

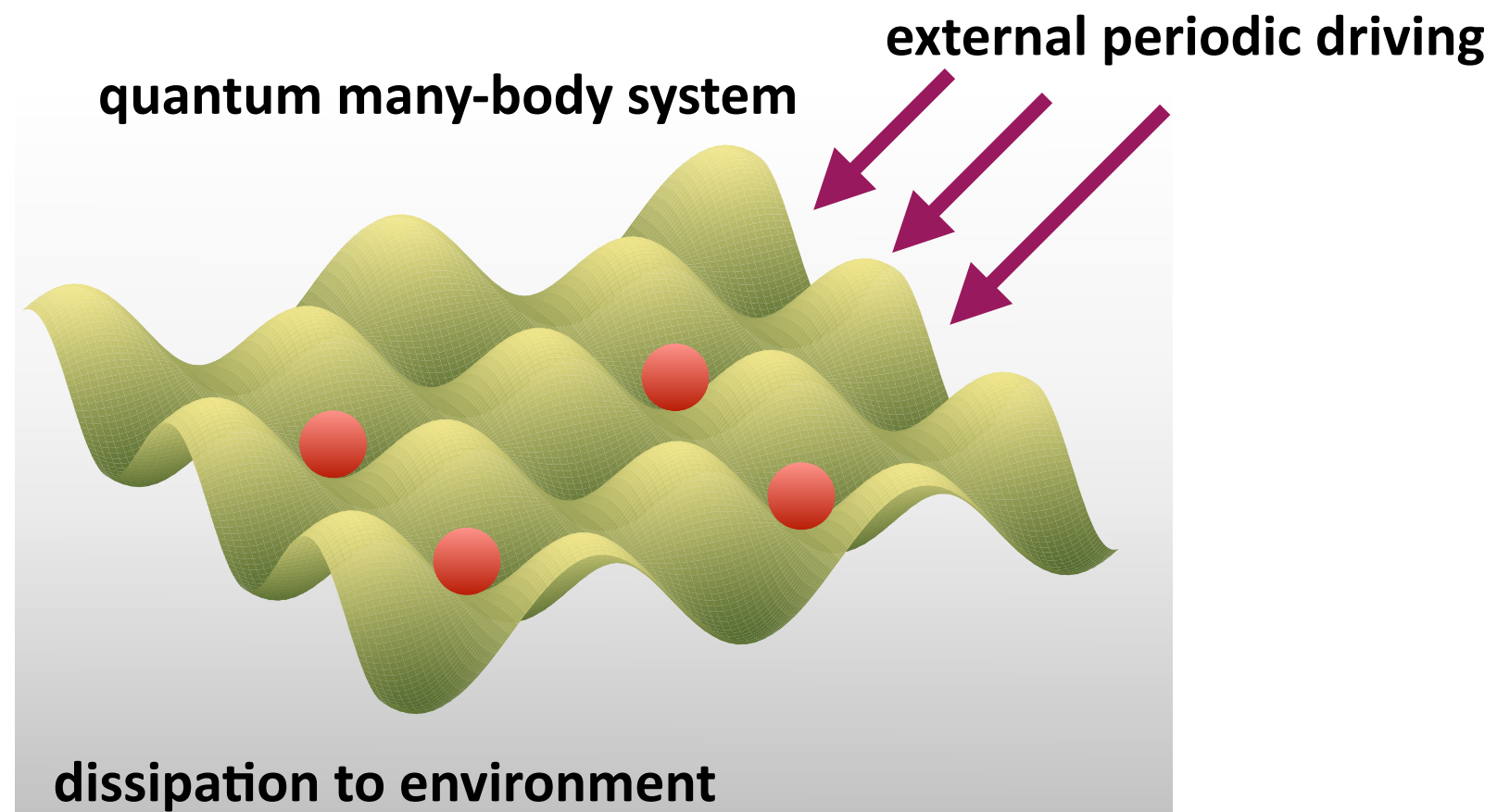
開放系の量子ダイナミクス

森 貴司

慶應大学理工学部

熱場の量子論とその応用 2024年9月11日

開放量子系



今日の講演で話すこと

- 開放量子系の最近の進展（開放量子**多体**系）
- 開放系のダイナミクスを記述する基礎方程式について
- いくつかの理論的結果（私自身の研究）

冷却原子系

冷却原子系

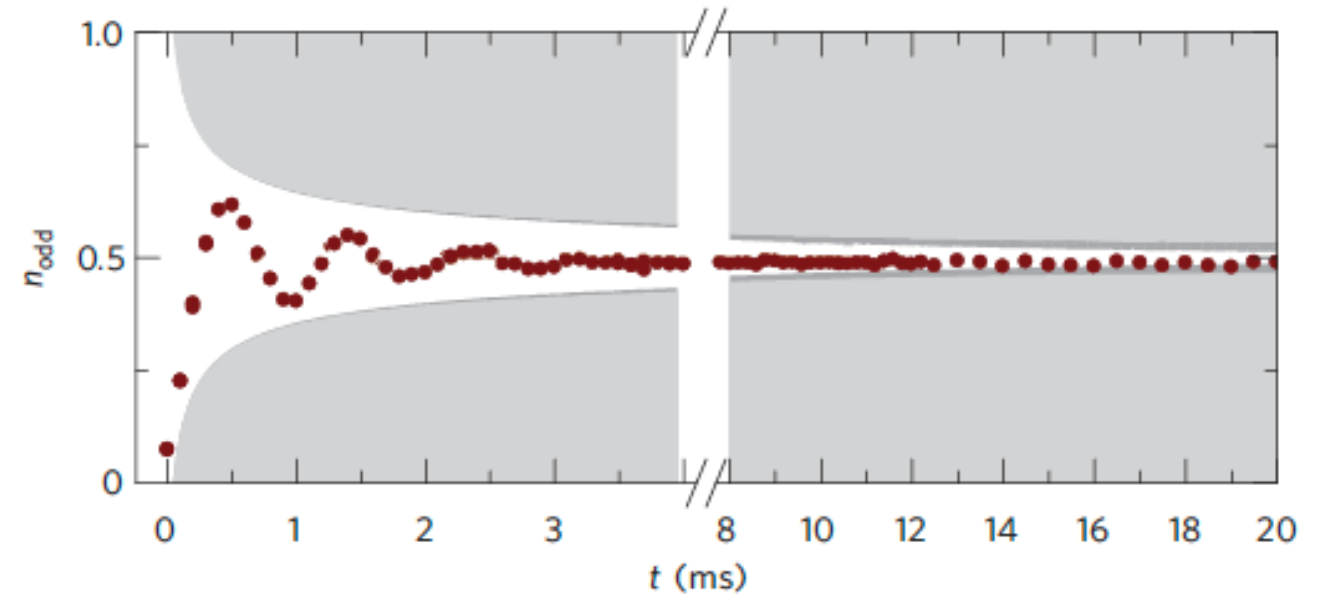
以下の特長を持つ量子多体系

- 高い制御性
相互作用の調整が可能
量子統計性 (boson, fermion)
空間次元
- 高い分解能
単一サイトレベルでの実時間ダイナミクスの観測
- 高い孤立性

量子多体系の制御を考えていく上で
最適のプラットフォーム

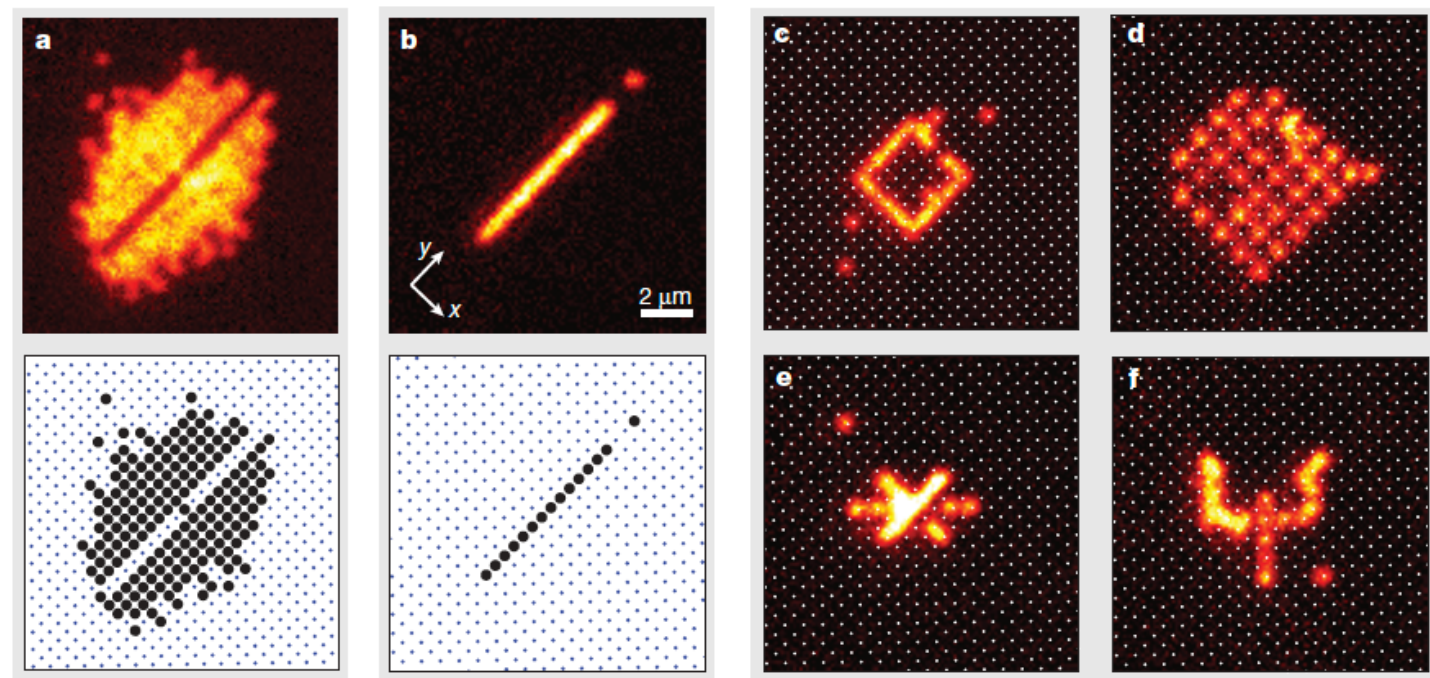
孤立量子系の熱平衡化の観測

Trotzky et al., Nat. Phys. 8, 325 (2012)



単一サイトの可視化・操作

Witenberg et al., Nature 471, 319 (2011)



散逸によって相転移を起こす

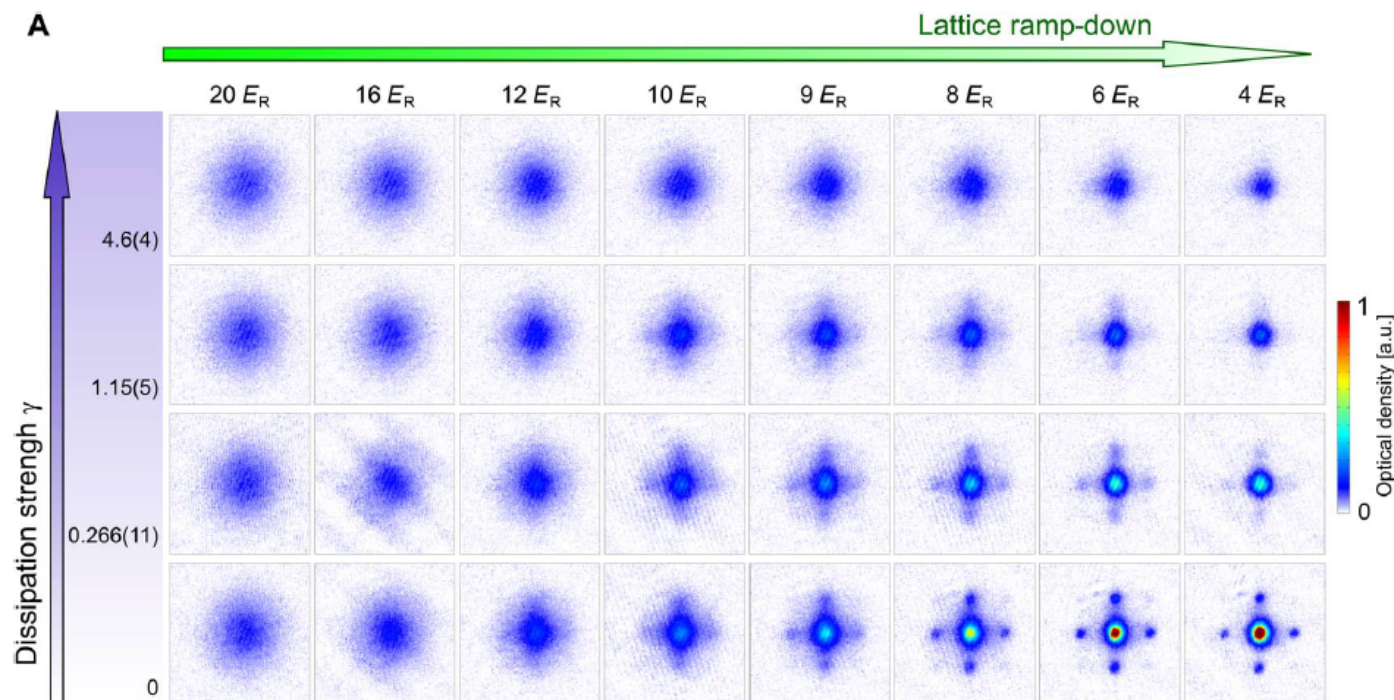
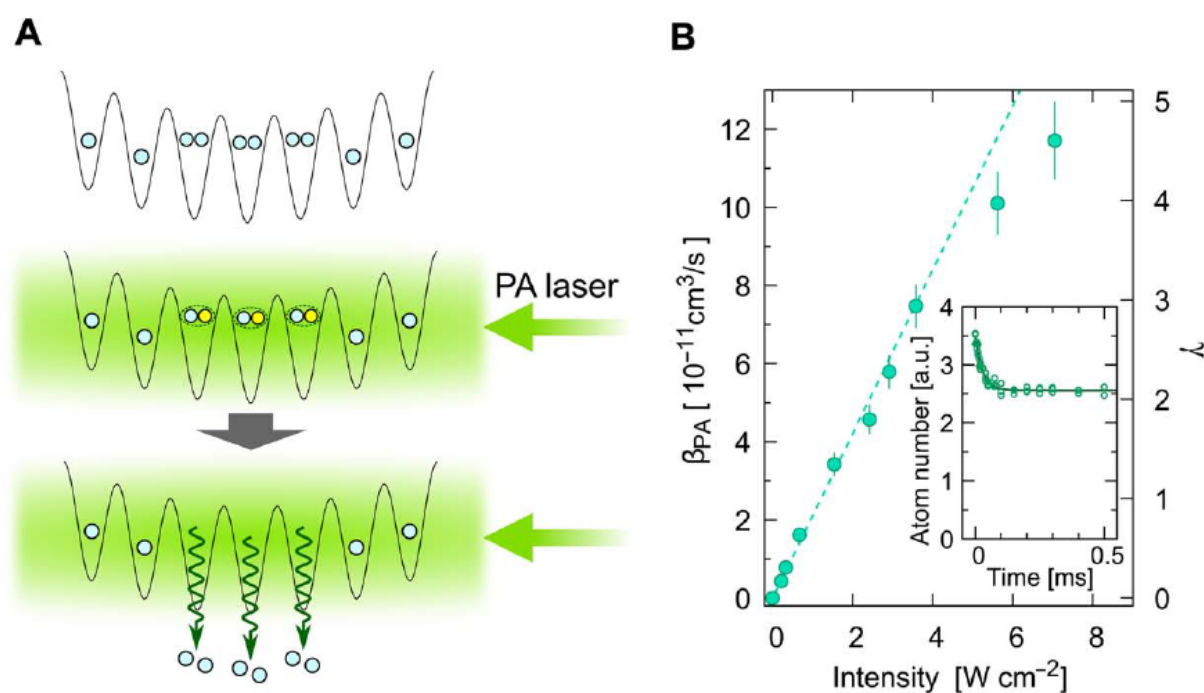
散逸による量子系の制御（散逸エンジニアリング）

高い孤立性 → 制御された散逸の導入

T. Tomita, S. Nakajima, I. Danshita, Y. Takasu, and Y. Takahashi, Sci. Adv. 3, e1701513 (2017)

強さを調整可能な散逸の導入

散逸による量子相転移



多体系と散逸

従来の開放系の研究：小さな量子系 + 環境系

現在のターゲット：量子多体系 + 環境系

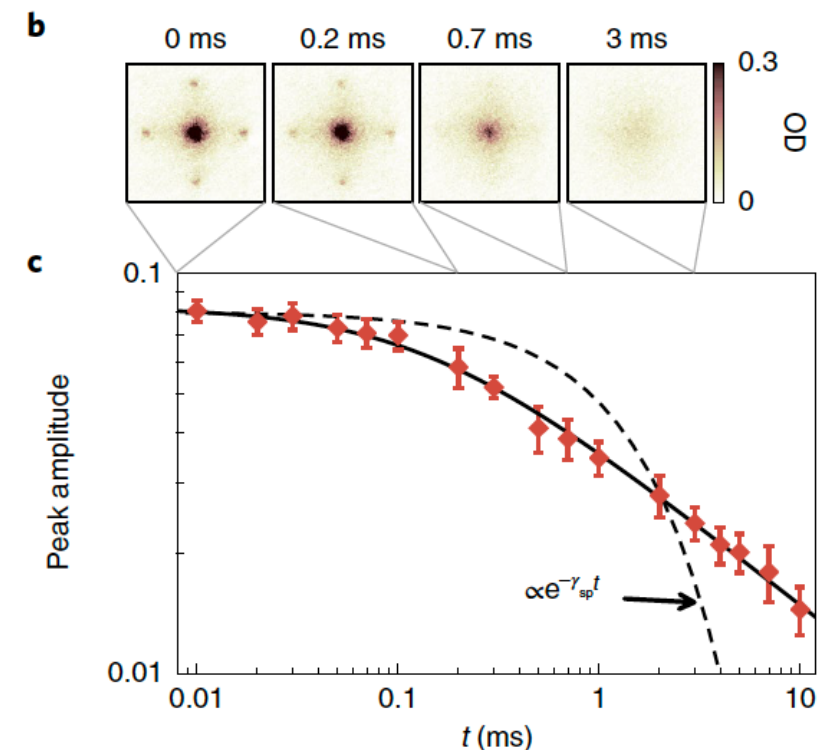
着目系内の相互作用と環境による散逸の相乗効果

非自明なダイナミクスの例 [Bouganne et al., Nat. Phys. 16, 21 \(2020\)](#)

実験： Bose-Hubbard + near-resonant laser & dissipation

散逸のみ： 指数的な緩和

散逸 + 相互作用： 冪的な緩和



制御可能な散逸

冷却原子実験：制御性の高い孤立量子多体系を実現

外部から操作を加えることで散逸を導入



制御性の高い開放量子多体系が実現

興味深い定常状態・ダイナミクス

散逸はブラックボックスではない

散逸を理論的にきちんと取り扱う必要

統計物理学としての目標

- 散逸をともなう量子多体系のダイナミクスを記述する基礎方程式をミクロな出発点から導くこと
- 得られた基礎方程式の性質を解明すること

開放量子系の基礎方程式

設定：系＋熱浴モデル

着目系と熱浴（環境）を合わせてHamilton系として扱う

$$\hat{H}_T = \hat{H}_S + \hat{H}_B + \hat{H}_I$$

全系の状態：密度行列 $\rho_T(t)$

時間発展：Liouville-von Neumann方程式

$$\frac{d}{dt}\rho_T(t) = -i[\hat{H}_T, \rho_T(t)]$$

物理量の期待値

$$\langle \hat{O}(t) \rangle = \text{Tr} [\hat{O}\rho_T(t)]$$

縮約密度行列

興味のある物理量：着目系のみには作用する演算子

$$\hat{O} = \hat{O}_S \otimes \hat{I}_B \rightarrow \langle \hat{O}(t) \rangle = \text{Tr} [\hat{O} \rho_T(t)] = \text{Tr}_S [\hat{O}_S \rho_S(t)]$$

$$\rho_S(t) = \text{Tr}_B \rho_T(t) \quad \text{縮約密度行列}$$

密度行列 $\rho_T(t)$ のすべての情報は不要

縮約密度行列 $\rho_S(t)$ の運動さえわかればよい

開放系のダイナミクスの一般的性質

$$\frac{d}{dt}\rho_T(t) = -i[\hat{H}_T, \rho_T(t)] \quad \rightarrow \quad \rho_T(t) = e^{-i\hat{H}_T t} \rho_T(0) e^{i\hat{H}_T t}$$

$$\rho_S(t) = \text{Tr}_B \rho_T(t) = \text{Tr}_B \left[e^{-i\hat{H}_T t} \rho_T(0) e^{i\hat{H}_T t} \right]$$

初期時刻では着目系と熱浴が独立 $\rho_T(0) = \rho_S(0) \otimes \rho_B$

$$\rightarrow \rho_S(t) = \text{Tr}_B \left[e^{-i\hat{H}_T t} (\rho_S(0) \otimes \rho_B) e^{i\hat{H}_T t} \right] =: \mathcal{U}_t \rho_S(0)$$

$\mathcal{U}_t$ の性質

- 連続性 $\lim_{t \rightarrow +0} \mathcal{U}_t = 1$
- トレース保存 $\text{Tr}_S [\mathcal{U}_t \rho_S(0)] = \text{Tr}_S \rho_S(0) = 1$
- 完全正值性 $(\mathcal{U}_t \otimes \hat{I}_{S'}) \rho_{S,S'} \geq 0 \quad \forall \rho_{S,S'} \geq 0$

マルコフ過程：量子力学的半群

一般には $\mathcal{U}_t \circ \mathcal{U}_s \neq \mathcal{U}_{t+s} \quad t, s > 0$

初期状態についての仮定 $\rho_T(0) = \rho_S(0) \otimes \rho_B$ が時刻 $s > 0$ で成り立つとは限らないため

適切な物理的状況（後述）では近似的に半群の性質を持つ

$$\mathcal{U}_t \circ \mathcal{U}_s = \mathcal{U}_{t+s}$$

「量子力学的半群」：物理的には**マルコフ過程**だということ

マルコフ過程：Lindblad型の量子マスター方程式

量子力学的半群が $\mathcal{U}_t$ の満たす性質を備えているとする

- 連続性 $\lim_{t \rightarrow +0} \mathcal{U}_t = 1$
- トレース保存 $\text{Tr}_S [\mathcal{U}_t \rho_S(0)] = \text{Tr}_S \rho_S(0) = 1$
- 完全正值性 $(\mathcal{U}_t \otimes \hat{I}_{S'}) \rho_{S,S'} \geq 0 \quad \forall \rho_{S,S'} \geq 0$

G. Lindblad (1976); V. Gorini, A. Kossakowski, E. C. G. Sudarshan (1976)

定理： $\mathcal{U}_t = \exp(\mathcal{L}t)$ の生成子 $\mathcal{L}$ は以下の形のものに限られる

$$\mathcal{L}\rho_S = -i[\hat{G}, \rho_S] + \sum_k \left(\hat{L}_k \rho_S \hat{L}_k^\dagger - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_k^\dagger \hat{L}_k, \rho_S \} \right) \quad \hat{G} = \hat{G}^\dagger$$

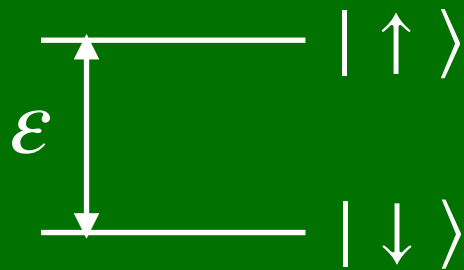
$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = \mathcal{L} \rho_S(t)$ Lindblad型 (GKSL型) の量子マスター方程式

Lindblad型の方程式の例

現象論的に式を組み立ててみる

演算子 $\hat{L}_k$ は散逸を受けたときに着目系がどのような状態変化を受けるかを記述（ジャンプ演算子）

例：光子場中の二準位原子



$$\hat{H}_S = \frac{\varepsilon}{2} \hat{\sigma}^z$$

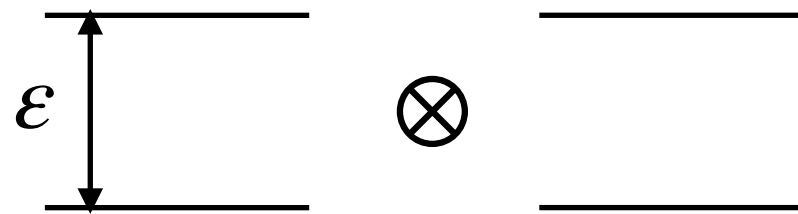
- 光子を吸収して励起状態に遷移 $\hat{L}_1 = \sqrt{\gamma_+} \hat{\sigma}^+$
- 光子を放出して基底状態に落ちる $\hat{L}_2 = \sqrt{\gamma_-} \hat{\sigma}^-$

詳細釣り合い

$$\frac{\gamma_+}{\gamma_-} = e^{-\beta\varepsilon}$$

$$\frac{d}{dt} \rho_S = -i[\hat{H}_S, \rho_S] + \gamma_+ \left(\hat{\sigma}^+ \rho_S \hat{\sigma}^- - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}^- \hat{\sigma}^+, \rho_S \} \right) + \gamma_- \left(\hat{\sigma}^- \rho_S \hat{\sigma}^+ - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^-, \rho_S \} \right)$$

二つの相互作用する二準位原子



$$\hat{H}_S = \frac{\varepsilon}{2}(\hat{\sigma}_1^z + \hat{\sigma}_2^z) + J\hat{\sigma}_1^z\hat{\sigma}_2^z$$

$$\hat{L}_1 = \sqrt{\gamma_+}\hat{\sigma}_1^+ \quad \hat{L}_2 = \sqrt{\gamma_-}\hat{\sigma}_1^- \quad \hat{L}_3 = \sqrt{\gamma_+}\hat{\sigma}_2^+ \quad \hat{L}_4 = \sqrt{\gamma_-}\hat{\sigma}_2^-$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\rho_S = & -i[\hat{H}_S, \rho_S] + \gamma_+ \left(\hat{\sigma}_1^+ \rho_S \hat{\sigma}_1^- - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}_1^- \hat{\sigma}_1^+, \rho_S \} \right) + \gamma_- \left(\hat{\sigma}_1^- \rho_S \hat{\sigma}_1^+ - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}_1^+ \hat{\sigma}_1^-, \rho_S \} \right) \\ & + \gamma_+ \left(\hat{\sigma}_2^+ \rho_S \hat{\sigma}_2^- - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}_2^- \hat{\sigma}_2^+, \rho_S \} \right) + \gamma_- \left(\hat{\sigma}_2^- \rho_S \hat{\sigma}_2^+ - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}_2^+ \hat{\sigma}_2^-, \rho_S \} \right) \end{aligned}$$

このようなLindblad方程式はよく用いられるがミクロに正しい式とはいえない c.f. 久保、戸田、橋爪、「統計物理学」

詳細釣り合い条件を満たさず正しい定常分布に緩和しない

Lindblad型の量子マスター方程式の導出

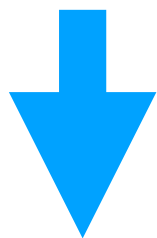
教科書に見られる導出の大まかな流れ

全系の時間発展から熱浴の自由度を消去

$$\rho_S(t) = \text{Tr}_B \rho_T(t) = \text{Tr}_B \left[e^{-i\hat{H}_T t} \rho_S(0) \otimes \rho_B^{\text{eq}} e^{i\hat{H}_T t} \right]$$



熱浴の運動の時間スケールが散逸の働く時間スケールよりも十分速いと仮定：**Born-Markov近似** Redfield方程式



着目系の運動の時間スケールが散逸の働く時間スケールよりも十分速いと仮定：**回転波近似** Davies方程式 (Lindblad型)

Born-Markov近似

Born近似 $\rho_T(t) \approx \rho_S(t) \otimes \rho_B^{\text{eq}}$

$\sqrt{\frac{\tau_B}{\tau_R}}$ についての展開の最低次を残す近似

$$\rho_S(t) = \text{Tr}_B \rho_T(t) = \text{Tr}_B \left[e^{-i\hat{H}_T t} \rho_S(0) \otimes \rho_B^{\text{eq}} e^{i\hat{H}_T t} \right]$$

相互作用表示

$$\rho_S^{(I)}(t) = \rho_S(0) - i \int_0^t dt' \text{Tr}_B \left([\hat{H}_I(t'), \rho_S(0) \otimes \rho_B^{\text{eq}}] \right) - \int_0^t dt' \int_0^t dt'' \text{Tr}_B \left([\hat{H}_I(t'), [\hat{H}_I(t''), \rho_T^{(I)}(t'')]] \right)$$

$\text{Tr}_B[\hat{H}_I(t)\rho_B^{\text{eq}}] = 0$

$\approx \rho_S^{(I)}(t'') \otimes \rho_B^{\text{eq}}$

$$\frac{d}{dt} \rho_S^{(I)}(t) = - \int_0^t dt' \text{Tr}_B \left([\hat{H}_I(t), [\hat{H}_I(t-t'), \rho_S^{(I)}(t-t') \otimes \rho_B^{\text{eq}}]] \right)$$

Markov近似 $\rho_S^{(I)}(t-t') \rightarrow \rho_S^{(I)}(t), \int_0^t \rightarrow \int_0^\infty$

Schrödinger表示に戻る

$$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = -i[\hat{H}_S, \rho_S(t)] - \int_0^\infty dt' \text{Tr}_B \left([\hat{H}_I, [\hat{H}_I(-t'), \rho_S(t) \otimes \rho_B^{\text{eq}}]] \right) \quad \text{Redfield方程式}$$

熱浴の時間相関関数 相関時間 τ_B
 散逸の時間スケール $\tau_R \gg \tau_B$
 τ_B 程度の時間内で $\rho_S^{(I)}(t)$ はほとんど変化しない

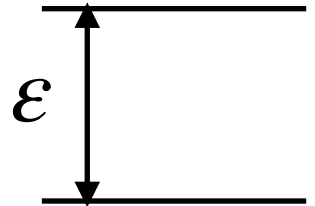
回転波近似

着目系の最も遅い時間スケール τ_S $\tau_S \ll \tau_R$

物理的には着目系と熱浴の間の**相互作用が弱い極限**に相当

Redfield方程式→Davies方程式

例：二準位原子がボソン熱浴（光子場）と相互作用


$$\hat{H}_S = \frac{\varepsilon}{2} \hat{\sigma}^z \quad \hat{H}_B = \sum_k \omega_k \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k \quad \hat{H}_I = \hat{\sigma}^x \otimes \sum_k g_k (\hat{b}_k + \hat{b}_k^\dagger)$$

Davies方程式

$$\frac{d}{dt} \rho_S = -i[\hat{H}_S + \underbrace{\Delta\omega \hat{\sigma}^z}_{\text{Lambシフト}}, \rho_S] + \gamma_+ \left(\hat{\sigma}^+ \rho_S \hat{\sigma}^- - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}^- \hat{\sigma}^+, \rho_S \} \right) + \gamma_- \left(\hat{\sigma}^- \rho_S \hat{\sigma}^+ - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}^+ \hat{\sigma}^-, \rho_S \} \right)$$

現象論的な方程式を再現

$$\frac{\gamma_+}{\gamma_-} = e^{-\beta\varepsilon}$$

回転波近似の問題点

回転波近似は多体系には一般には適用できない

着目系の最も遅い時間スケール τ_S $\tau_S \ll \tau_R$

$$\tau_S \sim \frac{1}{\delta E}$$

δE : ハミルトニアンエネルギー準位間隔

自由度 $N \gg 1$ の多体系 $\delta E = e^{-O(N)}$ $\tau_S = e^{O(N)}$

$\tau_S \ll \tau_R$ を満足させるためには着目系と熱浴の結合定数 λ を
 $\lambda = e^{-O(N)}$ に選ぶ必要がある

熱力学的極限ではこの条件は満たされない

多体系に Davies 方程式を適用すると非物理的な結果が生じる

H. Wichterich, M. J. Henrich, H.-P. Breuer, J. Gemmer, and M. Michel, PRA (2007)

回転波近似を用いない導出

回転波近似を用いずにLindblad型の方程式を導出する方法がこれまで色々と提案されてきた

- 部分系に対する局所的回転波近似 サイト間の相互作用が弱い必要あり

H. Wichterich, M. J. Henrich, H.-P. Breuer, J. Gemmer, and M. Michel, PRA (2007)

- 完全正值性を破る寄与を無視 高温でのみ良い近似

C. Gneiting, PRB (2020)

T. Becker, L.-N. Wu, and A. Eckardt (2021)

- 時間粗視化の方法 Born-Markov近似の条件 $\tau_B \ll \tau_R$ だけでよい

B. Vacchini, PRL (2000)

F. Nathan and M. S. Rudner, PRB (2020)

G. Shaller and T. Brandes, PRA (2008)

時間粗視化の方法

Born-Markov近似： $\tau_B \ll \tau_R$

$$\tau_B \ll \Delta t \ll \tau_R \quad \text{中間の時間スケール}\Delta t\text{を設定}$$

Δt よりも遅い運動だけに着目する

Δt よりも速い運動については**勝手にいじってもよい**

B. Vacchini, PRL (2000); G. Schaller and T. Brandes (2008)

方程式を Δt で時間平均（狭義の粗視化）

Lindblad型の方程式が得られるが非常に複雑（ $e^{O(N)}$ 個のジャンプ演算子 $\hat{L}_k$ ）

F. Nathan and M. S. Rudner (2020)

もう少し賢いいじり方（広義の粗視化）

シンプルなLindblad型の方程式

（ジャンプ演算子の数は相互作用の数 n と一致）

$$\hat{H}_I = \sum_{k=1}^n \hat{A}_k \otimes \hat{B}_k \rightarrow \hat{L}_1, \dots, \hat{L}_n$$

補足

- **量子マスター方程式の局所性**

K. Shiraishi, M. Nakagawa, TM, and M. Ueda, arXiv:2404.14067

Lieb-Robinson限界を用いた解析：ジャンプ演算子の局所性 広がり $v\tau_B$ 程度

ジャンプ演算子を完全に局所化→数値計算上の利点

- **強結合系のLindblad型量子マスター方程式**

TM, arXiv:2404.10195

特異結合極限：定常状態は温度無限大 P. F. Palmer, J. Math. Phys. (1977)

特異結合極限に周期外場による駆動を組み合わせることで非自明な定常状態を持つLindblad型の方程式

- **熱力学的極限におけるBorn-Markov近似の妥当性**

T. Ikeuchi and TM, in progress

熱力学的極限においてBorn-Markov近似の誤差を厳密に評価

局所物理量の時間発展を考える限り、熱力学的極限でも $\tau_B \ll \tau_R$ ならOK

開放量子多体系のダイナミクスについて の最近の結果

リンドブラディアン固有値分解

$$\mathcal{L}\rho = -i[\hat{H}, \rho] + \sum_k \left(\hat{L}_k \rho \hat{L}_k^\dagger - \frac{1}{2} \{ \hat{L}_k^\dagger \hat{L}_k, \rho \} \right) \quad \begin{array}{l} \text{リンドブラディアン} \\ \text{リウビリアン} \end{array}$$

$$\mathcal{L}\rho_n = \lambda_n \rho_n \quad 0 = \lambda_0 > \operatorname{Re} \lambda_1 \geq \operatorname{Re} \lambda_2 \geq \operatorname{Re} \lambda_3 \geq \dots$$

$$\rho(t) = \rho_0 + \sum_{n \geq 1} C_n e^{\lambda_n t} \rho_n$$

$|\operatorname{Re} \lambda_n| = -\operatorname{Re} \lambda_n$: n 番目の固有モードの減衰率

リウビリアンギャップ $g = |\operatorname{Re} \lambda_1|$: 最小の減衰率

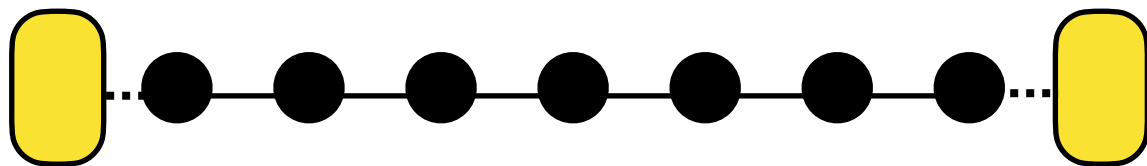
$$\rho(t) - \rho_0 \sim C_1 e^{\lambda_1 t} \rho_1 \quad (t \rightarrow \infty)$$

緩和時間 $\tau_{\text{rel}} \lesssim 1/g$

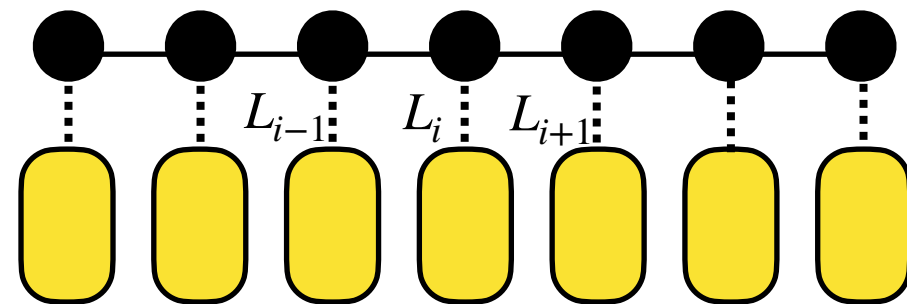
緩和の遅れと散逸の加速

$$\tau_{\text{rel}} \lesssim 1/g \quad g: \text{リウビリアンギャップ}$$

境界散逸系



バルク散逸系



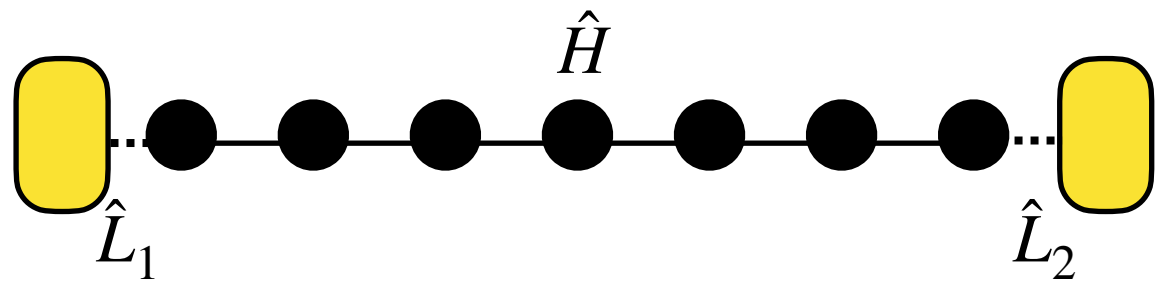
- 緩和の遅れ (境界散逸系 or 局所保存量を持つバルク散逸系) $\tau_{\text{rel}} \gg 1/g$
 1次元多体系 $g \sim \frac{1}{N}$, $\tau_{\text{rel}} \sim N^2 \gg 1/g$ TM and T. Shirai, PRL (2020)
 1次元1粒子系 $g \sim 1$, $\tau_{\text{rel}} \sim N \gg 1/g$ T. Haga, M. Nakagawa, R. Hamazaki, and M. Ueda, PRL (2021)

- 散逸の加速 (バルク散逸系) γ : 散逸の強さ
 $\|\hat{O}(t)\|_F \sim e^{-\int_0^t \kappa(t') dt'}$, $\kappa(t) \sim \gamma t$ (1次元系) T. Shirai and TM, PRL (2024)
 $\lim_{\gamma \rightarrow +0} \lim_{N \rightarrow \infty} g > 0 \leftrightarrow \lim_{N \rightarrow \infty} \lim_{\gamma \rightarrow +0} g = 0$ TM, PRB (2024)

境界散逸系における緩和の遅れの例

M. Znidaric, PRE (2015)

staggered XXZ spin chain with boundary dephasing



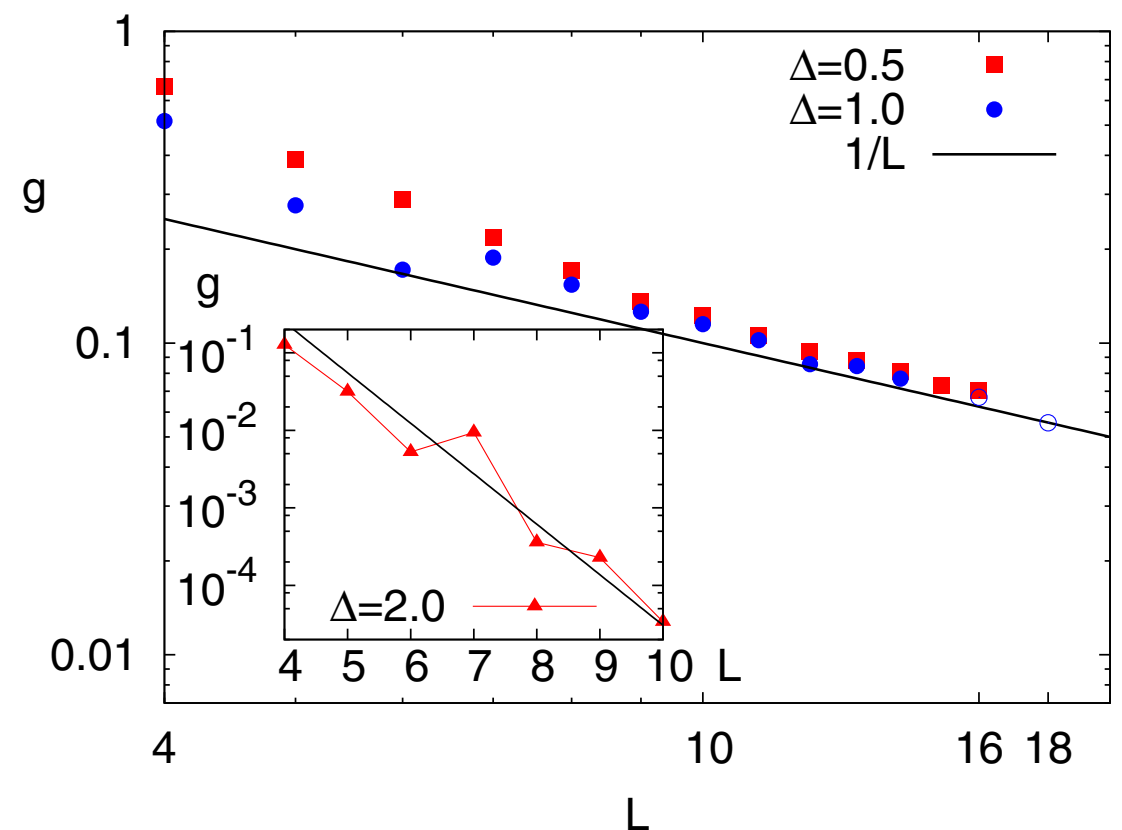
$$\hat{H} = \sum_{i=1}^L \left(\hat{\sigma}_i^x \hat{\sigma}_{i+1}^x + \hat{\sigma}_i^y \hat{\sigma}_{i+1}^y + \Delta \hat{\sigma}_i^z \hat{\sigma}_{i+1}^z \right) + \sum_{i=1}^L b_i \hat{\sigma}_i^z$$

$$b_i = (-1, -\frac{1}{2}, 0, -1, -\frac{1}{2}, 0, \dots)$$

$$\hat{L}_1 = \sqrt{\gamma} \hat{\sigma}_1^z, \quad \hat{L}_2 = \sqrt{\gamma} \hat{\sigma}_L^z$$

$$\tau_{\text{rel}} \sim L^2 \gg 1/g \sim L \quad \rightarrow$$

コメント：緩和の遅れはバルクに保存量がある開放量子多体系で一般的に生じる。
ただし緩和の遅れが出ないケースもある。



緩和の遅れの機構

リンドブラディアンは非エルミート $\mathcal{L} \neq \mathcal{L}^\dagger$

右固有ベクトルと左固有ベクトルが異なる

規格化

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\rho_n &= \lambda_n \rho_n \\ \chi_n^\dagger \mathcal{L} &= \lambda_n \chi_n^\dagger \quad \left(\mathcal{L}^\dagger \chi_n = \lambda_n^* \chi_n \right) \end{aligned} \quad \|\rho_n\|_{\text{tr}} = 1, \quad \|\chi_n\|_{\text{op}} = 1$$

n 番目の固有モードの緩和時間 $\rho(t) = \rho_0 + \sum_n C_n e^{\lambda_n t} \rho_n$

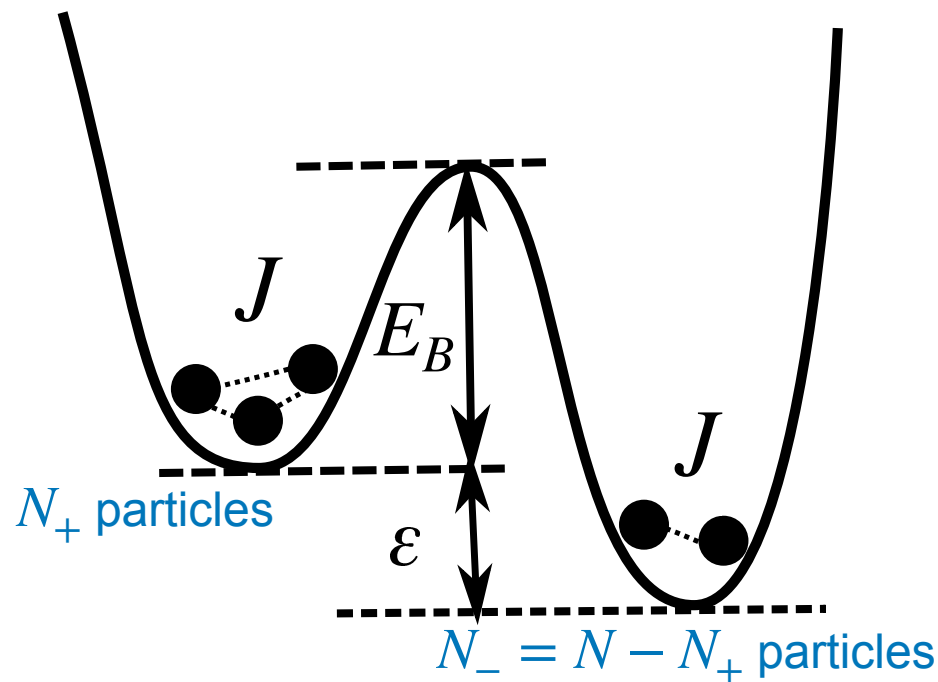
$$|C_n| e^{-|\text{Re } \lambda_n| t} \ll 1 \quad \tau_n \sim \frac{\ln |C_n|}{|\text{Re } \lambda_n|} \quad |C_n| \leq \frac{1}{|\text{Tr}[\chi_n^\dagger \rho_n]|}$$

TM and T. Shirai, PRL (2020)

左右の固有ベクトルがマクロに乖離することによって
緩和の遅れが生じる $\text{Tr}[\chi_n^\dagger \rho_n] \ll 1 \rightarrow \tau_n \gg 1/|\text{Re } \lambda_n|$

古典マルコフ過程：準安定状態

緩和の遅れは量子系に限らない：古典確率過程



二つの谷からなるポテンシャル中の N 粒子系
同じ谷の粒子間には引力相互作用が働く

$$H(N_+) = N_+ \epsilon - \frac{J}{N} \left[\frac{N_+(N_+ - 1)}{2} + \frac{N_-(N_- - 1)}{2} \right]$$

各粒子が別の谷に確率的に遷移

Arrhenius則 $W_{N_+ \rightarrow N_+ - 1} \propto e^{-\beta \Delta E}$ $\Delta E = E_B + J \frac{N_+ - 1}{N}$

詳細釣り合い $W_{N_+ \rightarrow N_+ - 1} e^{-\beta H(N_+)} = W_{N_+ - 1 \rightarrow N_+} e^{-\beta H(N_+ - 1)}$

遅い緩和（準安定状態）： $\Delta E \nearrow$

● $E_B \nearrow$ ： $\tau \sim 1/g$ （ g は遷移確率行列のギャップ）

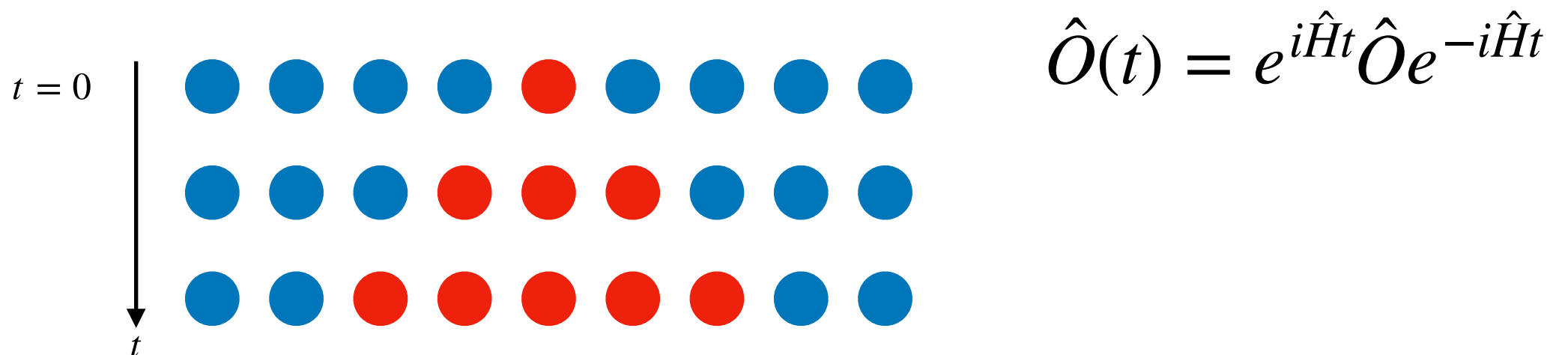
● $J \nearrow$ ： $\tau \gg 1/g$ （緩和の遅れ）

TM, Phys. Rev. Res. (2021)

散逸の加速の機構

弱いバルク散逸 + 演算子拡散

まず散逸がないユニタリ時間発展における演算子拡散から



(平均) 演算子サイズ $\mathcal{S}[\hat{O}]$

$$\hat{O} = \hat{\sigma}_i^z + \hat{\sigma}_{i+3}^x \rightarrow \mathcal{S}[\hat{O}] = 1$$

$$\hat{O} = \hat{\sigma}_i^z \hat{\sigma}_{i+3}^x \rightarrow \mathcal{S}[\hat{O}] = 2$$

$$\hat{O} = 2\hat{\sigma}_i^z + \hat{\sigma}_i^x \hat{\sigma}_{i+1}^y \rightarrow \mathcal{S}[\hat{O}] = \frac{4}{5} \times 1 + \frac{1}{5} \times 2 = \frac{6}{5}$$

OTOCを使って書ける $\mathcal{S}[\hat{O}(t)] = \frac{1}{8\|\hat{O}\|_F^2} \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=x,y,z} \text{Tr} \left([\hat{O}(t), \hat{\sigma}_i^\alpha]^\dagger [\hat{O}(t), \hat{\sigma}_i^\alpha] \right)$

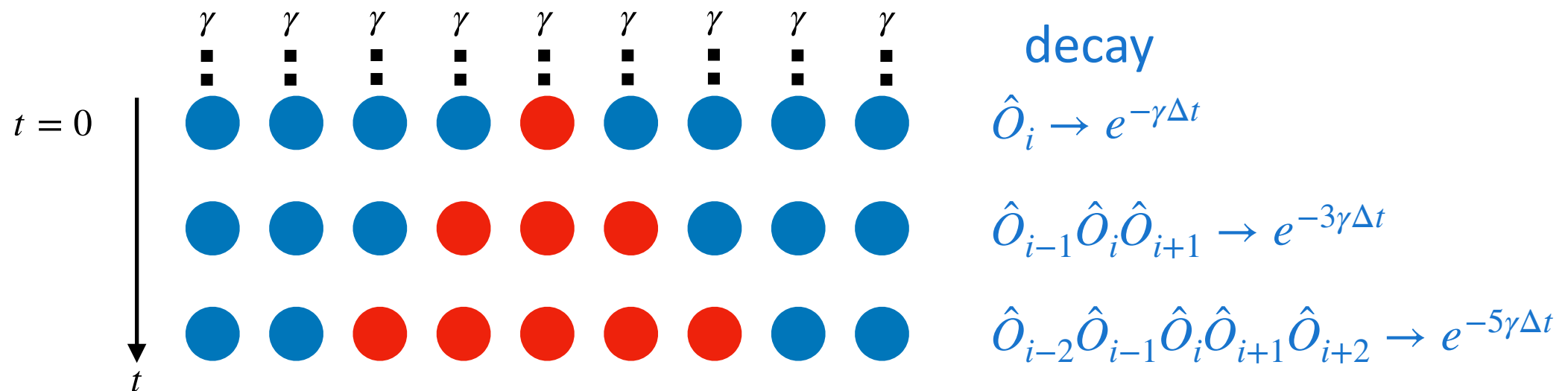
量子カオスの指標

1次元系の演算子拡散: $\mathcal{S}[\hat{O}(t)] \sim vt$

散逸の加速

T. Shirai and TM, PRL (2024) 弱いバルク散逸を加える

バルク散逸のもとではサイズの大きい演算子ほど速く緩和する



$$\|\hat{O}_i\|_F = \frac{1}{D} \text{Tr} [\hat{O}_i^\dagger \hat{O}_i] \quad \|\hat{O}_i(t)\|_F \sim e^{-\int_0^t \kappa(t') dt'} \sim e^{-\gamma v t^2}$$

$$\text{Tr} [\hat{O}_i \rho_{\text{ss}}] = 0$$

$$\kappa(t) \sim \gamma v t \quad (t \lesssim 1/\gamma)$$

$$\sim v \quad (t \gtrsim 1/\gamma, L \gg 1/\gamma)$$

リウビリアンギャップの不連続性

$$\kappa(t) \sim v \quad (t \gtrsim 1/\gamma, L \gg 1/\gamma)$$

リウビリアンギャップ : $g = \lim_{t \rightarrow \infty} \kappa(t) \sim v$ γ に依存しない！

$$\lim_{\gamma \rightarrow +0} \lim_{L \rightarrow \infty} g \neq \lim_{L \rightarrow \infty} \lim_{\gamma \rightarrow +0} g = 0$$

数値計算結果

$$\bar{g} := \lim_{\gamma \rightarrow +0} \lim_{L \rightarrow \infty} g \neq \lim_{L \rightarrow \infty} \lim_{\gamma \rightarrow +0} g = 0$$

kicked Ising chain under bulk dephasing

TM, Phys. Rev. B (2024)

$$\hat{H}(t) = - \sum_{i=1}^L \left(J \sigma_i^z \sigma_{i+1}^z + h_z \sigma_i^z \right) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau) \hat{V} \quad \hat{V} = -h_x \sum_{i=1}^L \sigma_i^x$$

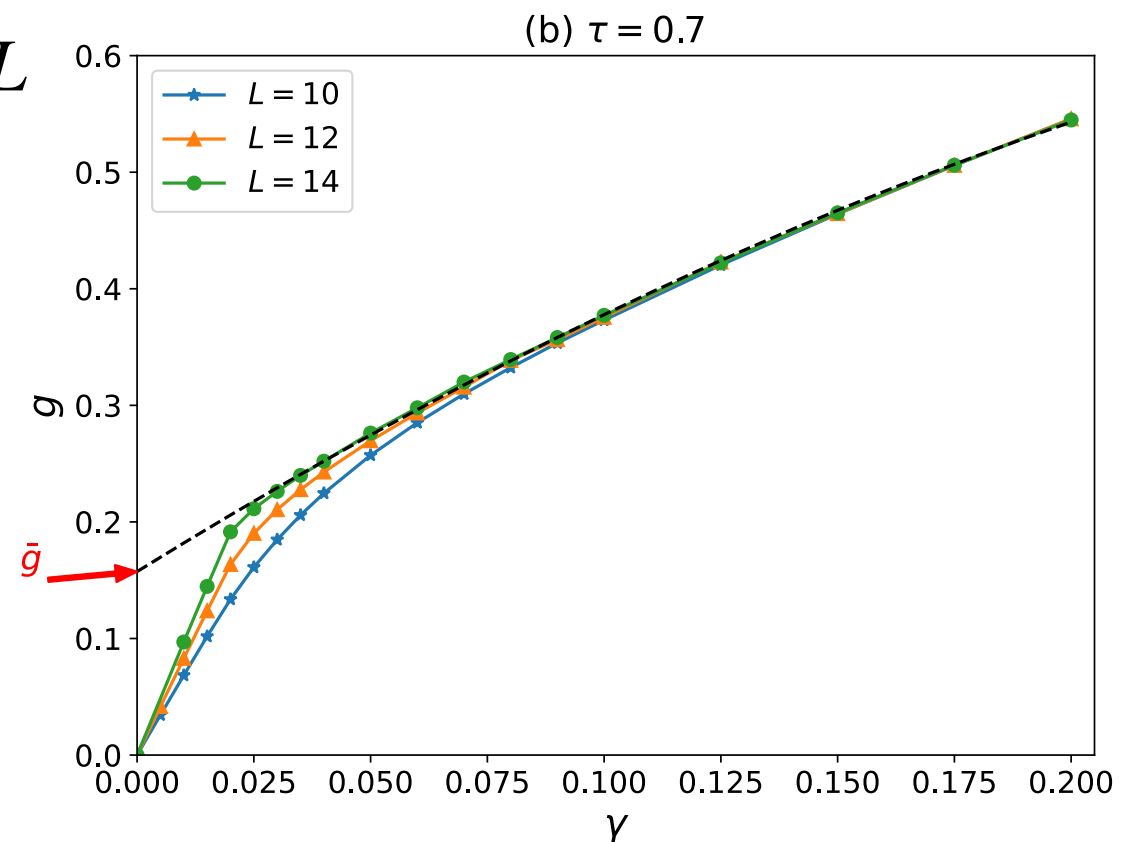
τ : キックの周期 $J = 1, h_z = 0.8090, h_x = 0.9045$ (非可積分)

bulk dephasing $\hat{L}_i = \sqrt{\gamma} \hat{\sigma}_i^z \quad i = 1, 2, \dots, L$

$$\gamma \lesssim 1/L : \quad g \sim \gamma L$$

$$\gamma \gtrsim 1/L : \quad g \sim f(\gamma)$$

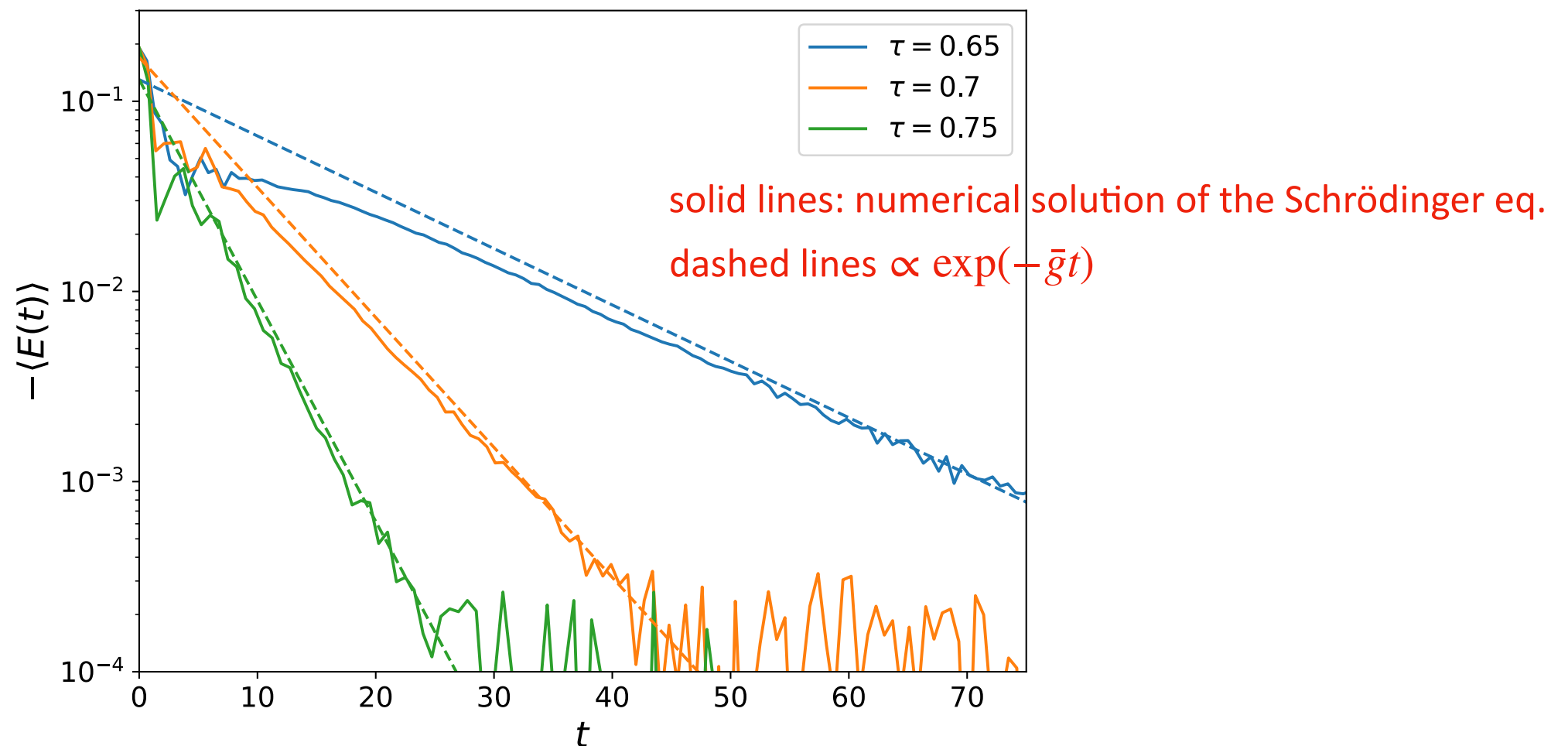
数値的には曲線 $f(\gamma)$ を $\gamma \rightarrow +0$ に外挿することで $\bar{g} = f(0)$ が得られる



散逸系のリウビリアンギャップと孤立系の熱化

$\bar{g} = \lim_{\gamma \rightarrow +0} \lim_{L \rightarrow \infty} g$ 散逸のない ($\gamma = 0$) 孤立系の熱平衡化の
時間スケールに関係 TM, Phys. Rev. B (2024)

numerical result for the kicked Ising chain under bulk dephasing



ユニタリ時間発展の隠れた指数減衰を記述

古典カオス系のRuelle-Pollicott共鳴の量子対応

まとめ

- 量子Markov過程は一般にLindblad型の量子マスター方程式で記述される
- 熱浴の相関時間が散逸の時間スケールに比べて十分短ければ ($\tau_B \ll \tau_R$) Lindblad型の量子マスター方程式が導かれる (時間粗視化の方法；回転波近似は不要)
- バルクに保存量がある場合 (境界散逸系 or 局所保存量を持つバルク散逸系) には緩和の遅れが起こる
- バルク散逸系では一般に散逸の加速が起こる
- 散逸の加速の結果、熱力学的極限でのリウビリアンギャップは散逸の弱い極限でも0にならない (量子Ruelle-Pollicott共鳴)