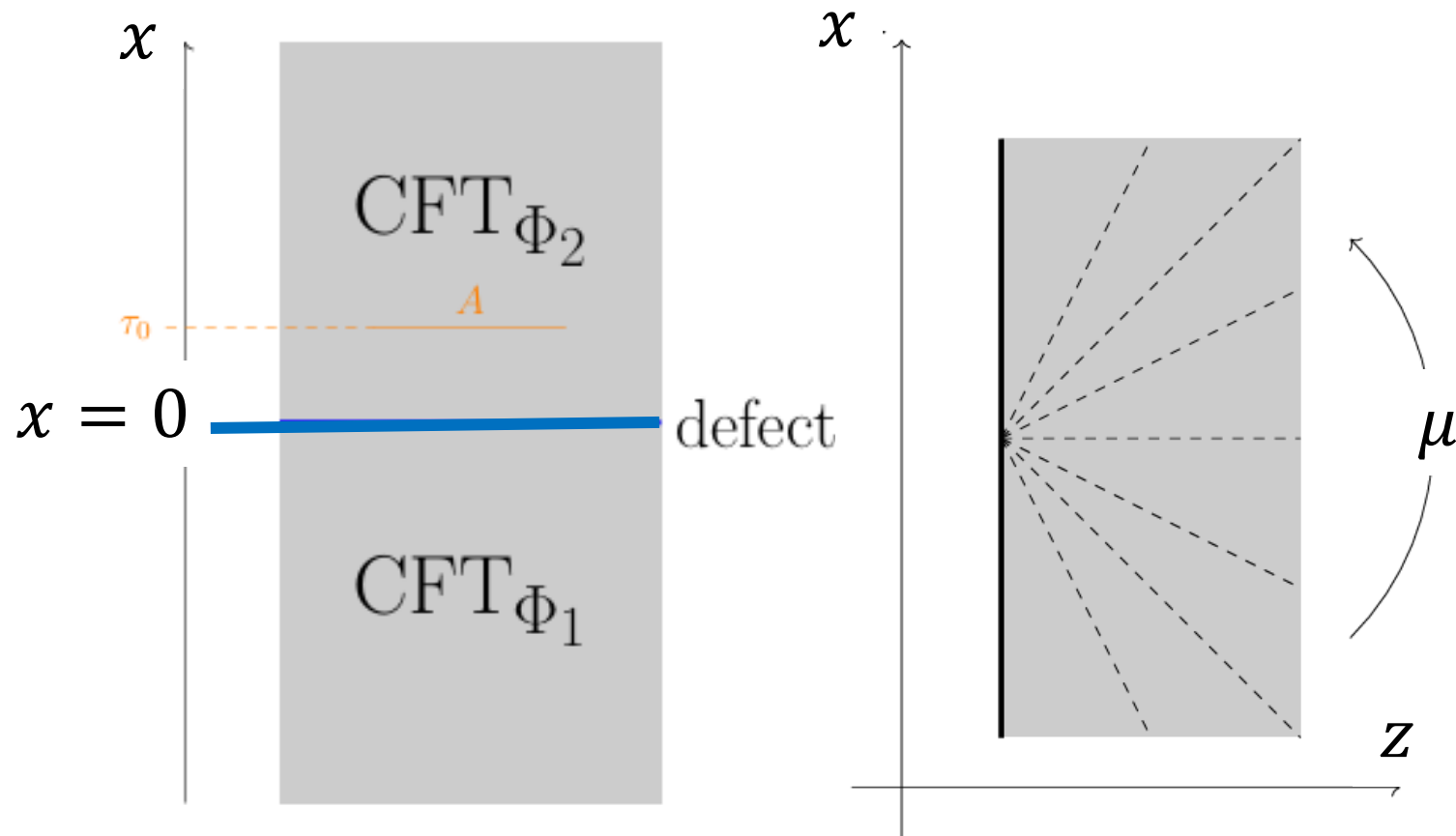
Janus解とinterface CFT

- ✓ AdS_2 の isometry = 半分の共形対称性 $\Rightarrow$ Interface CFT
- ✓ AdS_2 計量の選び方で様々な物理を表すことができる
- ✓ チョイス ① Poincaré $\text{AdS}_2 \Rightarrow$ Interface CFT on the plane

$$ds_{\text{AdS}_2}^2 = \frac{dx^2 + d\xi^2}{\xi^2}$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{CFT}} + \gamma \mathcal{L}_{\text{interface}}$$

Interfaceの結合定数



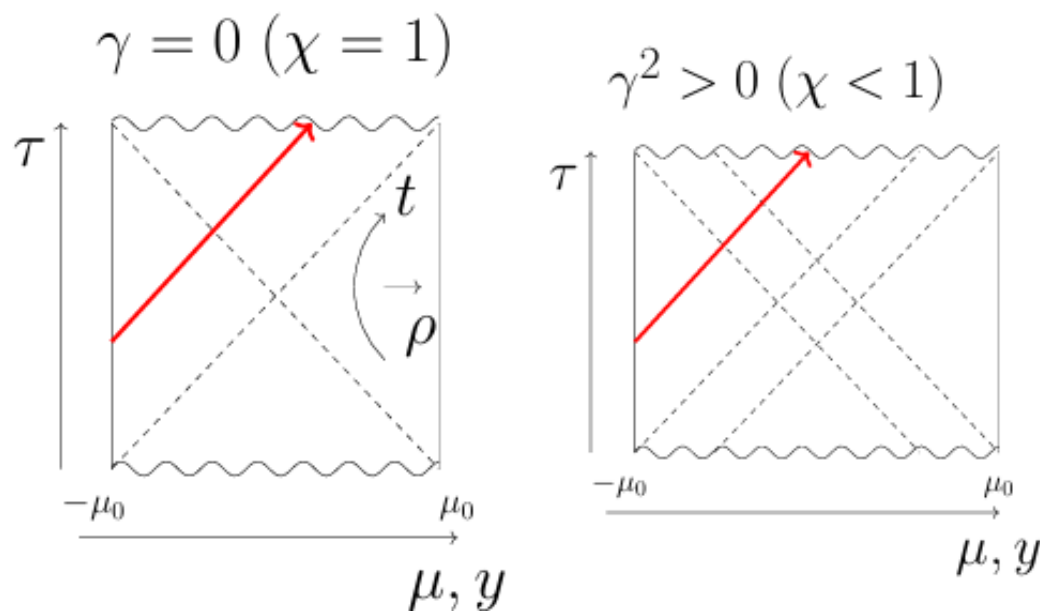
時間依存したJanus解

チョイス② AdS_2 ブラックホール [Bak-Gutperle-Hirano; 07]

$$ds^2_{\text{AdS}_2} = -d\tau^2 + r_0^2 \cos^2 \tau d\theta^2, \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq \tau \leq \frac{\pi}{2}\right).$$

✓ $\gamma = 0 \rightarrow$ 普通の AdS_3 ブラックホール

✓ $0 < \gamma < \gamma_c \rightarrow$ 境界の場所の μ_0 パラメータが大 $\Rightarrow$ 境界が離れる



Imaginary Janus解と通行可能なワームホール

✓パラメータを虚数にする $\gamma^2 < 0$ or $\chi > 1$.

✓すると通行可能なワームホールが登場！

[TK, Maeda, Nakamura, Takayanagi; 24]

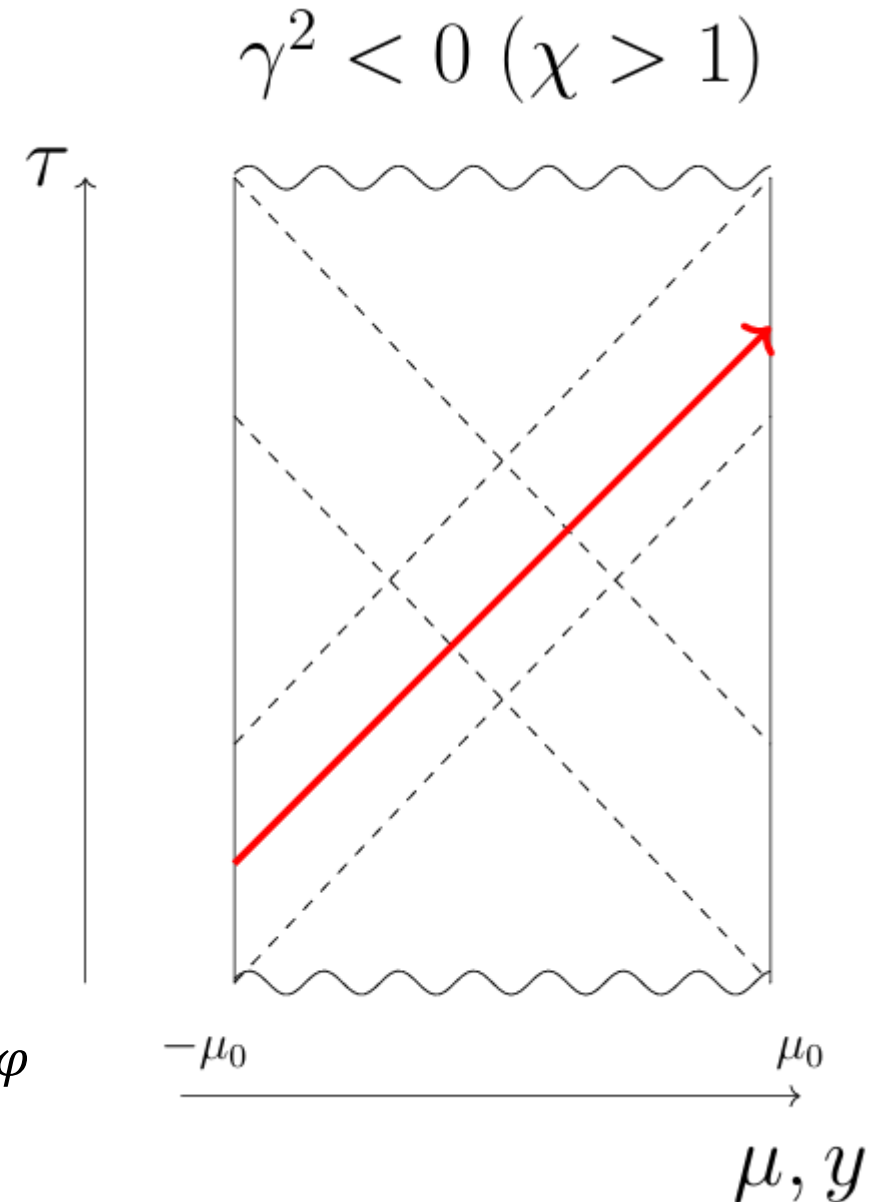
✓二種類な理解の仕方

- μ_0 が小さくなる

⇒境界が近づく

- Dilaton場が純虚数

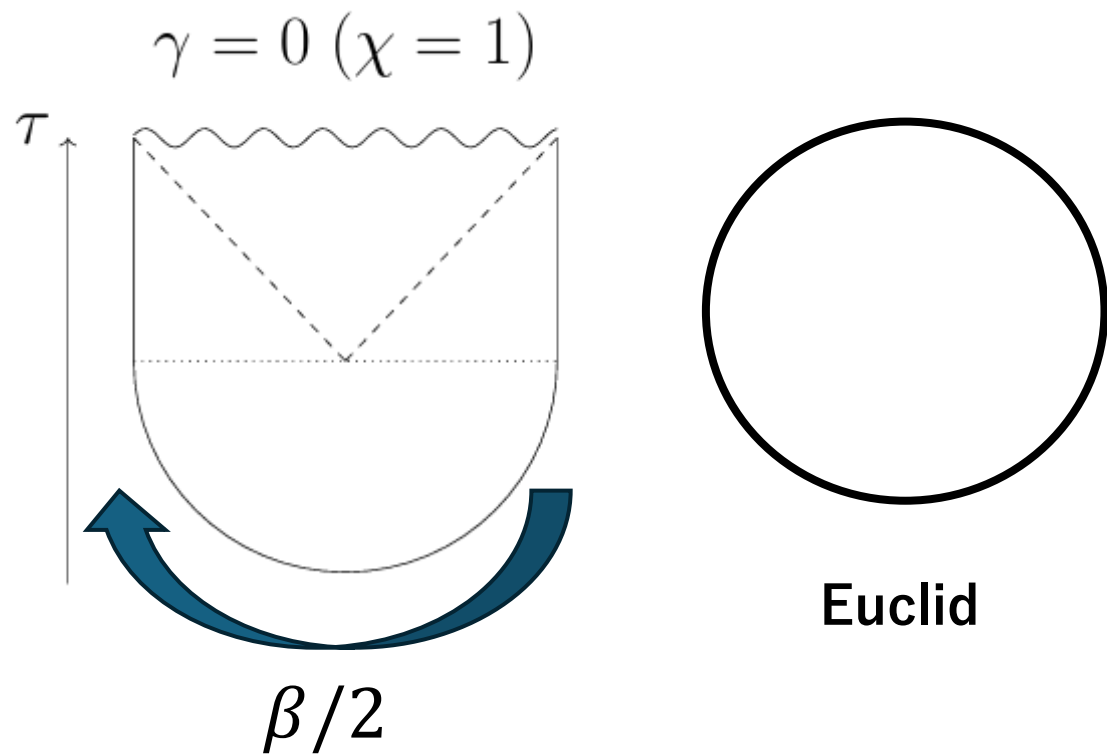
⇒エネルギー条件を破る $T_{ab}^{\varphi} = \frac{1}{2} (\nabla^a \varphi \nabla^b \varphi - g^{ab} (\nabla^c \varphi \nabla_c \varphi)$



境界からの見方とエントロピー

- TK, Nakamura, Maeda and Takayanagi, arXiv: [2502.03531](#)
- J. Harper, TK, Nakamura, Maeda and Takayanagi on-going

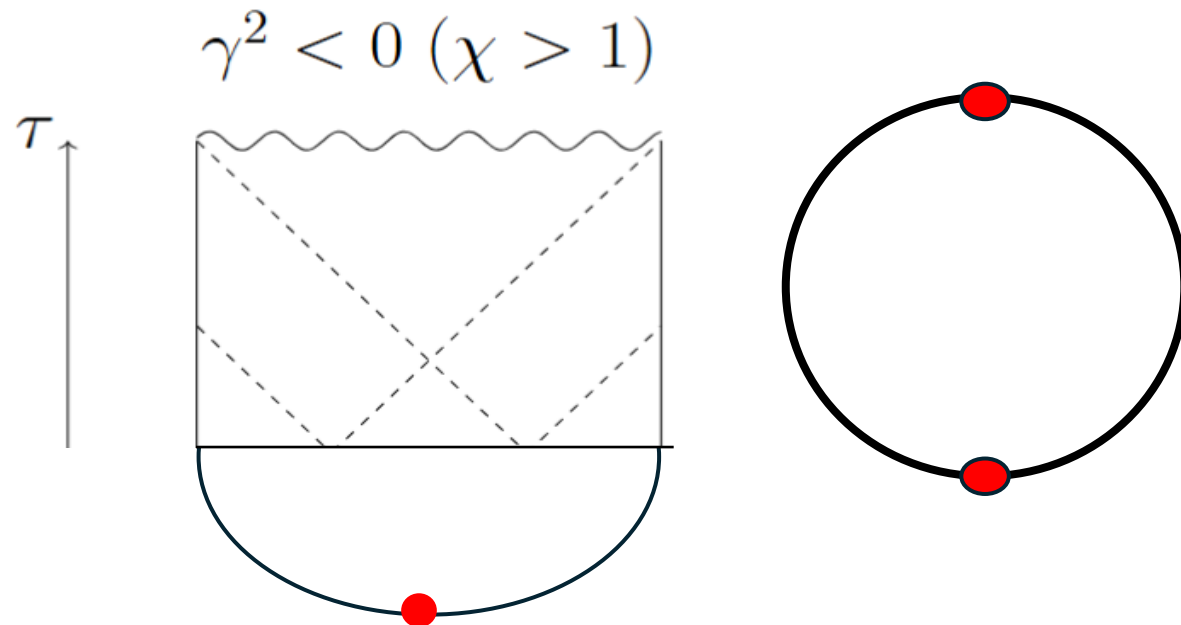
境界のCFTの見方



Lorentzian



$$\text{Tr}[e^{-\beta H}] = \langle \text{TFD}(\beta) | \text{TFD}(\beta) \rangle$$



Non-Hermitian interface



?

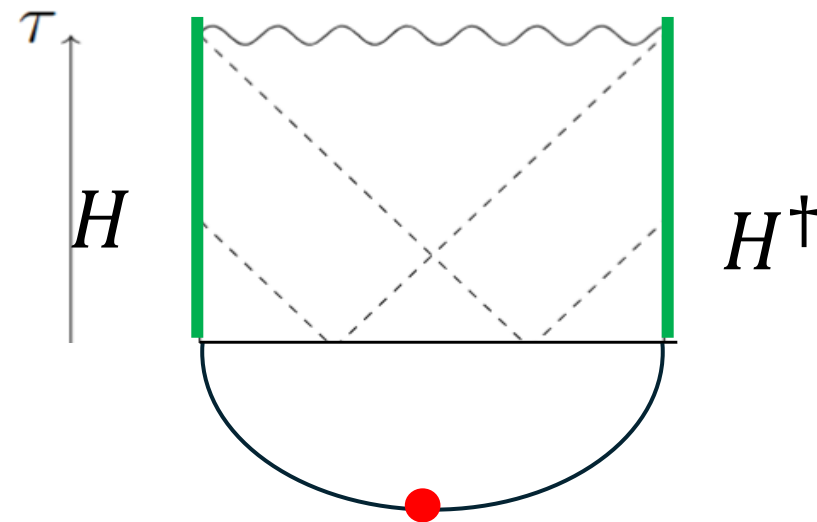
境界のCFTの見方

✓ 左右の境界のCFT

$$H_{\text{CFT}_{(1/2)}} = H_{\text{undeformed CFT}_{(1/2)}} \pm \gamma V$$

✓ $\gamma \in i\mathbb{R}$ のとき

$$H_{\text{CFT}_1} = H, H_{\text{CFT}_2} = H^\dagger,$$



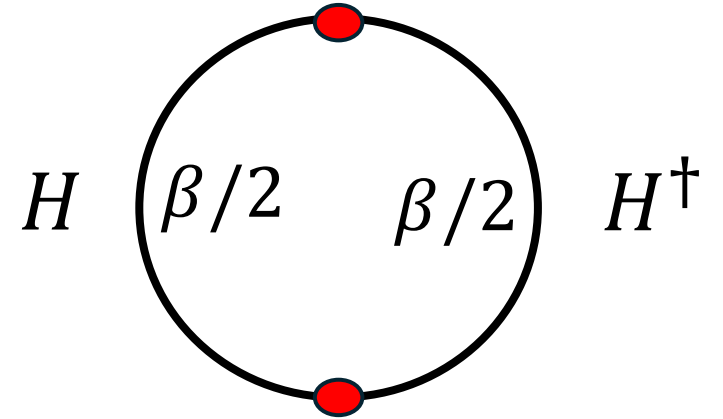
境界のCFTの見方

✓ 左右の境界のCFT

$$H_{\text{CFT}_{(1/2)}} = H_{\text{undeformed CFT}_{(1/2)}} \pm \gamma V$$

✓ $\gamma \in i\mathbb{R}$ のとき

$$H_{\text{CFT}_1} = H, H_{\text{CFT}_2} = H^\dagger,$$



$$\text{Tr} \left[e^{-\frac{\beta H}{2}} e^{-\frac{\beta H^\dagger}{2}} \right] = \langle \overline{\text{TFD}} | \text{TFD} \rangle$$

境界のCFTの見方

✓ 左右の境界のCFT

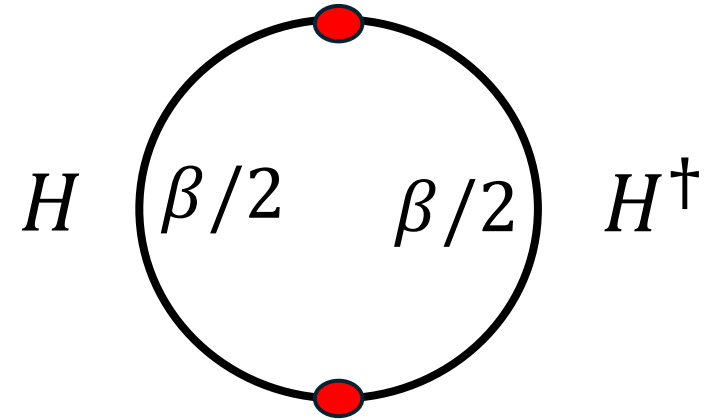
$$H_{\text{CFT}_{(1/2)}} = H_{\text{undeformed CFT}_{(1/2)}} \pm \gamma V$$

✓ $\gamma \in i\mathbb{R}$ のとき

$$H_{\text{CFT}_1} = H, H_{\text{CFT}_2} = H^\dagger,$$

$$|\text{TFD}\rangle = \sum_n e^{-\frac{\beta}{4}H} \otimes e^{-\frac{\beta}{4}H^\dagger} |E_n^{(r)}\rangle |E_n^{(r)}\rangle \quad \blacktriangleleft \text{右固有ベクトル}$$

$$\langle \overline{\text{TFD}}| = \sum_n \langle E_n^{(l)}| \langle E_n^{(l)}| e^{-\frac{\beta}{4}H} \otimes e^{-\frac{\beta}{4}H^\dagger} \quad \blacktriangleleft \text{左固有ベクトル}$$



$$(|\text{TFD}\rangle)^\dagger \neq \langle \overline{\text{TFD}}|$$

➡ $|\text{TFD}\rangle \langle \overline{\text{TFD}}|$ は非エルミート

$$\text{Tr} \left[e^{-\frac{\beta H}{2}} e^{-\frac{\beta H^\dagger}{2}} \right] = \langle \overline{\text{TFD}} | \text{TFD} \rangle$$

熱力学エントロピー

- ✓ 熱力学エントロピー = カノニカル分布の von Neumann エントロピー
= TFD状態のエンタングルメントエントロピー
- ✓ 今のセットアップで

$$|\text{TFD}\rangle \langle \overline{\text{TFD}}|$$



部分トレース

$$\rho_2 = \frac{1}{Z(\beta)} e^{-\frac{\beta}{4} H^\dagger} e^{-\frac{\beta}{2} H} e^{-\frac{\beta}{4} H^\dagger}$$

非エルミート密度演算子

物理量：熱力学エントロピー

- ✓ 熱力学エントロピー = カノニカル分布の von Neumann エントロピー
= TFD状態のエンタングルメントエントロピー
- ✓ 今のセットアップで

$$|\text{TFD}\rangle \langle \overline{\text{TFD}}| \quad \longrightarrow \quad \rho_2 = \frac{1}{Z(\beta)} e^{-\frac{\beta}{4} H^\dagger} e^{-\frac{\beta}{2} H} e^{-\frac{\beta}{4} H^\dagger}$$

部分トレース 非エルミート密度演算子

- ✓ 非エルミート密度演算子の von Neumann エントロピーは
擬エントロピー(PE)と呼ばれる $\Rightarrow$ EEの“弱値”への一般化
- ✓ AdS/CFT対応でPEもRT公式で計算される

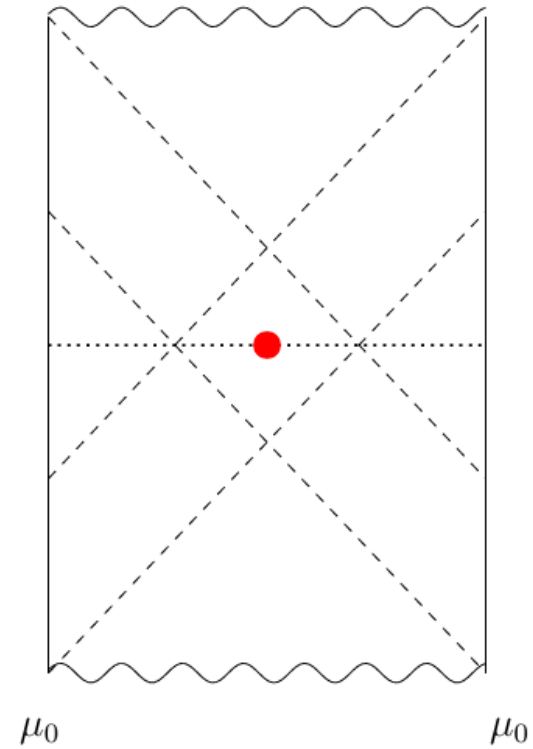
[Nakata, Takayanagi, Taki, Tamaoka, Wei; '20]

通行可能ワームホールのエンタングルメントは擬エントロピーで測られる

熱力学エントロピー

✓ Formula minimal area surface $S[\rho_2] = \text{Ext} \left[\frac{\text{Area}}{4G_N} \right]$

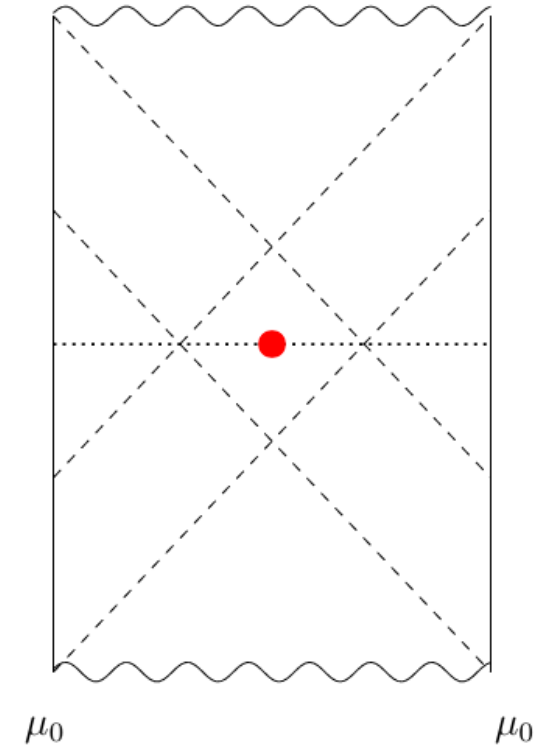
$$S[\rho_2] = \frac{2\pi r_0 f(0)}{4G_N} = \frac{\pi}{6} c r_0 \left(1 + \sqrt{1 - \gamma^2} \right)$$



熱力学エントロピー

✓ Formula minimal area surface $S[\rho_2] = \text{Ext} \left[\frac{\text{Area}}{4G_N} \right]$

$$S[\rho_2] = \frac{2\pi r_0 f(0)}{4G_N} = \frac{\pi}{6} c r_0 \left(1 + \sqrt{1 - \gamma^2} \right)$$



- ✓ $\gamma^2 < 0$ を負に大きくすればPEは任意に大 $\Rightarrow$ PEの特徴
- ✓ 密度演算子は非エルミートだがPEは今は実数

[J. Harper, TK, N.Nakamura, R.Maeda and T.Takayanagi]

$$S[\rho_2] = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{1}{1-n} \log \frac{\text{Tr} \left[\left(e^{-\frac{\beta H}{2}} e^{-\frac{\beta H^\dagger}{2}} \right)^n \right]}{\left[\text{Tr} \left[e^{-\frac{\beta H}{2}} e^{-\frac{\beta H^\dagger}{2}} \right] \right]^n}$$

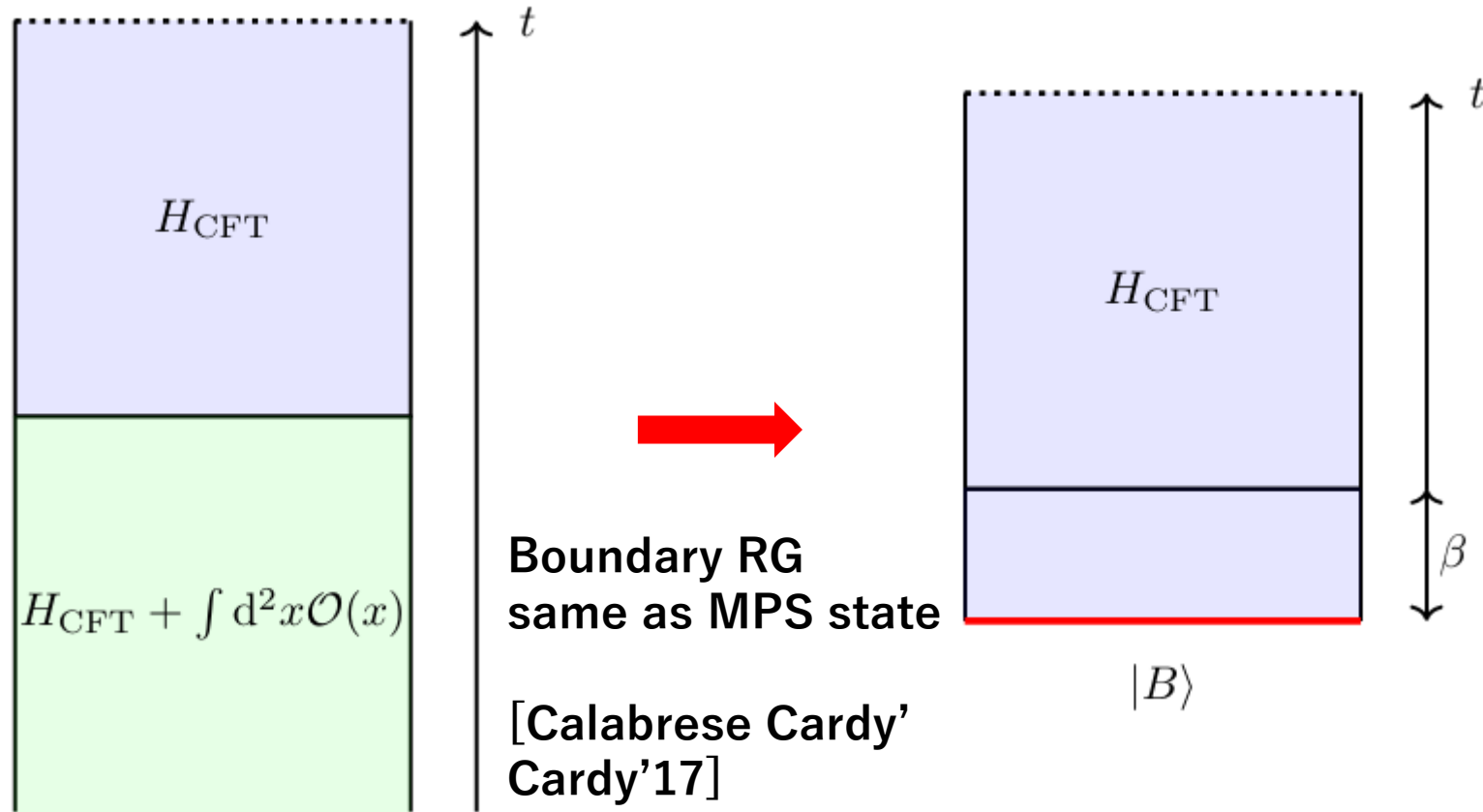


Trの巡回性
より実

Interpretation for non-Hermitian interface

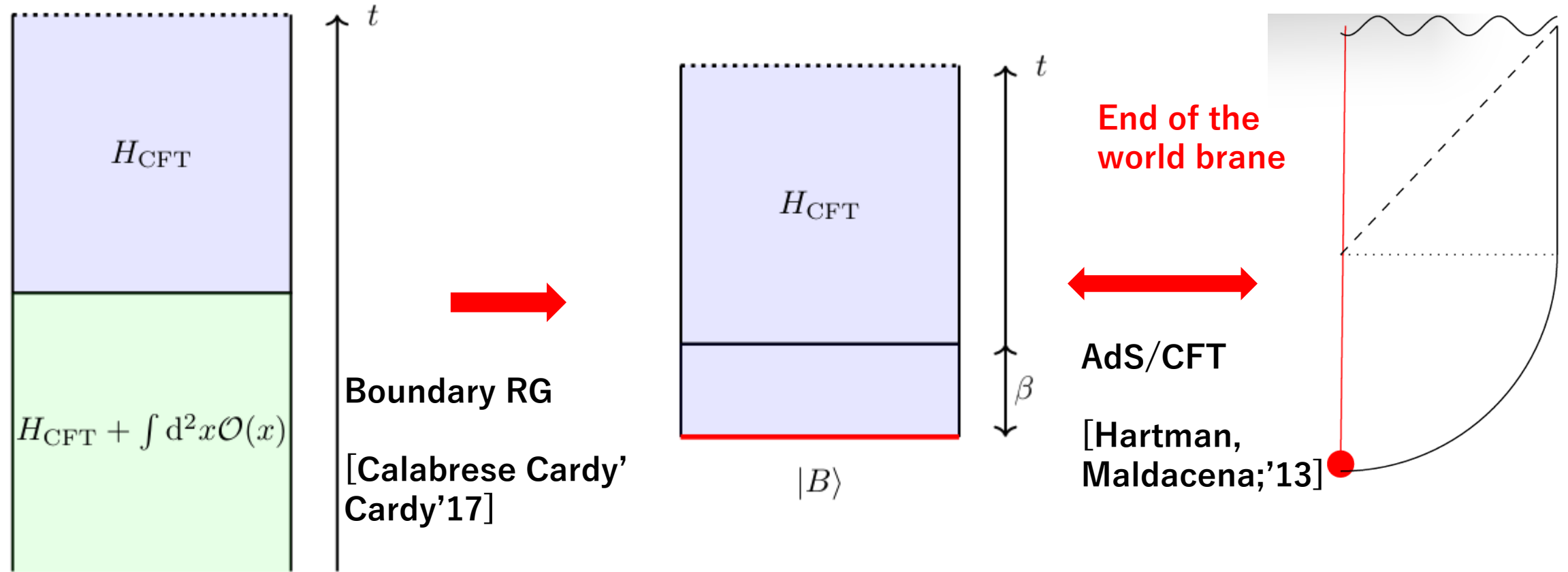
- **TK**, Nakamura, Maeda and Takayanagi, arXiv: [2502.03531](#)
- J. Harper, **TK**, Nakamura, Maeda and Takayanagi on-going

Quantum quench in CFT



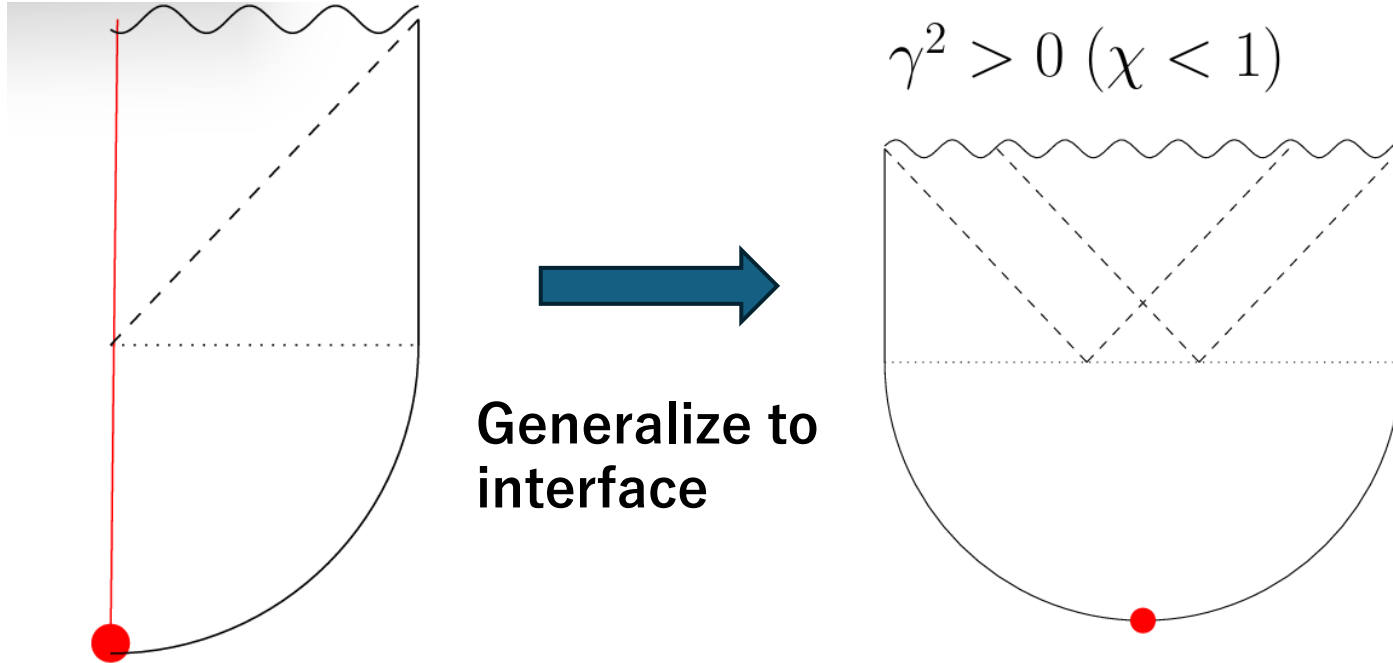
$$|\psi(t)\rangle = e^{-iH_{\text{CFT}}t} |0_{\text{gapped}}\rangle \quad |\psi(t)\rangle = e^{-iH_{\text{CFT}}t} e^{-\frac{\beta}{4}H_{\text{CFT}}} |B\rangle$$

Quantum quench in CFT

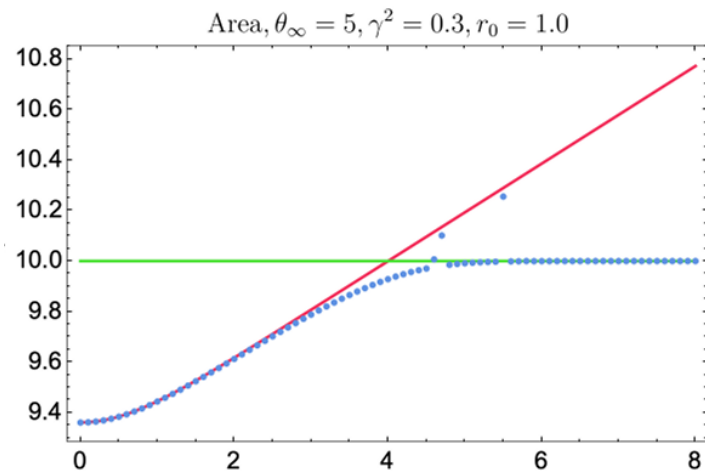


$$|\psi(t)\rangle = e^{-iH_{\text{CFT}}t} |0_{\text{gapped}}\rangle \quad |\psi(t)\rangle = e^{-iH_{\text{CFT}}t} e^{-\frac{\beta}{4}H_{\text{CFT}}} |B\rangle$$

Non-Hermitian interface as quantum quench

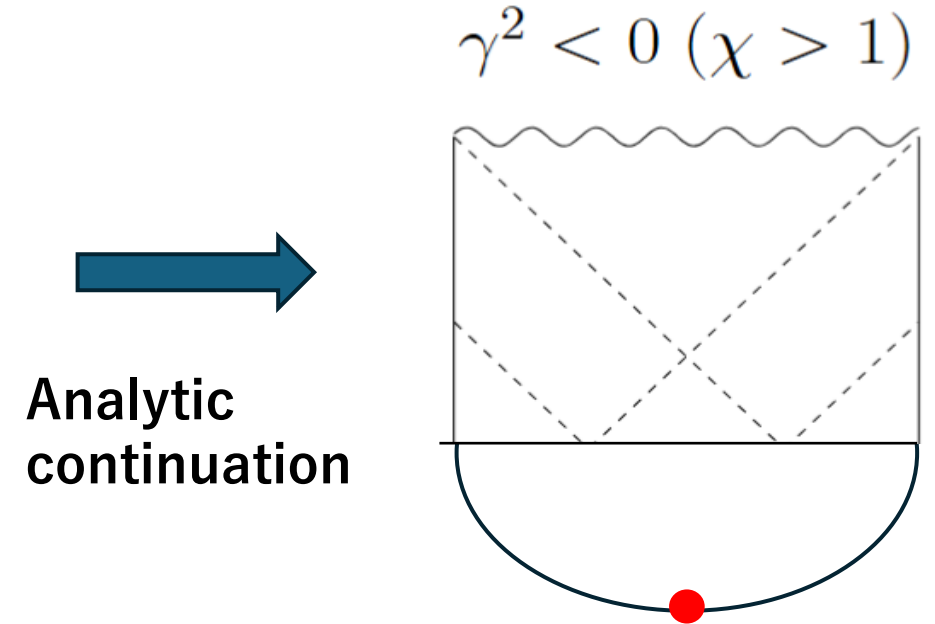
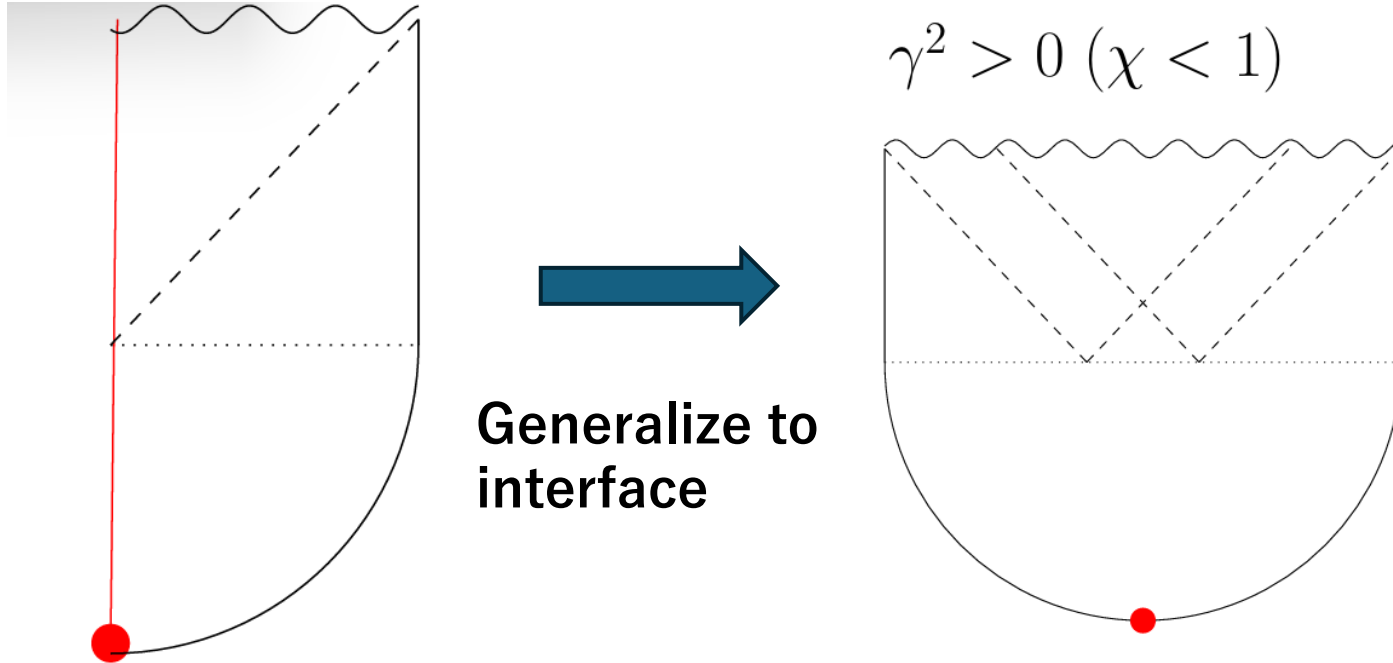


EE

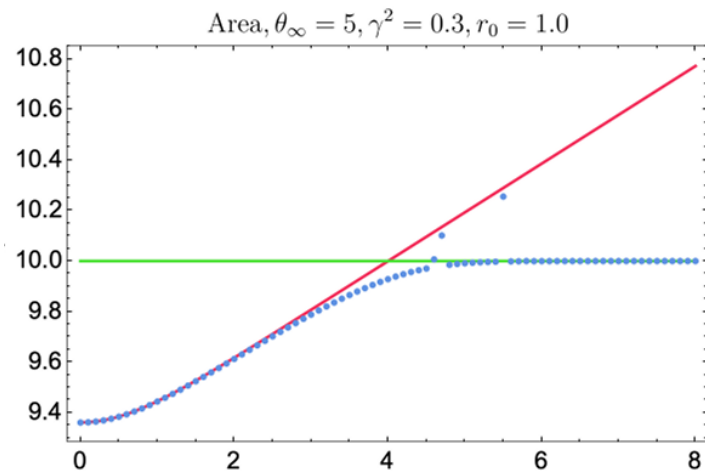


Linear growth
 $S_A \propto ct/\beta$

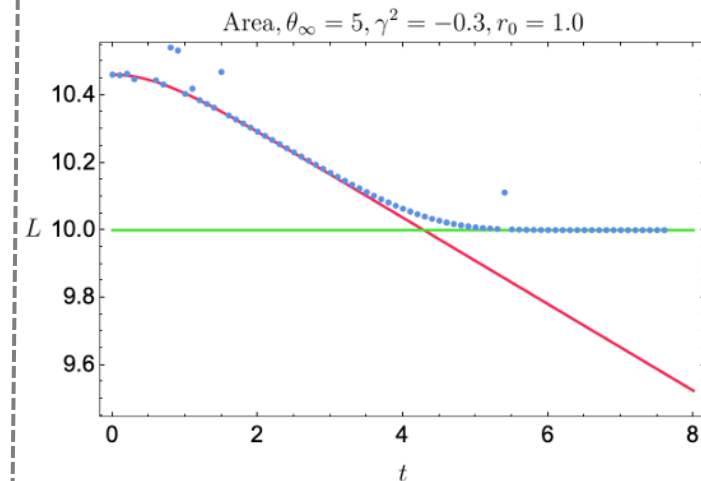
Non-Hermitian interface as quantum quench



EE



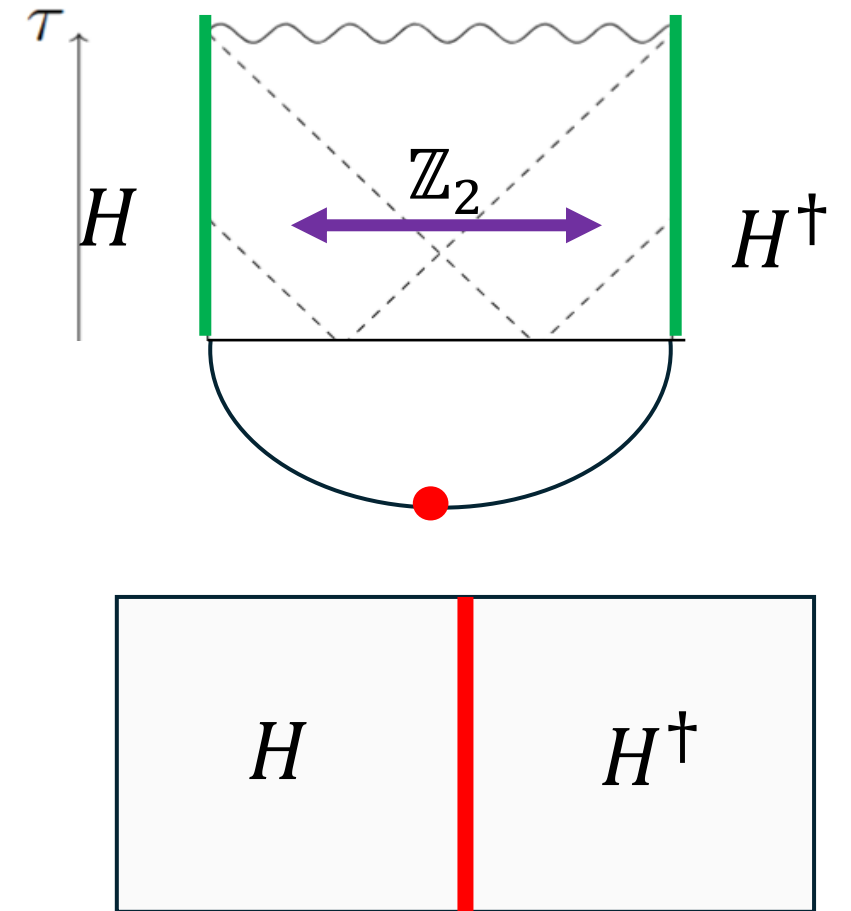
Linear growth
 $S_A \propto ct/\beta$



Linear
decrease

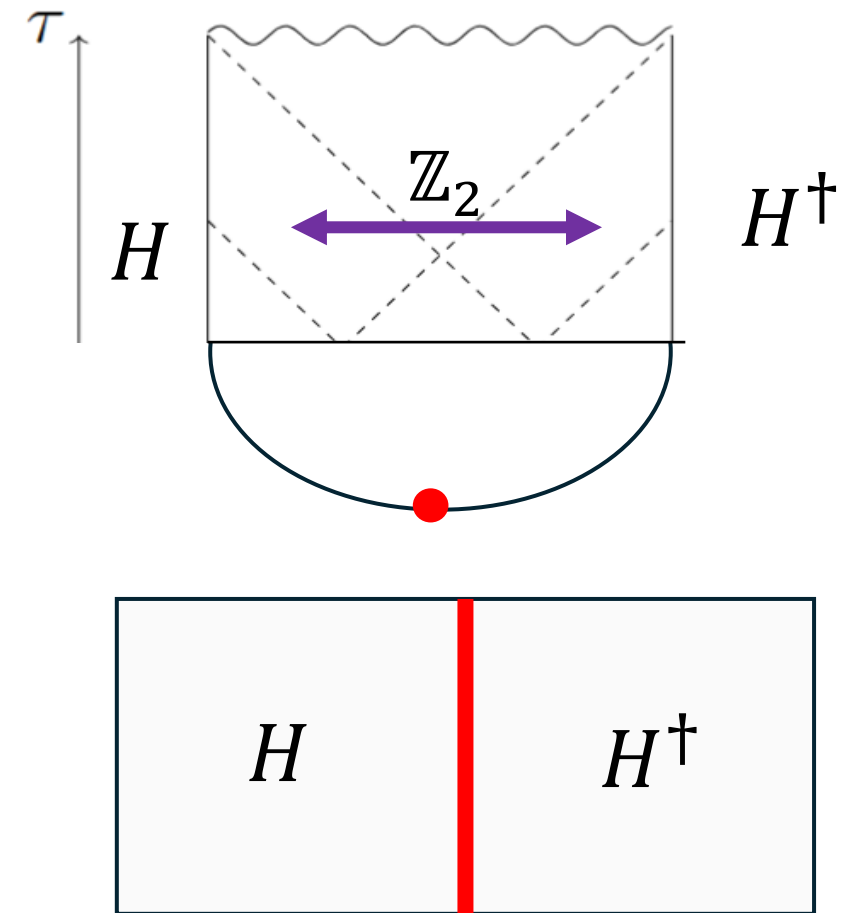
Another characterization on interface?

- ✓ 非エルミート interfaceは H and $H^\dagger$ CFTsを interpolate
- ✓ バルクからKMS 的な対称性が左右のCFTにあるはず (at least $\mathbb{Z}_2$ symmetry)



Another characterization on interface?

- ✓ 非エルミート interfaceは H and $H^\dagger$ CFTsを interpolate
- ✓ バルクからKMS 的な対称性が左右のCFTにあるはず (at least $\mathbb{Z}_2$ isometry)
- ✓ KMSをmodular conjugationだと思おうと pseudo Hermitianぽい変換になりそう
- ✓ この変換をある種の双対変換だと思おうと interfaceはduality defectだと思える？
- ✓ We may discuss in some simple model compact boson R_1 and $R_2 = R_1^*$



$$JHJ^{-1} = H^\dagger \text{ duality defect?}$$

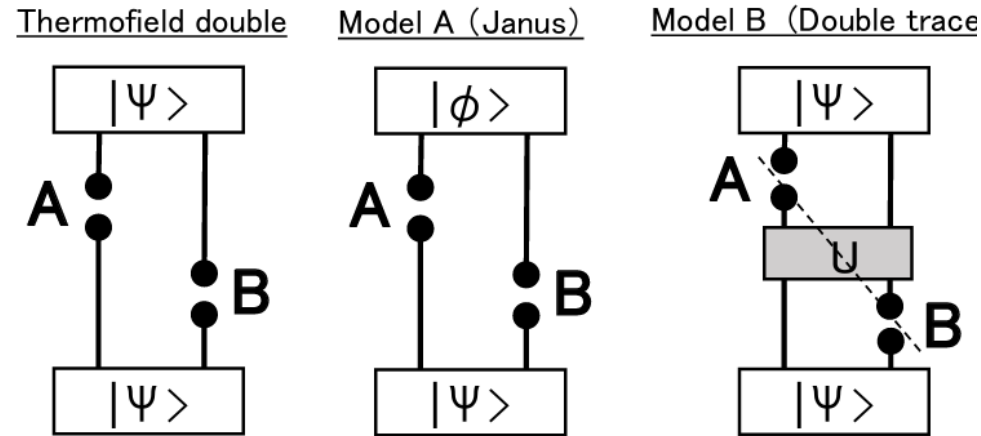
まとめ

- ✓ imaginary couplingのJanus変形でback-reactionのある通行可能ワームホールが具体的に作れる
- ✓通行可能なワームホールには非エルミートな密度行列が表れる
- ✓ワームホール解は実の擬エントロピーを持つ
- ✓Non-Hermite interfaceはある種のquantum quench
- ✓Non-Hermite interfaceはある種のduality defect?(本当か?)

ご清聴ありがとうございました

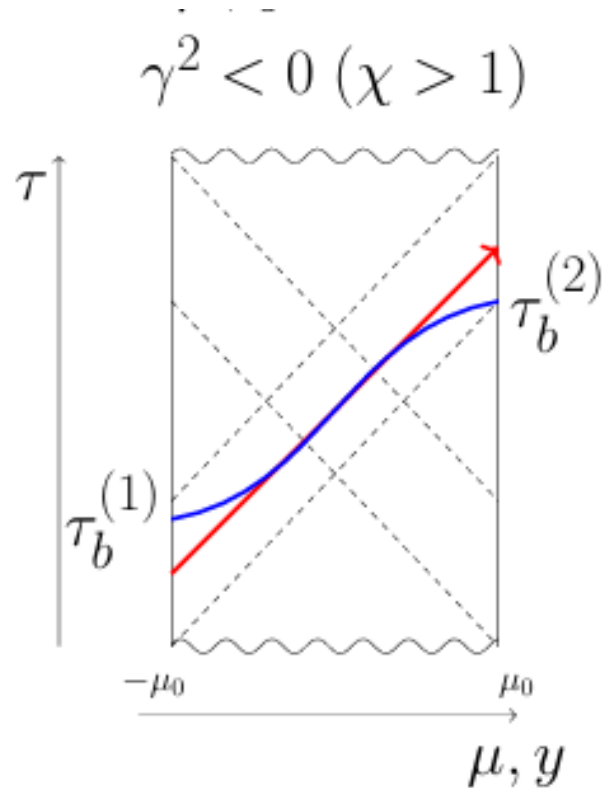
FINDINGS: TWO TYPE OF WORMHOLE

- ✓ We find there are two types of wormhole in AdS via concrete CFT deformations
 1. Model A: via Janus deformation
 2. Model B: Via non-local double trace or TT bar deformation:
- ✓ With quantum circuit like understating there are completely different path integrals and distinguished by entanglement entropy (not in my talk)

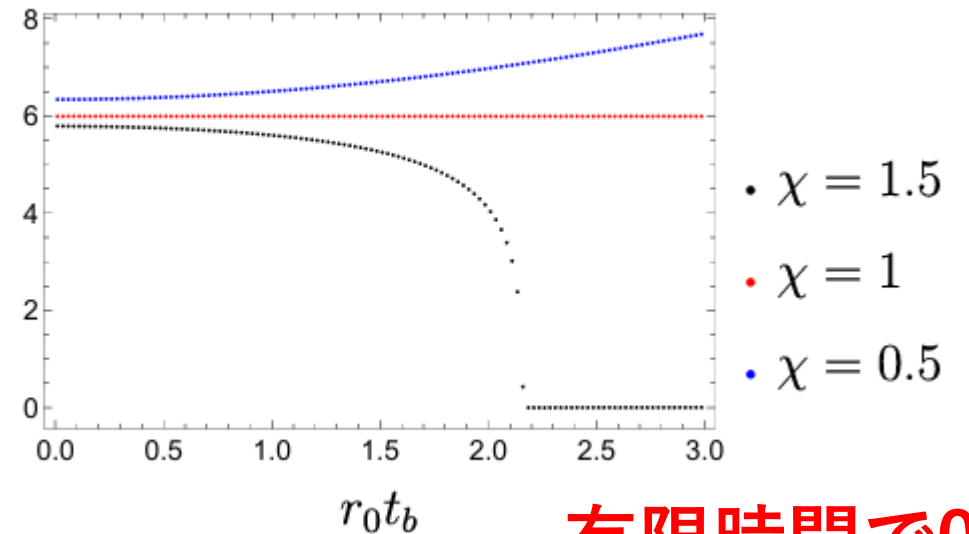


Imaginary Janus解と通行可能なワームホール

- ✓ 二つの部分系のエンタングルメントを考える
- ✓ ある有限時間でPEがゼロになる



測地線距離



有限時間で0