KEK研究会「熱場の量子論とその応用」
2023年8月28日(月)@高エネルギー加速器研究機構研究本館小林ホール
レビュー講演

時間依存密度汎関数法による中性子星クラスト物質の微視的記述

関澤 一之

東京工業大学 理学院物理学系

東京工業大学
Tokyo Institute of Technology

私の専門分野：原子核理論

(低エネルギー)
原子核物理

量子力学に基づき
陽子・中性子（核子）の
多体系の物理を探求する

ハドロン物理

量子色力学(QCD)に基づき
クォーク・グルーオンの多体系
の物理を探求する

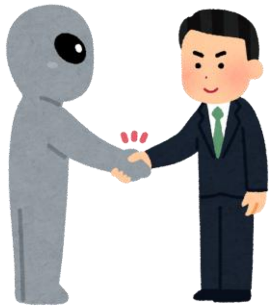
基本的には、(非相対論的) 量子力学を用いた
フェルミ粒子多体系の物理を議論します。

核物理の世界へ...

物性物理と近い！

天体・宇宙，素粒子，ハドロン
超流動・超伝導なども関係！

カクブツリ...



私が今思う，**核子多体系**の**特色**：

自己組織化（Self-organization）している
量子多体系であるところ！

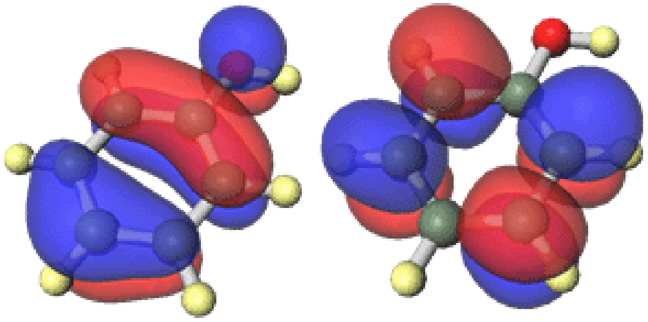
電子系と核子系：類似点と相違点

私の個人的な見解です。

原子・分子

外場があって，電子が束縛されている

＝原子核の作るクーロンポテンシャル



$$m_{\rm nucl} \gg m_e$$

形を決めるマクロな自由度と
電子のミクロな自由度が別にある

原子核

外場はない！

→ 核力で引き合い，自己束縛する

原子核は「液滴」みたい？

図：(株)東レリサーチセンターHP
https://www.toray-research.co.jp/technical-info/analysis/simulation/sim_001.html

図：https://en.wikipedia.org/wiki/File:Water_drop_001.jpg

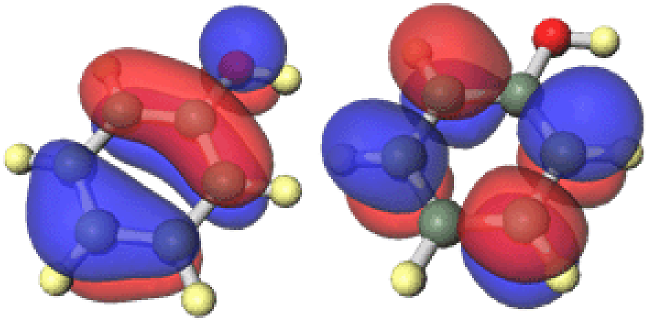
電子系と核子系：類似点と相違点

私の個人的な見解です。

原子・分子

外場があって，電子が束縛されている

＝原子核の作るクーロンポテンシャル

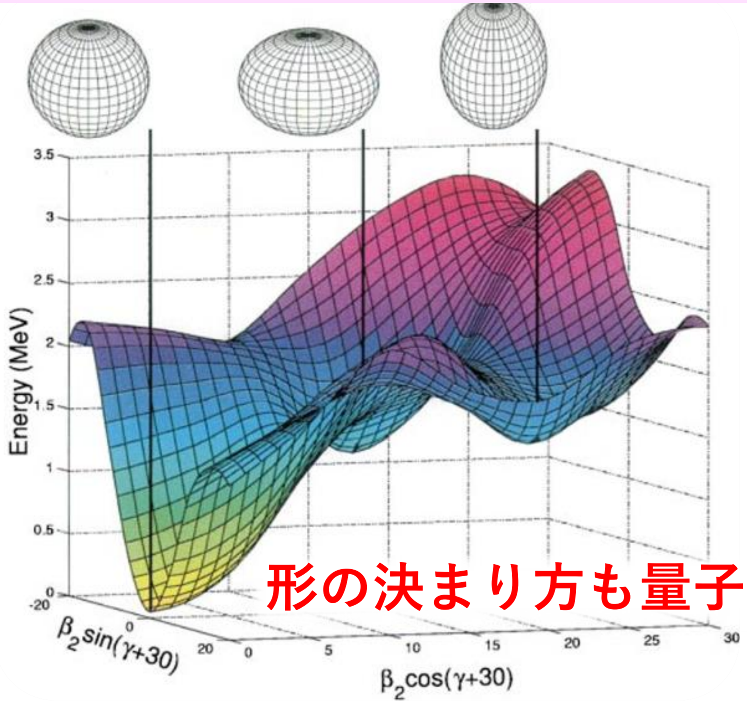


$$m_{\rm nucl} \gg m_e$$

形を決めるマクロな自由度と
電子のミクロな自由度が別にある

原子核

基底状態は様々な変形の重ね合わせ
（変形共存: Shape coexistence）
※核種に依ります！



形の決まり方も量子的

図：(株)東レリサーチセンターHP
https://www.toray-research.co.jp/technical-info/analysis/simulation/sim_001.html

図：A.N. Andreyev *et al.*, Nature **405**, 430 (2000)

電子系と核子系：類似点と相違点

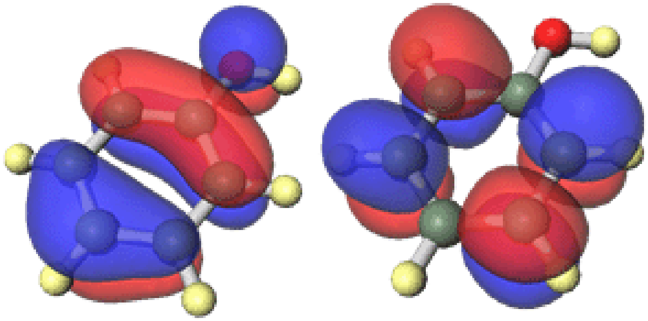
私の個人的な見解です。

原子・分子

原子核

外場があって，電子が束縛されている

＝原子核の作るクーロンポテンシャル

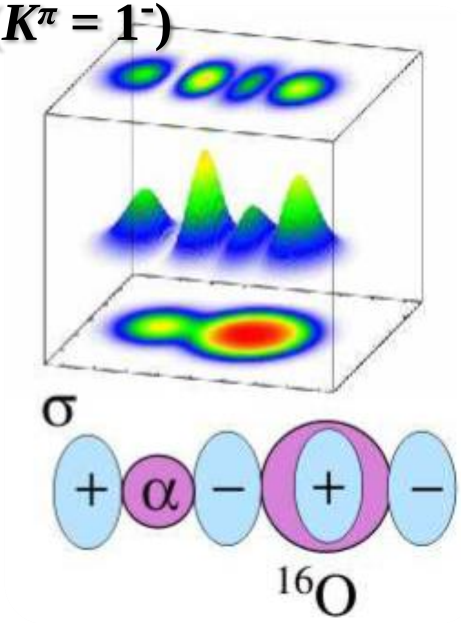


$$m_{\text{nucl}} \gg m_e$$

形を決めるマクロな自由度と
電子のミクロな自由度が別にある

励起状態にクラスター構造が発現！
（分子軌道も現れる）
※核種に依ります！

$^{22}\mathrm{Ne}^*$ ($K^\pi = 1^-$)



2個の余剰中性子が分子軌道(σ)に

図：(株)東レリサーチセンターHP
https://www.toray-research.co.jp/technical-info/analysis/simulation/sim_001.html

図：W. von Oertzen *et al.*, J. Phys. Conf. Ser. **863**, 012066 (2017)

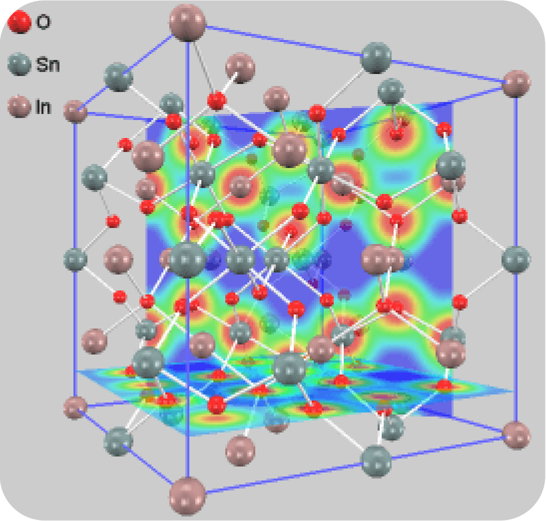
電子系と核子系：類似点と相違点

私の個人的な見解です。

固体

外場があって，電子が束縛されている

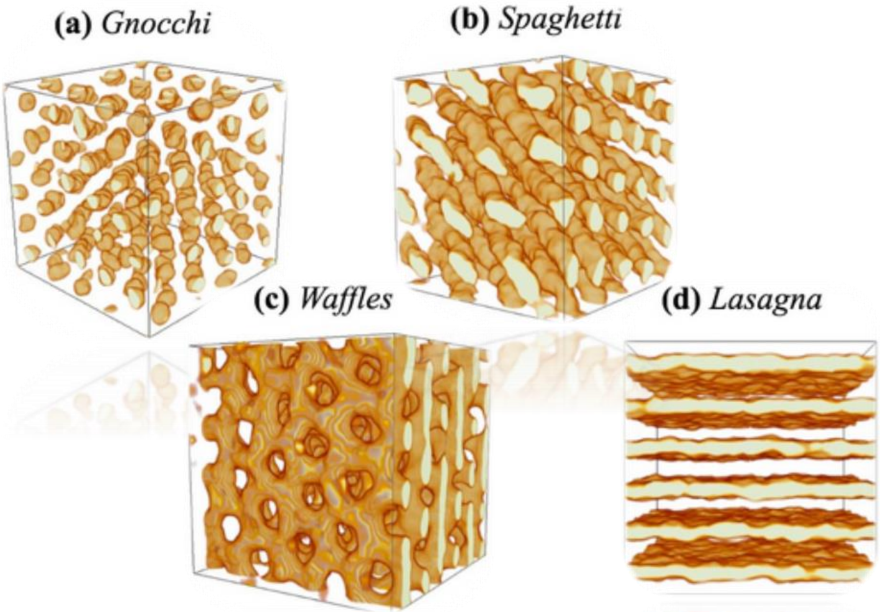
＝原子核の作るクーロンポテンシャル



形を決めるマクロな自由度と電子のミクロな自由度が別にある

中性子星内殻

超流動中性子の海に結晶構造が発現！
（核物質のパスタ構造）
※外場なし！



クーロンと核力の競合，密度に依存

図：(株)アスムスHP
https://www.asms.co.jp/application/analyzer.html

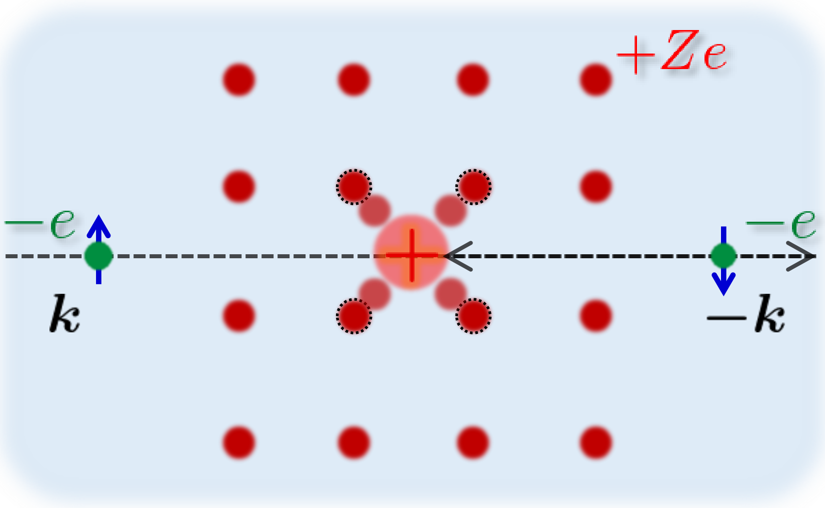
図：M. E. Caplan and C. J. Horowitz, Rev. Mod. Phys. **89**, 041002 (2017)

電子系と核子系：類似点と相違点

私の個人的な見解です。

電子の超伝導

電子・格子相互作用による引力

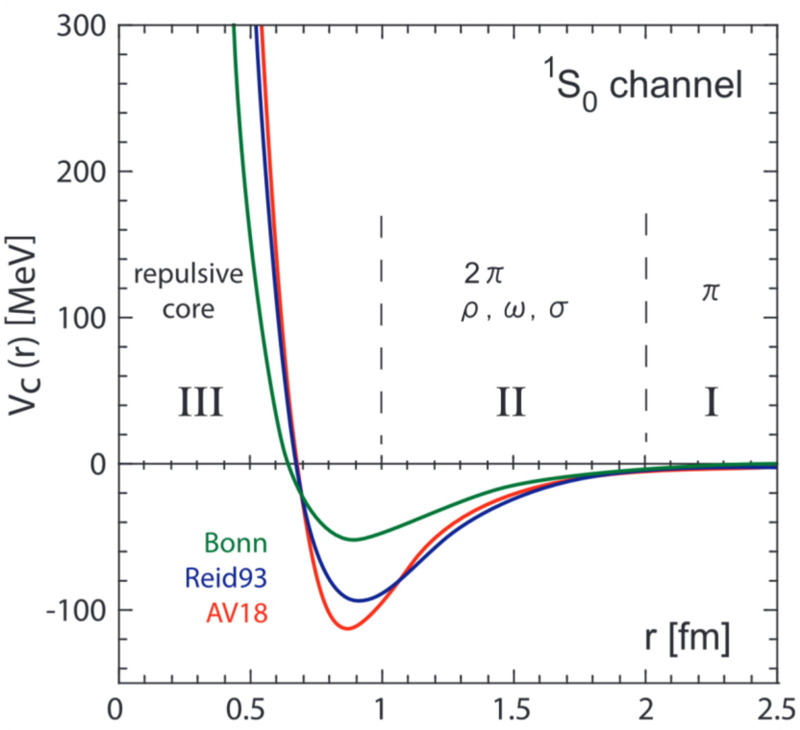


格子の助けを借りて，ペアを形成

核子の超伝導・超流動

純粋に，核力による引力！

※自力でペアを組める！



図：S. Aoki, T. Hatsuda, and N. Ishii, Compt. Sci. Discov. **1**, 015009 (2008)

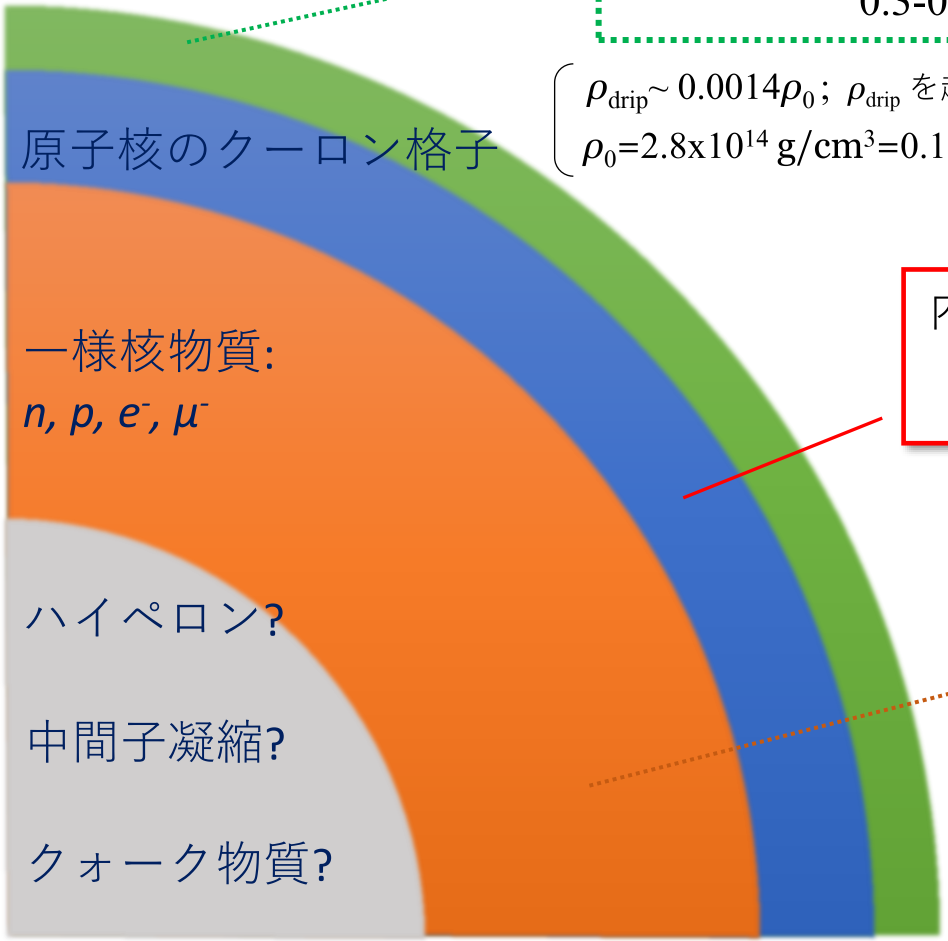
原子核物理の最前線の研究から

中性子星の構造・物性の探求

→ **素粒子・宇宙・物性物理**と密接に関係

中性子星 ＝ 超巨大・中性子過剰 “原子核”

質量: 1-2太陽質量 (2×10^{30} kg)
半径: 約10 km



外殻 (Outer crust) 原子核 (Z=26~42), 電子
0.3-0.6 km　　$\rho < \rho_{\mathrm{drip}}$

$\rho_{\mathrm{drip}} \sim 0.0014\rho_0$; ρ_{drip} を超えると原子核の外に中性子が溢れる
$\rho_0 = 2.8\mathrm{x}10^{14}\ \mathrm{g/cm^3} = 0.16\ \mathrm{fm^{-3}}$; 飽和密度

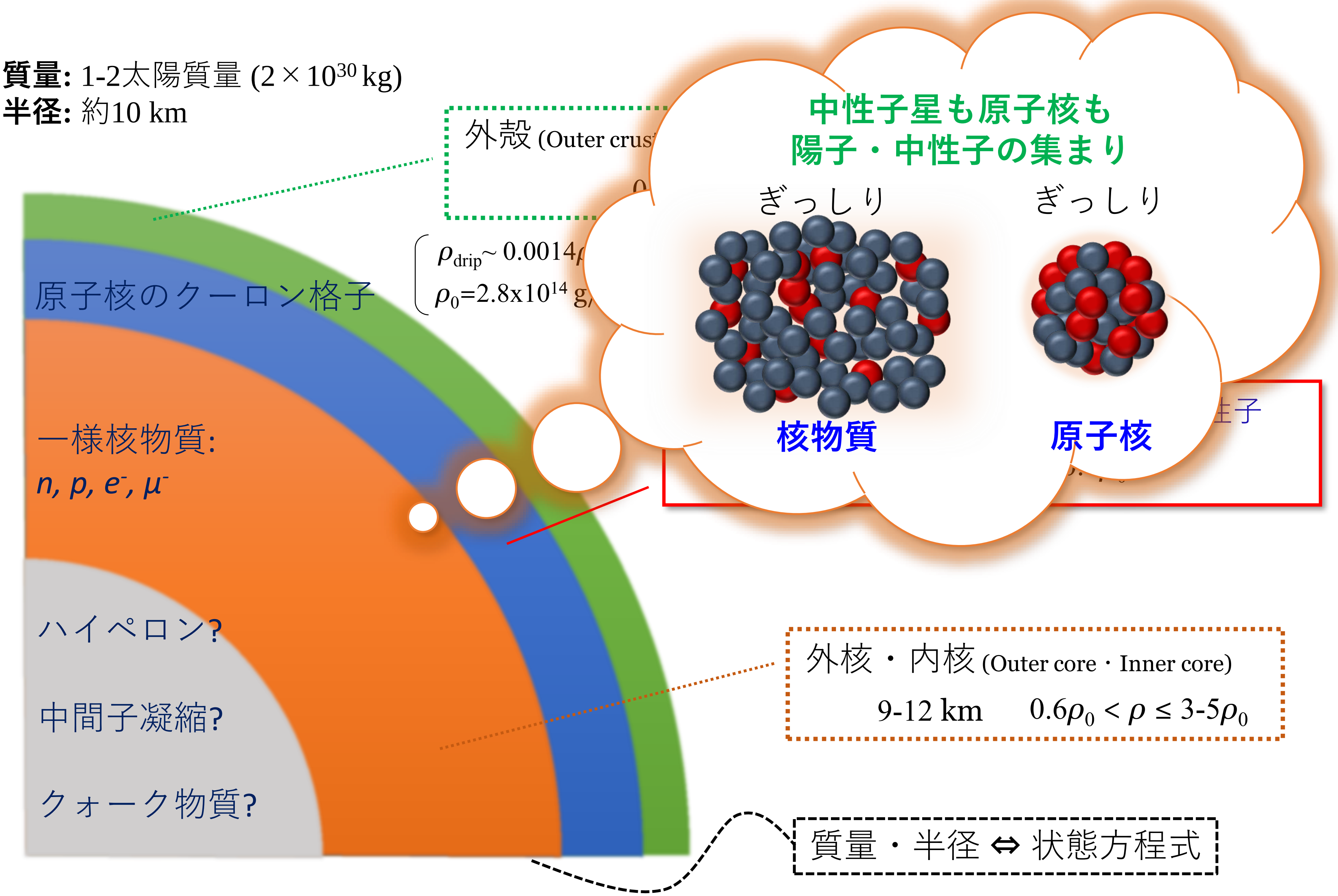
内殻 (Inner crust) 原子核, 電子, 超流動中性子
0.5-0.8 km　　$\rho_{\mathrm{drip}} \leq \rho \leq 0.6\rho_0$

外核・内核 (Outer core・Inner core)
9-12 km　　$0.6\rho_0 < \rho \leq 3\text{-}5\rho_0$

質量・半径 ⇔ 状態方程式

中性子星 ＝ 超巨大・中性子過剰 “原子核”

質量: 1-2太陽質量 (2×10^{30} kg)
半径: 約10 km



外殻 (Outer crus
0

$\rho_{\rm drip} \sim 0.0014\rho$
$\rho_0 = 2.8\text{x}10^{14}$ g/

原子核のクーロン格子

一様核物質:
n, p, e⁻, μ⁻

ハイペロン?

中間子凝縮?

クォーク物質?

中性子星も原子核も
陽子・中性子の集まり

ぎっしり　ぎっしり

核物質　**原子核**

子

外核・内核 (Outer core・Inner core)
9-12 km　$0.6\rho_0 < \rho \leq 3\text{-}5\rho_0$

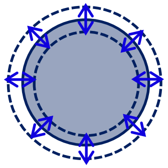
質量・半径 ⇔ 状態方程式

核力から中性子星へ

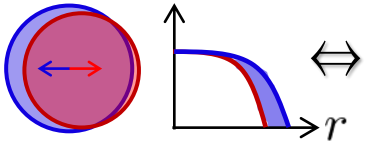
核物質の状態方程式 *(Equation of state, EoS)*

- **核物質は「状態方程式」によって特徴付けられる**
  - ✓ **飽和密度近傍の情報は，低エネルギー原子核実験から得ることができる**

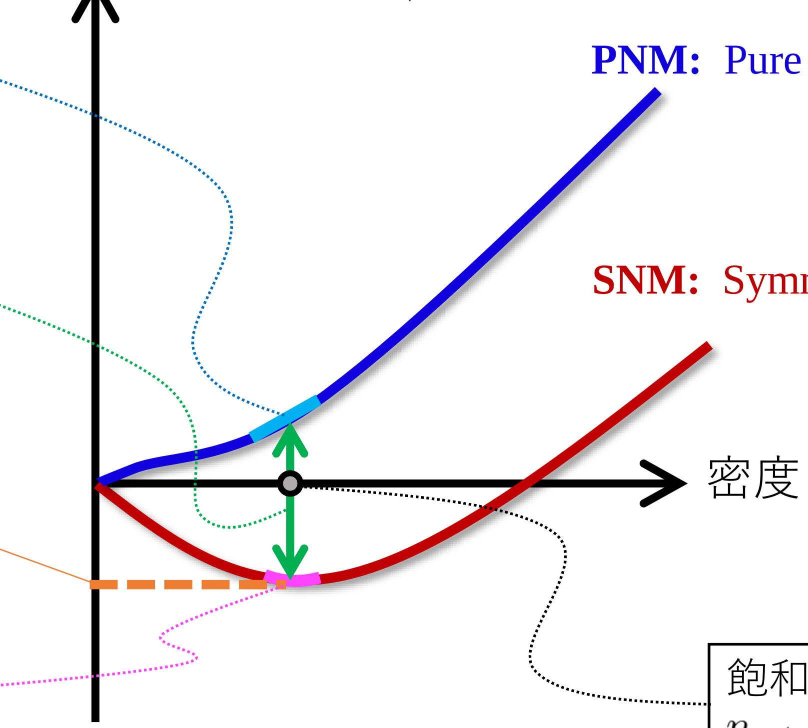
E.g.) ISGMR: U. Grag and G. Colò, PPNP**101**(2018)55; Electric dipole (E1) polarizability → skin thickness: A. Tamii *et al.*, EPJA**50**(2014)28



$\Leftrightarrow K_A$



$\Leftrightarrow E_{\mathrm{sym.}}\ \&\ L$



PNM: Pure Neutron Matter (*n*-only)
「純中性子物質」

SNM: Symmetric Nuclear Matter ($N = Z$)
「対称核物質」

対称エネルギーの傾き:
$L \sim 30$–$110\,\mathrm{MeV}$

対称エネルギー:
$E_{\mathrm{sym.}} \sim 28$–$35\,\mathrm{MeV}$
⇔ *np* > *nn*, *pp* & パウリの排他律

飽和エネルギー:
$E_{\mathrm{sat.}} \sim -16\,\mathrm{MeV}$
⇔ 短距離の引力

非圧縮率:
$K \sim 220$–$260\,\mathrm{MeV}$
⇔ 短距離の引力 & 斥力芯

飽和密度:
$n_{\mathrm{sat.}} \sim 0.16\,\mathrm{fm}^{-3}$
⇔ *short-range attraction & repulsive core*

cf. Frontiers in Physics Vol. 21, Understanding the World of Supernova Explosion from Atomic Nuclei (原子核から読み解く超新星爆発の世界), K. Sumiyoshi (Kyoritsu printing Co., Ltd.)

状態方程式から中性子星の構造へ

➢ 状態方程式から，中性子星の質量と半径の関係が得られる

□ 状態方程式 (EoS), $E(n)$

→ 圧力と密度の関係を与える:

$$P(n) = -\frac{dE(n)}{dV} = n^2\frac{dE(n)}{dn}$$

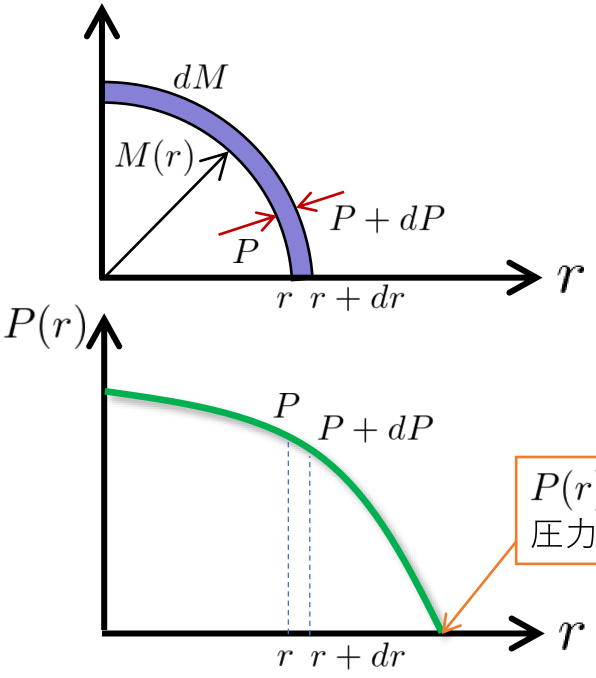
□ Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) 方程式:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{G\rho(r)M(r)}{r^2}\underbrace{\left(1+\frac{P(r)}{\rho(r)c^2}\right)\left(1+\frac{4\pi P(r)r^3}{M(r)c^2}\right)\left(1-\frac{2GM(r)}{rc^2}\right)^{-1}}_{\text{一般相対性理論による補正}}$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2\rho(r) \qquad M(r)\text{: 半径 } r \text{ の内側にある質量}$$

平衡条件（力のつり合い）：

重力 (内向き) + 圧力 (外向き) = 0



$P(r) = 0$

圧力0が表面に対応

中性子星の質量と半径の関係

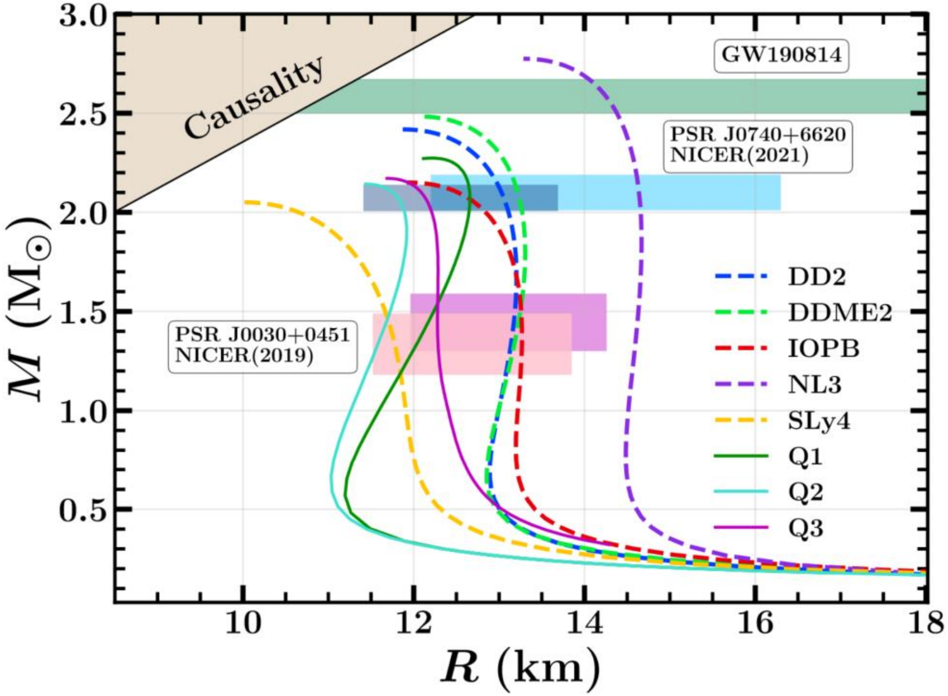


Figure: S. Sen *et al.*, Galaxies **11**, No.2, 60 (2023)

中性子星 “クラスト” とは？

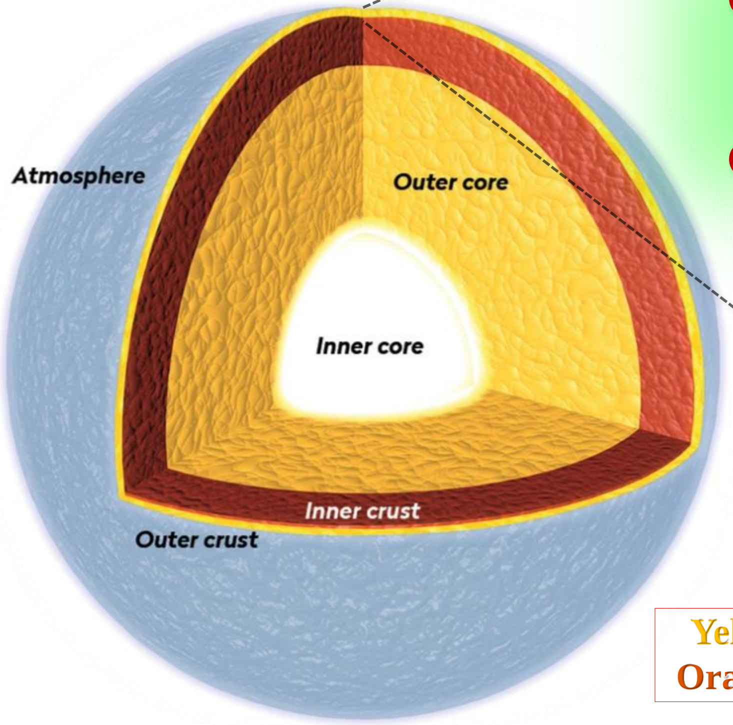
外殻 (*Outer crust*) の構造

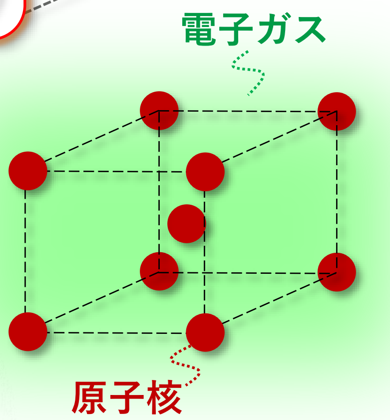
※**太字** は質量の実験データがある原子核

一様な相対論的電子ガスと中性子過剰核のクーロン格子が共存している

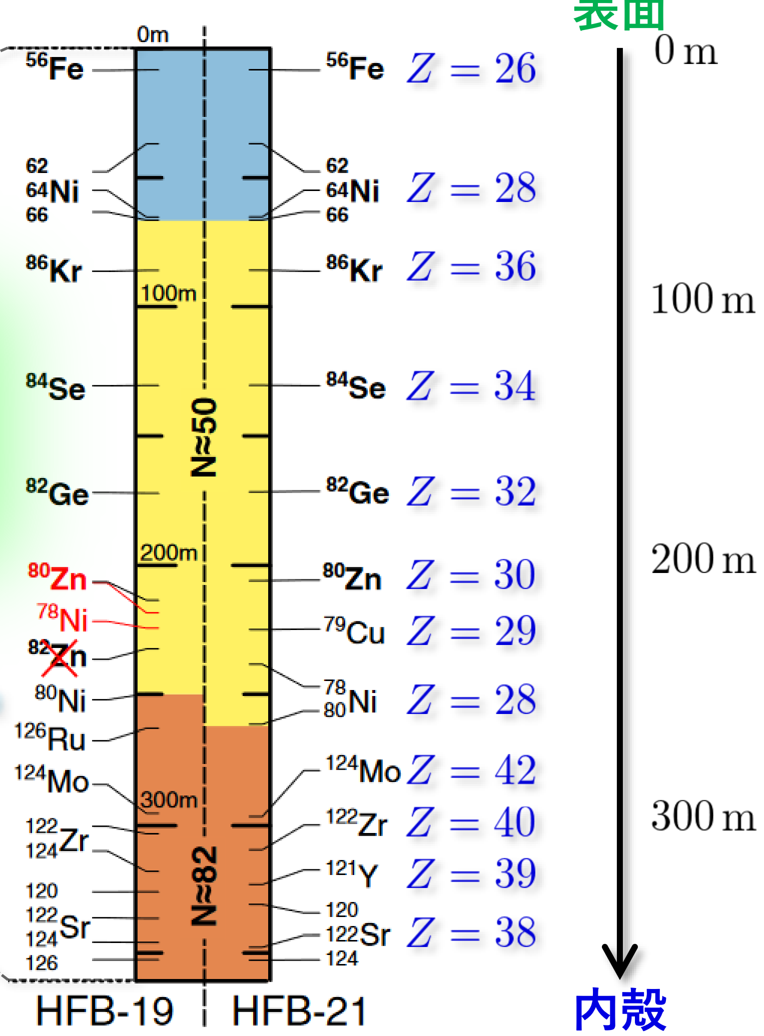
Gibbsエネルギーを最小にする組成が実現

$$g = \frac{M'(A,Z)c^2}{A} + \frac{Z}{A}\left(\frac{4\mathcal{E}_{\mathrm{L}}}{3n_{\mathrm{e}}} + \frac{\mathcal{E}_{\mathrm{zp}}}{2n_{\mathrm{e}}} + \mu_{\mathrm{e}}\right)$$





$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

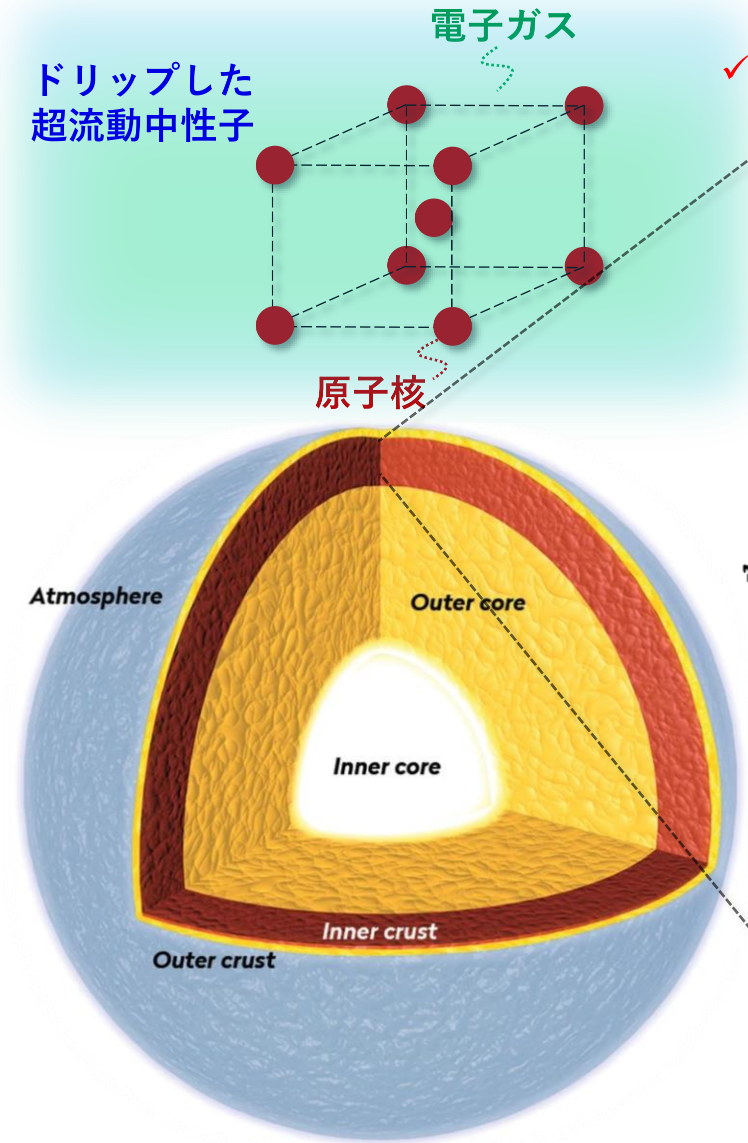


Yellow region: $N \approx 50$
Orange region: $N \approx 82$

Figure: R.N. Wolf *et al.*, Phys. Rev. Lett. **110**, 041101 (2013)
Neutron star: https://www.skyatnightmagazine.com/space-science/neutron-star/

内殻 (*Inner crust*) の構造

原子核のクーロン格子がドリップした超流動中性子と共存している



- ✓ 原子核間距離は密度が高くなるにつれて減少する

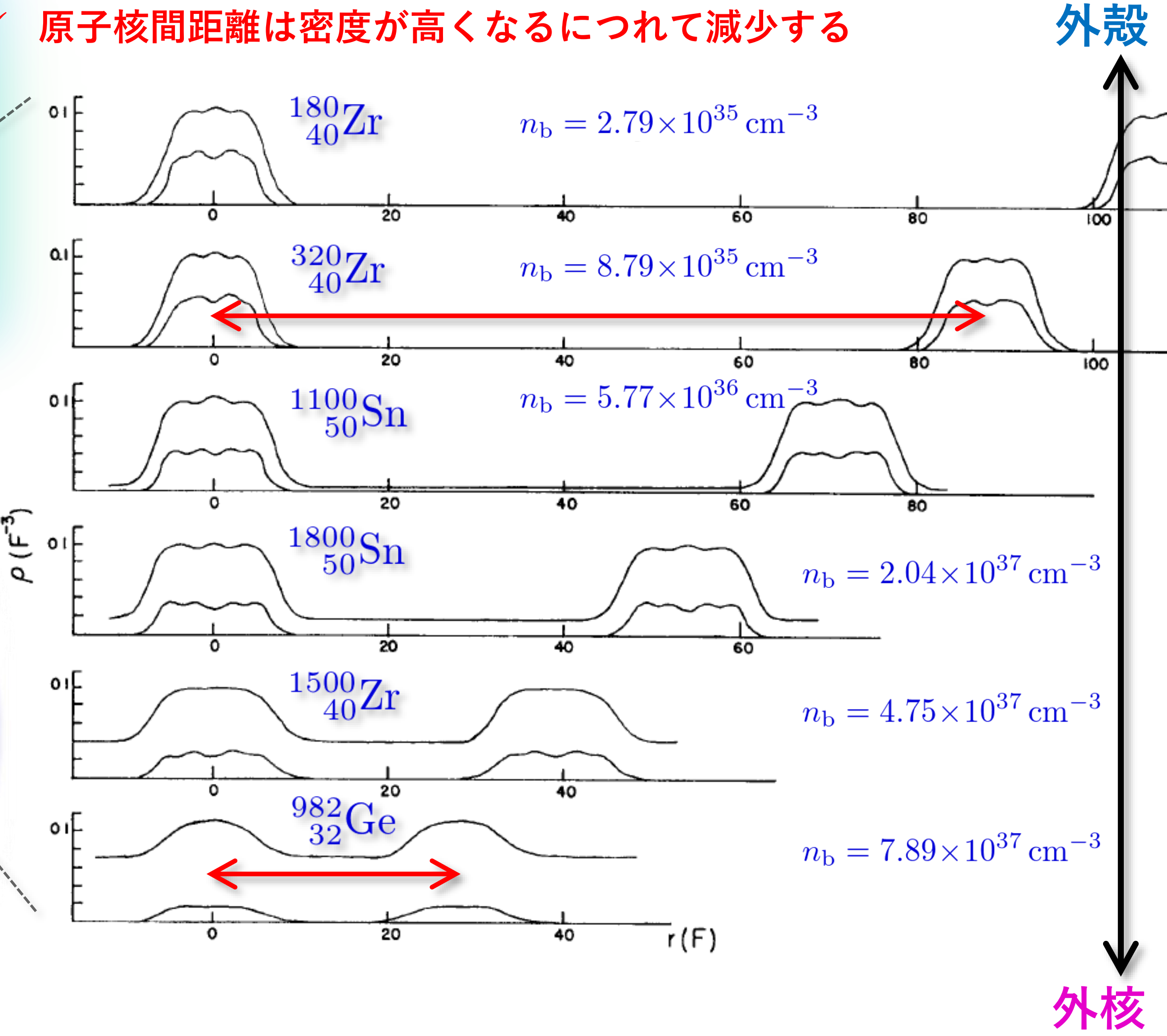


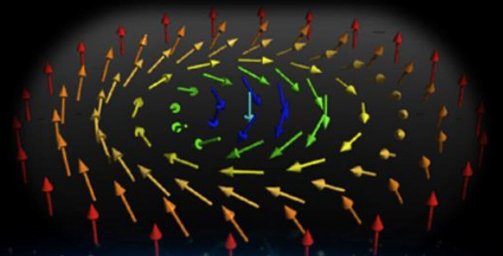
Figure: J.W. Negele and D. Vautherin, Nucl. Phys. **A207**, 298 (1978)
Neutron star: https://www.skyatnightmagazine.com/space-science/neutron-star/

色々なところに現れるトポロジカルな現象

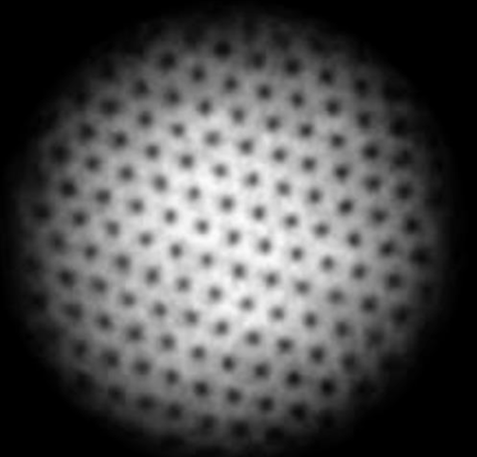
宇宙ひも(cosmic string)

魚群？

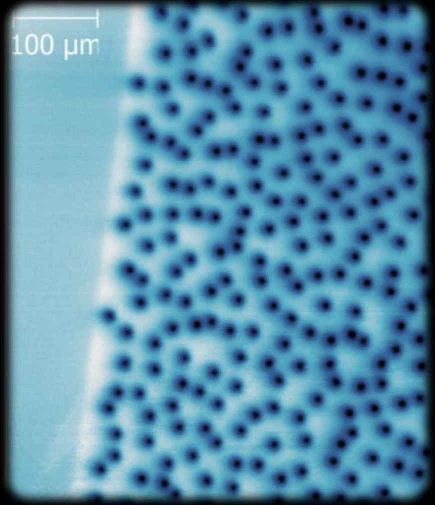
スキルミオン



量子渦 (in BEC)



磁束量子 (fluxtube)

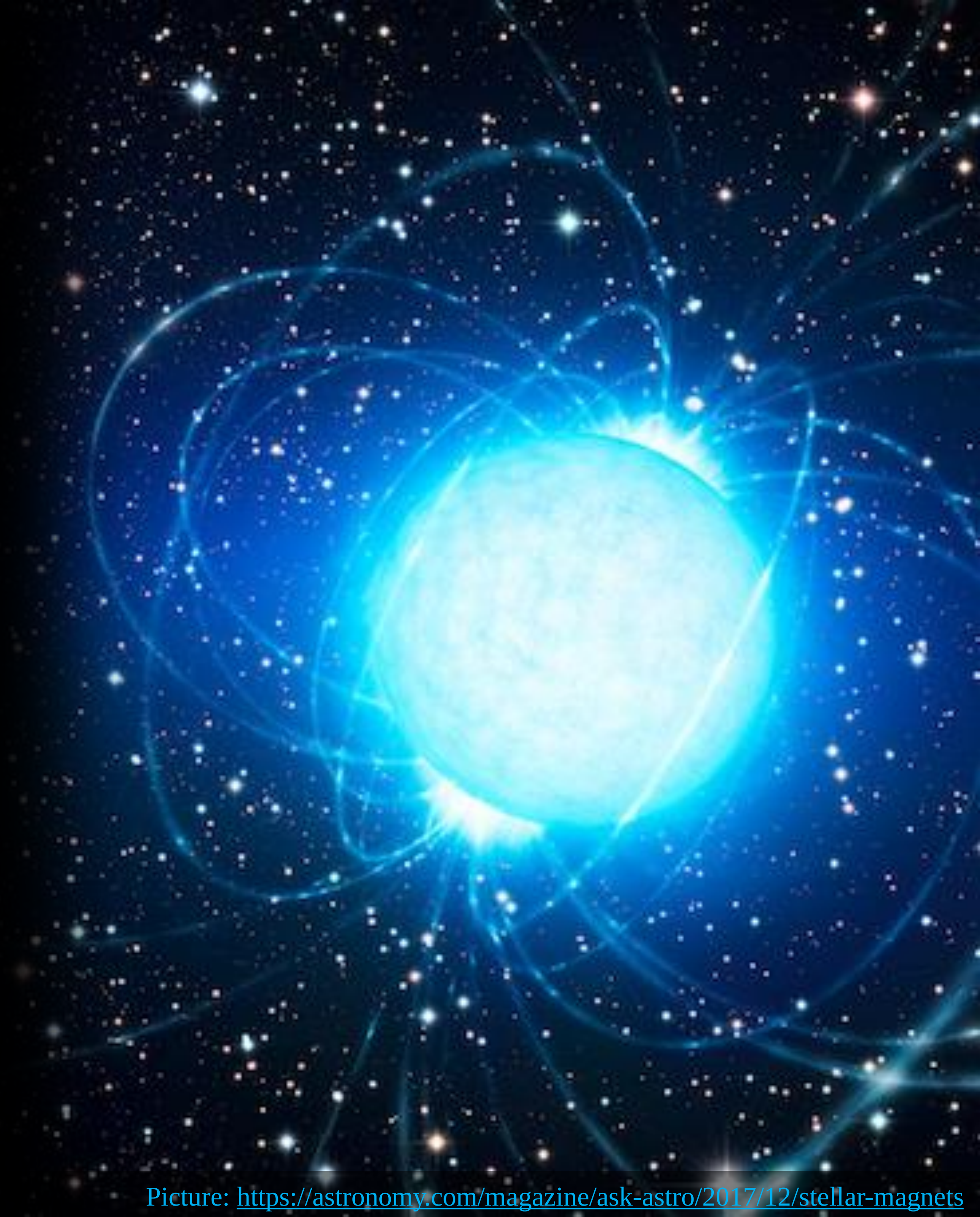


中性子星の中は？

中性子の ${}^1S_0$ 超流動
陽子の ${}^1S_0$ 超伝導
中性子の ${}^3P_2$ 超流動
カラー超伝導…

スキルミオン：https://www.riken.jp/press/2012/20120808_2/
ギンガメアジの渦：https://www.pakutaso.com/20171042284post-13621.html
磁束量子：https://en.wikipedia.org/wiki/Type-II_superconductor#/media/File:YBCO_vortices.jpg
宇宙ひも：https://www.symmetrymagazine.org/article/august-2015/looking-for-strings-inside-inflation

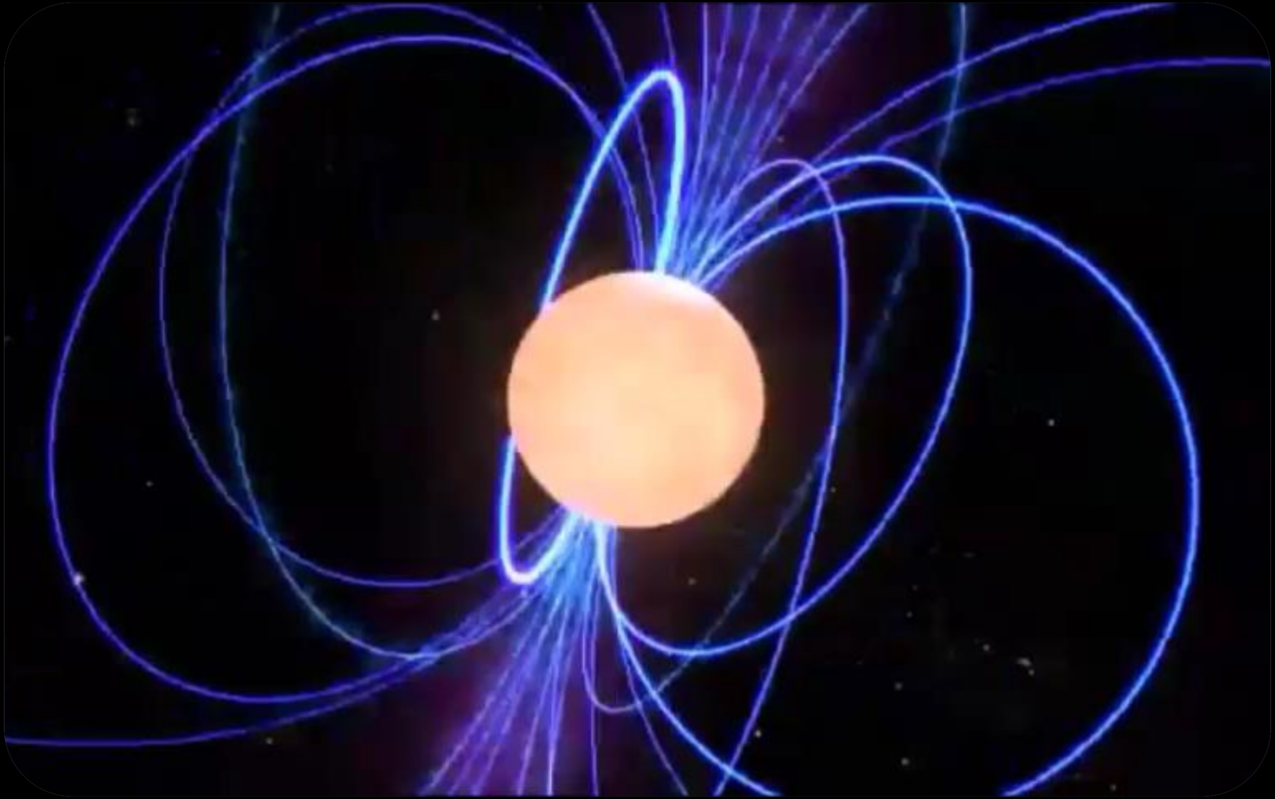
パルサー
“グリッチ” 現象



Picture: https://astronomy.com/magazine/ask-astro/2017/12/stellar-magnets

パルサー：回転する中性子星

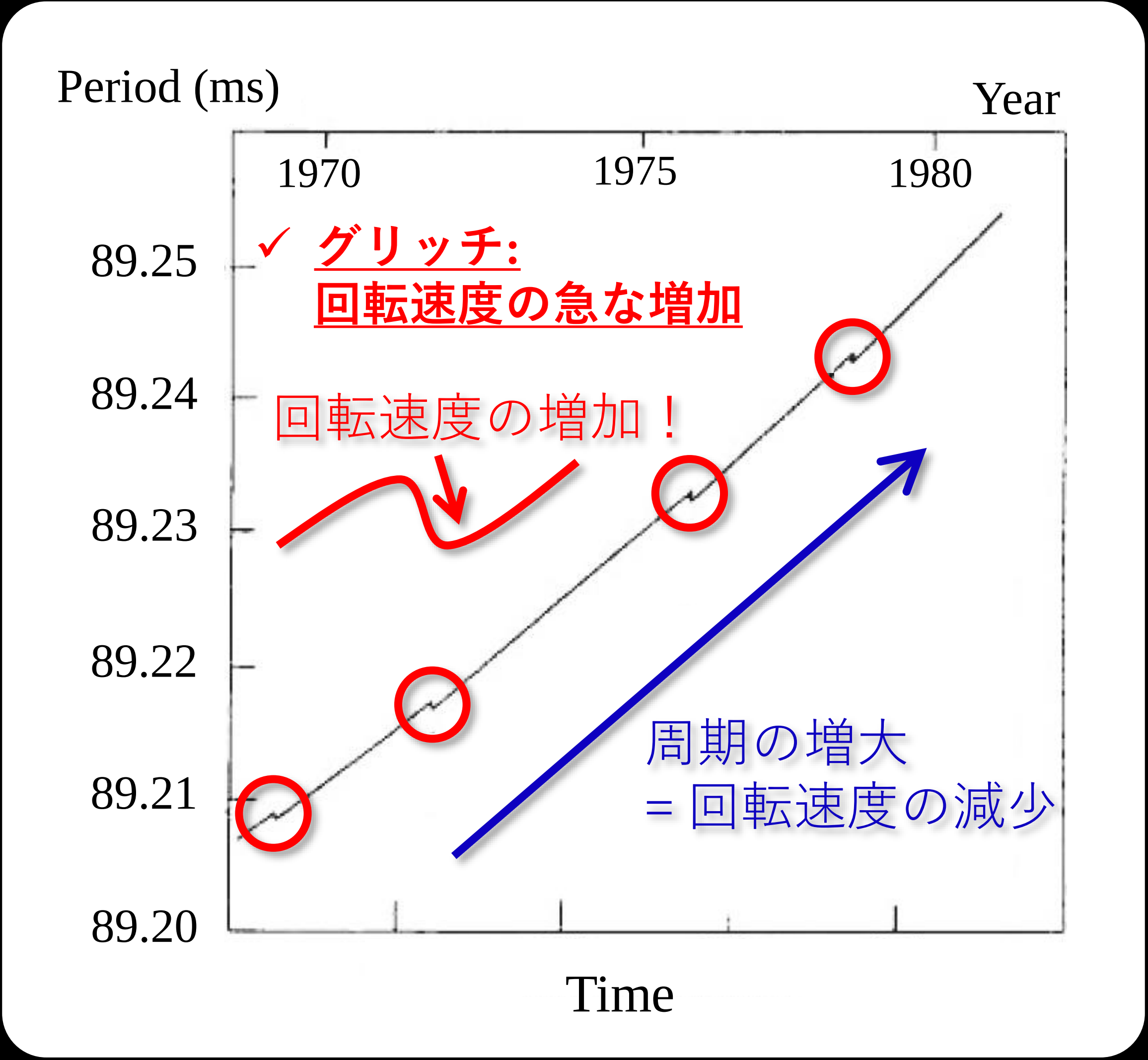
- ✓ 1967年8月に最初の発見 → “Little Green Man” LGM-1 → PSR B1919+21
- ✓ これまでに**<u>2650以上</u>**のパルサーが発見された
- ✓ 磁極からの**電磁放射**により，次第に**<u>回転速度が遅くなる</u>**



パルサー “グリッチ” とは？

典型例: Vela パルサー

- パルス周期の継続的な測定の結果，ノイズのようなものが見つかった



✓ **<u>グリッチ: 回転速度の急な増加</u>**

回転速度の増加！

周期の増大
= 回転速度の減少

中性子星の内部でなにが起こっている？

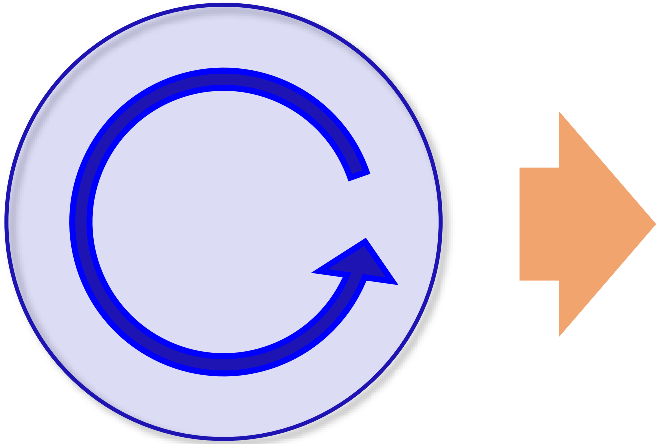
超流動中性子の**量子渦**のダイナミクス
が鍵を握ると考えられている

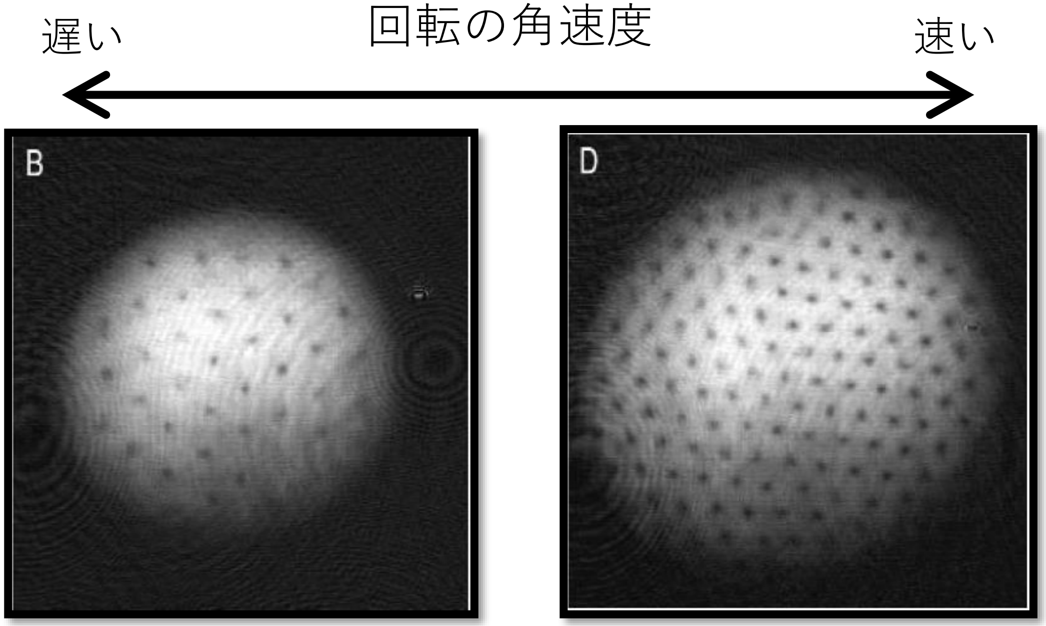
中性子星における量子渦

超流動体を回転させると，たくさんの量子渦が格子状に整列する

☐ BECにおける量子渦の実験的観測

量子渦の数密度
∝
回転の角速度



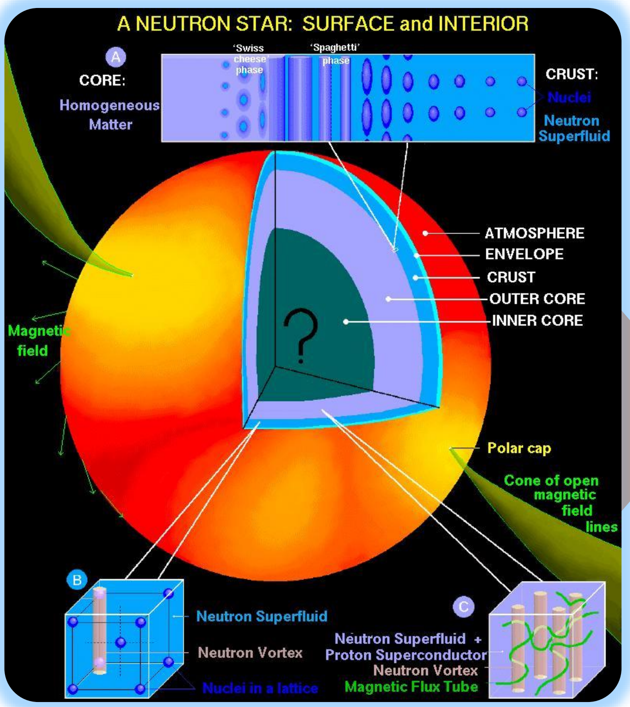


W. Ketterle, MIT Physics Annual. 2001

中性子星における量子渦

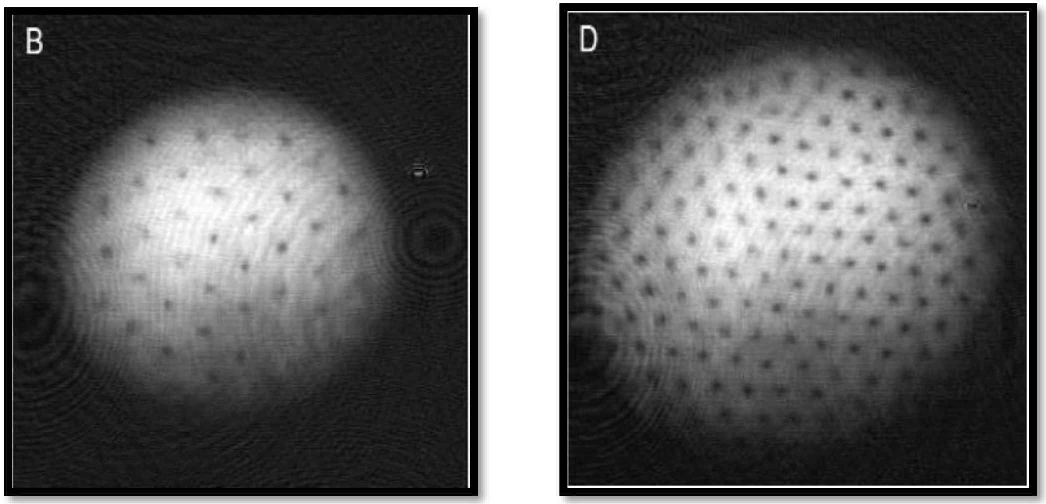
超流動体を回転させると，たくさんの量子渦が格子状に整列する

□ BECにおける量子渦の実験的観測



量子渦の数密度 $\propto$ 回転の角速度

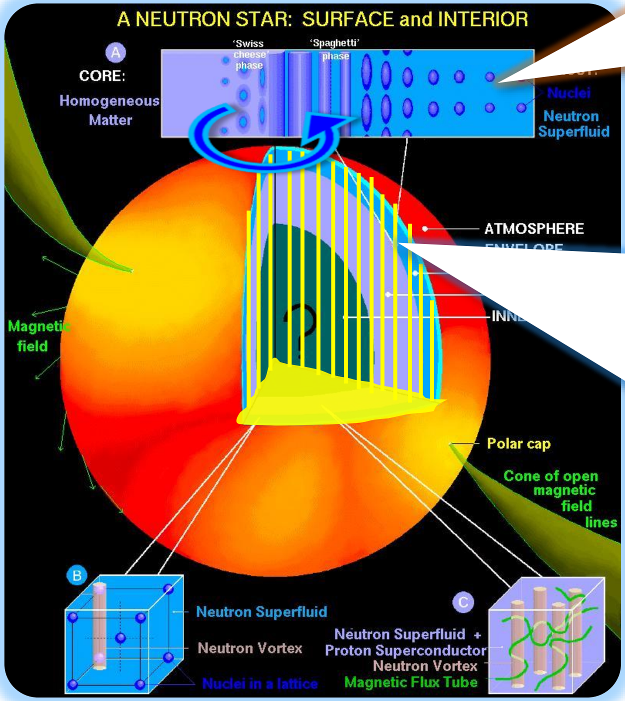
遅い ↔ 速い



W. Ketterle, MIT Physics Annual. 2001

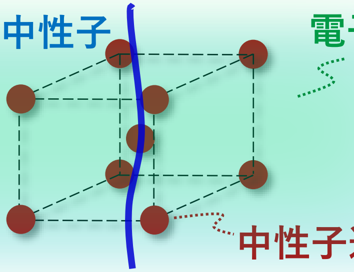
中性子星における量子渦

中性子星内部には，大量の (~10^{18}本) 量子渦が存在するはず！！



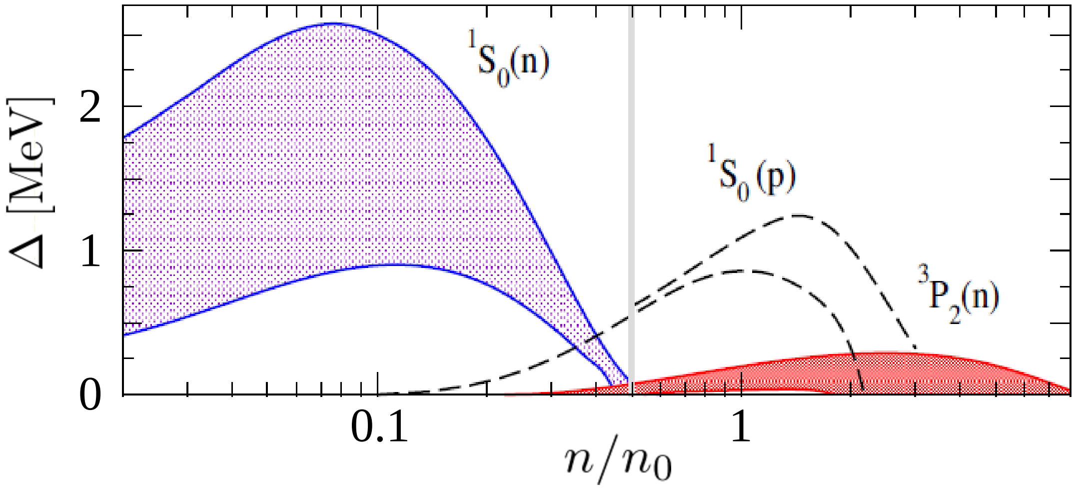
W. Ketterle, MIT Physics Annual. 2001

✓ **超流動中性子の量子渦はクーロン格子と共存**



量子渦が“ピン留め”される と考えられている！

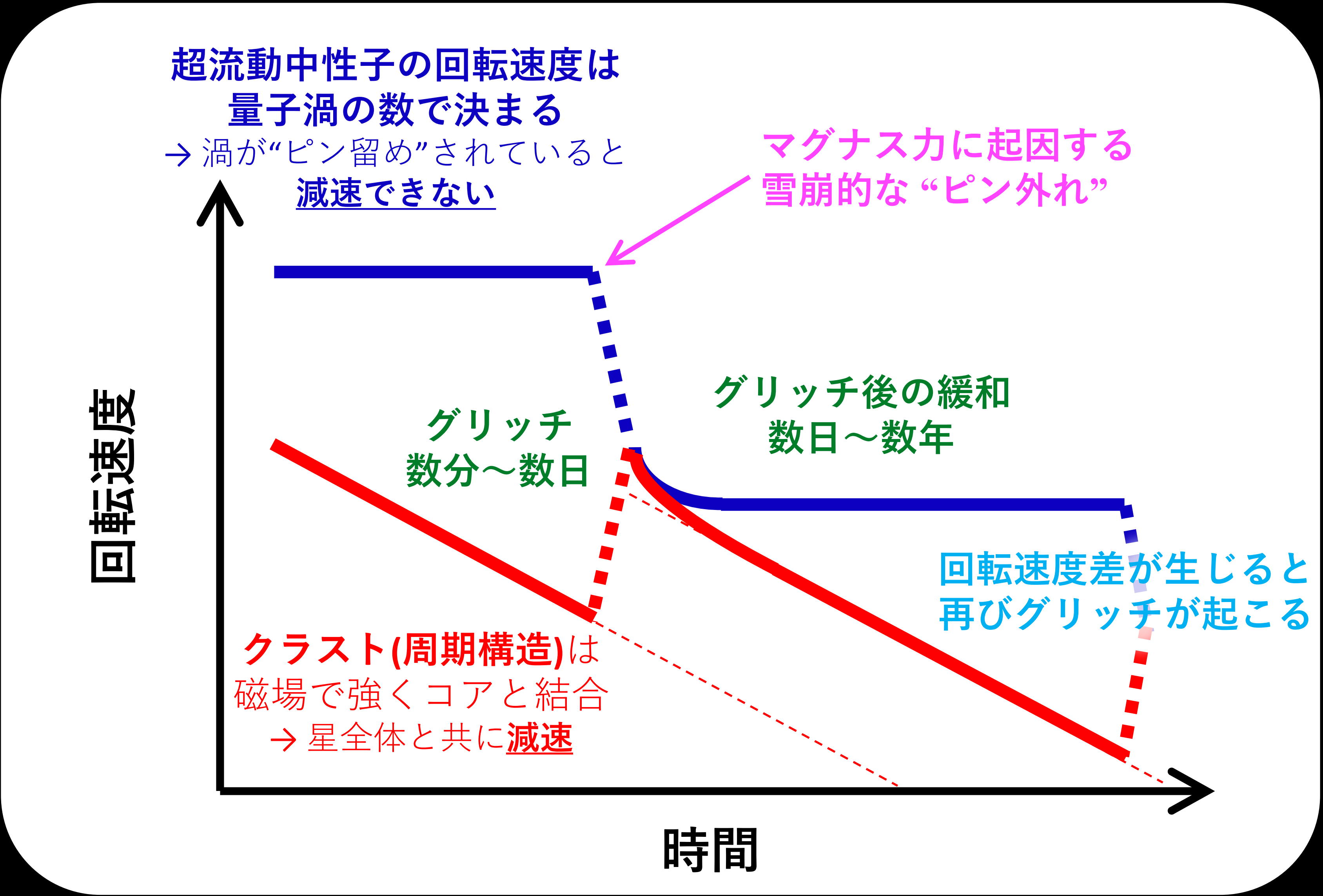
$T < T_c \sim 10^{10}\,\mathrm{K} \quad B < B_c \sim 10^{17}\,\mathrm{G}$



内殻 ⟷ **外核**

A. Sedrakian and J.W. Clark, Eur. Phys. J. A **55**, 167 (2019)

量子渦のピン留め・ピン外れが起こすグリッチのイメージ



超流動中性子の回転速度は
量子渦の数で決まる
→ 渦が“ピン留め”されていると
減速できない

マグナス力に起因する
雪崩的な “ピン外れ”

グリッチ
数分〜数日

グリッチ後の緩和
数日〜数年

回転速度差が生じると
再びグリッチが起こる

クラスト(周期構造)は
磁場で強くコアと結合
→ 星全体と共に**減速**

グリッチ現象を理解するために明らかにすべきこと：

ダイナミクス

どのように渦は動くのか？

＋状態方程式等の
核物質の詳細

ピン留め機構

どのように・どれくらいの強さで
ピン留めされるのか？

発現機構

何がピン外れを起こすのか？

超流動TDDFTに基づき，渦・原子核系のダイナミクスを
微視的に記述することで，調べることが可能！

TDSLDA (Time-Dependent Superfluid Local Density Approximation)

TDSLDA: TDDFT with local treatment of pairing

Kohn-Sham scheme is extended for non-interacting quasiparticles

- TDSLDA equations (formally equivalent to TDHFB or TD-BdG equations)

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} u_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t) \\ u_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \\ v_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t) \\ v_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{r},t) & h_{\uparrow\downarrow}(\boldsymbol{r},t) & 0 & \Delta(\boldsymbol{r},t) \\ h_{\downarrow\uparrow}(\boldsymbol{r},t) & h_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{r},t) & -\Delta(\boldsymbol{r},t) & 0 \\ 0 & -\Delta^*(\boldsymbol{r},t) & -h^*_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{r},t) & -h^*_{\uparrow\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \\ \Delta^*(\boldsymbol{r},t) & 0 & -h^*_{\downarrow\uparrow}(\boldsymbol{r},t) & -h^*_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t) \\ u_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \\ v_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t) \\ v_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \end{pmatrix}$$

$h_\sigma = \dfrac{\delta E}{\delta n_\sigma}$: s.p. Hamiltonian

$\Delta = -\dfrac{\delta E}{\delta \nu^*}$: pairing field

$n_\sigma(\boldsymbol{r},t) = \sum_{E_k<E_c} |v_{k,\sigma}(\boldsymbol{r},t)|^2$: number density

$\nu(\boldsymbol{r},t) = \sum_{E_k<E_c} u_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t)v^*_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t)$: anomalous density

$\boldsymbol{j}_\sigma(\boldsymbol{r},t) = \hbar \sum_{E_k<E_c} \mathrm{Im}[v^*_{k,\sigma}(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{\nabla} v_{k,\sigma}(\boldsymbol{r},t)]$: current

A large number (10^4-10^6) of 3D coupled non-linear PDEs have to be solved!!

# of qp orbitals ~ # of grid points

TDSLDA (Time-Dependent Superfluid Local Density Approximation)

TDSLDA: TDDFT with local treatment of pairing

Kohn-Sham scheme is extended for non-interacting quasiparticles

- TDSLDA equations (formally equivalent to TDHFB or TD-BdG equations)

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} u_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t) \\ u_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \\ v_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t) \\ v_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{r},t) & h_{\uparrow\downarrow}(\boldsymbol{r},t) & 0 & \Delta(\boldsymbol{r},t) \\ h_{\downarrow\uparrow}(\boldsymbol{r},t) & h_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{r},t) & -\Delta(\boldsymbol{r},t) & 0 \\ 0 & -\Delta^*(\boldsymbol{r},t) & \text{[illegible]} & -h^*_{\uparrow\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \\ \Delta^*(\boldsymbol{r},t) & \text{[illegible]} & \text{[illegible]} & -h^*_{\downarrow\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t) \\ u_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \\ v_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t) \\ v_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t) \end{pmatrix}$$

Supercomputing!!

$h_\sigma = \dfrac{\delta E}{\delta n_\sigma}$: s.p. Hamiltonian

$\Delta = -\dfrac{\delta E}{\delta \nu^*}$: pairing field

$n_\sigma(\boldsymbol{r},t) = \sum_{E_k<E_c} |v_{k,\sigma}(\boldsymbol{r},t)|^2$: number density

$\nu(\boldsymbol{r},t) = \sum_{E_k<E_c} u_{k,\uparrow}(\boldsymbol{r},t)v^*_{k,\downarrow}(\boldsymbol{r},t)$: anomalous density

$\boldsymbol{j}_\sigma(\boldsymbol{r},t) = \hbar\sum_{E_k<E_c} \mathrm{Im}[v^*_{k,\sigma}(\boldsymbol{r},t)\boldsymbol{\nabla} v_{k,\sigma}(\boldsymbol{r},t)]$: current

A large number (10^4-10^6) of 3D coupled non-linear PDEs have to be solved!!

# of qp orbitals ~ # of grid points

Method - TDSLDA

We performed 3D, dynamical simulations by TDDFT with superfluidity

☐ TDSLDA equations (or TDHFB, TD-BdG)

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} u_i(\mathbf{r}) \\ v_i(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(\mathbf{r}) & \Delta(\mathbf{r}) \\ \Delta^*(\mathbf{r}) & -h(\mathbf{r}) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_i(\mathbf{r}) \\ v_i(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$$

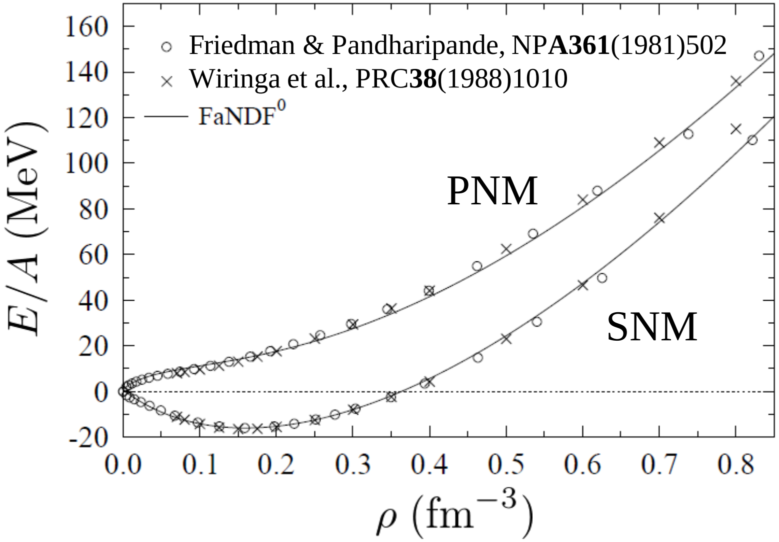
☐ Energy density functional (EDF)

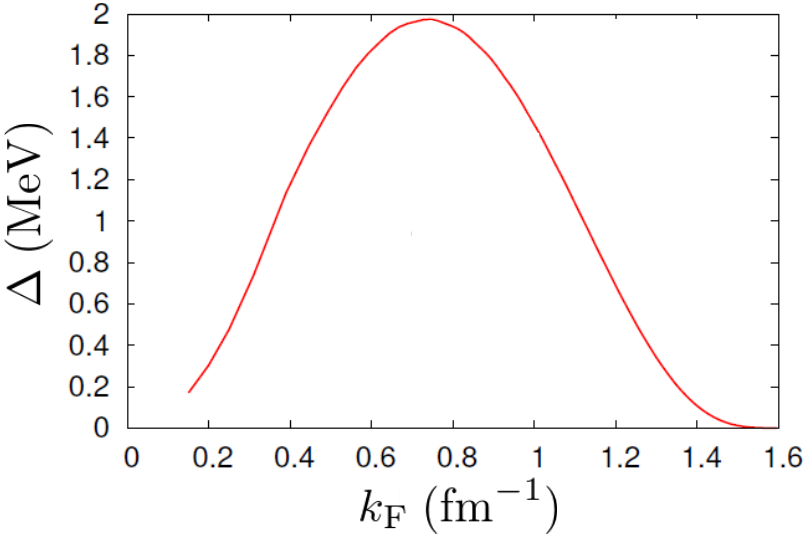
$$\mathcal{E}(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_0(\mathbf{r}) + \mathcal{E}_{\rm pair}(\mathbf{r})$$

$\mathcal{E}_0(\mathbf{r})$: Fayans EDF (FaNDF^0) w/o LS

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{r}) = \sum_{q=n,p} g[\rho_q(\boldsymbol{r})]|\nu_q(\boldsymbol{r})|^2$$

S.A. Fayans, JETP Lett. **68**, 169 (1998)





Method - TDSLDA

We performed 3D, dynamical simulations by TDDFT with superfluidity

☐ TDSLDA equations (or TDHFB, TD-BdG)

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}u_i(\mathbf{r})\\ v_i(\mathbf{r})\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}h(\mathbf{r}) & \Delta(\mathbf{r})\\ \Delta^*(\mathbf{r}) & -h(\mathbf{r})\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_i(\mathbf{r})\\ v_i(\mathbf{r})\end{pmatrix}$$

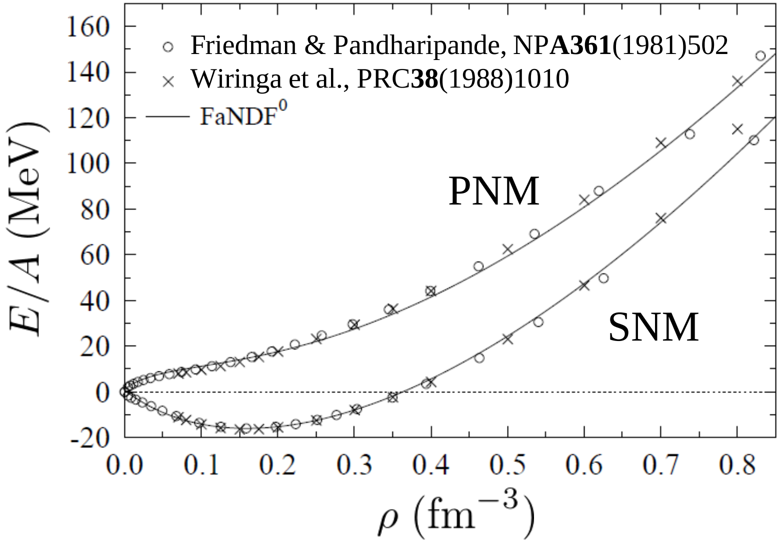
☐ Energy density functional (EDF)

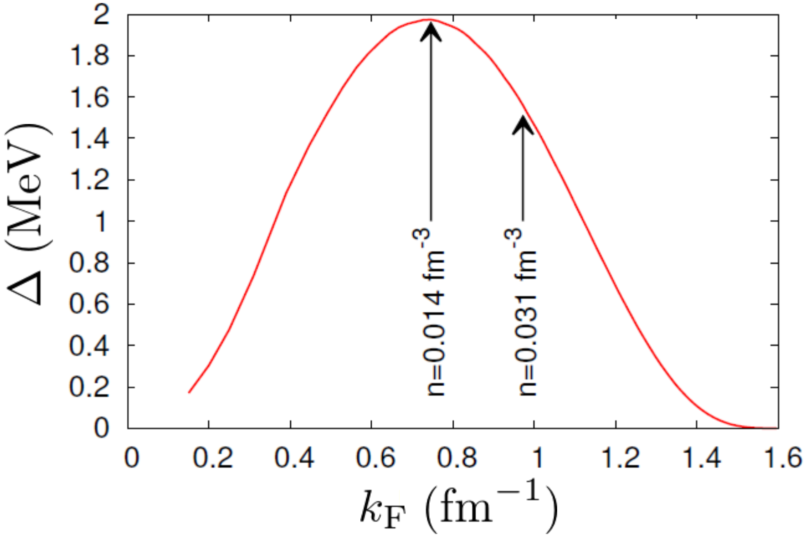
$$\mathcal{E}(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_0(\mathbf{r}) + \mathcal{E}_{\mathrm{pair}}(\mathbf{r})$$

$\mathcal{E}_0(\mathbf{r})$: Fayans EDF (FaNDF^0) w/o LS

$$\mathcal{E}(\boldsymbol{r}) = \sum_{q=n,p} g[\rho_q(\boldsymbol{r})]|\nu_q(\boldsymbol{r})|^2$$

S.A. Fayans, JETP Lett. **68**, 169 (1998)





Method - TDSLDA

We performed 3D, dynamical simulations by TDDFT with superfluidity

☐ TDSLDA equations (or TDHFB, TD-BdG)

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}u_i(\mathbf{r})\\ v_i(\mathbf{r})\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}h(\mathbf{r}) & \Delta(\mathbf{r})\\ \Delta^*(\mathbf{r}) & -h(\mathbf{r})\end{pmatrix}\begin{pmatrix}u_i(\mathbf{r})\\ v_i(\mathbf{r})\end{pmatrix}$$

☐ Computational details

$75\ \mathrm{fm}\times 75\ \mathrm{fm}\times 60\ \mathrm{fm}$

$(50\times 50\times 40,\ \Delta x=1.5\ \mathrm{fm})$

$k_{\mathrm{c}}=\pi/\Delta x>k_{\mathrm{F}}\qquad k_{\mathrm{F}}=(3\pi^2\rho_n)^{1/3}$

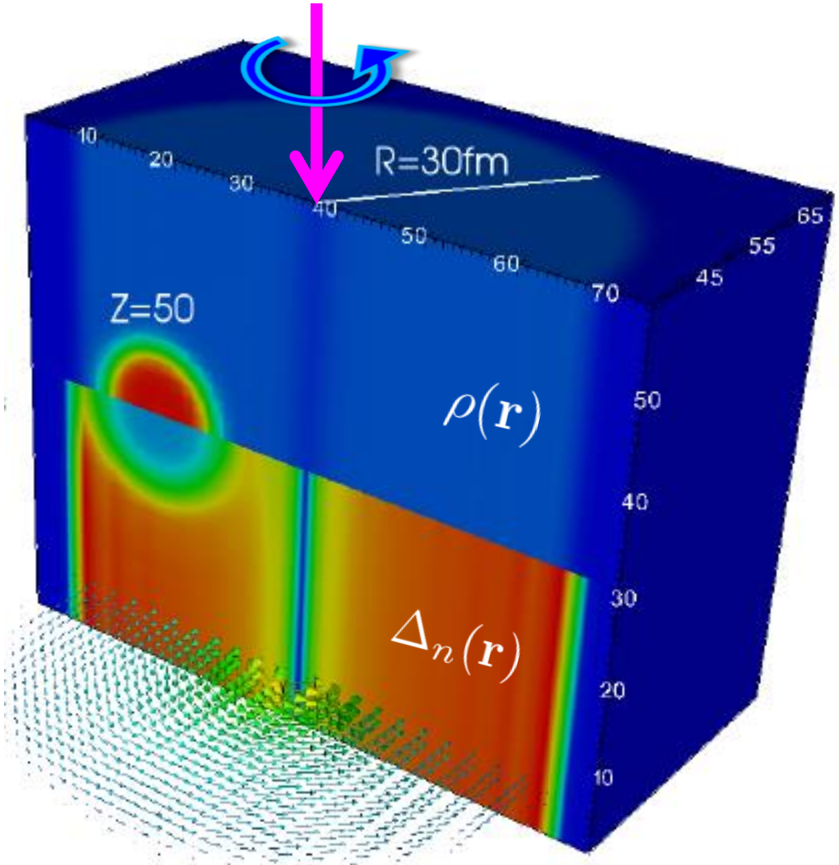
Nuclear impurity: $Z=50$

$\rho_n\simeq 0.014\ \mathrm{fm}^{-3}\ (N\simeq 2{,}530)$

$\rho_n\simeq 0.031\ \mathrm{fm}^{-3}\ (N\simeq 5{,}714)$

# of quasi-particle w.f. $\approx 100,000$

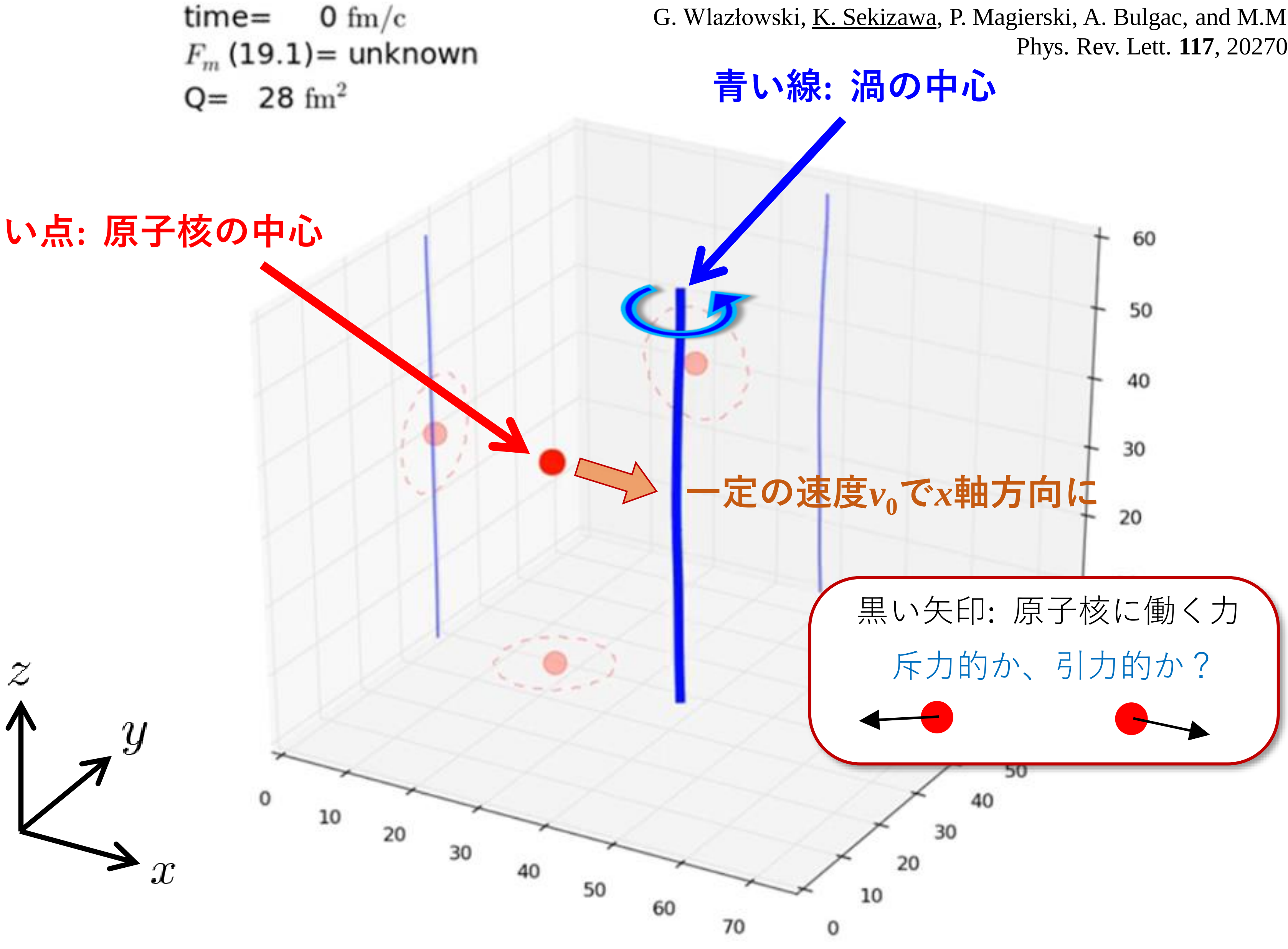
a vortex line exists here



$\rho_n\simeq 0.014\ \mathrm{fm}^{-3}$

スパコンを用いた 渦・原子核ダイナミクスのシミュレーション

G. Wlazłowski, K. Sekizawa, P. Magierski, A. Bulgac, and M.M. Forbes,
Phys. Rev. Lett. **117**, 202701 (2016)



青い線: 渦の中心

赤い点: 原子核の中心

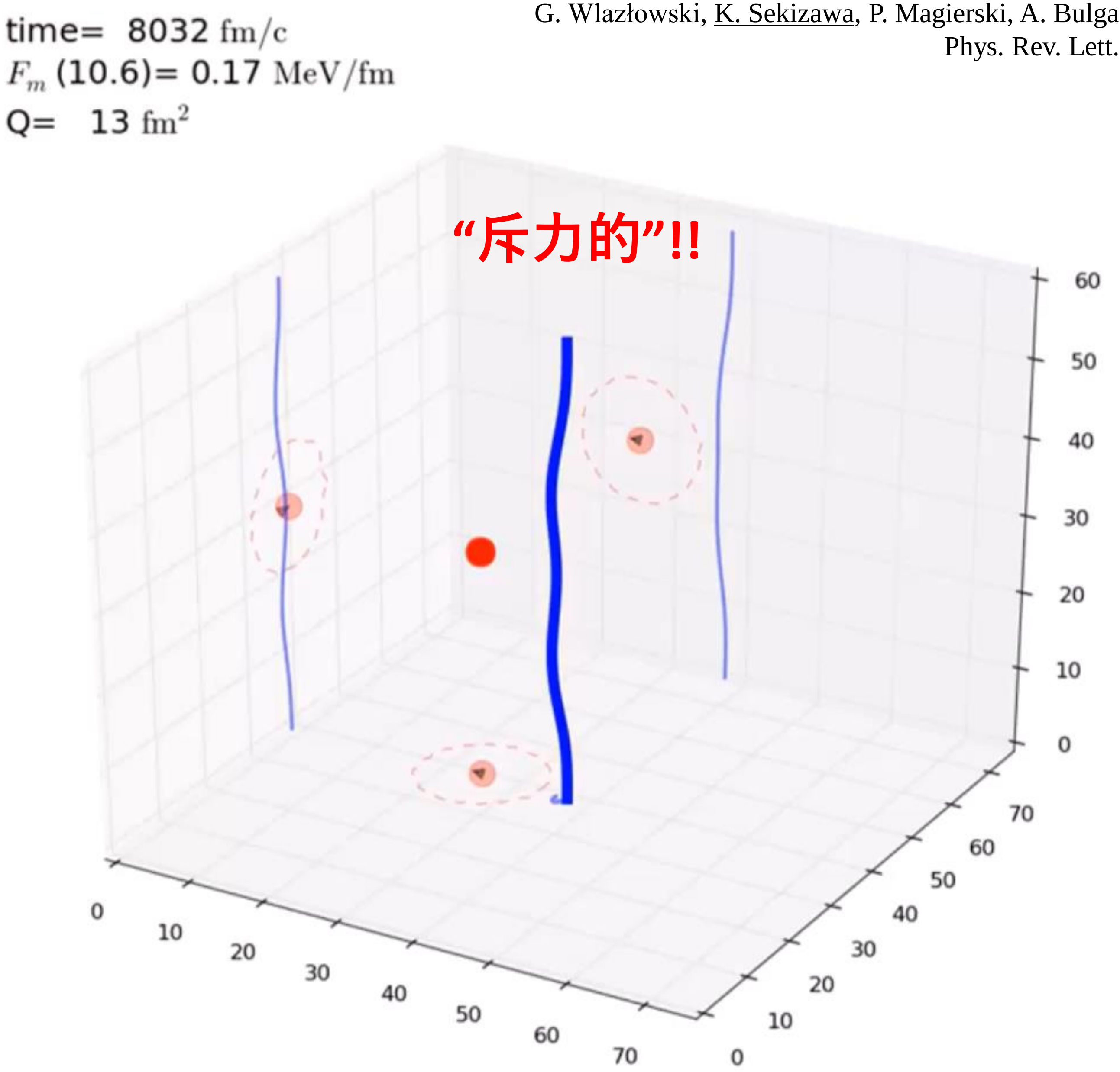
一定の速度v_0でx軸方向に

黒い矢印: 原子核に働く力

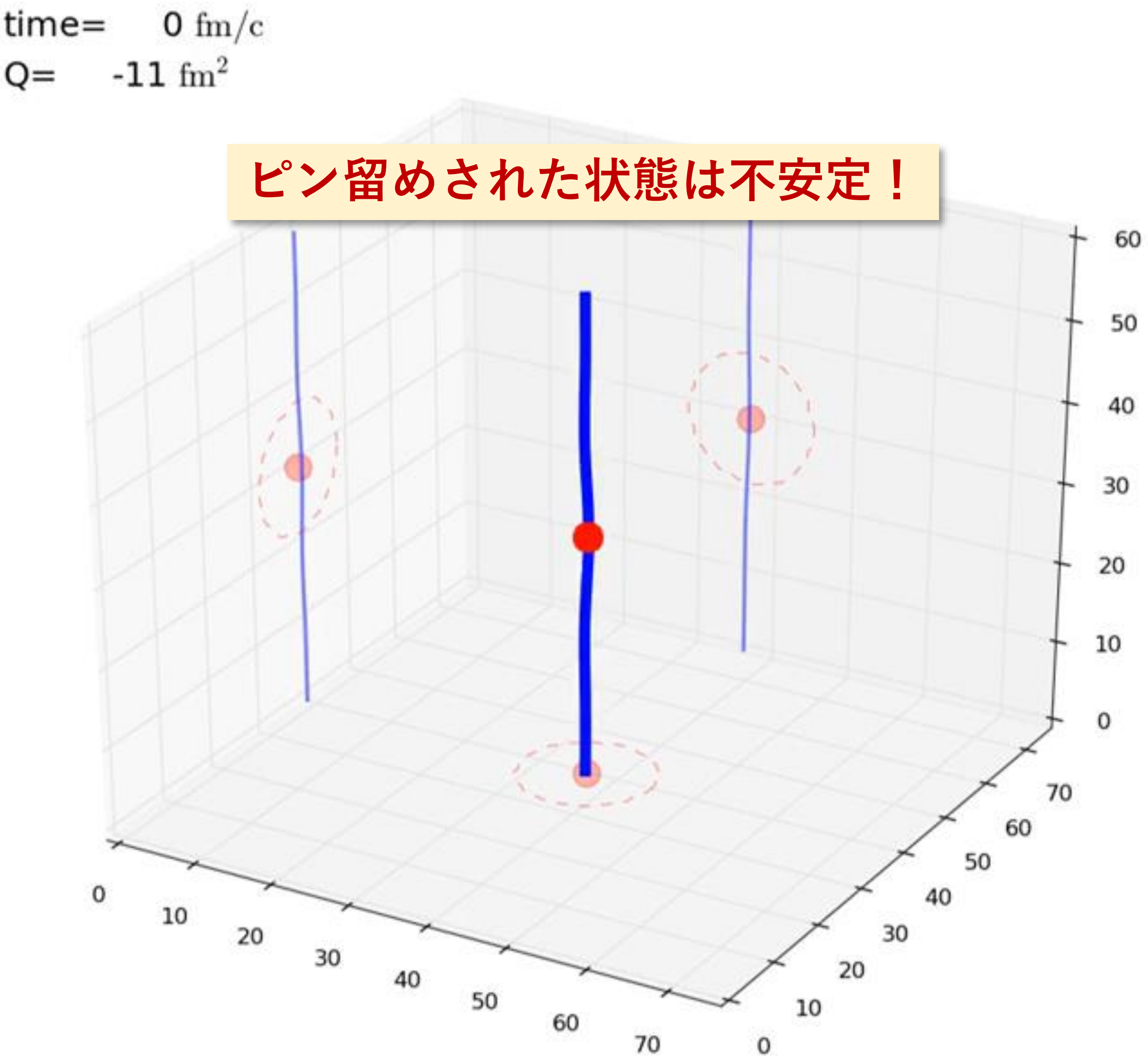
斥力的か、引力的か？

スパコンを用いた
渦・原子核ダイナミクスのシミュレーション

G. Wlazłowski, K. Sekizawa, P. Magierski, A. Bulgac, and M.M. Forbes,
Phys. Rev. Lett. **117**, 202701 (2016)

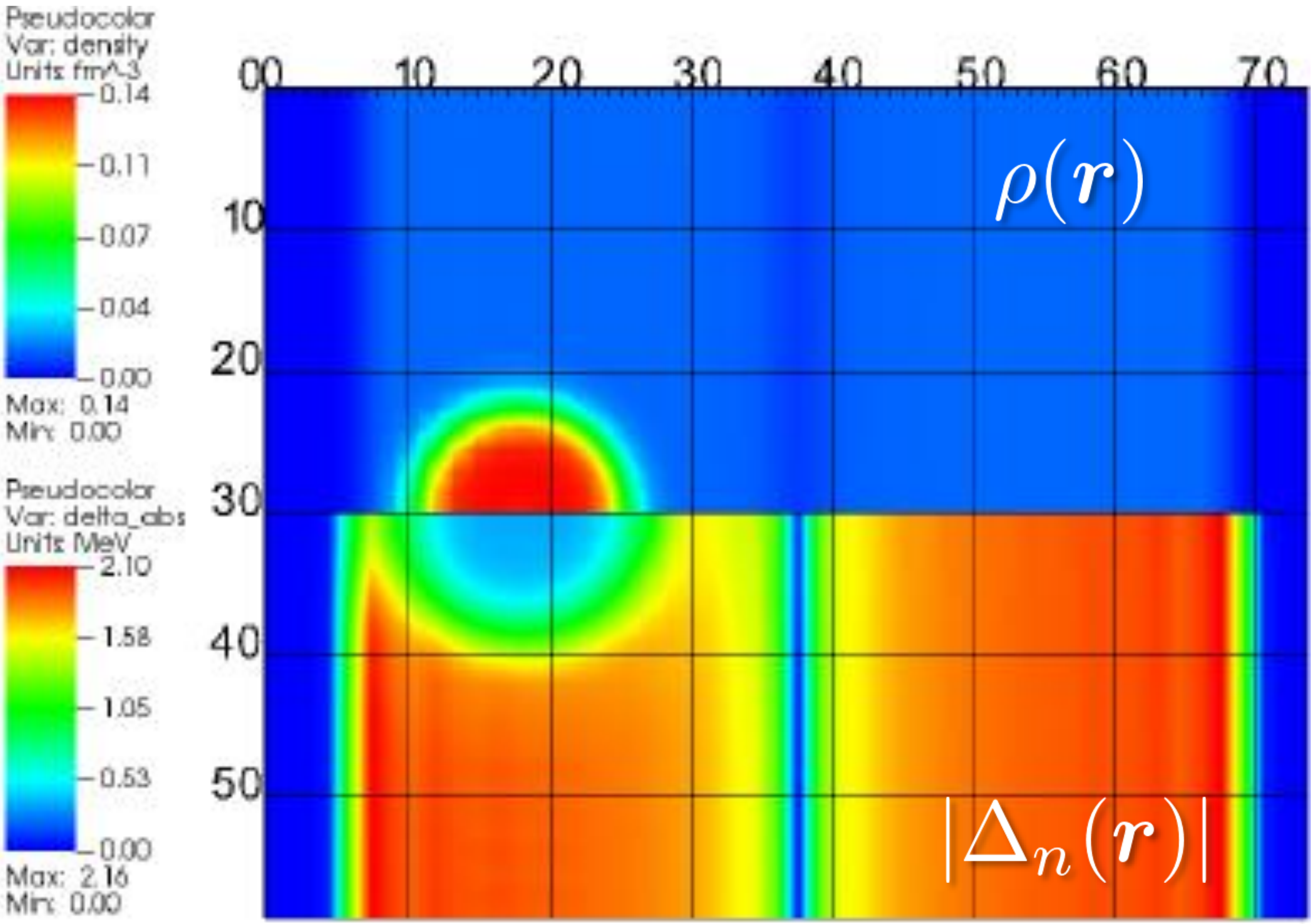


Results of TDSLDA calculation: $\rho_n \simeq 0.014\ \mathrm{fm}^{-3}$

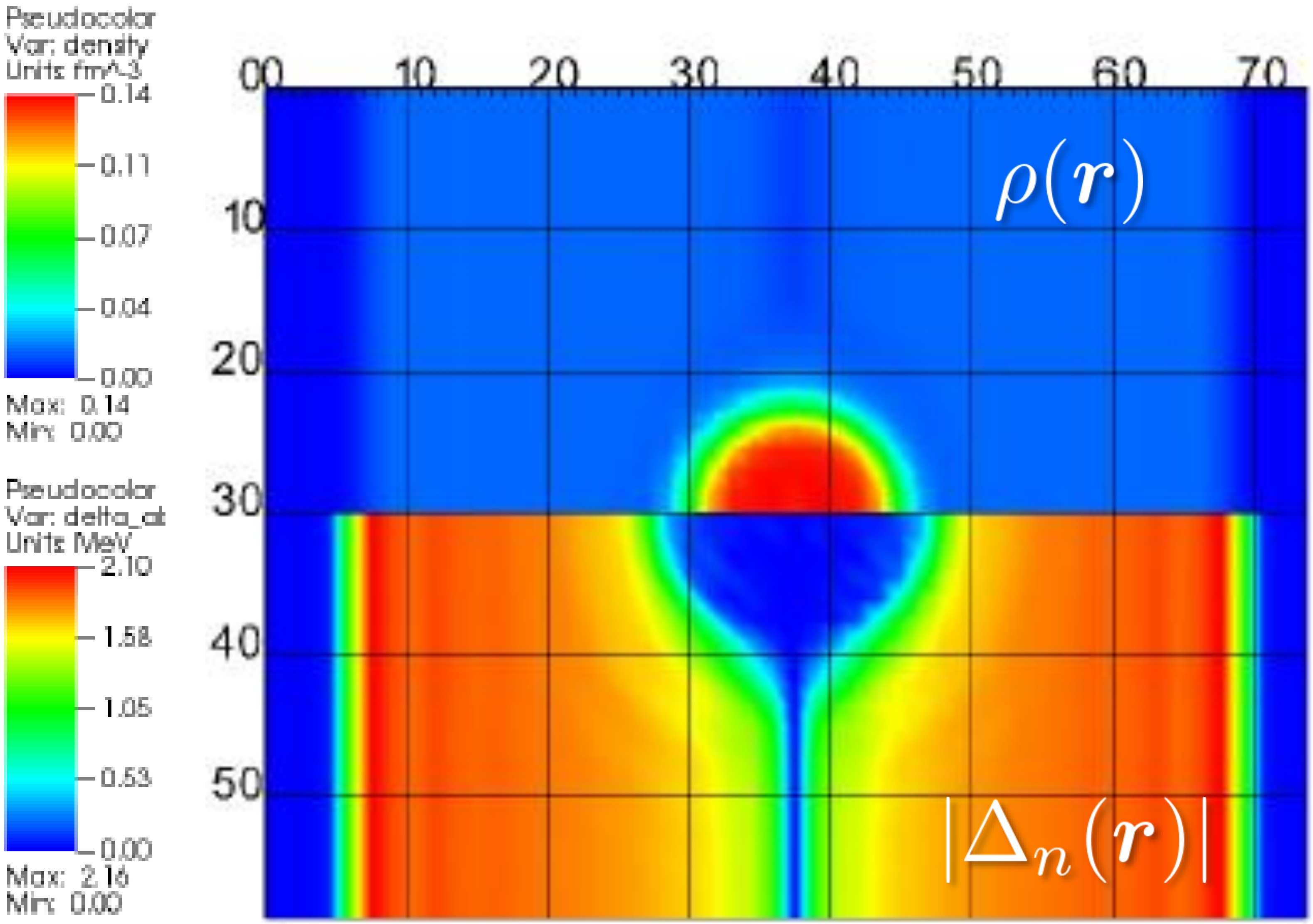


ピン留めされた状態は不安定！

原子核と渦が離れているとき

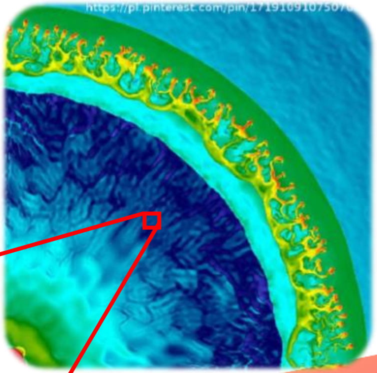


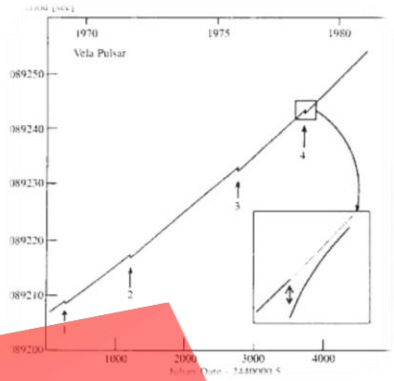
原子核に渦がピン留めされているとき

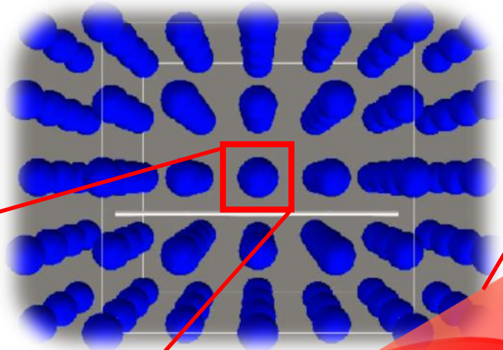


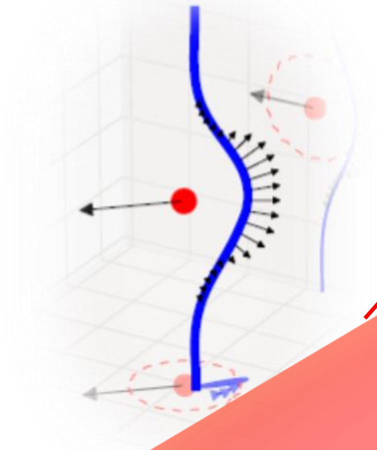
今後の課題：
ミクロからマクロへの接続

目標: グリッチのメカニズムの解明









10^4m

Macroscopic

- ➢ 観測との比較
- ➢ 流体模型

~10^{-10}m

Mesoscopic

- ➢ 格子中の渦のダイナミクス

(e.g. vortex filament model)

モデルパラメータを提供

10^{-15}-10^{-13}m

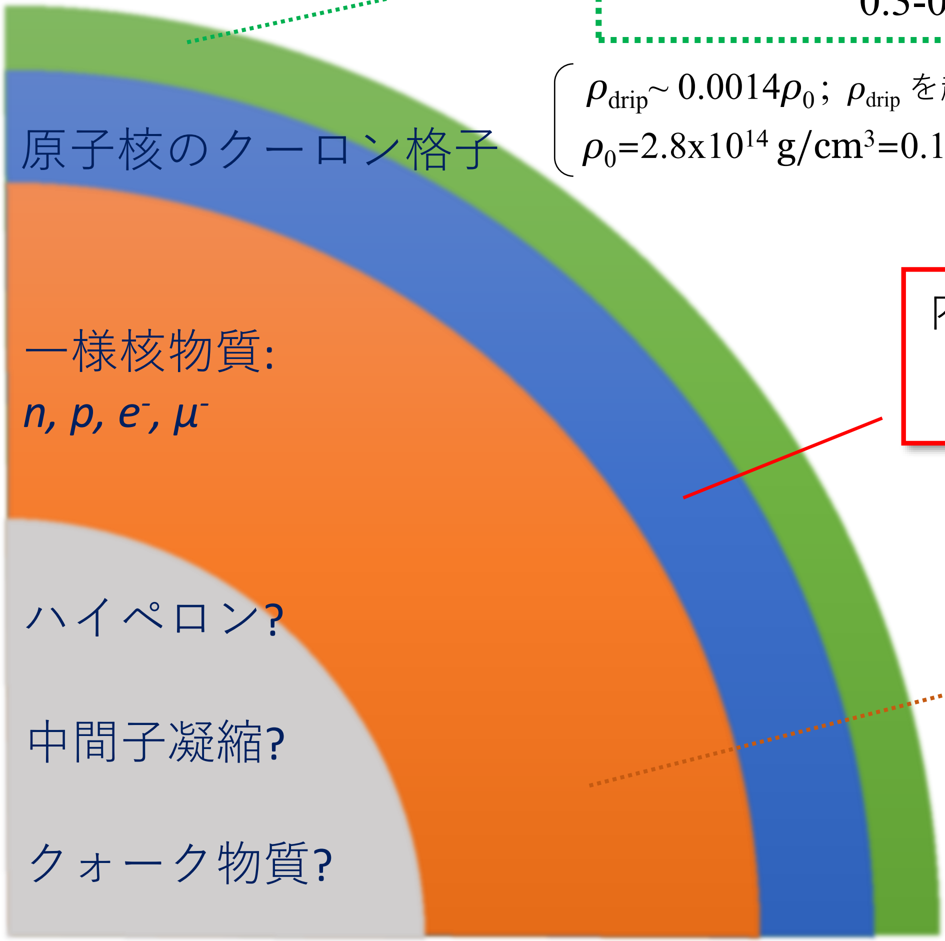
Microscopic *Nuclear Physics!!*

- ➢ 核子自由度から渦・原子核系のダイナミクスを記述

原子核物理と物性・天体物理のつながり

中性子星 ＝ 超巨大・中性子過剰“原子核”

質量: 1-2太陽質量 (2×10^{30} kg)
半径: 約10 km



外殻 (Outer crust) 原子核 (Z=26~42), 電子
0.3-0.6 km　$\rho < \rho_{\mathrm{drip}}$

$\rho_{\mathrm{drip}} \sim 0.0014\rho_0$； ρ_{drip} を超えると原子核の外に中性子が溢れる
$\rho_0 = 2.8\mathrm{x}10^{14}\ \mathrm{g/cm^3} = 0.16\ \mathrm{fm^{-3}}$；飽和密度

原子核のクーロン格子

内殻 (Inner crust) 原子核, 電子, 超流動中性子
0.5-0.8 km　$\rho_{\mathrm{drip}} \leq \rho \leq 0.6\rho_0$

一様核物質:
n, p, e^-, μ^-

外核・内核 (Outer core・Inner core)
9-12 km　$0.6\rho_0 < \rho \leq 3\text{-}5\rho_0$

ハイペロン?

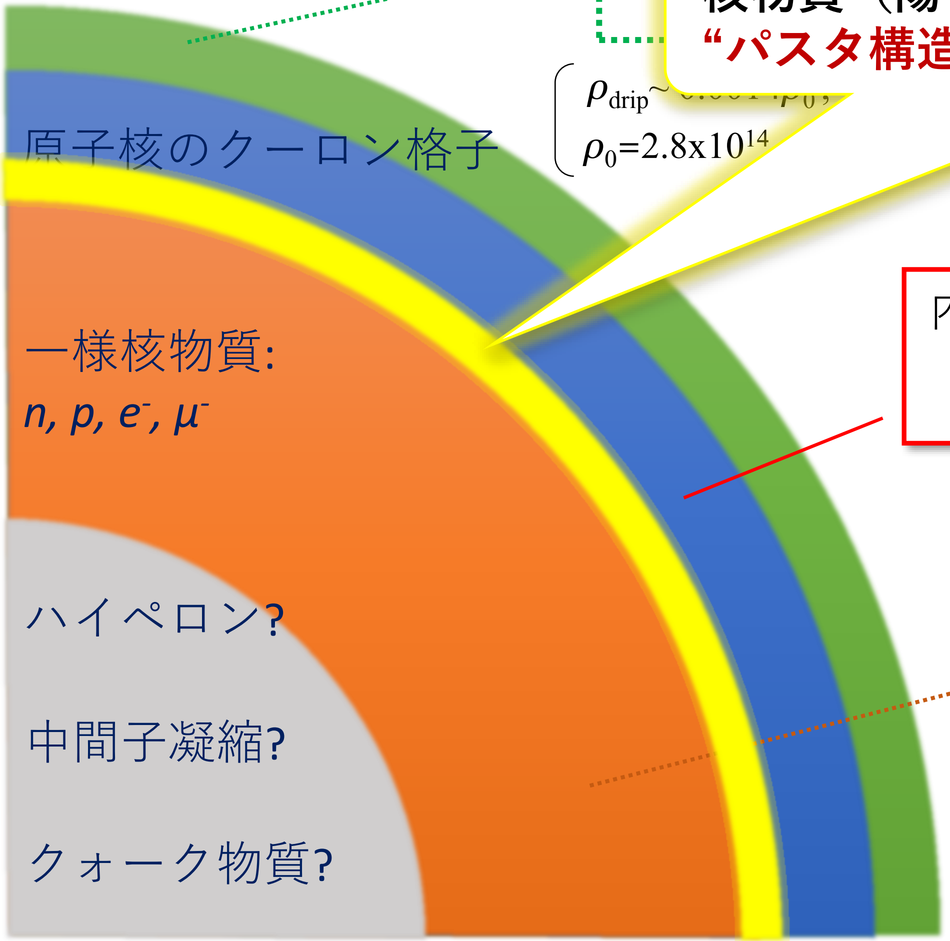
中間子凝縮?

クォーク物質?

質量・半径 ⇔ 状態方程式

中性子星 = 超巨大・中性子過剰 “原子核”

質量: 1-2太陽質量 (2×10^{30} kg)
半径: 約10 km



原子核のクーロン格子

一様核物質:
n, p, e⁻, μ⁻

ハイペロン?

中間子凝縮?

クォーク物質?

外殻 (Outer crust) 原子核 (Z=26~42), 電子

核物質（陽子・中性子の沢山集まった無限系）の
“パスタ構造”の存在が予言されている

ρ_{drip}~ 0.001 ρ_0; …核の外に中性子が溢れる
ρ_0=2.8x10^{14} …m^{-3}；飽和密度

内殻 (Inner crust) 原子核, 電子, 超流動中性子
0.5-0.8 km　$\rho_{drip} \leq \rho \leq 0.6\rho_0$

外核・内核 (Outer core・Inner core)
9-12 km　$0.6\rho_0 < \rho \leq 3\text{-}5\rho_0$

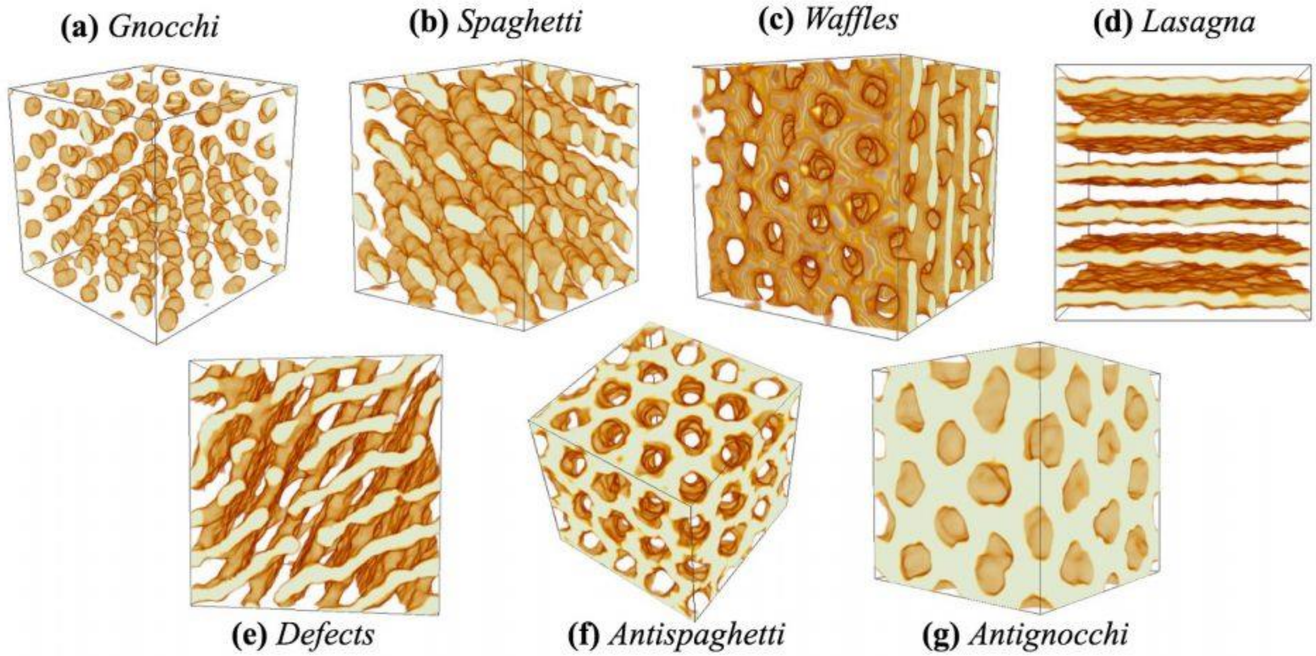
質量・半径 ⇔ 状態方程式

核物質のパスタ構造？ 😋


ニョッキ


ラザニア


スパゲッティ

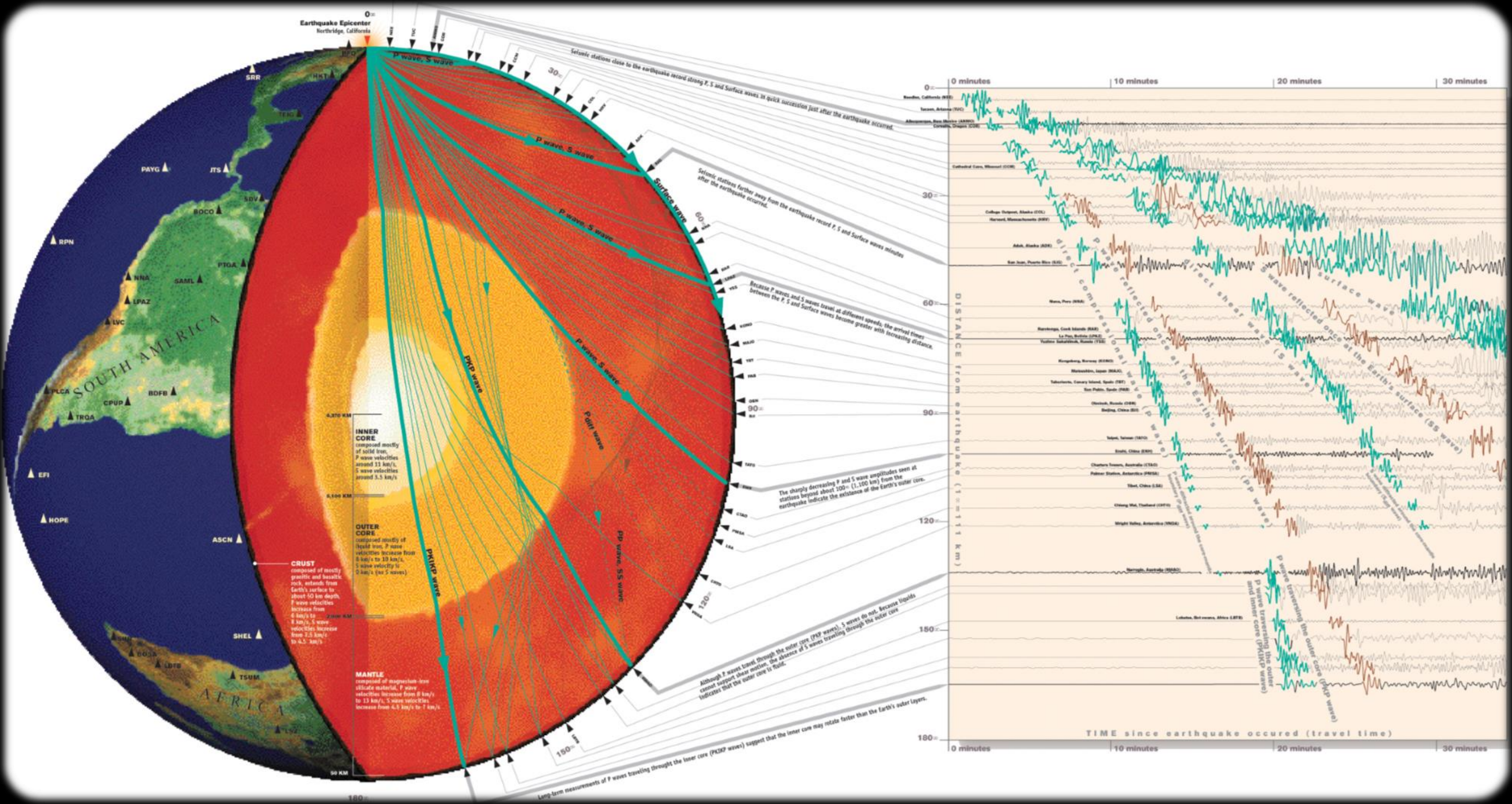

(a) *Gnocchi* **(b)** *Spaghetti* **(c)** *Waffles* **(d)** *Lasagna*

(e) *Defects* **(f)** *Antispaghetti* **(g)** *Antignocchi*

M. E. Caplan and C. J. Horowitz, Rev. Mod. Phys. **89**, 041002 (2017)

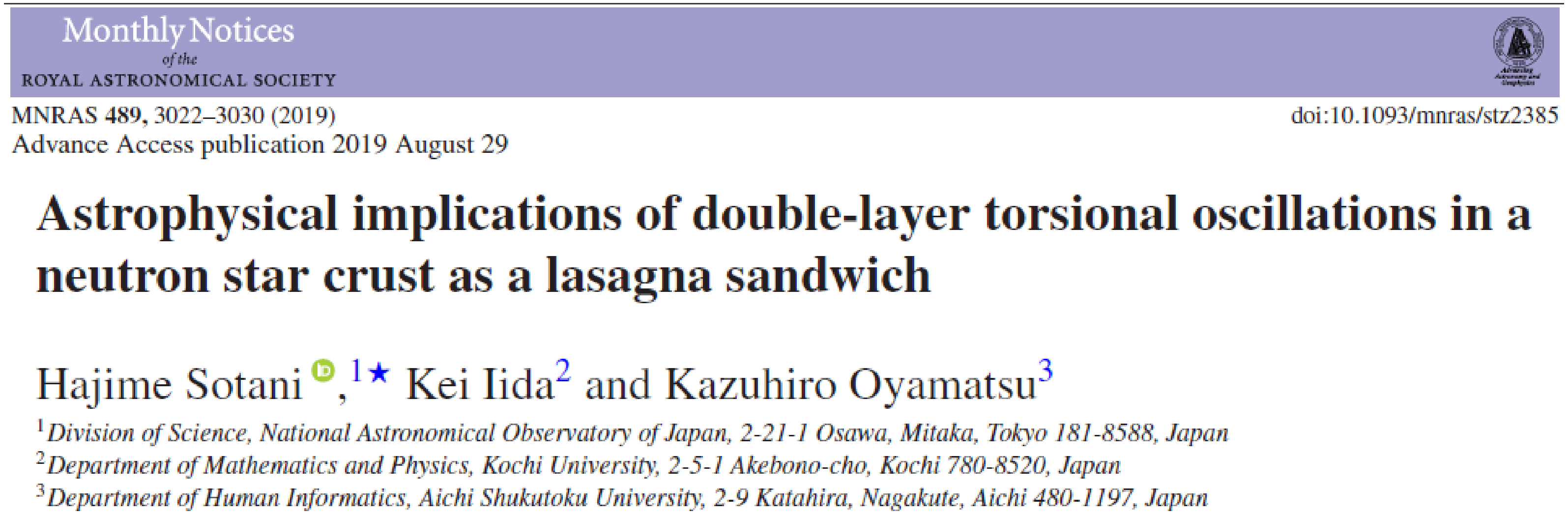
パスタ構造は実在するのか？

地震学 (seismology): 地球内部の構造を地震の伝搬する様子から調べる学問



Picture taken from AusPass by Australian National University

準周期振動から中性子星内部を探る：“星振学” (*asteroseismology*)



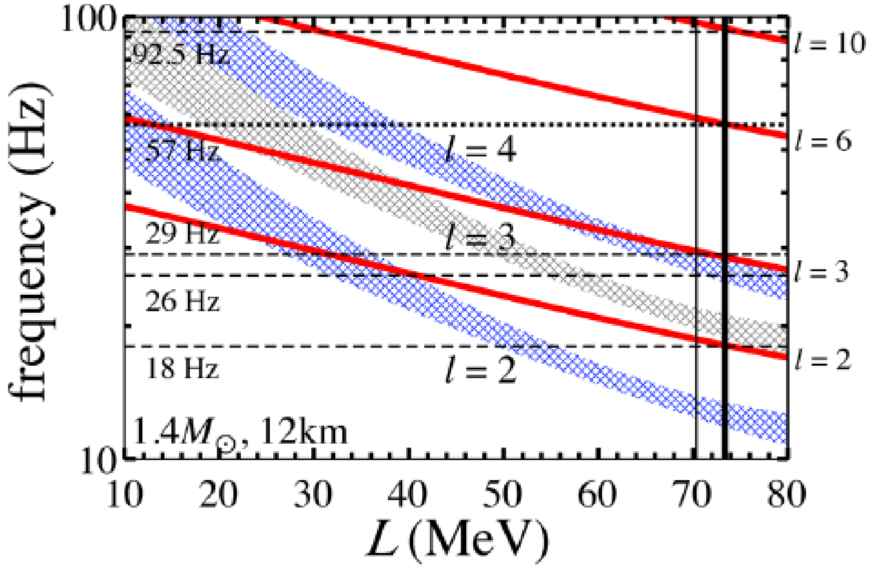
Monthly Notices
of the
ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY

MNRAS 489, 3022–3030 (2019)
Advance Access publication 2019 August 29
doi:10.1093/mnras/stz2385

Astrophysical implications of double-layer torsional oscillations in a neutron star crust as a lasagna sandwich

Hajime Sotani[1]★ Kei Iida[2] and Kazuhiro Oyamatsu[3]

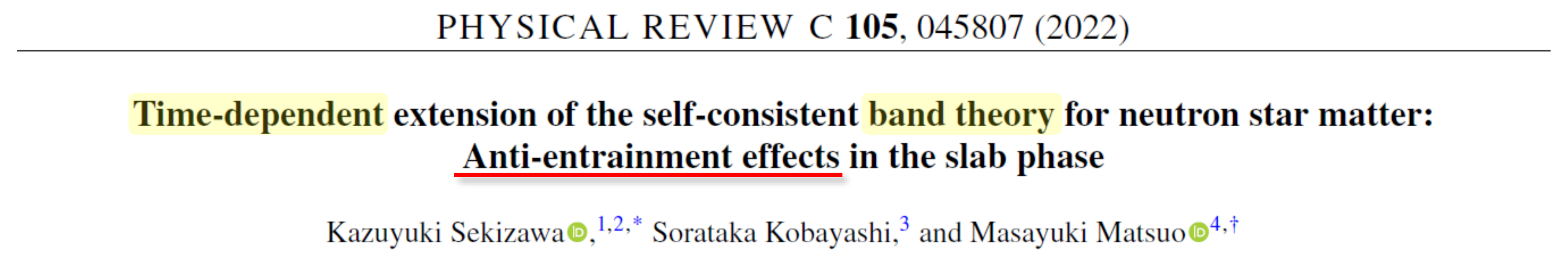
[1]*Division of Science, National Astronomical Observatory of Japan, 2-21-1 Osawa, Mitaka, Tokyo 181-8588, Japan*
[2]*Department of Mathematics and Physics, Kochi University, 2-5-1 Akebono-cho, Kochi 780-8520, Japan*
[3]*Department of Human Informatics, Aichi Shukutoku University, 2-9 Katahira, Nagakute, Aichi 480-1197, Japan*



パスタ構造の存在を示唆！！

- 観測とベイズ推定に基づく予言による多数(~30)の準周期振動の振動数が，中性子星内殻パスタ相の振動モードによって説明できることが示された

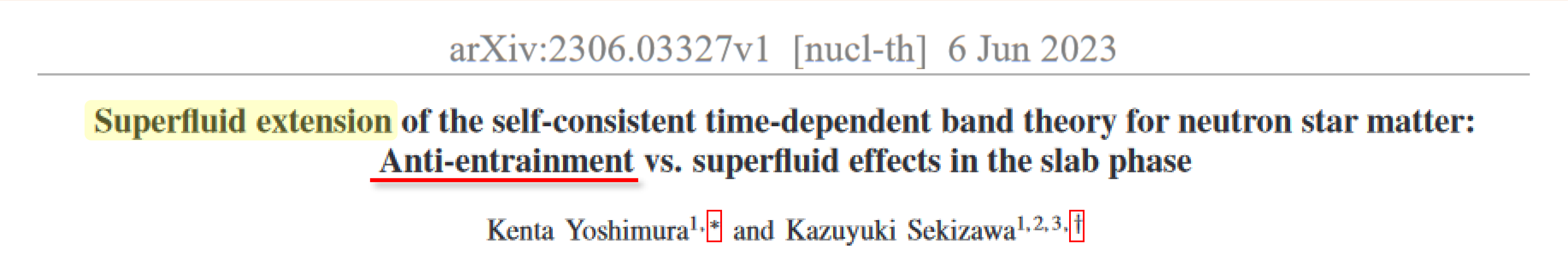
最近進めている研究の一つ：中性子星内殻の時間依存バンド理論計算



PHYSICAL REVIEW C **105**, 045807 (2022)

Time-dependent extension of the self-consistent band theory for neutron star matter: Anti-entrainment effects in the slab phase

Kazuyuki Sekizawa[1,2,*] Sorataka Kobayashi,[3] and Masayuki Matsuo[4,†]



arXiv:2306.03327v1 [nucl-th] 6 Jun 2023

Superfluid extension of the self-consistent time-dependent band theory for neutron star matter: Anti-entrainment vs. superfluid effects in the slab phase

Kenta Yoshimura[1,*] and Kazuyuki Sekizawa[1,2,3,†]

in collaboration with

小林 空高

(2019年3月に修士課程修了)

松尾 正之

吉村 健太 (M2)

→ 超流動性・有限温度・磁場に拡張！ 🔥

真の強さを学ぶ。

新潟大學

NIIGATA UNIVERSITY

東京工業大学

Tokyo Institute of Technology

“エントレインメント” 効果とは？

“Entrainment” is a phenomenon between two species (particles, gases, fluids, etc.), where a motion of one component attracts the other.

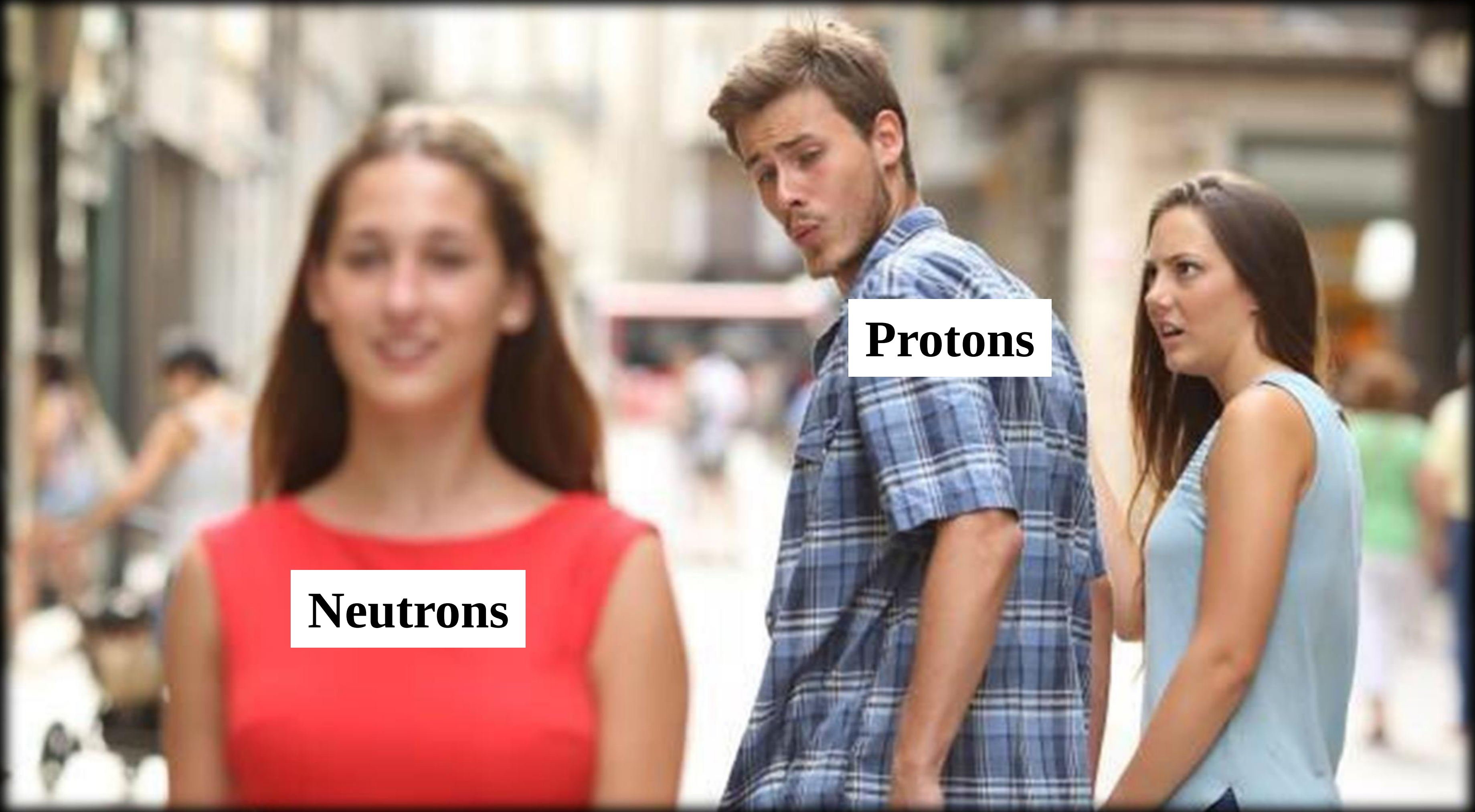


Photo: https://en.wikipedia.org/wiki/Distracted_boyfriend

“Entrainment” is a phenomenon between two species (particles, gases, fluids, etc.), where a motion of one component attracts the other.

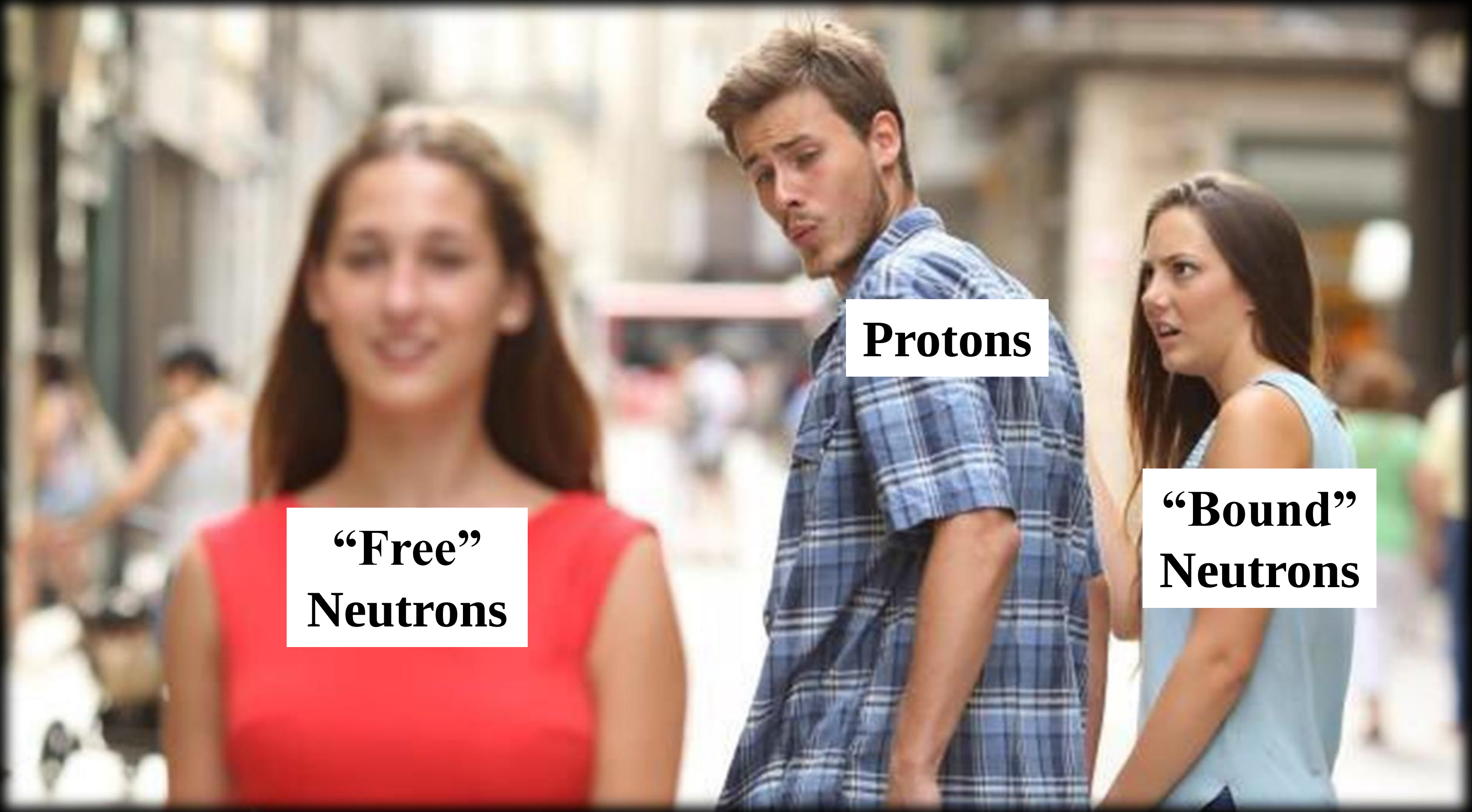


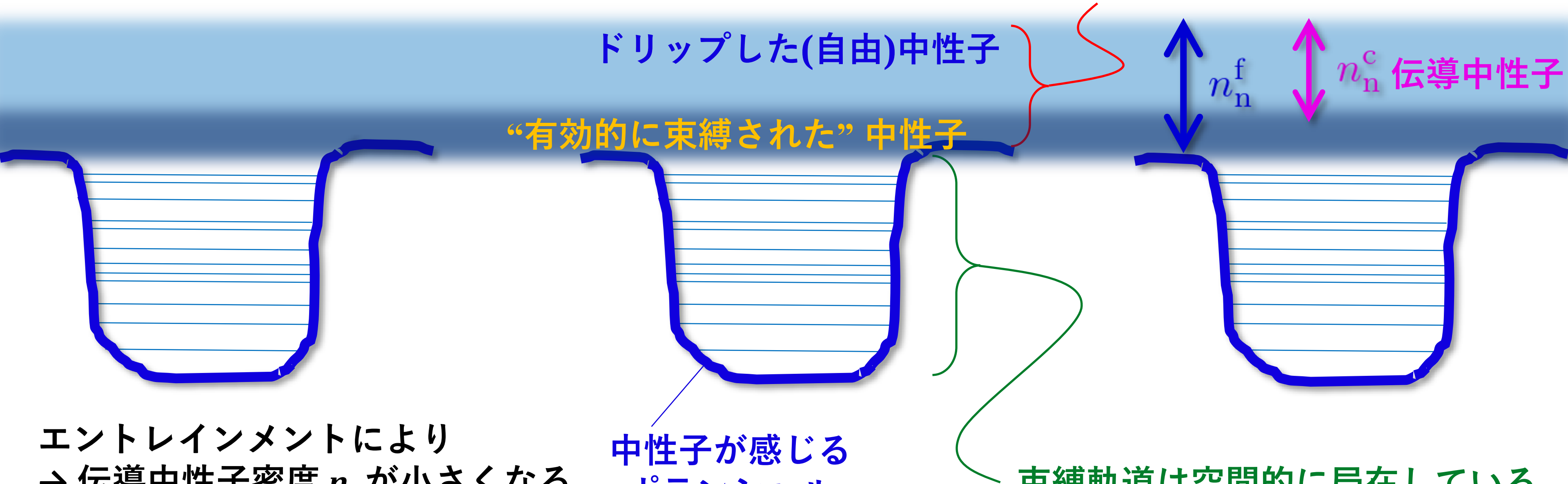
Photo: https://en.wikipedia.org/wiki/Distracted_boyfriend

中性子星内殻における“エントレインメント”効果

- 原子核から染み出した中性子の一部が，ブラッグ反射によって，周期構造に捉えられる

$$\frac{m_{\rm n}^{\star}}{m_{\rm n}} = \frac{n_{\rm n}^{\rm f}}{n_{\rm n}^{\rm c}}$$ ：“巨視的” 有効質量

染み出した中性子は空間的に広がっている
→ 周期構造の影響を受け，バンド構造を示す！



エントレインメントにより
→ 伝導中性子密度 $n_{\rm c}$ が小さくなる
→ 有効質量 m^* が大きくなる

中性子が感じるポテンシャル

束縛軌道は空間的に局在している
→ 周期構造の影響を受けない

中性子星内殻に対するバンド理論計算

[1] B. Carter, N. Chamel, P. Haensel, Nucl. Phys. **A748**, 675 (2005).
[2] N. Chamel, Nucl. Phys. **A748**, 675 (2005); J. Low Temp. Phys. **189**, 328 (2017).
[3] Yu Kashiwaba and T. Nakatsukasa, Phys. Rev. C **100**, 035804 (2019).
[4] K. Sekizawa, S. Kobayashi, and M. Matsuo, Phys. Rev. C **105**, 045807 (2022).

✓ **The "entrainment effect" is still a debatable problem**

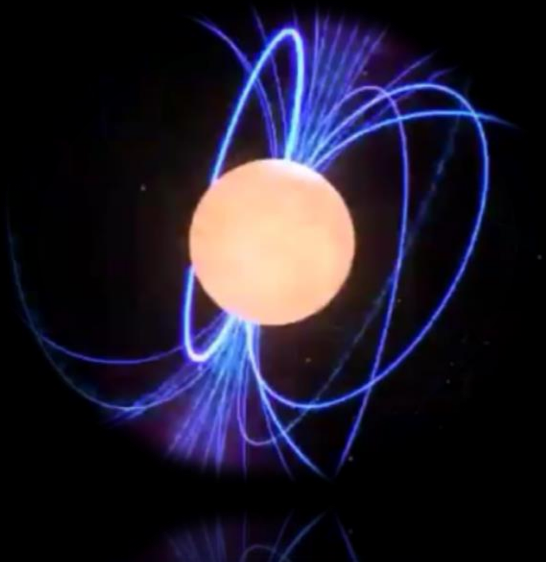
Group	Self-consistency	Spatial dim.	TD calc.	Superfluidity	Effective mass
Carter *et al.* (2005) [1]	☒	1 & 2	☒	☒	↑ **Increase ~a few to 10%**
Chamel (2005) [2]	☒	3	☒	☒	↑ **Increase >900%**
Tsukuba (2019) [3]	☑	1	☒	☒	↓ **Reduction ~30%**
Niigata (2022) [4]	☑	1	☑	☒	↓ **Reduction ~30%**
Tokyo Tech (in progress)	☑	1, 2, 3	☑	☑	**?**

Extension to 2D & 3D
→ Future work!

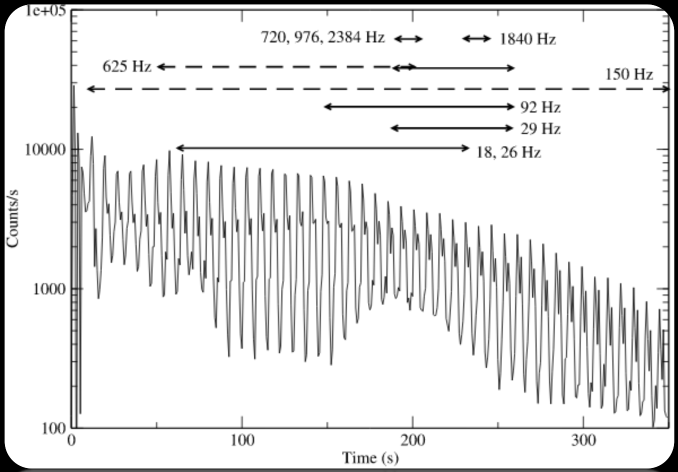
☑ **Finite temperature**
☐ **Magnetic field (almost done..)**

エントレインメント効果は，様々な現象の解釈に関与する:

パルサーグリッチ現象



準周期振動



もし，エントレインメントが大きすぎると…
→ 自由に流れられる超流動中性子が少ない
→ 蓄えられる角運動量が小さくなる
→ 大きなグリッチを説明できない！

→ エントレインメントの大小によって
いろいろな振動モードの固有振動数が
変わってきてしまう
→ 解釈そのものに影響！

Time-Dependent **Band Theory** for the Inner Crust of Neutron Stars

https://www.newsweek.com/nuclear-pasta-neutron-star-strongest-material-universe-1127491

スラブ相に対するバンド理論

K. Sekizawa, S. Kobayashi, and M. Matsuo
PRC**105**(2022)045807

We employ the Skyrme-Kohn-Sham DFT with the Bloch boundary condition

✓ The Bloch boundary condition for single-particle orbitals

$$\psi^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} u^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z) e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \qquad \underline{u^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z+na) = u^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z)}$$

Periodicity of the slabs

α: Band index $\boldsymbol{k}$: Bloch wave vector q: Isospin (n or p) a: Period of the slabs

✓ Skyrme EDF

$$\frac{E}{A} = \frac{1}{N_\mathrm{b}} \int_0^a \left(\frac{\hbar^2}{2m}\tau(z) + \sum_{t=0,1} \left[C^\rho_t[n] n^2_t(z) + C^{\Delta\rho}_t n_t(z) \partial^2_z n_t(z) + C^\tau_t \left(n_t(z)\tau_t(z) - \boldsymbol{j}^2_t(z) \right) \right] + \mathcal{E}^{(p)}_\mathrm{Coul}(z) \right) dz$$

Number density:

$$n_q(z) = 2 \sum_{\alpha,\boldsymbol{k}}^{\mathrm{occ.}} \left| \psi^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \right|^2$$

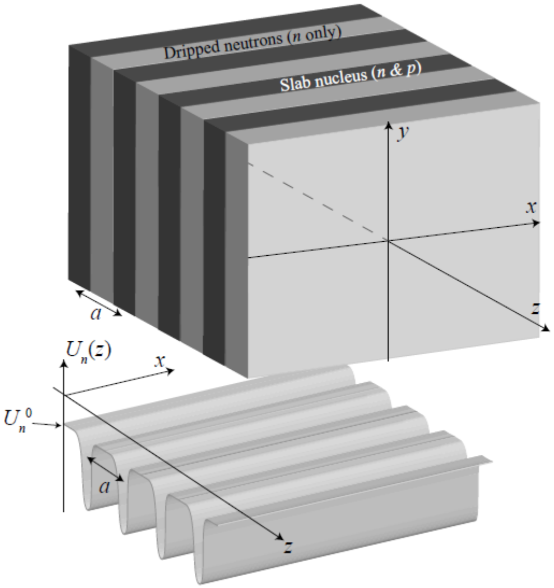
Kinetic density:

$$\tau_q(z) = 2 \sum_{\alpha,\boldsymbol{k}}^{\mathrm{occ.}} \left| \nabla\psi^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \right|^2$$

Current (momentum) density:

$$\boldsymbol{j}_q(z) = 2 \sum_{\alpha,\boldsymbol{k}}^{\mathrm{occ.}} \mathrm{Im}\left[\psi^{(q)*}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \nabla\psi^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \right]$$

*Uniform background electrons are assumed for the charge neutrality condition: $n_e = \bar{n}_p$



Picture from PRC**100**(2019)035804

✓ Skyrme-Kohn-Sham equations

Note: While we deal with 3D slabs, the equations to be solved are 1D!

$$\hat{h}^{(q)}(z)\psi^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) = \varepsilon^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}\psi^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \quad \Rightarrow \quad \left(\hat{h}^{(q)}(z) + \hat{h}^{(q)}_{\boldsymbol{k}}(z) \right) u^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z) = \varepsilon^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}} u^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z)$$

Ordinary single-particle Hamiltonian:

$$\hat{h}^{(q)}(z) = -\nabla\cdot\frac{\hbar^2}{2m^\oplus_q(z)}\nabla + U^{(q)}(z) + \frac{1}{2i}\left[\nabla\cdot\boldsymbol{I}^{(q)}(z) + \boldsymbol{I}^{(q)}(z)\cdot\nabla\right]$$

Additional (k-dependent) term:

$$\hat{h}^{(q)}_{\boldsymbol{k}}(z) = \frac{\hbar^2\boldsymbol{k}^2}{2m^\oplus_q(z)} + \hbar\boldsymbol{k}\cdot\hat{\boldsymbol{v}}^{(q)}(z)$$

Velocity operator:

$$\hat{\boldsymbol{v}}^{(q)}(z) \equiv \frac{1}{i\hbar}\left[\boldsymbol{r}, \hat{h}^{(q)}(z)\right]$$

バンド構造の例 ($Y_p = 0.1$)

<u>K. Sekizawa</u>, S. Kobayashi, and M. Matsuo, PRC**105**(2022)045807

Proton fraction:

$$Y_\mathrm{p} = \frac{\bar{n}_\mathrm{p}}{\bar{n}_\mathrm{n} + \bar{n}_\mathrm{p}}$$

Average nucleon density:

$$\bar{n}_q = \frac{1}{a}\int_0^a n_q(z)dz$$

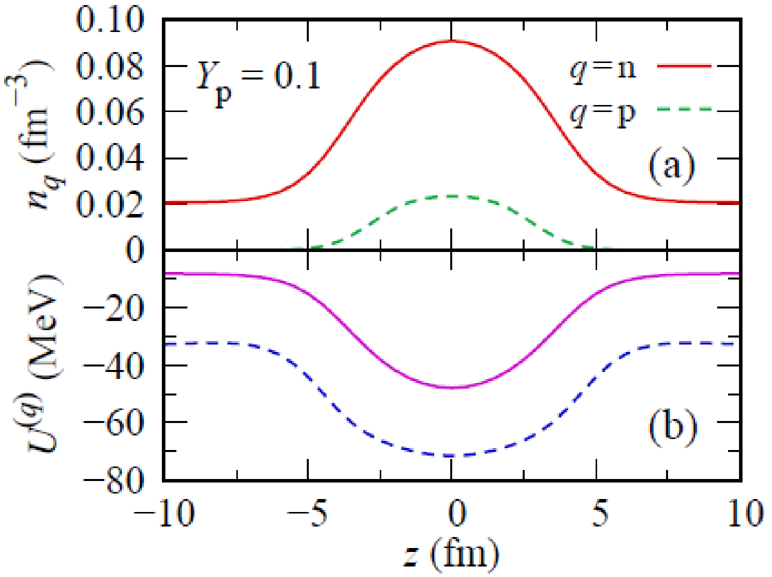
Single-particle energy:

$$\varepsilon^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}} = \underbrace{e^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}}_{z\text{-component}} + \underline{\varepsilon^{(q)}_{\text{kin-}xy,\alpha\boldsymbol{k}}} \approx \frac{\hbar^2 k_\parallel^2}{2m} \qquad k_\parallel = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

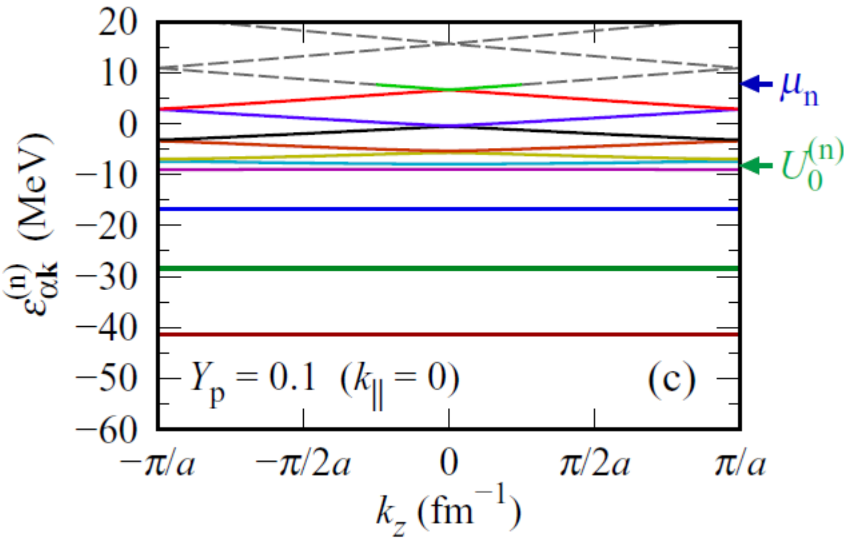
✓ <u>Dripped neutrons</u> show band structure (k_z dependence)

Y_p = 0.1, n_B = 0.4 fm^{-3}: Neutron-dripped slab

Density and potential



Neutron single-particle energies

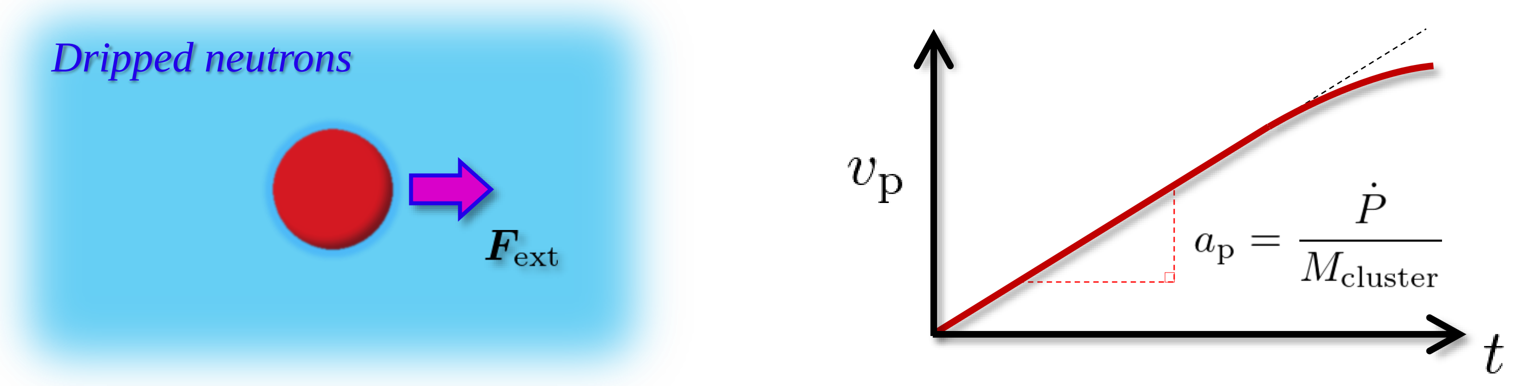


実時間法による集団質量の計算

K. Sekizawa, S. Kobayashi, and M. Matsuo, PRC**105**(2022)045807

✓ The collective mass is extracted from **acceleration motion under constant force**

The real-time method: Idea



How to introduce spatially-uniform electric field

✓ TDKS equation in a “velocity gauge”

Spatially-uniform Vector potential

$$i\hbar \frac{\partial \widetilde{u}^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z,t)}{\partial t} = \Big(\hat{h}^{(q)}(z,t) + \hat{h}^{(q)}_{\boldsymbol{k}(t)}(z,t)\Big)\widetilde{u}^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z,t)$$

$$\boldsymbol{k}(t) = \boldsymbol{k} + \frac{e}{\hbar c}A_z(t)\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

Gauge transformation for the Bloch orbitals:

$$\widetilde{u}^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z,t) = \exp\Big[-\frac{ie}{\hbar c}A_z(t)z\Big]u^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z,t)$$

Electric field:

$$E_z(t) = -\frac{1}{c}\frac{dA_z}{dt}$$

k-dependent term:

$$\hat{h}^{(q)}_{\boldsymbol{k}}(z) = \frac{\hbar^2\boldsymbol{k}^2}{2m^{\oplus}_q(z)} + \hbar\boldsymbol{k}\cdot\hat{\boldsymbol{v}}^{(q)}(z)$$

Velocity operator:

$$\hat{\boldsymbol{v}}^{(q)}(z) \equiv \frac{1}{i\hbar}[\boldsymbol{r}, \hat{h}^{(q)}(z)]$$

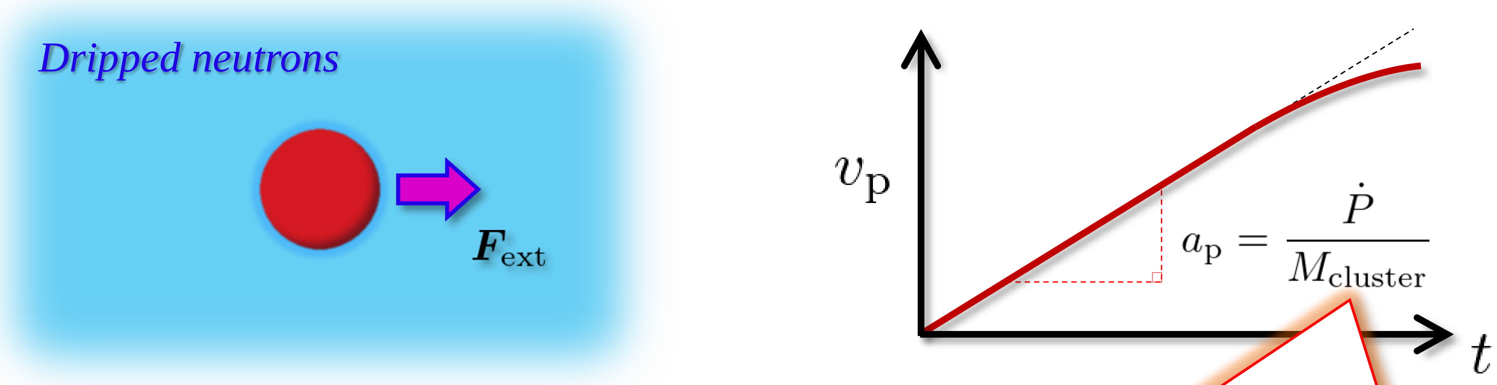
cf. K. Yabana and G.F. Bertsch, Phys. Rev. B **54**, 4484 (1996); G.F. Bertch *et al.*, Phys. Rev. B **62**, 7998 (2000)

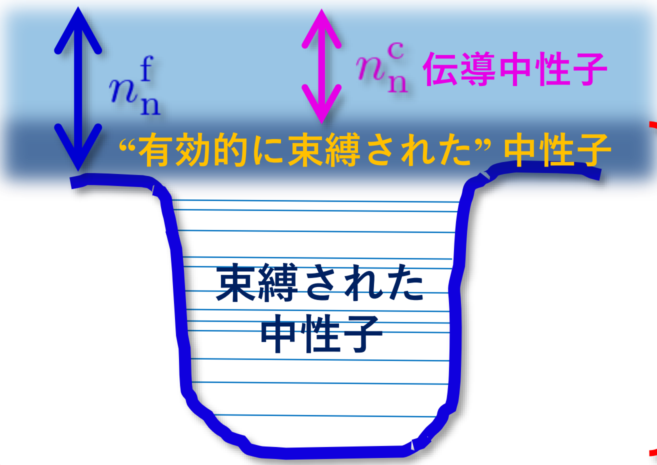
実時間法による集団質量の計算

K. Sekizawa, S. Kobayashi, and M. Matsuo, PRC**105**(2022)045807

✓ The collective mass is extracted from **acceleration motion under constant force**

The real-time method: Idea





M_{cluster} からこちら (bound + entrained) を知ることによって残り(伝導中性子密度)を評価できる！

集団質量の計算結果

K. Sekizawa, S. Kobayashi, and M. Matsuo, PRC**105**(2022)045807

Acceleration:

$$a_\mathrm{p} = \frac{d^2 Z}{dt^2}$$

C.m. position of protons:

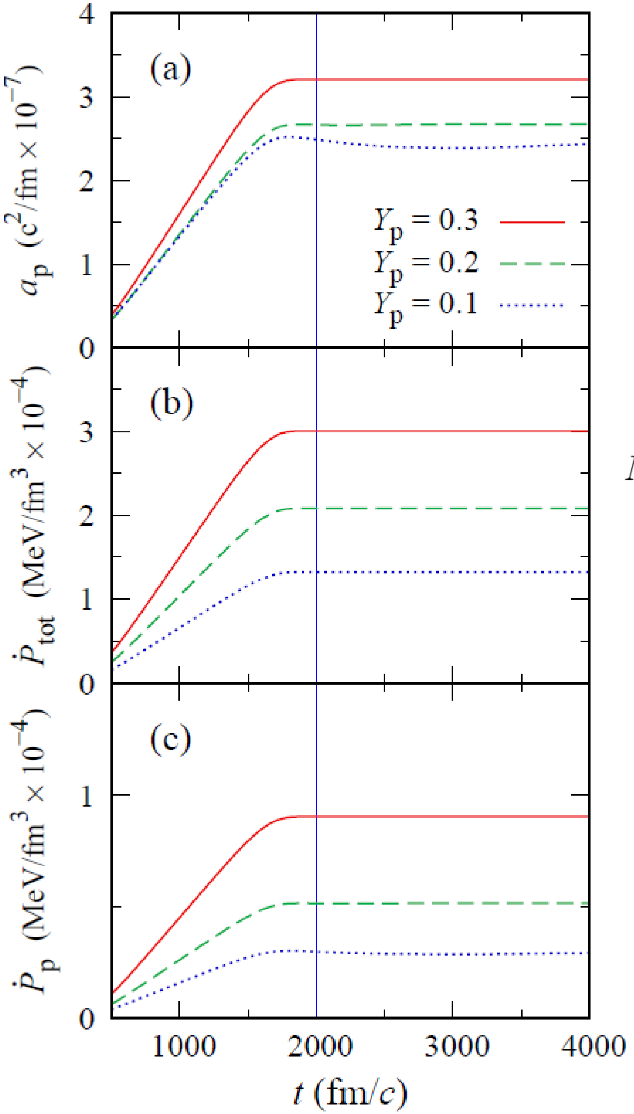
$$Z(t) = \frac{1}{a}\int_0^a z\, n_\mathrm{p}(z,t)\, dz$$

Momentum of nucleons:

$$P_q(t) = \hbar \int_0^a j_q(z,t)\, dz$$

Total momentum:

$$P_\mathrm{tot}(t) = P_\mathrm{n}(t) + P_\mathrm{p}(t)$$

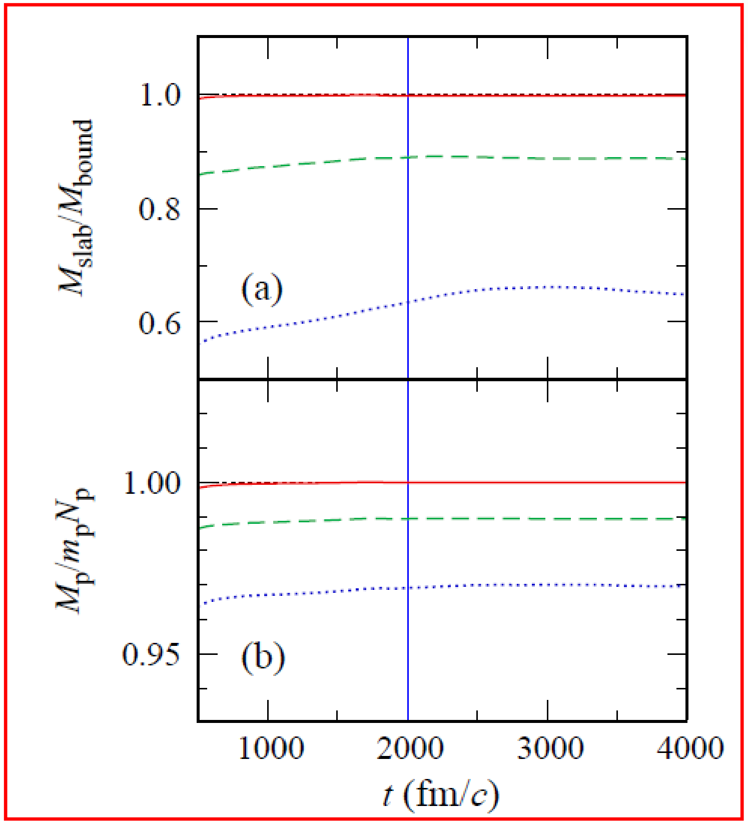


$$M_\mathrm{slab} = \dot{P}_\mathrm{tot}/a_\mathrm{p}$$

$$M_\mathrm{p} = \dot{P}_\mathrm{p}/a_\mathrm{p}$$

- ✓ For neutron-dripped slabs, we find significant ***reduction*** of the collective mass!

- ➢ **What is the origin of the reduction?**



“反エントレインメント” 効果

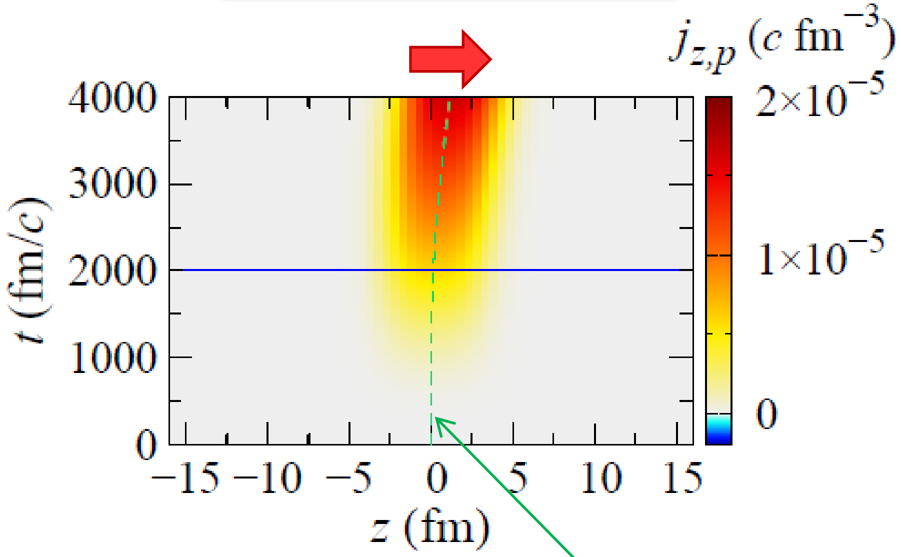
K. Sekizawa, S. Kobayashi, and M. Matsuo, PRC**105**(2022)045807

Current density:

$$j_{z,q}(z,t) = \frac{\hbar}{m_q}\sum_{\alpha,\boldsymbol{k}}^{\text{occ.}} \mathrm{Im}\big[\psi^{(q)*}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r},t)\nabla\psi^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r},t)\big] = \frac{\hbar}{m_q}\frac{1}{aN_{k_z}}\sum_{\alpha,k_z}\int\frac{k_\parallel}{\pi}\,\mathrm{Im}\big[u^{(q)*}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z,t)(\partial_z+ik_z)u^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z,t)\big]\,\theta(\mu_q-\varepsilon^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}})\,dk_\parallel$$

✓ **Protons inside the slab move toward the direction of the external force, as expected.**

Proton current density



C.m. position of protons

“反エントレインメント” 効果

K. Sekizawa, S. Kobayashi, and M. Matsuo, PRC**105**(2022)045807

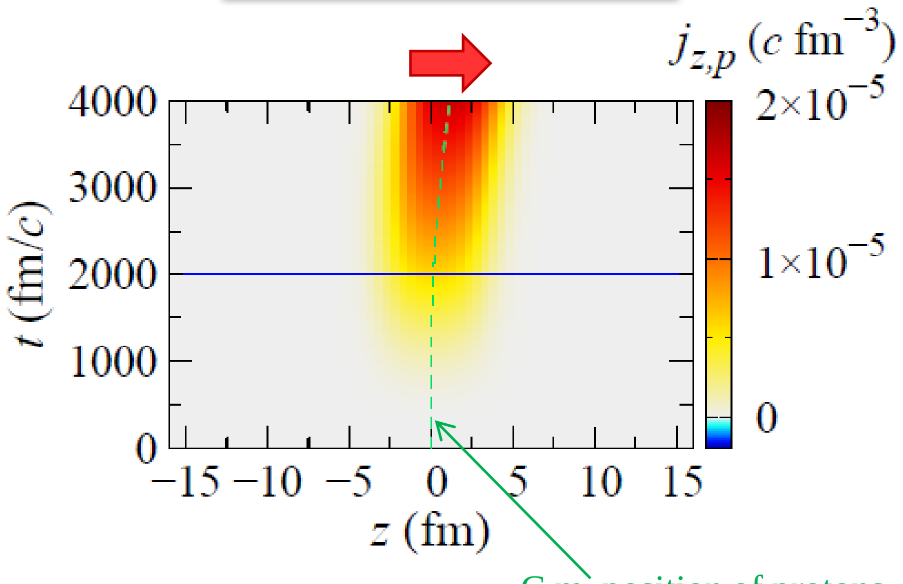
Current density:

$$j_{z,q}(z,t) = \frac{\hbar}{m_q}\sum_{\alpha,\boldsymbol{k}}^{\text{occ.}} \mathrm{Im}\left[\psi^{(q)*}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r},t)\nabla\psi^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r},t)\right] = \frac{\hbar}{m_q}\frac{1}{aN_{k_z}}\sum_{\alpha,k_z}\int\frac{k_\parallel}{\pi}\,\mathrm{Im}\left[u^{(q)*}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z,t)(\partial_z+ik_z)u^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}}(z,t)\right]\theta(\mu_q-\varepsilon^{(q)}_{\alpha\boldsymbol{k}})\,dk_\parallel$$

✓ **Dripped neutrons outside the slab move toward the opposite direction!**

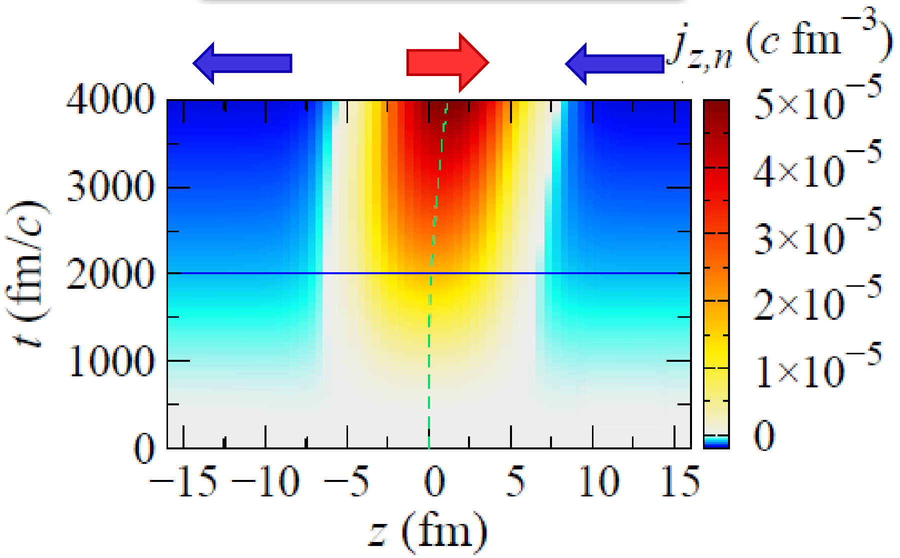
Since it reduces P_{tot} and $\dot{P}_{\text{tot}}$, $M_{\text{slab}} = \dot{P}_{\text{tot}}/a_{\text{p}}$ is reduced

Proton current density



C.m. position of protons

Neutron current density



$$\left(m^{\star\,-1}_{\text{n},\alpha\boldsymbol{k}}\right)_{\mu\nu} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2\varepsilon^{(\text{n})}_{\alpha\boldsymbol{k}}}{\partial k_\mu\partial k_\nu}$$

We have already extended it for superfluid systems!

Time-dependent band theory for superfluid systems

K. Yoshimura and K. Sekizawa, arXiv:2306.03327 (Submitted to PRC)

We formulate TDSLDA with the Bloch's boundary condition

The equation to be solved is reduced to 1D for the slab phase

- **TDSLDA equation** (formally equivalent to TDHFB or TD-BdG equation)

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\tilde{u}'^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\uparrow,t)\\ \tilde{v}'^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\downarrow,t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\hat{h}^{(q)}(z,t)+\hat{h}^{(q)}_{\boldsymbol{k}(t)}(z,t) & \Delta_q(z,t)\\ \Delta^*_q(z,t) & -\hat{h}^{(q)*}(z,t)-\hat{h}^{(q)*}_{-\boldsymbol{k}(t)}(z,t)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\tilde{u}'^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\uparrow,t)\\ \tilde{v}'^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\downarrow,t)\end{pmatrix}$$

✓ **The Bloch's boundary conditions for qpwfs**

$$\boldsymbol{k}(t)=\boldsymbol{k}+\frac{e}{\hbar c}A_z(t)\hat{\boldsymbol{e}}_z$$

$$u^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}\sigma,t)=\frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}}\tilde{u}^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\sigma,t)e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$$

$$v^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}\sigma,t)=\frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}}\tilde{v}^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\sigma,t)e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}$$

$$\tilde{u}^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z+a,\sigma,t)=\tilde{u}^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\,\sigma,t)$$

$$\tilde{v}^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z+a,\sigma,t)=\tilde{v}^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\,\sigma,t)$$

✓ **Qpwfs in the velocity gauge**

$$\tilde{u}'^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\sigma,t)=\exp\left[-\frac{ie}{\hbar c}A_z(t)z\right]\tilde{u}^{(q)}_{\nu\boldsymbol{k}}(z\sigma,t)$$

***k*-dependent term:**

$$\hat{h}^{(q)}_{\boldsymbol{k}}(z)=\frac{\hbar^2\boldsymbol{k}^2}{2m^{\oplus}_q(z)}+\hbar\boldsymbol{k}\cdot\hat{\boldsymbol{v}}^{(q)}(z)$$

Velocity operator:

$$\hat{\boldsymbol{v}}^{(q)}(z)\equiv\frac{1}{i\hbar}[\boldsymbol{r},\hat{h}^{(q)}(z)]$$

The total number of qpwfs: $N_z\times N_{k_z}\times N_{k_\parallel}\times 2\ (n\ \text{and}\ p)\times 2\ (u\ \text{and}\ v)$

$$\approx\ 60\times 80\times 150\times 4\ =\ 2{,}880{,}000$$

Effects of superfluidity

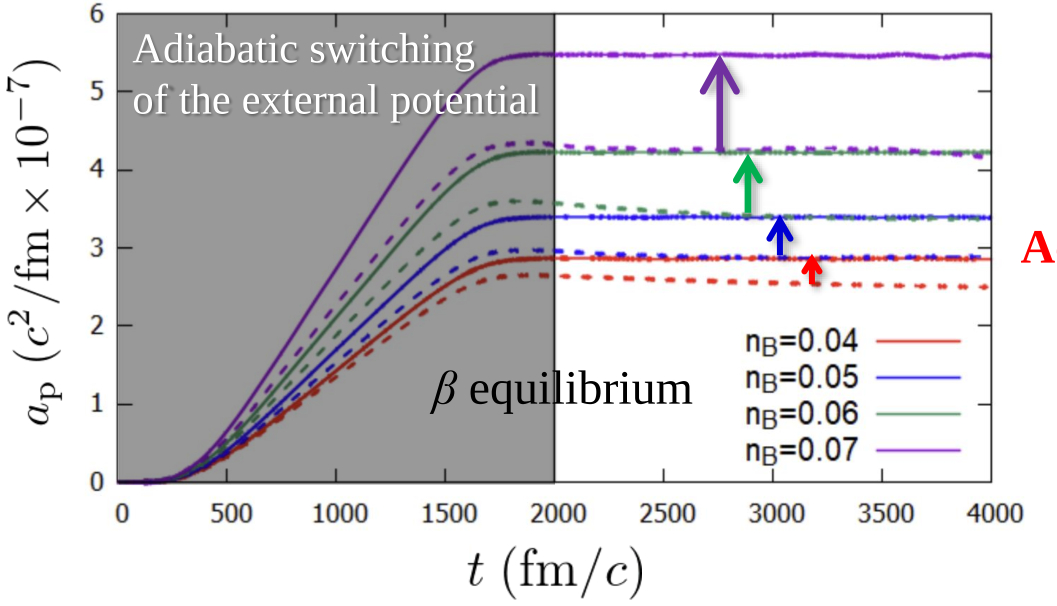
K. Yoshimura and K. Sekizawa, arXiv:2306.03327 (Submitted to PRC)

✓ Superfluidity slightly strengthens the "anti-entrainment" effects!!

Larger a_{p} → Smaller M_{slab} → Less "entrainment"

$m_{\mathrm{n}}^{\star}/m_{\mathrm{n}}$ is reduced by ~2%

Acceleration *vs.* time



Solid line: with superfluidity
Dashed line: w/o superfluidity

Acceleration is enhanced by superfluidity!

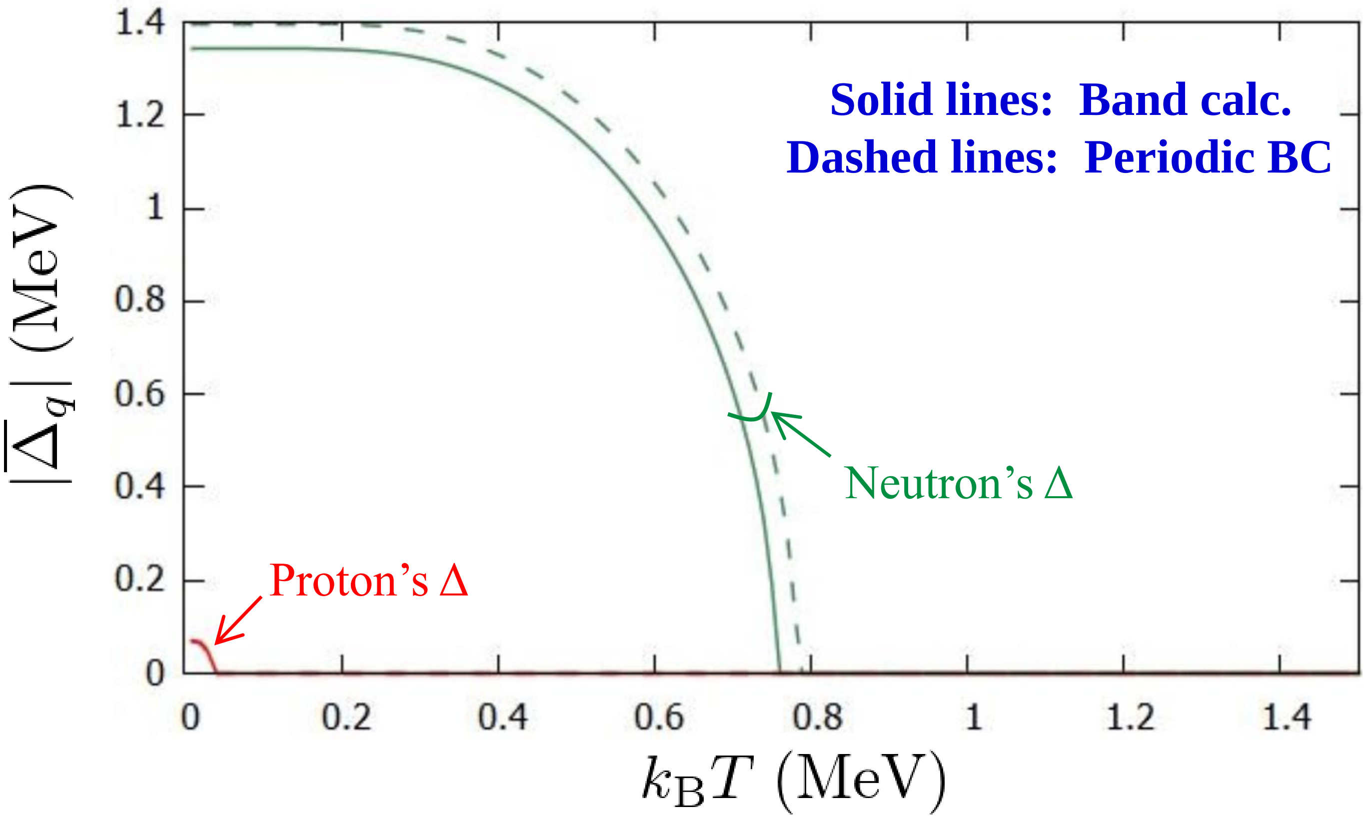
We have also extended it to finite temperatures!

Superfluid-to-normal phase transitions

K. Yoshimura and K. Sekizawa, in progress..!!

✓ **Neutron superfluidity is lost at *T* ~ 0.75 MeV**

Pairing gap *vs.* temperature



Solid lines: Band calc.

Dashed lines: Periodic BC

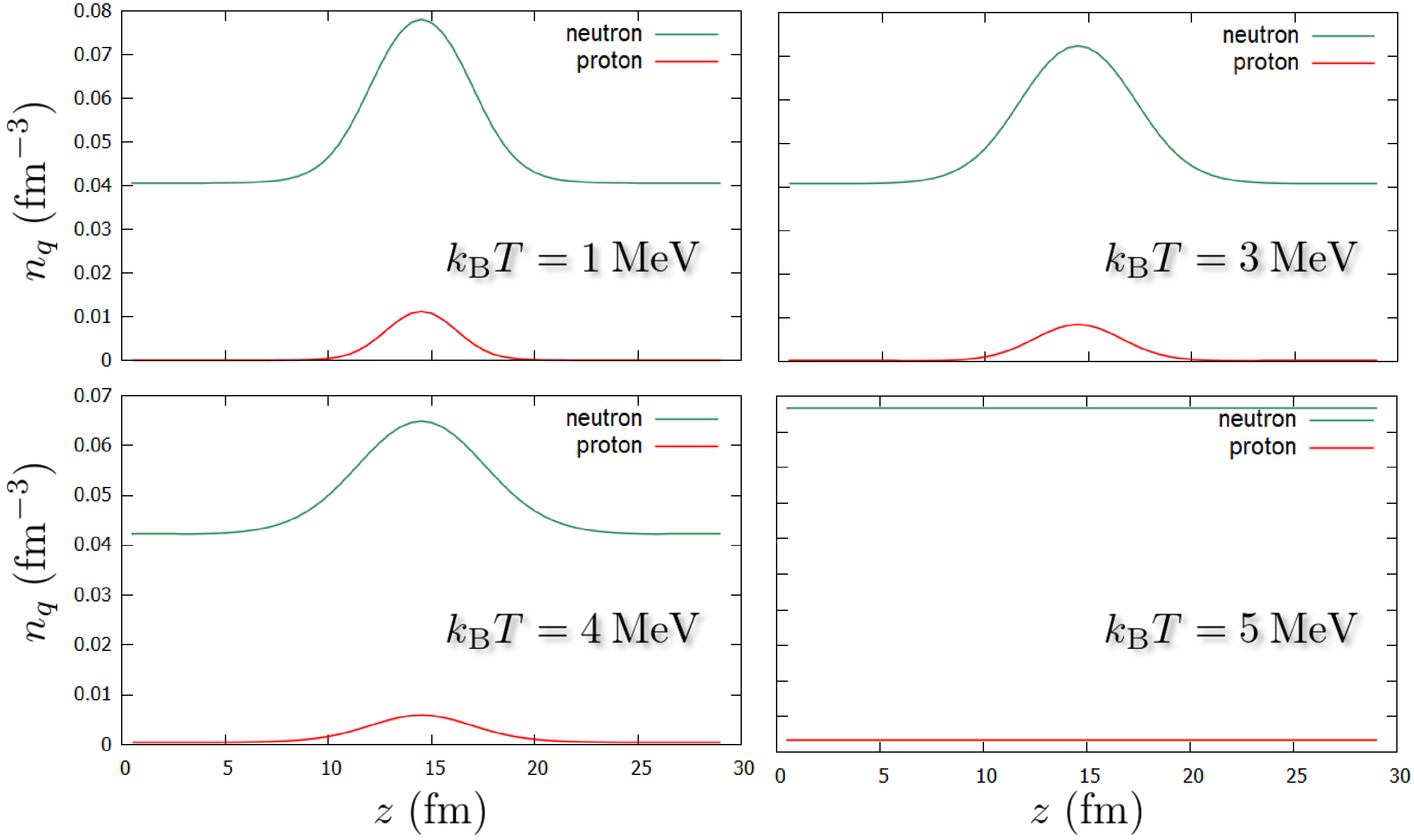
Neutron's Δ

Proton's Δ

Melting of the nuclear pasta

K. Yoshimura and K. Sekizawa, in progress..!!

✓ **We can calculate the melting temperature based on microscopic band theory**



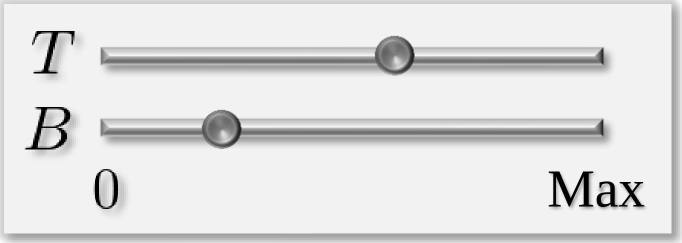
Future works

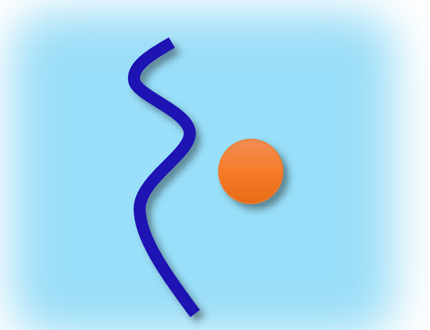
K. Yoshimura and K. Sekizawa, in progress..!!

✓ We can study a variety of phenomena in the neutron star crust!

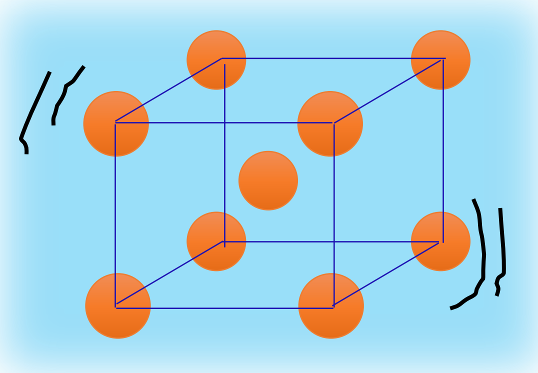
(Time-dependent)
Superfluid band theory

Effective mass of nuclei immersed in neutron superfluid

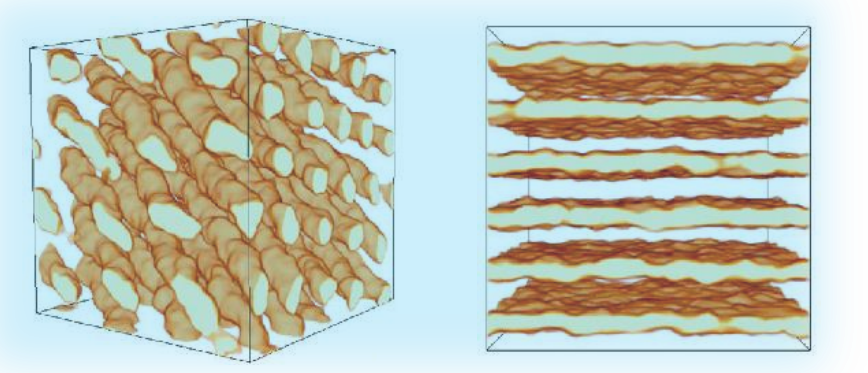




Excitations and dynamics of quantized vortices



Coupling between lattice oscillations and neutron superfluid



Structure and dynamics of nuclear pasta

Thermal evolution of neutron star structure

Can we observe a consequence of these transitions?

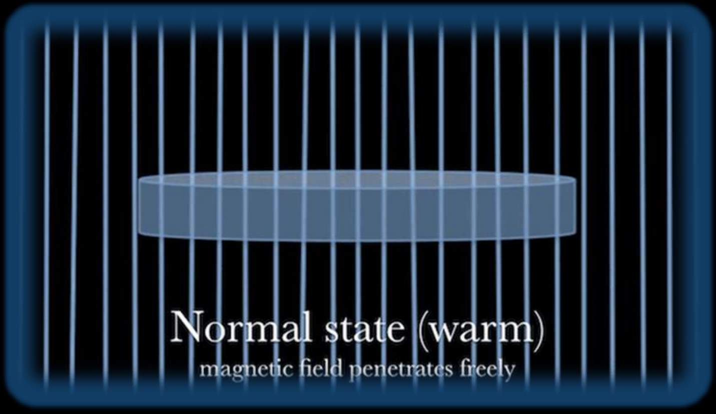
A hot, “proto” neutron star resides as a remnant.


Supernova

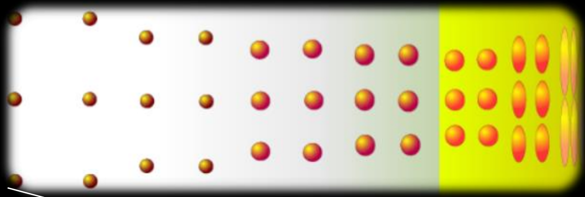
It would cool down form $T > T_c$ to below T_c :

Cooper pair formation

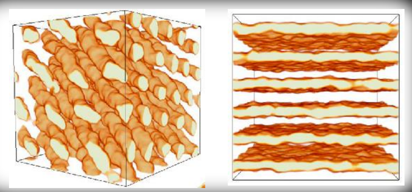
$T \sim 10^{10}\,\mathrm{K}$



Outer & inner crusts

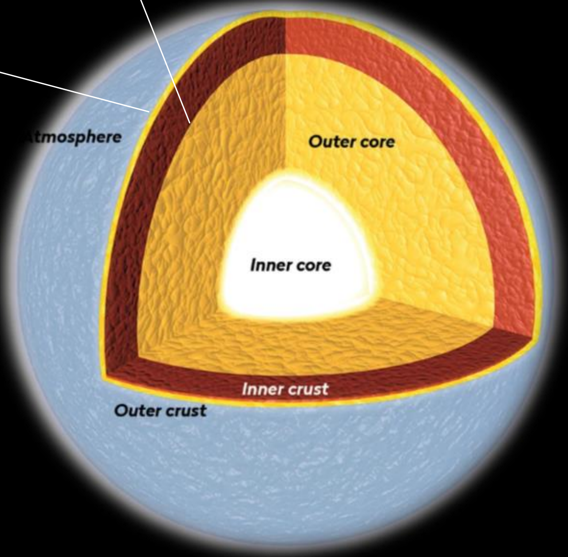


Nuclear pasta



Crust formation

$T \sim 10^{8-10}\,\mathrm{K}$



*__Protons__ are supposed to be __type-II superconductor__ via ${}^1\mathrm{S}_0$ pairing inside the neutron-star core.

Animation: https://i.imgur.com/gROHZnG.gifv

Supernova: https://www.forbes.com/sites/jamiecartereurope/2021/09/15/a-zombie-supernova-that-stunned-stargazers-in-the-year-1181-has-finally-been-found-welcome-to-parkers-star/

最後に（時間があれば...）

超強磁場が外殻組成に及ぼす影響を少しだけ

Let’s look at:

The outer crust in a strongly-magnetized neutron star!

Picture: https://astronomy.com/magazine/ask-astro/2017/12/stellar-magnets

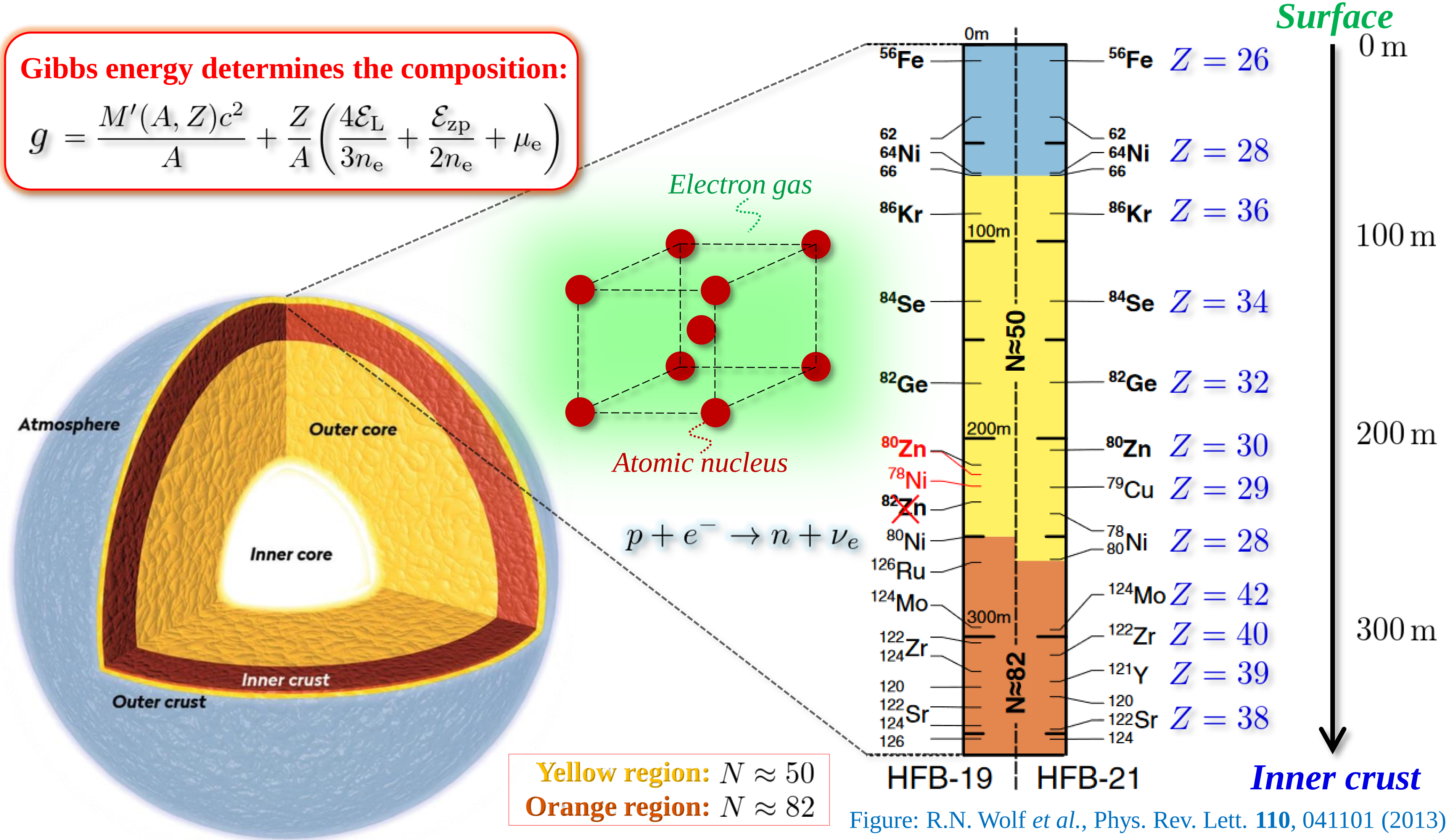
The main target: Outer crust

Note:
In the figure showing nuclides composition, the **bold** font indicates known-mass nuclei.

BCC lattice of neutron-rich nuclei coexists with relativistic electron gas

Gibbs energy determines the composition:

$$g = \frac{M'(A,Z)c^2}{A} + \frac{Z}{A}\left(\frac{4\mathcal{E}_{\mathrm{L}}}{3n_{\mathrm{e}}} + \frac{\mathcal{E}_{\mathrm{zp}}}{2n_{\mathrm{e}}} + \mu_{\mathrm{e}}\right)$$



$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e$$

Yellow region: $N \approx 50$
Orange region: $N \approx 82$

Figure: R.N. Wolf *et al.*, Phys. Rev. Lett. **110**, 041101 (2013)
Neutron star: https://www.skyatnightmagazine.com/space-science/neutron-star/

Remarks on preceding studies

Common understandings:

- ✓ Nuclear structure is **not affected for $B < 10^{17}$G**, while
- ✓ **it is affected for $B \geq 10^{17}$G**, since shifts of s.p. energies become MeV-scale.
- ✓ **Binding energy is increased with B & Z** (e.g. ~10 keV for $Z\sim26$) for $10^{17}\mathrm{G} \leq B \leq 10^{18}\mathrm{G}$.

Including effects only on electrons (i.e. effects on nuclear structure are neglected)

N. Chamel, R.L. Pavlov, L.M. Mihaiov, Ch.J. Velchev, Zh. K. Stoyanov, Y.D. Mutafchieva, M.D. Ivanovich, J.M. Pearson, and S. Goriely, Phys. Rev. C **86**, 055804 (2012): *Properties of the outer crust of strongly magnetized neutron stars from HFB atomic mass models*
T. Carreau, PhD thetis (Normandie University, 2020): Modeling the (proto)neutron star crust: toward a controlled estimation of uncertainties
V. Parmar, H.C. Das, A. Kumer, M.K. Sharma, and S.K. Parta, Phys. Rev. D **105**, 043017 (2022):
Crustal properties of a neutron star within an effective relativistic mean-field model

Including both effects on electrons and nuclear structure ➡ **Self-consistent calculations including magnetic field effects**

Covariant DFT (NL3, DD-ME2):

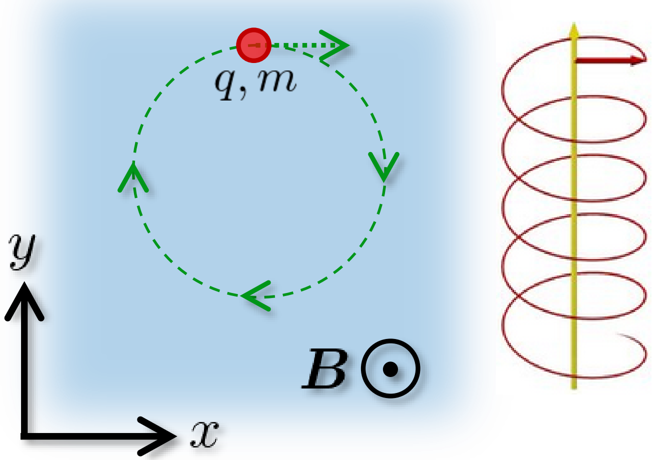
D. Peña Arteaga, M. Grasso, E. Khan, and P. Ring, Phys. Rev. C **84**, 045806 (2011):
Nuclear structure in strong magnetic fields: Nuclei in the crust of magnetar
D. Basilico, D. Peña Arteaga, X. Roca-Maza, and G. Colò, Phys. Rev. C **92**, 035802 (2015):
Outer crust of a cold non-accreting magnetar

Non-relativistic DFT (SV-bas):

M. Stein, J. Maruhn, A. Sedrakian, and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C **94**, 035802 (2016):
Carbon-oxygen-neon mass nuclei in superstrong magnetic fields,

➢ The major effect comes from the Landau quantization of electrons' motion

Cyclotron motion



The key points:

✓ Electron fraction ***Y_e* is enhanced** for a given *P* & *n*

= less neutron-rich

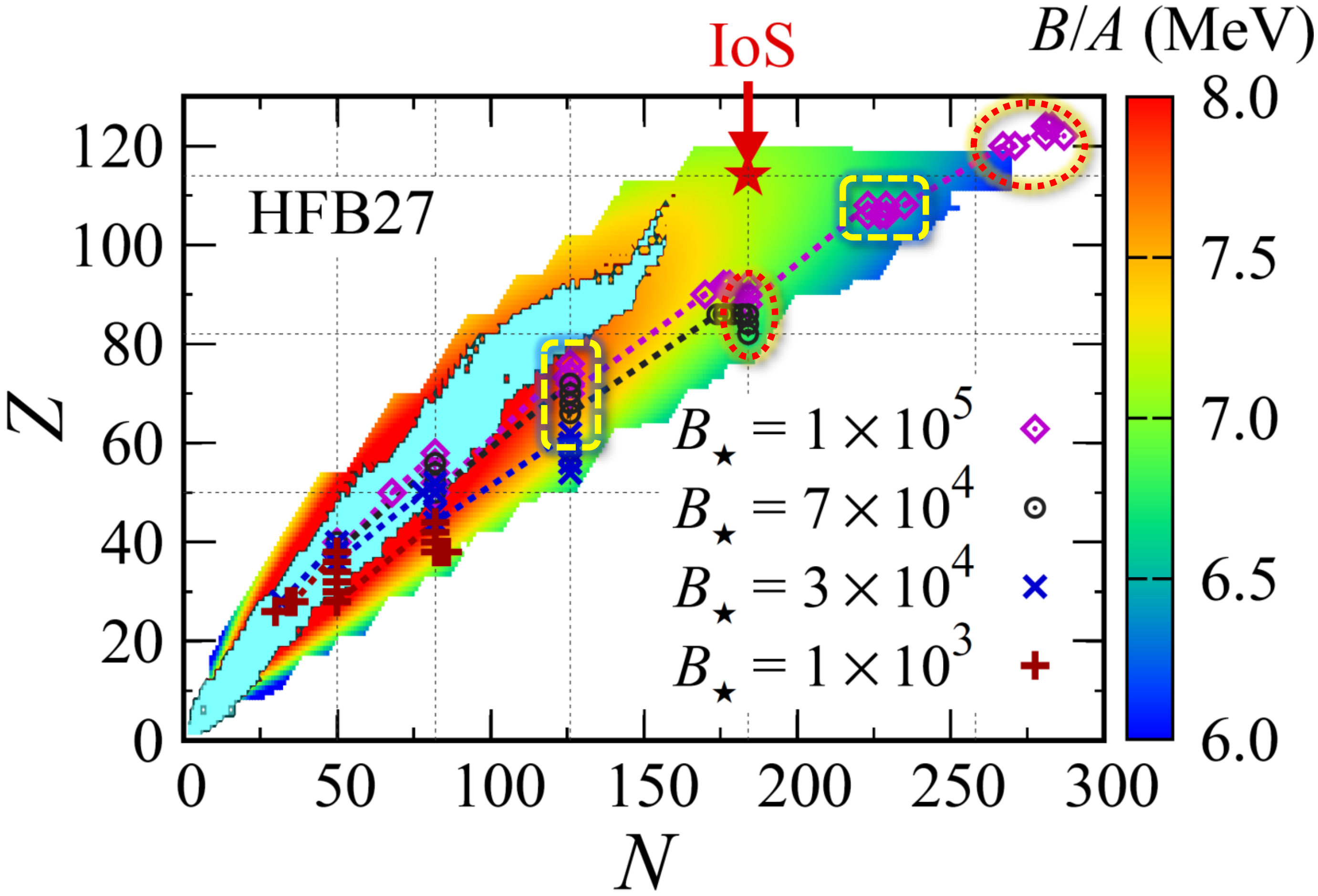
✓ Neutron drip occurs at **a higher density**

→ **high-*Z* nuclei emerge!**

(inevitably neutron rich)

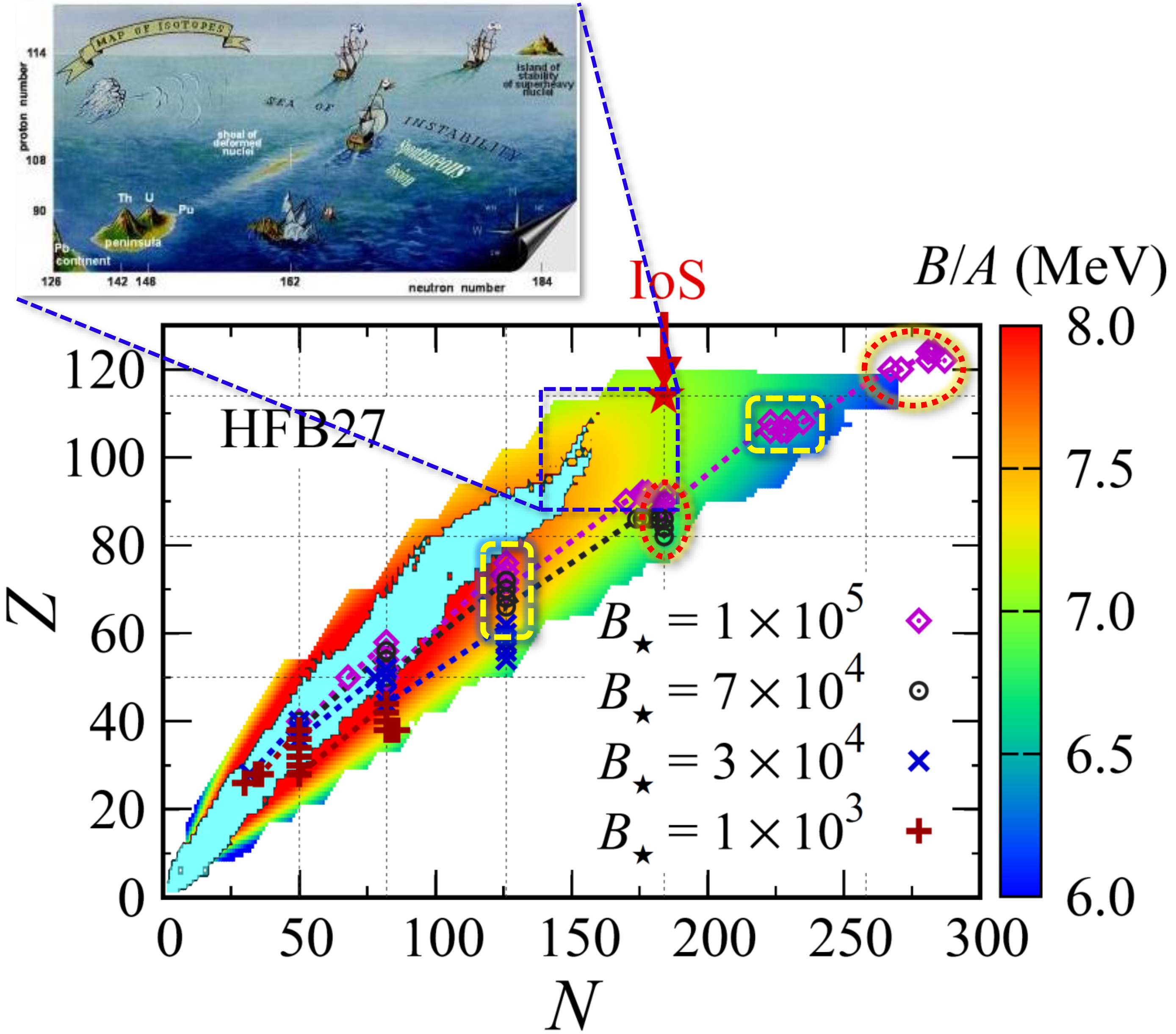
Emergence of superheavy nuclei

K. Sekizawa and K. Kaba, arXiv:2302.07923 [nucl-th]



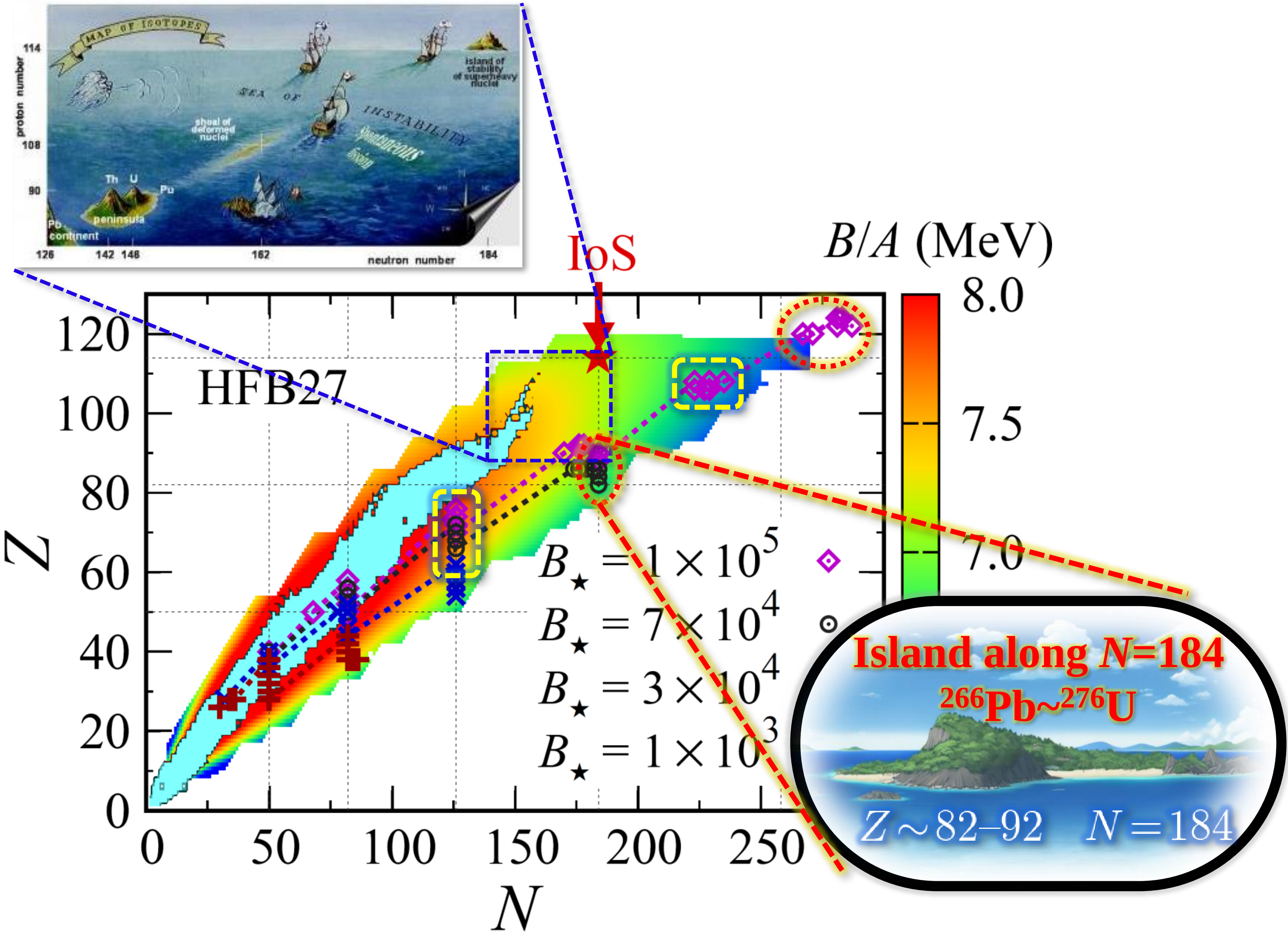
Emergence of superheavy nuclei

K. Sekizawa and K. Kaba, arXiv:2302.07923 [nucl-th]



Emergence of superheavy nuclei

K. Sekizawa and K. Kaba, arXiv:2302.07923 [nucl-th]



Island along N=184

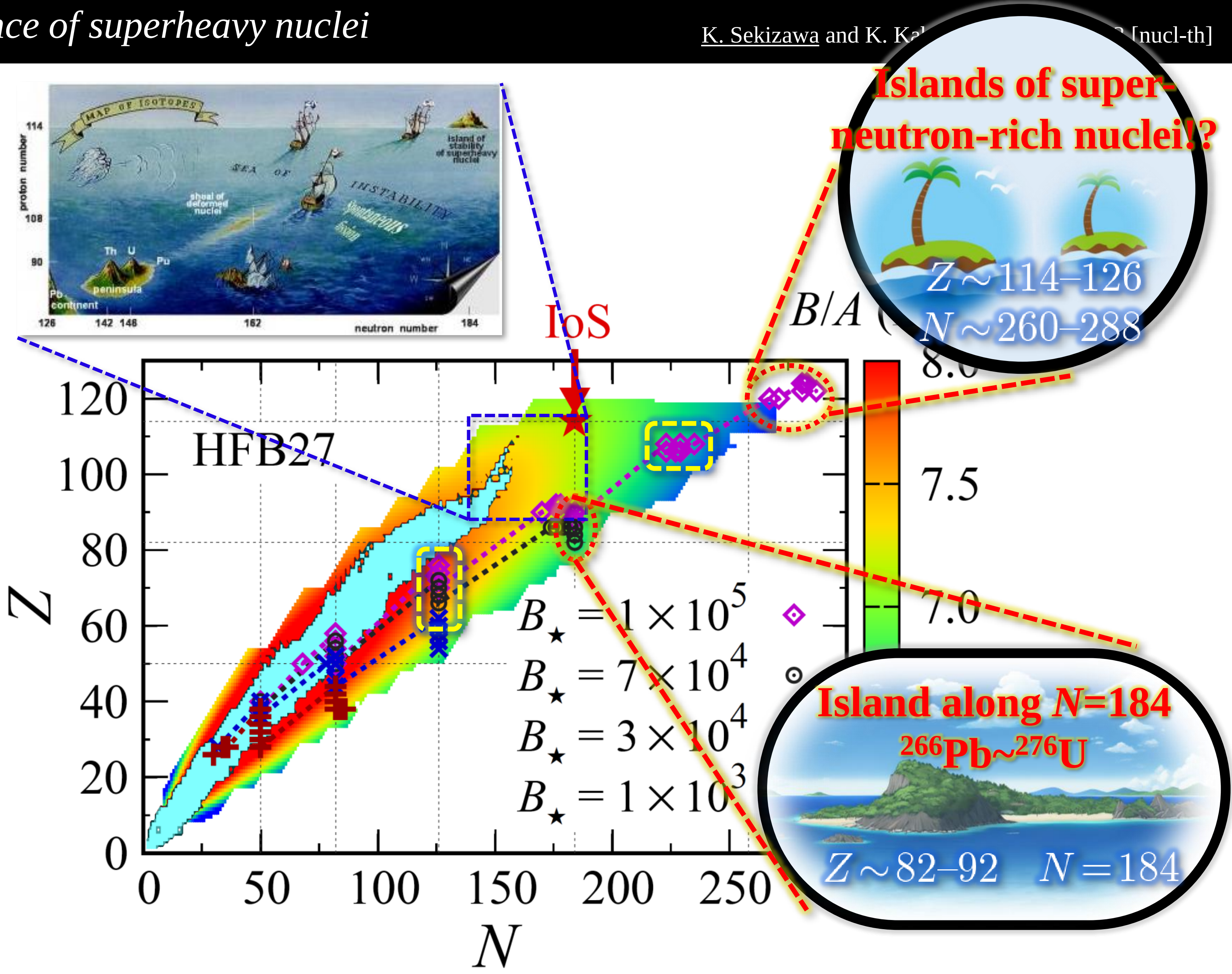
^{266}Pb~^{276}U

$Z\sim82$–92 $N=184$

Emergence of superheavy nuclei

K. Sekizawa and K. Ka

[nucl-th]



Islands of super-neutron-rich nuclei!?

$Z\sim114$–126

$N\sim260$–288

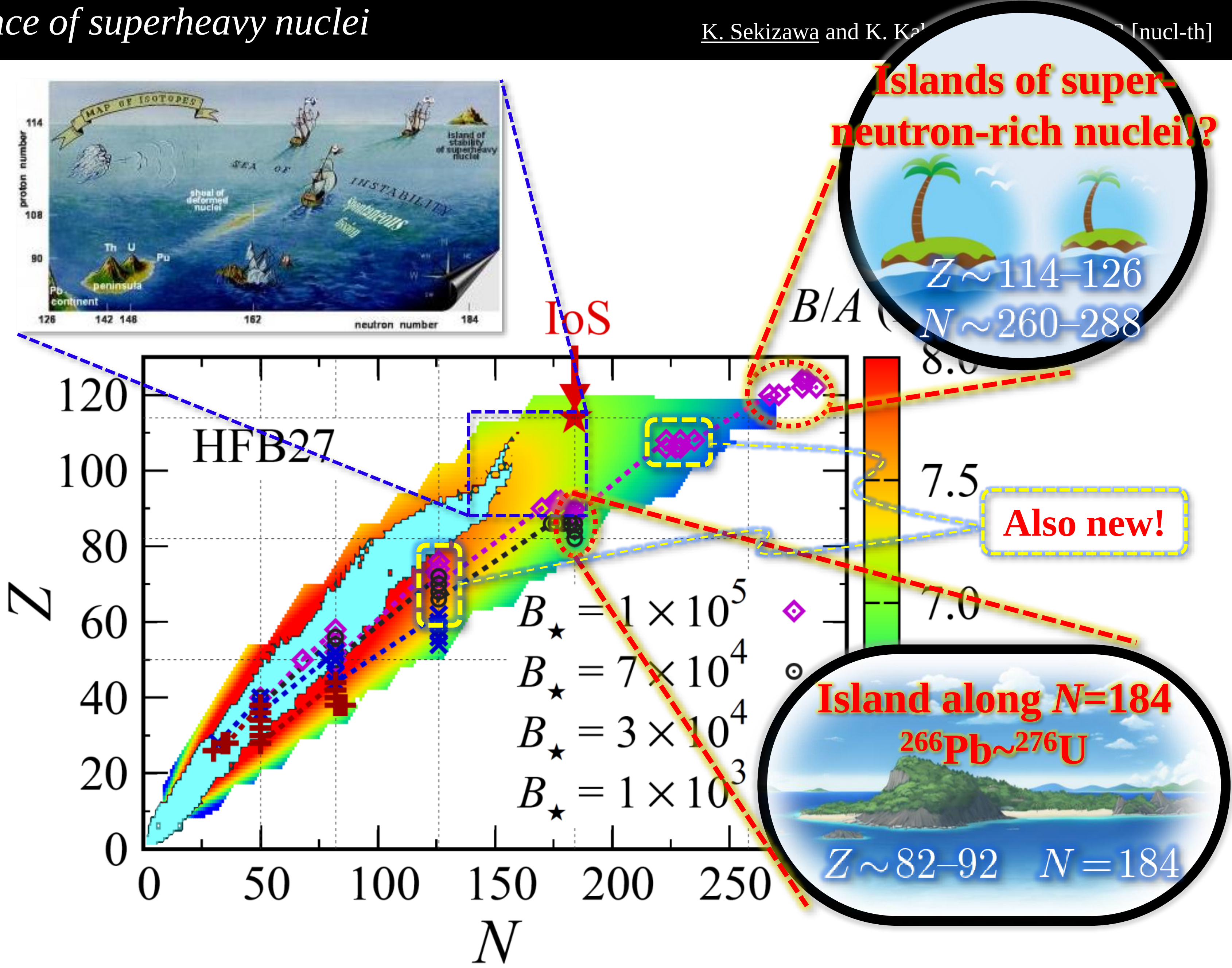
Island along *N*=184

^{266}Pb~^{276}U

$Z\sim82$–92 $N=184$

Emergence of superheavy nuclei

K. Sekizawa and K. Ka [nucl-th]



$B_\star = 1\times10^5$ ◇

$B_\star = 7\times10^4$ ⊙

$B_\star = 3\times10^4$

$B_\star = 1\times10^3$

Islands of super-neutron-rich nuclei!?

$Z\sim114$–126

$N\sim260$–288

Also new!

Island along *N*=184

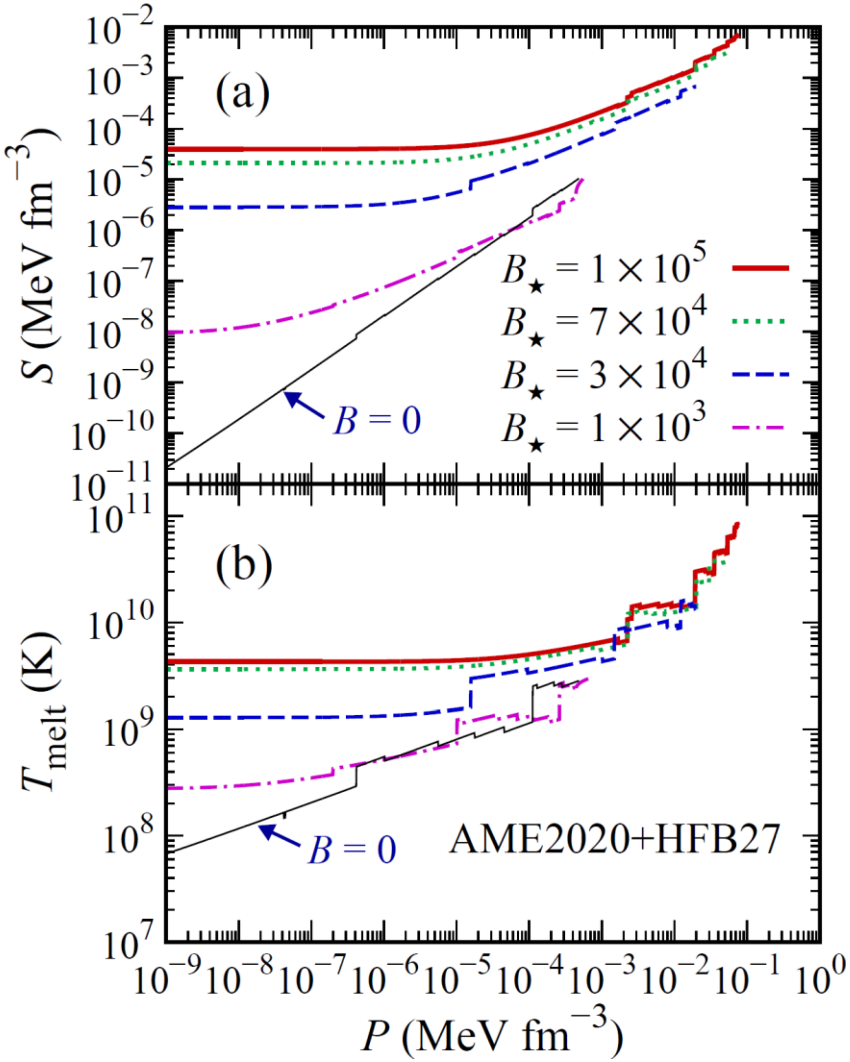
^{266}Pb~^{276}U

$Z\sim82$–92 $N=184$

Effects of the magnetic field on crustal properties

K. Sekizawa and K. Kaba, arXiv:2302.07923 [nucl-th]

➢ **Crustal properties are affected drastically, due to the increased density!**



➢ **Effective shear modulus**

$$S = 0.1194\, n_{\rm nucl} \frac{Z^2 e^2}{R}$$

Wigner-Seitz cell radius:

$$R = \left(\frac{3}{4\pi n_{\rm nucl}}\right)^{1/3}$$

Number density of nuclei:

$$n_{\rm nucl} = \frac{1}{V_{\rm WS}} = \frac{n}{A}$$

S. Ogata and S. Ichimaru, Phys. Rev. A **42**, 4867 (1990)

➢ **Melting (crystallizing) temperature**

$$T_{\rm melt} = \frac{Z^2 e^2}{k_{\rm B} \Gamma R}$$

$k_{\rm B}$: Boltzmann constant

$\Gamma = 175$: Coulomb coupling parameter

A.F. Fantiana *et al.*, A&A **633**, A149 (2020)

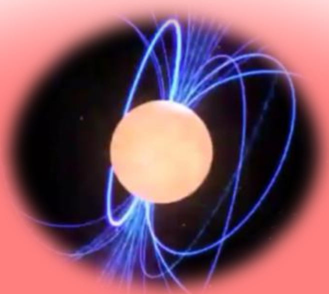
Summary

Summary

- **Definitely, all are rooted with the wonder of nuclear physics which is basically a quantum many-body problem! ;)**

Takeaway message

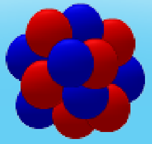
Physics of neutron stars



- Mass, radius, deformability, … (⇔ EoS, GW, …)
- Torsional oscillations (⇔ QPO, Pasta, GW, …)
- Superfluidity, cooling, glitches, …

Macroscopic, astro-

Physics of finite nuclei



Microscopic, finite-

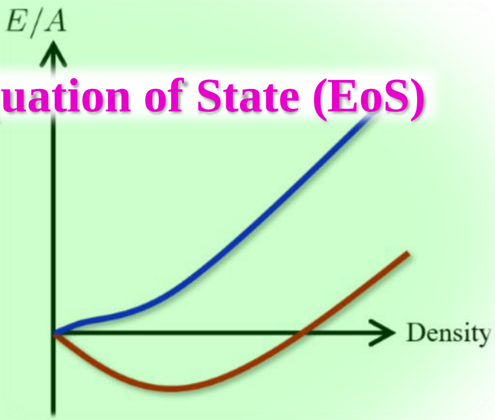
- Quantum many-body problem
- Nuclear force (⇔ EoS, Structure & Reactions)
- Mass/binding energy (⇔ Crust compositions)
- Excitation properties (⇔ GMR, GDR, EoS, …)
- Nuclear reactions (⇔ Stellar evolution, SNe, …)

Nuclear matter properties

Micro-to-macro, infinite-

- Outer crust
- Inner crust
- Outer core
- Inner core

Equation of State (EoS)



Summary

➢ 中性子星クラスト＝原子核・宇宙・物性物理の交差点

中性子星クラストの理論的研究

Physics of neutron stars

学際的で奥が深い！

天体・宇宙物理

宇宙線・宇宙物理領域

Physics of finite nuclei ⇅

⇅ **Nuclear matter properties**

原子核物理 ⇄ 物性物理

理論&実験核物理領域

領域1, 3, 11
+領域6：金属(液体金属, 準結晶),
低温(超低温, 超伝導, 密度波)
and more?

Kazuyuki Sekizawa
Associate Professor
Department of Physics, School of Science
Tokyo Institute of Technology
2-12-1 O-Okayama, Meguro, Tokyo 152-8551, Japan
sekizawa @ phys.titech.ac.jp
About me: http://sekizawa.fizyka.pw.edu.pl/english/
About us: https://nuclphystitech.wordpress.com/

See also: