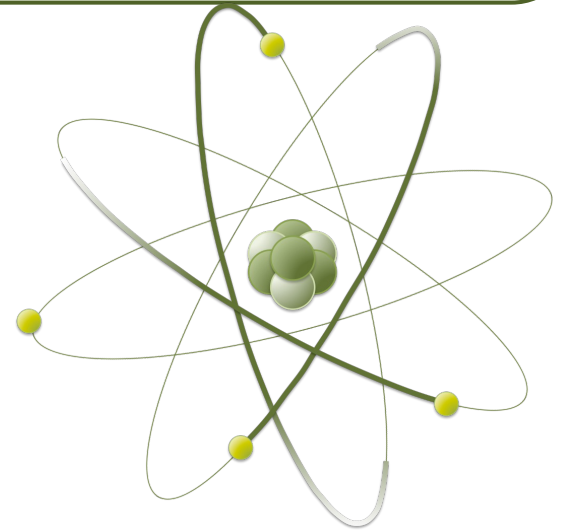




カイラルパートナーが導く高密度物質中の音速ピーク構造: 2カラーQCD線形シグマ模型による解析

末永大輝 from 名古屋大学 素粒子宇宙起源研究所(KMI))



References **Suenaga**, Murakami, Itou and iida; Phys.Rev.D 107, 054001 (2023)
Kawaguchi and **Suenaga**; JHEP 08, 189 (2023)
Suenaga, Murakami, Itou and iida; Phys.Rev.D 109, 074031 (2024)
Kawaguchi and **Suenaga**; Phys. Rev. D 109, 096034 (2024)

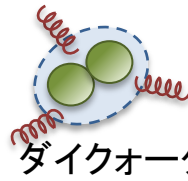
・ 2カラーQCD(QC₂D)とは? = 強い相互作用理論 with $N_c = 2$

- ダイクォークそれ自身がカラー1重項バリオンとなる → well-defined!

ダイクォーク (無色 for $N_c = 2$)



for $N_c = 3$ (我々の現実世界)



ダイクォーク (無色でない)



例えば singly heavy baryon (SHB)
がハドロンとなる

すると..

- ダイクォークとメソンが”統一的”に記述される

ダイクォーク



メソン



symmetric

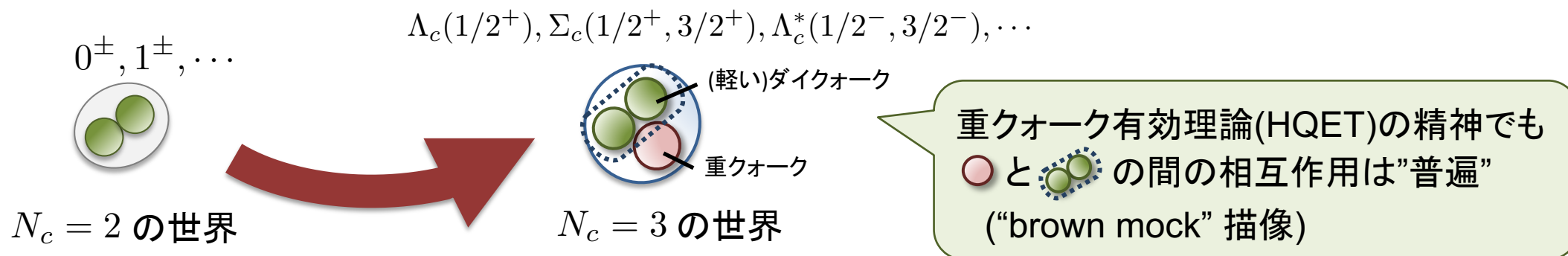
$2 \simeq 2^*$: SU(2) の擬実性 (pseudoreality)

→ カイラル対称性 (フレーバー構造) が $SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R$ から $SU(2N_f)$ に拡張される

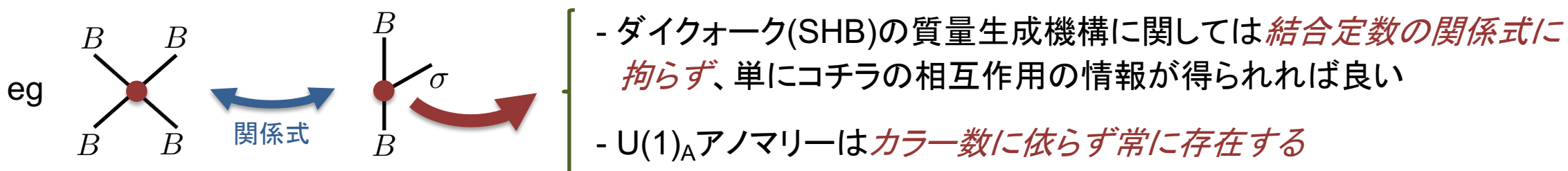
⋮

• なぜ2カラーQCD(QC₂D)?

- **Singly heavy baryon (SHB) 分光**をカイラル対称性や $U(1)_A$ アノマリーの観点から理解する際の有用な”試験場”となる

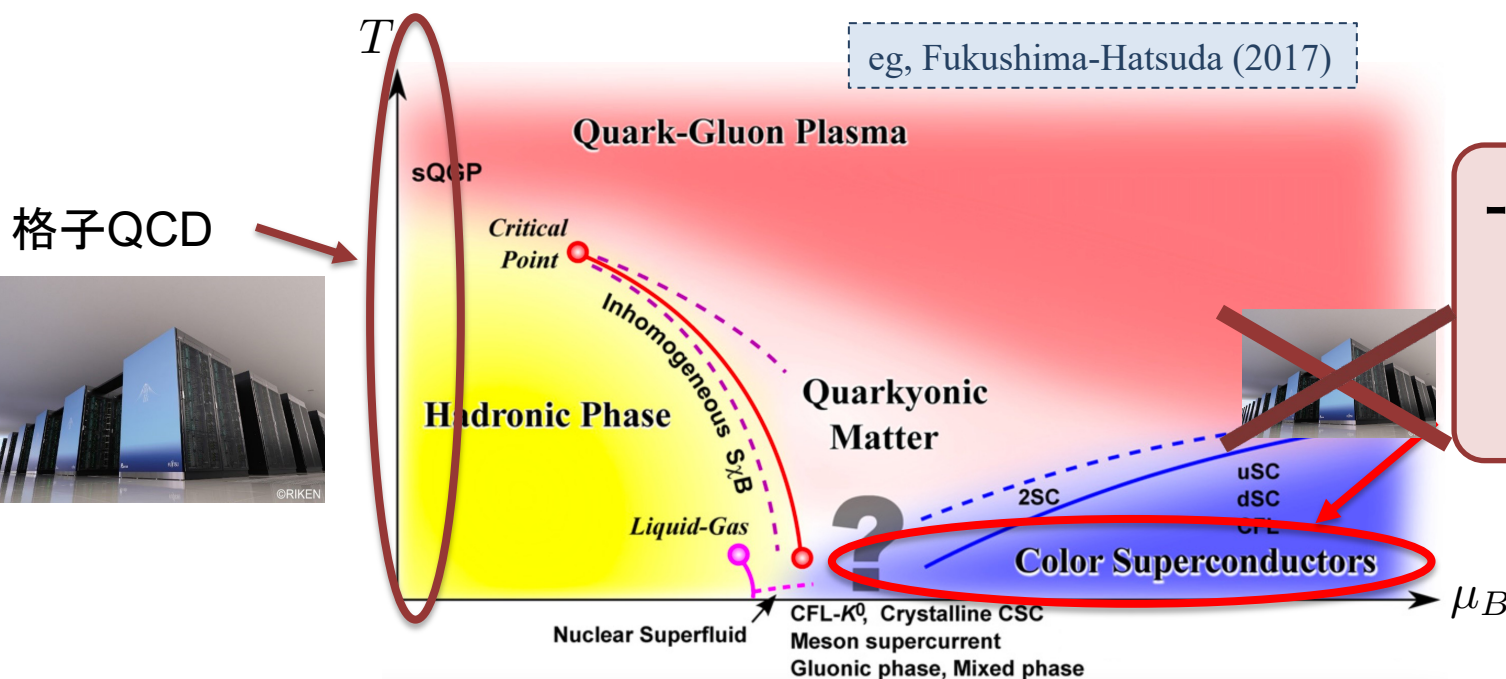


- $SU(2N_f)$ に拡張されたカイラル対称性も、単にダイクォークとメソン間の相互作用に関係式を与えるだけで特に問題ではない



・なぜ2カラーQCD(QC₂D)?

- 格子QCDによる第一原理計算が低温・有限密度領域でもそのまま可能である



- 「符号問題」により $N_c = 3$ では格子計算が簡単ではない

⇒ QCDのフロンティア

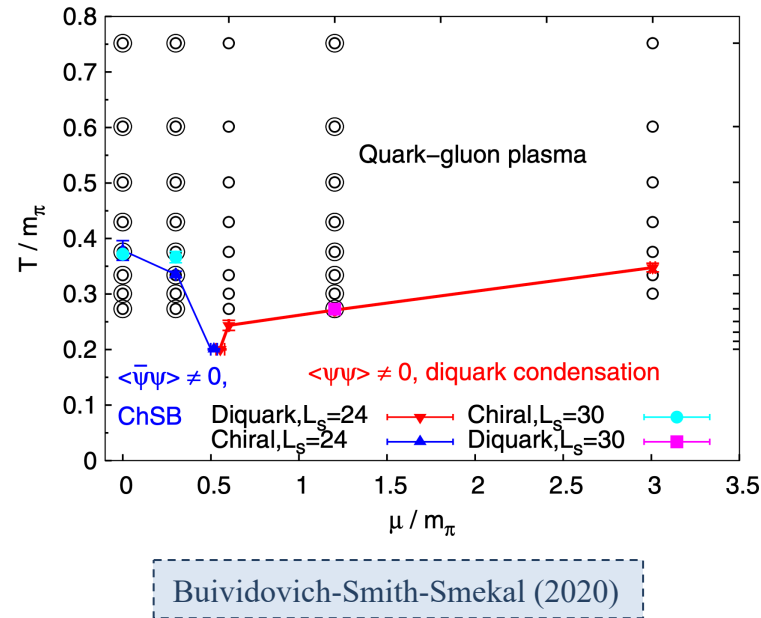
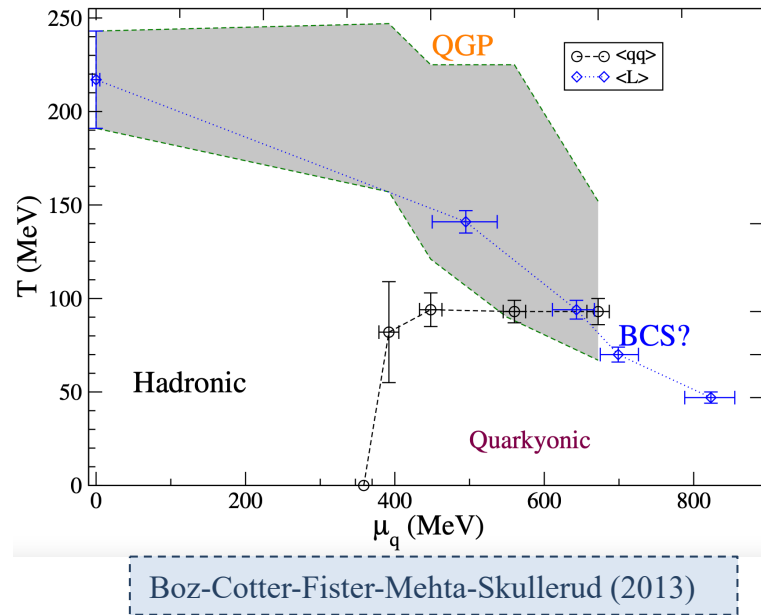
eg, G Aarts (2016)
K. Nagata (2022).

↔ 中性子星の状態方程式に重要



QC₂Dの世界では、SU(2)_cの擬実性のおかげで符号問題が消失する
= QC₂Dの特筆すべき有用性

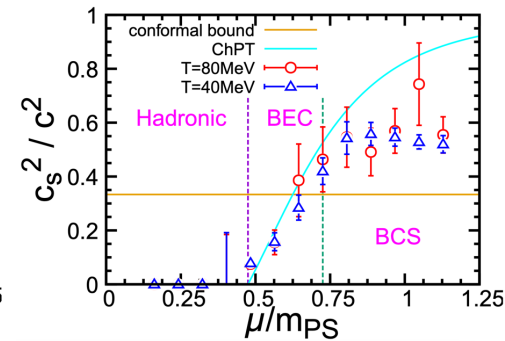
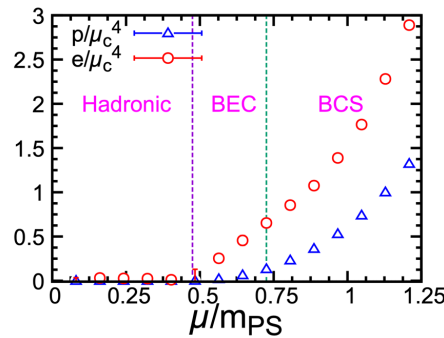
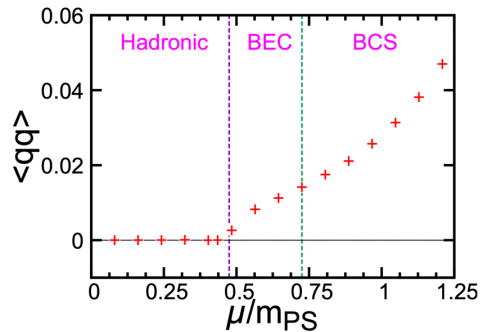
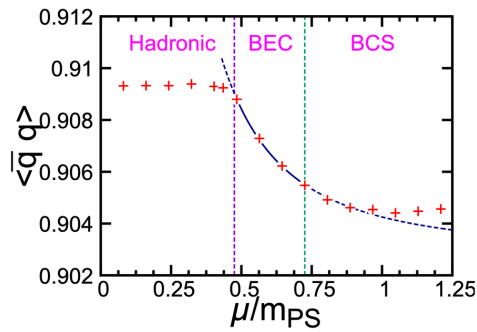
・ 格子計算によるQC₂Dの相図



- アイルランド/イギリス グループ (Hands, Skullerud, ...)
- ロシア グループ (Bornyakov, ...)
- イギリス グループ (Buividovich, ...)
- 日本 グループ (飯田さん, 伊藤さん, ...),
(+ 野中さんと名古屋の学生の大竹さん)

・ 格子QCD計算結果

- 相図に限らず、ハドロン質量, グルーオン二点関数, 輸送係数, EoSと音速, $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$, $\langle\psi\psi\rangle$, $\langle L\rangle$, etc. が測定されている



例: 日本グループ
Iida et al, 2405.20566

...

私自身のアプローチ

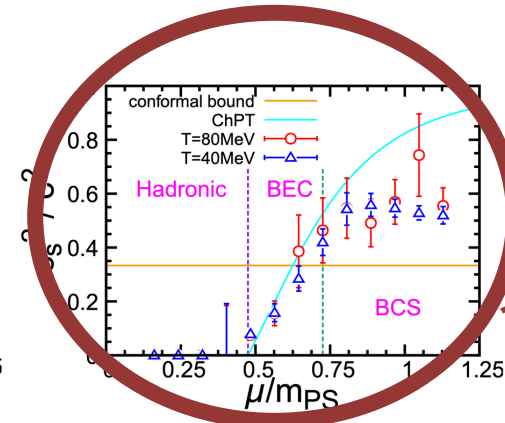
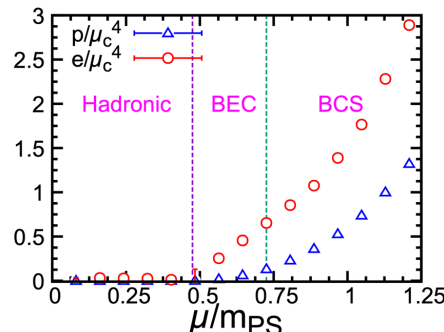
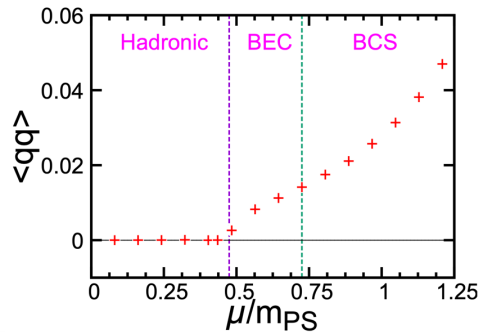
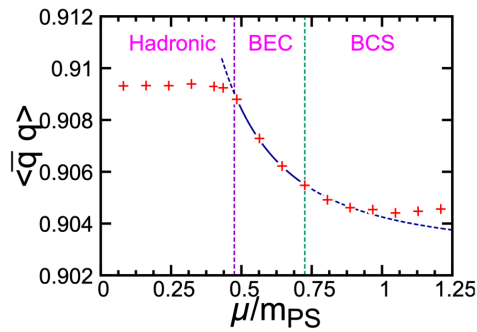
- (i) QC₂D格子計算結果を *低温・有限密度QCDを調べる有用な数値実験* とみなし
- (ii) 有効モデルによる対称性的観点に基づいた定性的解釈と将来的予言を与える

QC₂Dに関する私の論文(ただの宣伝)

Gluon propagator: [Suenaga-Kojo\(2019\)](#), [Kojo-Suenaga\(2021\)](#), CSE effect: [Suenaga-Kojo\(2021\)](#), Sound velocity: [Kojo-Suenaga\(2022\)](#), [Kawaguchi-Suenaga\(2024\)](#), Topological susceptibility: [Kawaguchi-Suenaga\(2023\)](#), Hadron mass: [Suenaga-Murakami-Itou-Iida \(2023, 2024\)](#), and in-preparations.

・ 格子QCD計算結果

- 相図に限らず、ハドロン質量, グルーオン二点関数, 輸送係数, EoSと音速, $\langle\bar{\psi}\psi\rangle$, $\langle\psi\psi\rangle$, $\langle L\rangle$, etc. が測定されている



例: 日本グループ
Iida et al, 2405.20566

...
今回は音速に着目

私自身のアプローチ

- (i) QC₂D格子計算結果を *低温・有限密度QCDを調べる有用な数値実験* とみなし
- (ii) 有効モデルによる対称性的観点に基づいた定性的解釈と将来的予言を与える

QC₂Dに関する私の論文(ただの宣伝)

Gluon propagator: Suenaga-Kojo(2019), Kojo-Suenaga(2021), CSE effect: Suenaga-Kojo(2021), Sound velocity: Kojo-Suenaga(2022), Kawaguchi-Suenaga(2024), Topological susceptibility: Kawaguchi-Suenaga(2023), Hadron mass: Suenaga-Murakami-Itou-Iida (2023, 2024), and in-preparations.

• QC₂D物質中の音速

- ゼロ温度における音速は以下の式で評価される

$$c_s^2 = \frac{n}{\mu\chi} \quad \text{with} \quad \begin{cases} n = \partial P / \partial \mu : \text{バリオン数密度} \\ \chi = \partial^2 P / \partial \mu^2 : \text{バリオン数感受率} \end{cases}$$

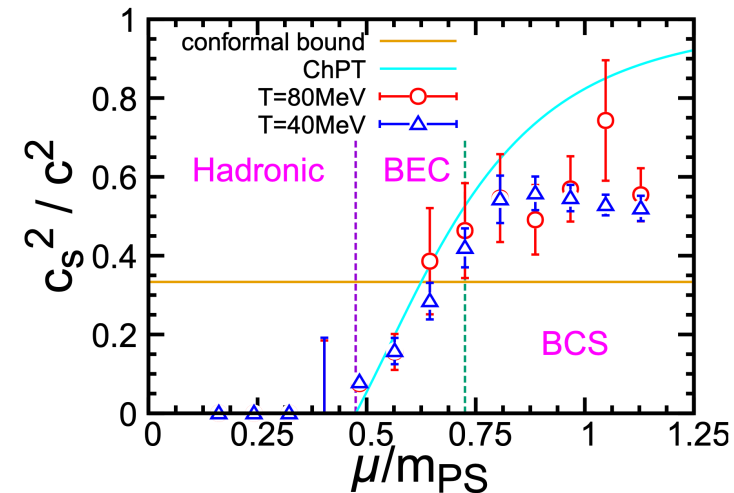
- $\mu \rightarrow \infty$ では、物理スケールは化学ポテンシャル μ に支配される

$$\rightarrow \begin{cases} P \rightarrow \alpha \mu^4 \\ n \rightarrow 4\alpha \mu^3 \\ \chi \rightarrow 12\alpha \mu^2 \end{cases} \quad \text{for } \mu \rightarrow \infty$$

$$c_s^2 \rightarrow \frac{4\alpha \mu^3}{12\alpha \mu^3} = \frac{1}{3}$$

conformal極限

格子QCD: Iida et al, 2405.20566



• QC₂D物質中の音速

- ゼロ温度における音速は以下の式で評価される

$$c_s^2 = \frac{n}{\mu\chi} \quad \text{with} \quad \begin{cases} n = \partial P / \partial \mu : \text{バリオン数密度} \\ \chi = \partial^2 P / \partial \mu^2 : \text{バリオン数感受率} \end{cases}$$

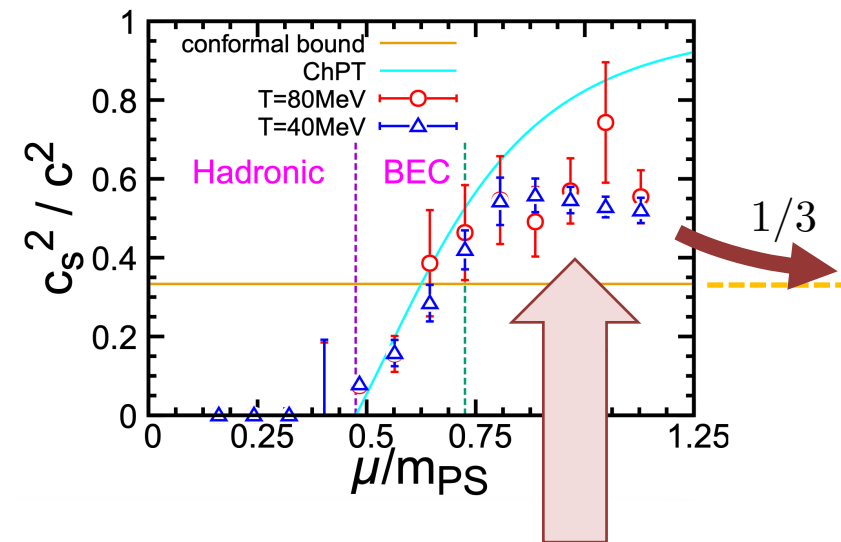
- $\mu \rightarrow \infty$ では、物理スケールは化学ポテンシャル μ に支配される

$$\rightarrow \begin{cases} P \rightarrow \alpha \mu^4 \\ n \rightarrow 4\alpha \mu^3 \\ \chi \rightarrow 12\alpha \mu^2 \end{cases} \quad \text{for } \mu \rightarrow \infty$$

$$c_s^2 \rightarrow \frac{4\alpha \mu^3}{12\alpha \mu^3} = \frac{1}{3}$$

conformal極限

格子QCD: Iida et al, 2405.20566



格子計算はピーク構造の出現を表す

• QC₂D物質中の音速

- ゼロ温度における音速は以下の式で評価される

$$c_s^2 = \frac{n}{\mu\chi} \quad \text{with} \quad \begin{cases} n = \partial P / \partial \mu : \text{バリオン数密度} \\ \chi = \partial^2 P / \partial \mu^2 : \text{バリオン数感受率} \end{cases}$$

- $\mu \rightarrow \infty$ では、物理スケールは化学ポテンシャル μ に支配される

$$\rightarrow \begin{cases} P \rightarrow \alpha \mu^4 \\ n \rightarrow 4\alpha \mu^3 \\ \chi \rightarrow 12\alpha \mu^2 \end{cases} \quad \text{for } \mu \rightarrow \infty$$

$$c_s^2 \rightarrow \frac{4\alpha \mu^3}{12\alpha \mu^3} = \frac{1}{3}$$

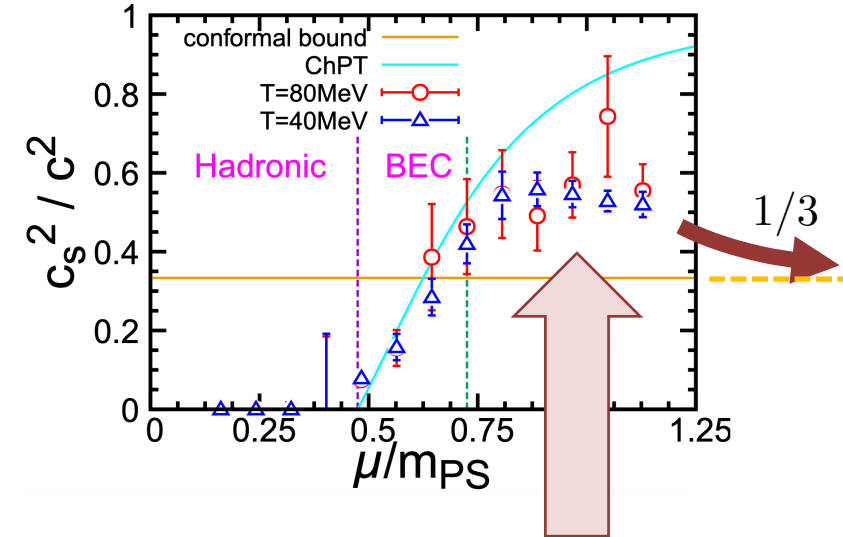
conformal極限

- $\mathcal{O}(p^2)$ カイラル摂動論(ChPT)の結果: $(c_s^{\text{ChPT}})^2 \rightarrow 1$ ($\mu \rightarrow \infty$) $\Leftrightarrow$ NO peak! (カイラル対称性の回復の情報が欠如)

ChPT: 最も軽いNGモードのみを系統的に取り扱う有効模型 (低密度でのみ有効)

➡ 本研究動機: 励起モードも同時に扱う模型を構築し、広い密度領域で音速を理論的に調べる

格子QCD: Iida et al, 2405.20566



格子計算はピーク構造の出現を表す

Son-Stephanov (2001),
Hands-Kim-Skullerud (2006)

• Pauli-Gursey SU(4)対称性 ($N_f = 2$)

- SU(2)_cの擬実性により、ゼロ質量クォークのQC₂Dラグランジアンは以下のように書き換えられる

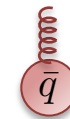
$$\mathcal{L}_{\text{QC}_2\text{D}} = \bar{\psi} i \not{\partial} \psi - g_s \bar{\psi} \not{A}^a T_c^a \psi = \Psi^\dagger i \partial_\mu \sigma^\mu \Psi - g_s \Psi^\dagger A_\mu^a T_c^a \sigma^\mu \Psi$$

擬実性: $\sigma^2 \sigma^a \sigma^2 = -(\sigma^a)^*$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{2フレーバー: } \Psi = (\psi_R, \tilde{\psi}_L)^T = (u_R, d_R, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L)^T \text{ with } \tilde{\psi}_L = \sigma^2 \tau_c^2 \psi_L^* \\ \text{4元パウリ行列: } \sigma^\mu = (1, \sigma^i) \end{array} \right.$$



$\simeq$



グルーオンはqと反qを区別できない

- $\mathcal{L}_{\text{QC}_2\text{D}}$ は明らかに $\Psi \rightarrow g\Psi$ [$g \in SU(4)$] の下での対称性を持つ



Pauli-Gursey SU(4)対称性 (拡張されたカイラル対称性)

Pauli (1957), Gursey (1958)

- $\bar{\psi}\psi = \frac{1}{2} \left(\Psi^T \sigma^2 \tau_c^2 E^T \Psi + \Psi^\dagger \sigma^2 \tau_c^2 E \Psi^* \right)$ はSU(4)変換の下で一般には**不変ではない**が、その部分群 $Sp(4)$ 変換の下では依然として不変

$Sp(4)$ 変換: $\Psi \rightarrow h\Psi$ where $h^T E h = E$

シンプレクティック行列

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$



対称性の破れパターン $SU(4) \rightarrow Sp(4)$

・ スピン0ハドロン場の導入

- 以下のクォーク双一次場を導入する ("フレーバー"空間で 4×4 行列)

スピン1重項
カラー1重項

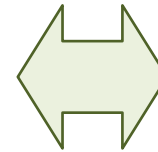
$$\Sigma_{ij} \sim \Psi_j^T \sigma^2 \tau_c^2 \Psi_i = \begin{pmatrix} 0 & d_R^T \sigma^2 \tau^2 u_R & u_L^\dagger u_R & d_L^\dagger u_R \\ -d_R^T \sigma^2 \tau^2 u_R & 0 & u_L^\dagger d_R & d_L^\dagger d_R \\ -u_L^\dagger u_R & -u_L^\dagger d_R & 0 & d_L^\dagger \sigma^2 \tau^2 u_L^* \\ -d_L^\dagger u_R & -d_L^\dagger d_R & -d_L^\dagger \sigma^2 \tau^2 u_L^* & 0 \end{pmatrix}_{ij}$$

with $\Psi = (\psi_R, \tilde{\psi}_L)^T$
 $= (u_R, d_R, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L)^T$

- ハドロン場を定義

$$B \sim -\frac{i}{\sqrt{2}} \psi^T C \gamma_5 \tau_c^2 \tau_f^2 \psi \quad B' \sim -\frac{1}{\sqrt{2}} \psi^T C \tau_c^2 \tau_f^2 \psi \quad \sigma \sim \bar{\psi} \psi$$

$$a_0^a \sim \bar{\psi} \tau_f^a \psi \quad \eta \sim \bar{\psi} i \gamma_5 \psi \quad \pi^a \sim \bar{\psi} i \gamma_5 \tau_f^a \psi$$



Hadron	J^P	Quark number	Isospin
σ	0^+	0	0
a_0	0^+	0	1
η	0^-	0	0
π	0^-	0	1
$B (\bar{B})$	0^+	$+2(-2)$	0
$B' (\bar{B}')$	0^-	$+2(-2)$	0

メソン

バリオン



- 4×4 行列 Σ の完成

$$\Sigma \rightarrow g \Sigma g^T \quad [g \in SU(4)]$$

$$\Sigma = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\frac{B' - iB}{2\sqrt{2}} & \frac{\sigma - i\eta + a_0^0 - i\pi^0}{4} & \frac{a_0^+ - i\pi^+}{2\sqrt{2}} \\ \frac{B' - iB}{2\sqrt{2}} & 0 & \frac{a_0^- - i\pi^-}{2\sqrt{2}} & \frac{\sigma - i\eta - a_0^0 + i\pi^0}{4} \\ -\frac{\sigma - i\eta + a_0^0 - i\pi^0}{4} & -\frac{a_0^- - i\pi^-}{2\sqrt{2}} & 0 & -\frac{\bar{B}' - i\bar{B}}{2\sqrt{2}} \\ -\frac{a_0^+ - i\pi^+}{2\sqrt{2}} & -\frac{\sigma - i\eta - a_0^0 + i\pi^0}{4} & \frac{\bar{B}' - i\bar{B}}{2\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}$$

cf, $\Sigma = \sigma + i\pi^a \tau^a$
for $N_c = 3$

・ 線形シグマ模型: linear sigma model (LSM)

- (近似的に) $SU(4)$ 対称性を持つLSMラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \text{tr}[\underline{D_\mu \Sigma^\dagger D^\mu \Sigma}] - m_0^2 \text{tr}[\Sigma^\dagger \Sigma] - \lambda_1 (\text{tr}[\Sigma^\dagger \Sigma])^2 - \lambda_2 \text{tr}[(\Sigma^\dagger \Sigma)^2] + \text{tr}[\underline{H^\dagger \Sigma + \Sigma^\dagger H}] + c(\det \Sigma + \det \Sigma^\dagger)$$

$$D_\mu \Sigma = \partial_\mu \Sigma - i\mu_q \delta_{\mu 0} \{J, \Sigma\} \quad \text{with } J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

バリオン化学ポテンシャル効果

$$H = h_q E \quad \text{with } E = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

カレントクォー質量効果

$U(1)_A$ アノマリー

- LSMを用いる利点: **カイラルパートナー(パリティパートナー)**の導入が可能

$\sigma, a_0, B', \bar{B}'$



(P波)励起モード → ChPTでは記述不可

Kogut et al (2000)



$\pi, \eta, B, \bar{B}$

最も軽いモード(NGモード等)

パートナー構造
(LSMの特色)



・線形シグマ模型: linear sigma model (LSM)

- (近似的に) $SU(4)$ 対称性を持つLSMラグランジアンは

$$\mathcal{L} = \text{tr}[\underline{D_\mu \Sigma^\dagger D^\mu \Sigma}] - m_0^2 \text{tr}[\Sigma^\dagger \Sigma] - \lambda_1 (\text{tr}[\Sigma^\dagger \Sigma])^2 - \lambda_2 \text{tr}[(\Sigma^\dagger \Sigma)^2] + \text{tr}[\underline{H^\dagger \Sigma + \Sigma^\dagger H}] + c(\det \Sigma + \det \Sigma^\dagger)$$

$$D_\mu \Sigma = \partial_\mu \Sigma - i\mu_q \delta_{\mu 0} \{J, \Sigma\} \quad \text{with } J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

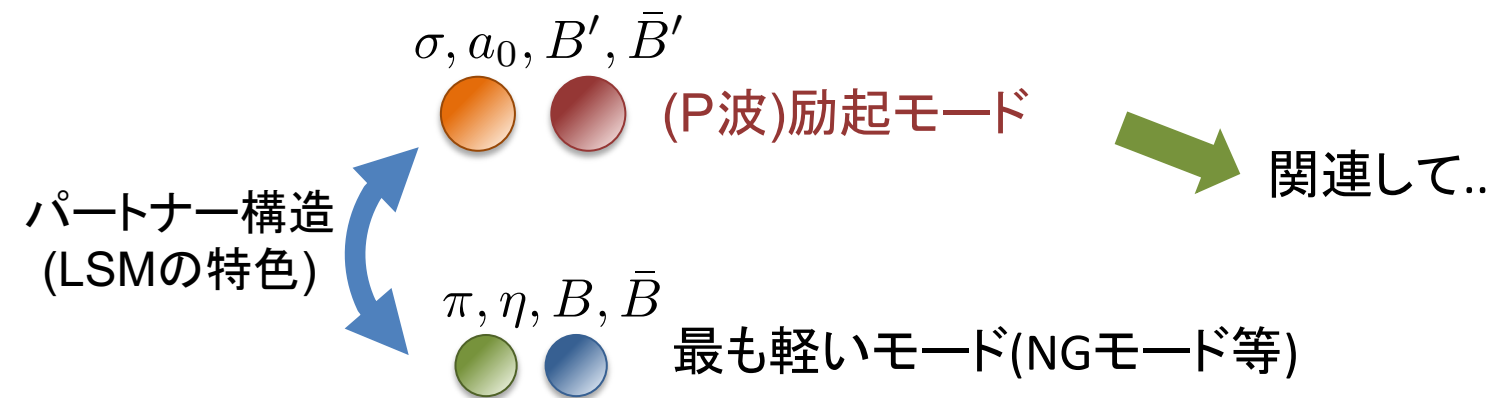
バリオン化学ポテンシャル効果

$$H = h_q E \quad \text{with } E = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

カレントクォー質量効果

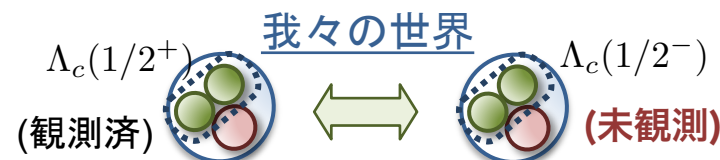
$U(1)_A$ アノマリー

- LSMを用いる利点: **カイラルパートナー(パリティパートナー)**の導入が可能



SHBと関連した展望

QC₂Dの $B'(0^-)$ 解析から、 $N_c = 3$ での未観測の HQS-singlet $\Lambda_c(1/2^-)$ のヒントを得たい



線形シグマ模型

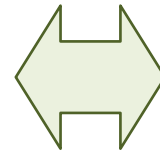
15/21

• 平均場

- 2種類の平均場を導入: $\sigma_0 \equiv \langle \sigma \rangle$ and $\Delta \equiv \left\langle \frac{B + \bar{B}}{\sqrt{2}} \right\rangle$

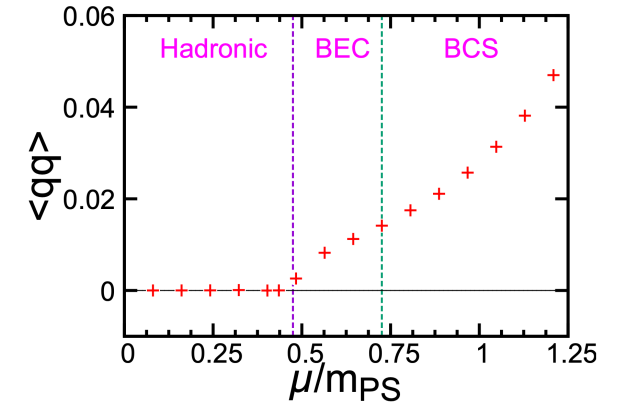
$\sigma_0 \sim \langle \bar{\psi} \psi \rangle$: カイラル凝縮

$\Delta \sim -\frac{i}{2} \langle \psi^T C \gamma_5 \tau_c^2 \tau_f^2 \psi \rangle + \text{h.c.}$: ダイクオーク凝縮



格子計算

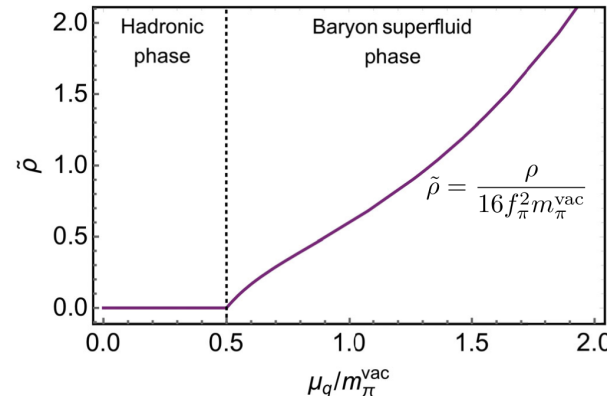
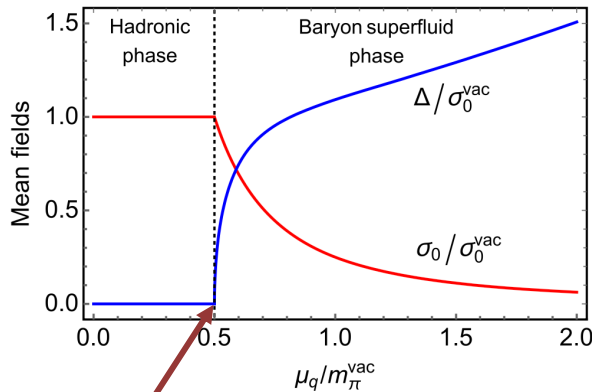
Iida et al, 2405.20566



$\langle qq \rangle = 0$: hadronic phase

$\langle qq \rangle \neq 0$: baryon superfluid phase
(バリオン超流動相)

- σ_0 や Δ 、またバリオン密度 ρ の μ_q 依存性



インプット

$\sigma_0^{\text{vac}} = 250 \text{ MeV}$ (put by hand)

$\lambda_1 = c = 0$ (large N_c)

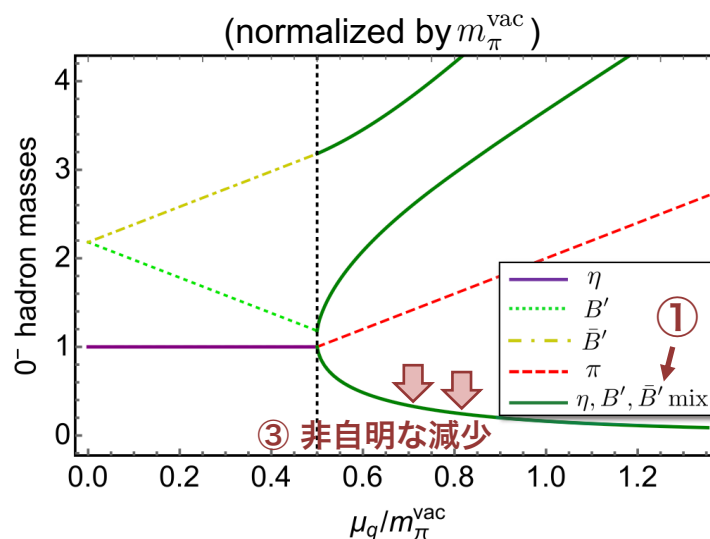
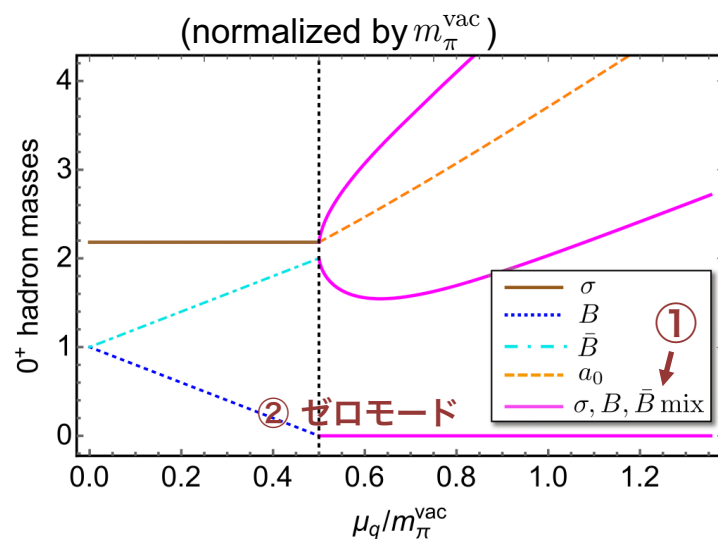
$m_{\pi}^{\text{vac}} = 738 \text{ MeV}$

$m_{a_0}^{\text{vac}}/m_{\pi}^{\text{vac}} = 2.18$ } lattice
Murakami et al

$\mu_q = m_{\pi}^{\text{vac}}/2$ における2次相転移

・ハドロン質量

模型解析



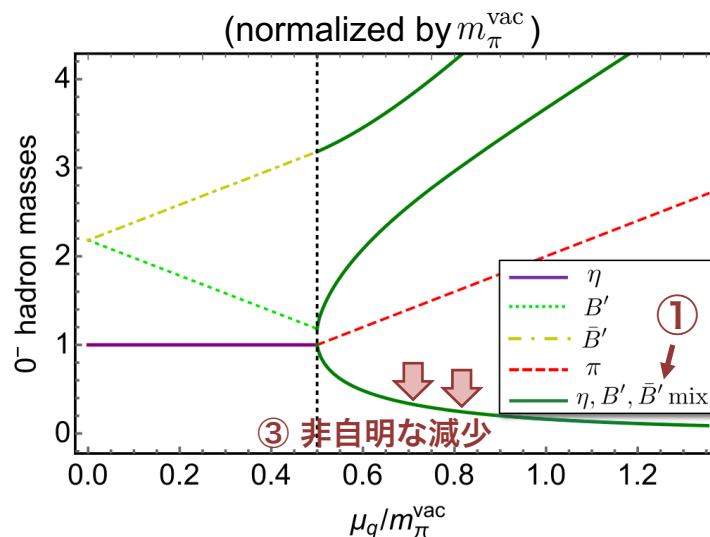
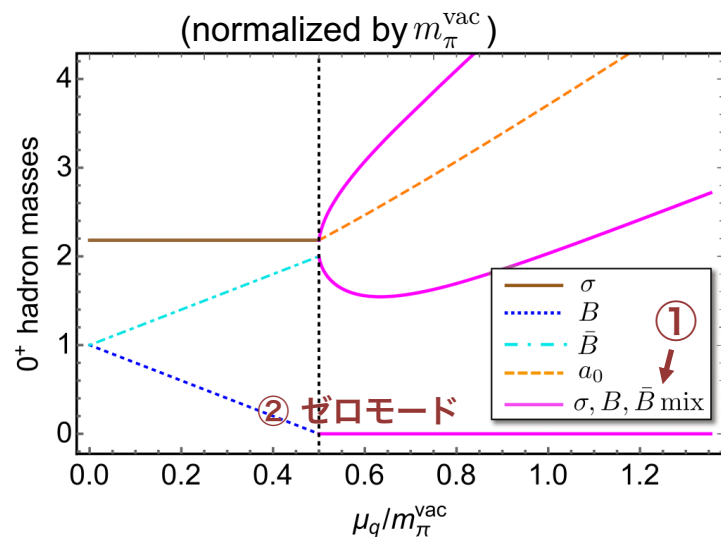
バリオン超流動相

→ $U(1)$ バリオン数の破れ

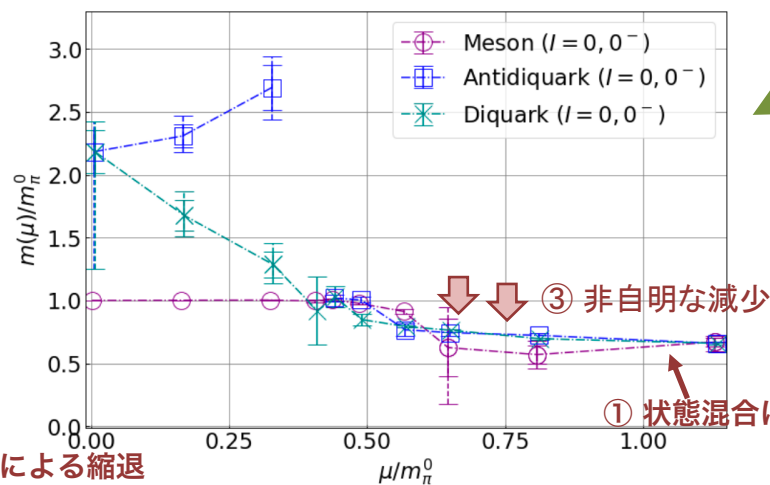
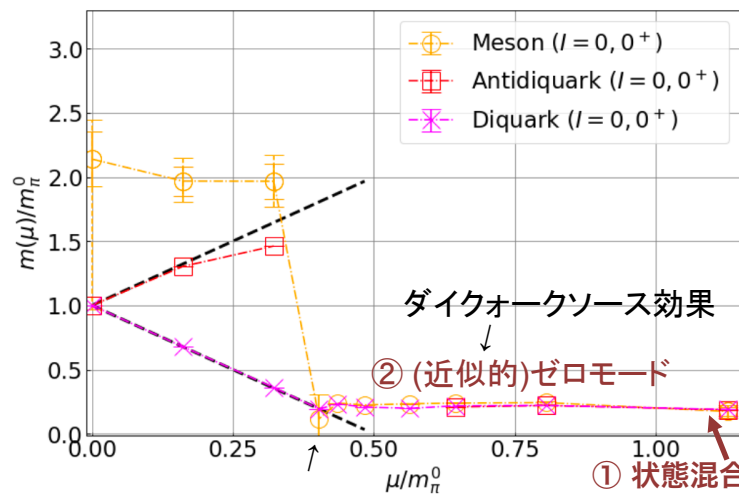
- ① $\left\{ \begin{array}{l} \sigma, B, \bar{B} \text{ の状態混合}(0^+) \\ \eta, B', \bar{B}' \text{ の状態混合}(0^-) \end{array} \right.$
- ② ゼロモード(NGモード)の出現
with $U(1)_B \rightarrow 1$
- ③ “ η 質量”の非自明な減少

・ハドロン質量

模型解析



格子QCD (Murakami et al)



比較

バリオン超流動相
→ $U(1)$ バリオン数の破れ

- ① $\left\{ \begin{array}{l} \sigma, B, \bar{B} \text{ の状態混合 } (0^+) \\ \eta, B', \bar{B}' \text{ の状態混合 } (0^-) \end{array} \right.$
- ② ゼロモード (NGモード) の出現
with $U(1)_B \rightarrow 1$
- ③ “ η 質量” の非自明な減少

定性的に格子計算結果を再現
→ 開発したLSMの有用性を確認

・ LSMでの熱力学量と音速(平均場レベル)

基本的な構造: (LSM result) = (ChPT result) + $(1/\delta\bar{m}_{\sigma-\pi}^2 \text{ contribution})$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{圧力: } p = f_\pi^2 m_\pi^2 \left(\bar{\mu}^2 + \frac{1}{\bar{\mu}^2} \right) + f_\pi^2 m_\pi^2 \left[\frac{4}{\delta\bar{m}_{\sigma-\pi}^2} (\bar{\mu}^2 - 1)^2 \right] \\ \text{エネルギー: } \epsilon = f_\pi^2 m_\pi^2 \left[\frac{(\bar{\mu}^2 + 3)(\bar{\mu}^2 - 1)}{\bar{\mu}^2} \right] + f_\pi^2 m_\pi^2 \left[\frac{4}{\delta\bar{m}_{\sigma-\pi}^2} (3\bar{\mu}^2 + 1)(\bar{\mu}^2 - 1) \right] \\ \text{音速: } c_s^2 = \frac{(1 - 1/\bar{\mu}^4) + 8(\bar{\mu}^2 - 1)/\delta\bar{m}_{\sigma-\pi}^2}{(1 + 3/\bar{\mu}^4) + 8(3\bar{\mu}^2 - 1)/\delta\bar{m}_{\sigma-\pi}^2} \end{array} \right.$$

$$\bar{\mu} = \mu/\mu_{\text{cr}} = 2\mu/m_\pi$$

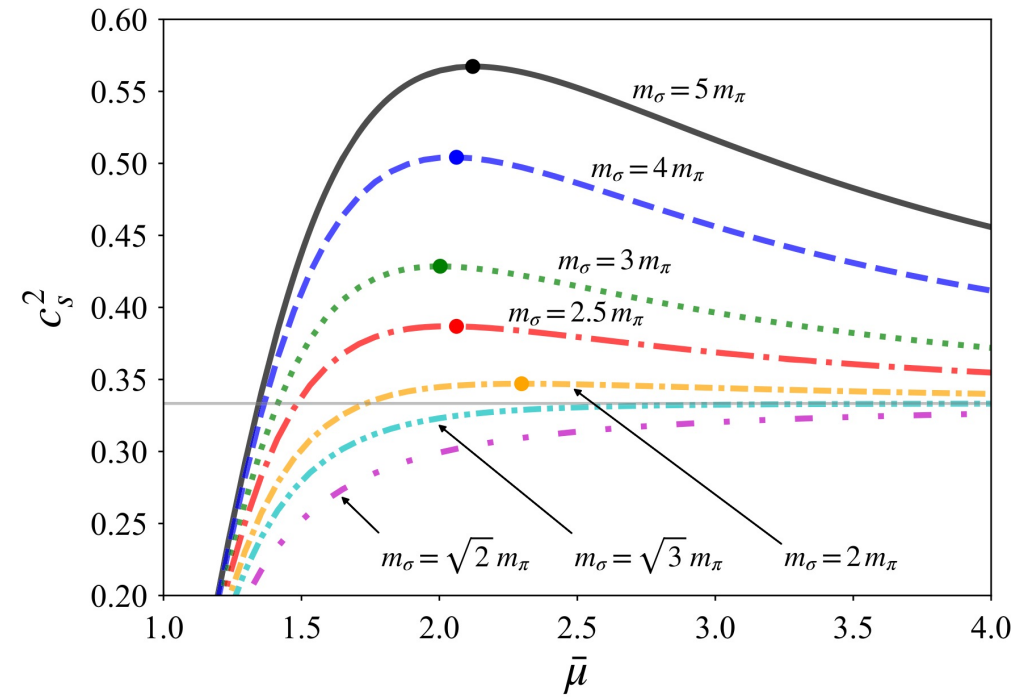
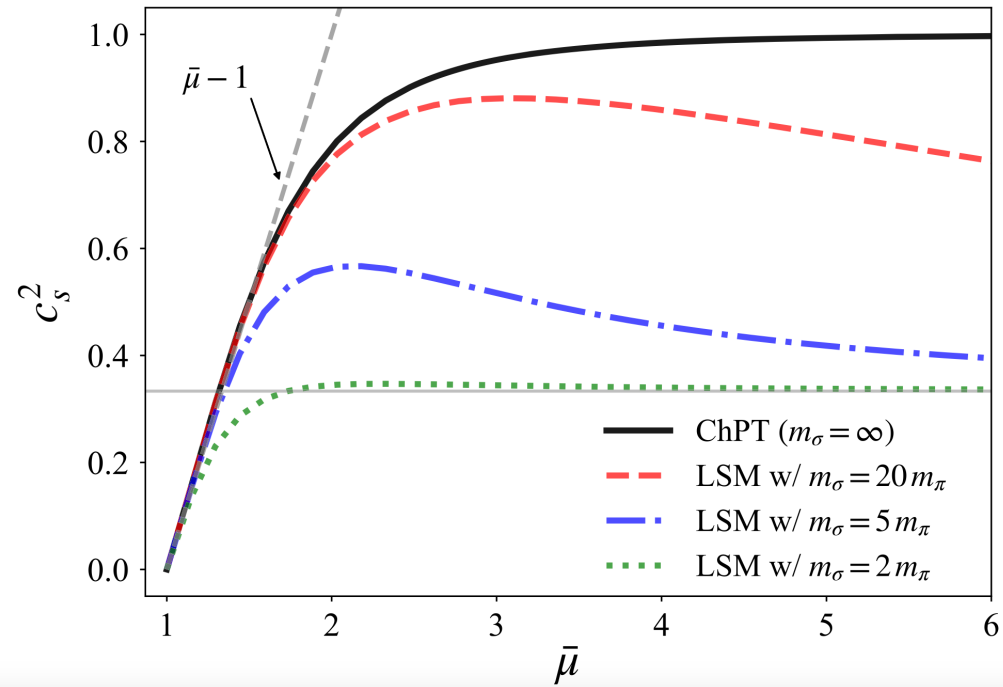
$$\delta\bar{m}_{\sigma-\pi}^2 = (m_\sigma^2 - m_\pi^2)/\mu_{\text{cr}}^2$$

- σ メソン質量が十分大きい極限 ($m_\sigma \rightarrow \infty$) で、カイラル摂動論の結果に帰着



カイラルパートナー(σ 等)をintegrate outすることに対応

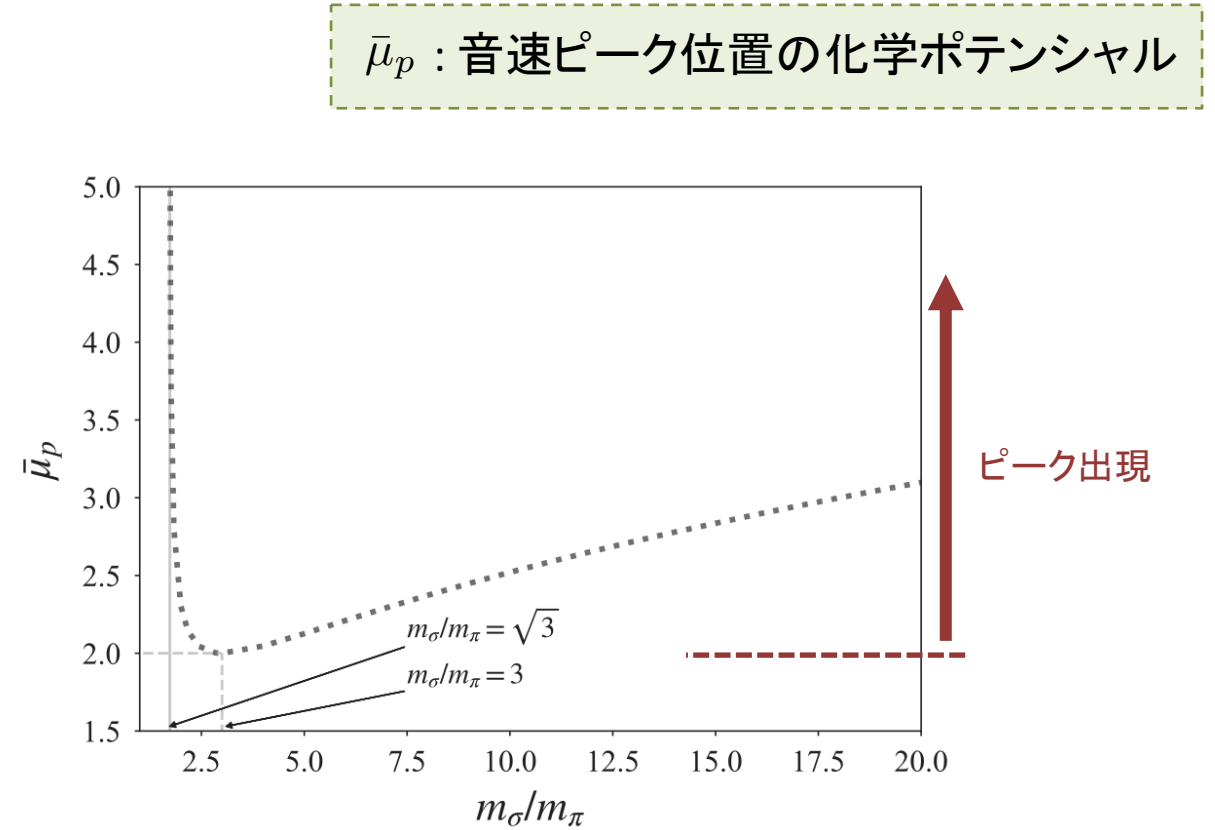
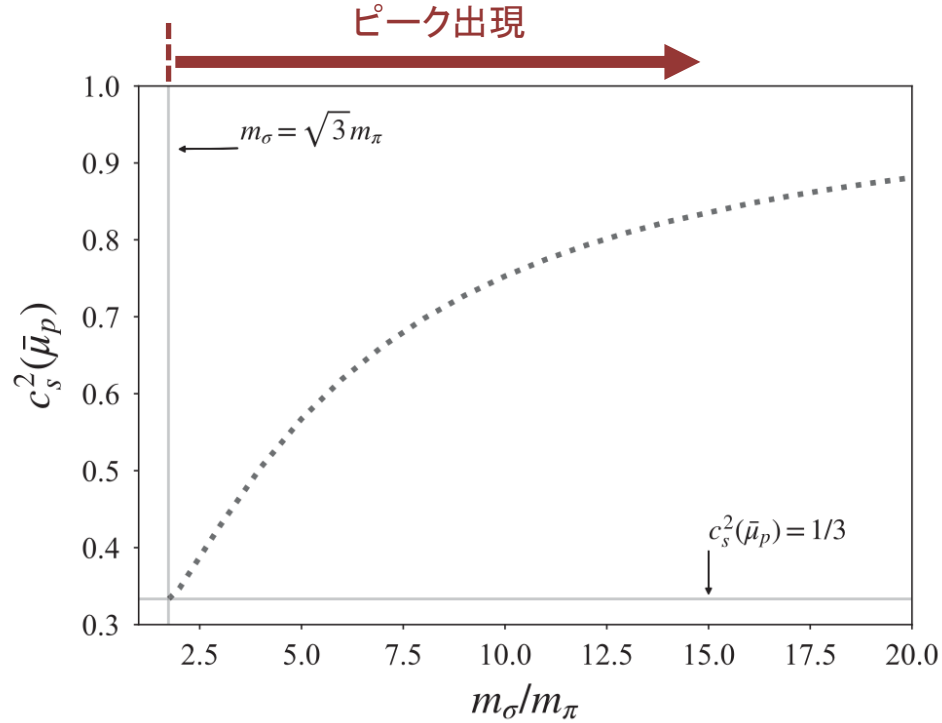
・音速ピーク



$$\bar{\mu} = \mu/\mu_{\text{cr}} = 2\mu/m_\pi$$

- $m_\sigma < \infty$ ならば $\mu \rightarrow \infty$ で $c_s^2 \rightarrow 1/3$ に収束 (音速にピーク構造出現)
- ハドロン物質 $\rightarrow$ クォーク物質へのクロスオーバーとの関連は不明 (考察中)

・音速ピーク位置の m_σ 依存性



- 音速ピークは $m_\sigma < \sqrt{3}m_\pi < \infty$ の際に出現
- 音速ピークは $\bar{\mu} > 2$ ($\mu > m_\pi$) にのみ出現

- 有限密度QC₂Dの線形シグマ模型(LSM)を構築

$\left\{ \begin{array}{l} \text{NGモードとカイラルパートナー(パリティパートナー)を同時に記述} \\ \rightarrow \text{カイラル摂動論(ChPT)の拡張版の有効模型} \end{array} \right.$



- 格子QCDで測られた $0^\pm$ ハドロン質量を定性的に説明 ($\rightarrow$ LSMの有用性の確認)

$\rightarrow$ カイラル回復の情報が入るLSMは、高密度領域を調べる良いベンチマーク

- LSMを用いて音速を調べた

$\rightarrow m_\sigma < \sqrt{3}m_\pi < \infty$ で音速にピークが出現

- 定量的な議論のためには、揺らぎの効果やスピン1平均場の効果が必要

- 音速ピークとクロスオーバーの関係性は不明 (考察中 $\leftarrow$ 最も重要な課題だと認識)

メッセージ: QC₂D(に限らず)格子計算結果は重要な数値実験!

QC₂Dダイクォーク研究から
3カラーのSHB分光へ

