

Cooper tripleの凝縮における磁場・回転への応答

Rotational and magnetic response of a condensate  
of Cooper triples

高知大学 総合人間自然科学研究科 理工学専攻 岡田和也

# 中性子星における三体力

中性子星: 単純に中性子星内部物質が中性子過剰な核物質のみからなると仮定する。



三体核力の大きな斥力効果がなければ、明らかにすでに発見されている重い中性子星の説明がつかない。

しかし、中性子過剰物質における三体核力の詳細は未知なので、中性子星構造の理論計算には大きな不定性が残っている。

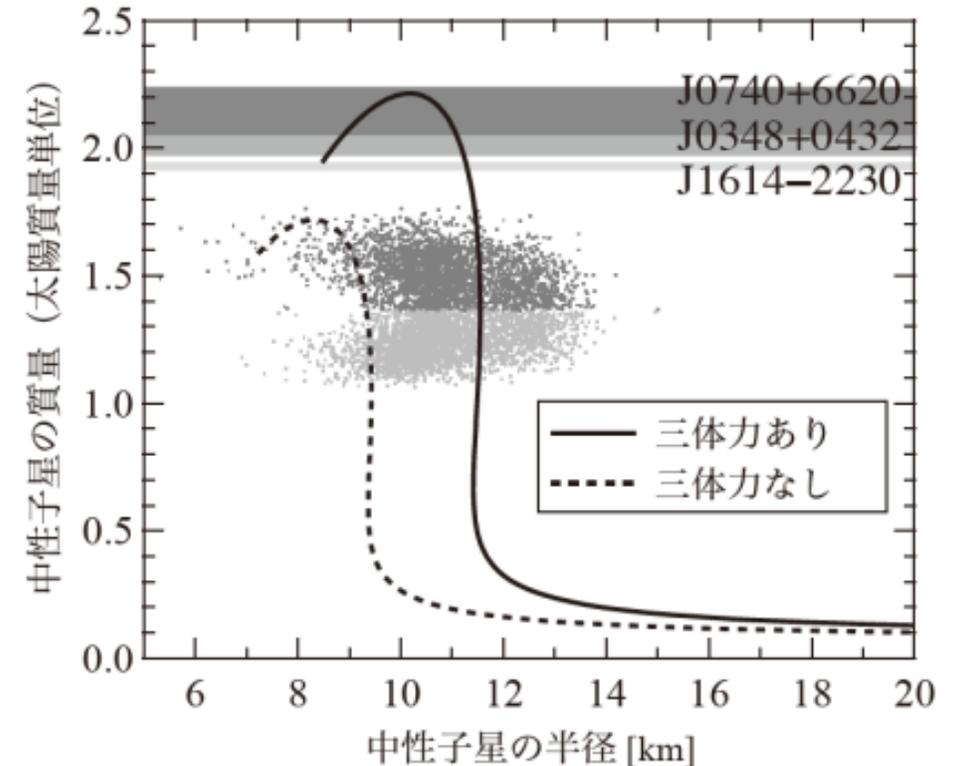


図.1 中性子星の半径と質量の関係の例  
(核物質のみで構成された場合)

# Cooper tripleについて

Cooper tripleとは、Cooper pairの三体版である。

中性子星内部では、超高密度状態なので、クォークの数が多すぎて、クォーク間の平均距離が中性子のサイズより小さくなる可能性。

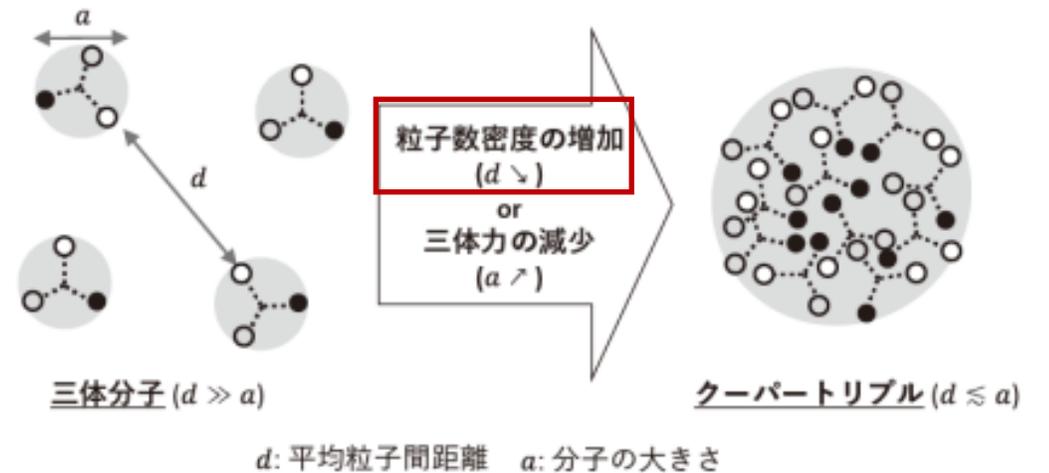


図.2 気体中の引力的な3体力による三体分子形成とCooper tripleの模式図

# Cooper tripleについて

Cooper tripleはCooper pairの三体版なので、Cooper pair同様に分子サイズに比べて、平均粒子間距離が小さい。また、空間的に互いに重なりを持つため、超伝導と似た量子状態になる。

Cooper tripleは真空中では束縛せず、フェルミ面ありきの特殊な束縛。凝縮に関しては、「すべてのCooper tripleにおいて運動量の重心が0である。」といった状況の元、パウリ排他律に矛盾することなく凝縮できると考える。

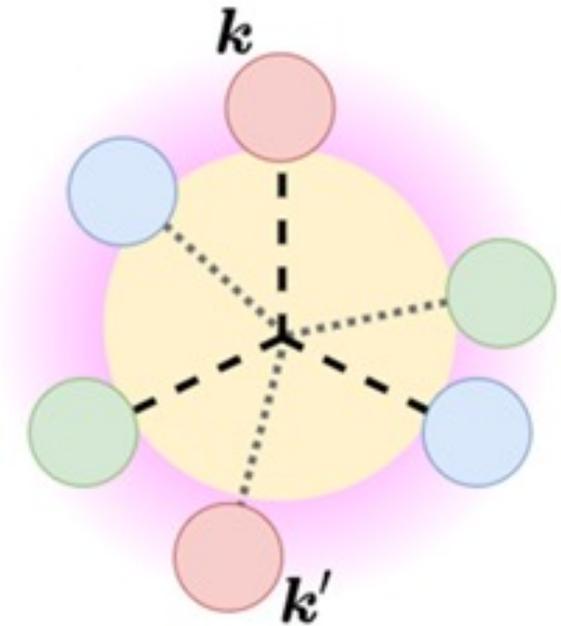


図.3 運動量空間におけるCooper tripleの配位

Ref. 赤神 "Possible Condensation of Cooper Triples" (LT29)

# Hadron-quark crossover

数密度の変化によるBEC-BCS crossover、つまり二体分子から、Cooper pairへのcrossoverが起こりうるなら、数密度の変化による、三体分子からCooper tripleへのcrossoverもあり得る。



これをHadron-quark crossoverと同一視できれば、中性子星の内部構造に新しい描像をもたらす。

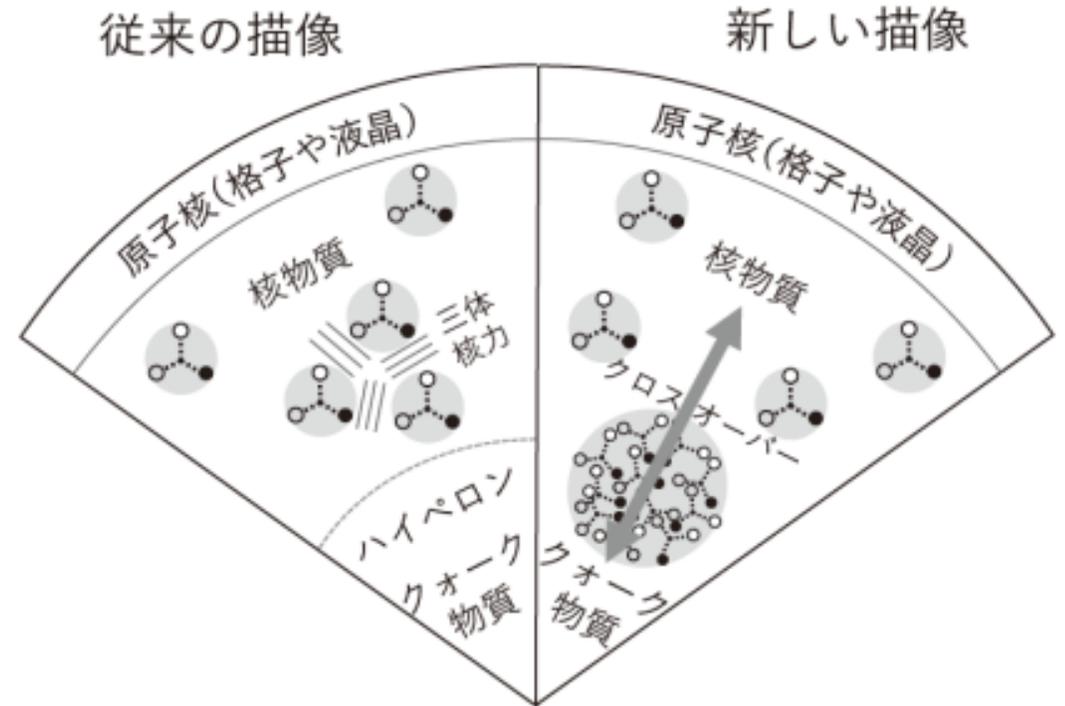


図.4 中性子星の断面予想図

# 中性子星内部の超流動の理論

まず、簡単のために中性子星の内部がscalar order parameter (例えば $^1S_0$  pair) で満たされているとする。これは、インナークラストの中性子流体やcoreの陽子超伝導を念頭においた、スタンダードなモデルである。

$^1S_0$ 超流動体のorder parameterは振幅と位相によって

$$\psi(\mathbf{R}) = |\psi|^{iv}(\mathbf{R})$$

で表される。この $|\psi|$ が小さいとき(臨界温度近傍)、Ginzburg-Landau theoryを適用できる。

# 中性子星内部の超流動の理論

Ginzburg-Landauの自由エネルギー関数は、超流体と常流体の自由エネルギーの差をオーダーパラメータで展開したもので、一般に

$$F[\psi, T] = \int d^3R \left\{ \alpha \left( \frac{T}{T_c} - 1 \right) |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{\hbar^2}{2\mu^*} |\nabla\psi|^2 \right\}$$

と書ける。この形は、ゲージ不変性や回転での不変性から得られる。弱結合極限では、BCS理論によって、係数 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\mu^*$ は $T_c$ や質量密度の関数として決められており、それらは全部正である。

# 中性子星内部の超流動の理論

この式の勾配エネルギーは、超流動の運動エネルギーに関係している。超流動とorder parameterの位相の関係は、ガリレイブーストの下でのorder parameterの変換特性を考えることによって得られる。

order parameterはCooper pairの波動関数で表されるため、

$$\psi \rightarrow e^{-\frac{i2MuR}{\hbar}} \psi = e^{i\theta} \psi$$

で与えられる。Mはフェルミオンの裸の質量である。この時、

$$v_s \equiv \frac{\hbar}{2M} \nabla \theta$$

は、ガリレイブーストの下での速度場のようにふるまう。

# 中性子星内部の超流動の理論

超流動の流体力学的特性の多くは、直接的に超流動速度場の形に従う。ここで、 $v_s$  はスカラー場の勾配であり、超流動は純粋なポテンシャル流である。つまり、凝縮体は流体内部の特異点を除いた場所で循環を保つことはできないので、

$$\nabla \times v_s = 0$$

となる。globalな循環は、流体を囲む閉じた経路C上における $v_s$ の積分によって表されるので、

$$\oint_C v_s \cdot d\mathbf{l} = \frac{h}{2M} N$$

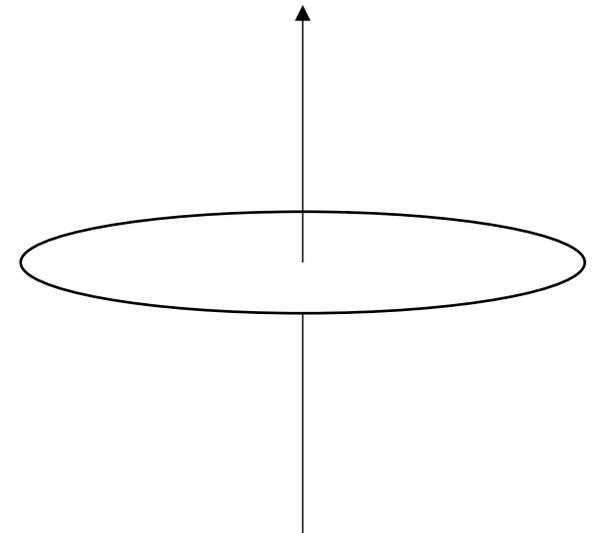
となる。Nは整数。

# 中性子星内部の超流動の理論

特に、もし $N \neq 0$ のとき、速度場には必ず1個の特異点(線)を持っている。 $N=1$ のとき、半径 $R$ の円状の経路で囲まれた直線状の特異点に対して、速度場は

$$v_s = \frac{\kappa \hat{\phi}}{2\pi R}$$

となる。ここで、 $\kappa = \frac{h}{2M_n}$ である。



# 中性子星内部の超流動の理論(回転系)

回転している容器(今回の場合は、中性子星のクラストや磁場)の熱力学的平衡は、回転での自由エネルギー関数によって決められている。つまり、この慣性系でのみ、液体粒子と容器の間の相互作用が時間によらない。この自由エネルギーの一般的な形は

$$F' = F - \Omega \cdot L$$

となる。Fは回転していないときの自由エネルギー関数、Lは流体の角運動量、 $\Omega$ は容器(ここでは、中性子星のクラスト)の角速度である。

# 中性子星内部の超流動の理論(回転系)

角運動量は二流体(超流体+常流体)モデル、

$$L = \int d^3R \mathbf{R} \times (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_{ex} \mathbf{v}_{ex})$$

に従う。常流体とともに回転する系の自由エネルギーは

$$F'_n = F_n + \int d^3R \frac{1}{2} \rho_n (\mathbf{v}_n - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R})^2$$

ここで、 $\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}$ は回転しているクラストの速度である。また、 $\rho_n$ と $\mathbf{v}_n$ は中性子の超流動密度と超流動速度である。

# 中性子星内部の超流動の理論(回転系)

何の制限もなくこの自由エネルギー関数を最小にすると、超流動体がクラストとともに一様回転するという間違っただ結果を導いてしまう。実際、この結果は、

$$v_n = \frac{\kappa_n}{2\pi} \nabla \theta$$

という制約に矛盾してしまう。そもそも超流動体が回るためには、凝縮体に渦による穴が開いていなければならない。その結果、最終状態はたくさんの渦を含んだものとなり、これらの渦は、平均的な超流動速度が一様回転にできる限り近づくよう格子状に並ぶ。

# 中性子星内部の超流動の理論(回転系)

このとき、面積 $\pi R^2$ に含まれる循環は

$$\oint_{C^R} \overline{v_n \cdot dl} = (\Omega R)(2\pi R) = N_v \frac{h}{2M_n}$$

Mは裸の中性子質量である。すると、渦の面積密度 (Onsager-Feynman formula) は

$$\frac{N_v}{\pi R^2} = \frac{4M_n \Omega}{h} \simeq 6.3 \times 10^3 \frac{\text{vortices}}{\text{cm}^2} P^{-1}$$

となる。Pは星の回転周期(秒)。

# 中性子星内部の超流動の理論(回転系)

この図.5はコアの回転での平衡系を表している。ここで、超流動速度は渦芯近傍でのみ古典的な剛体の値 $\Omega \times R$ から逸れているが、そこでは一つの渦の速度場が他の全ての渦が作る平均的な速度場を凌駕している。

また、重要な特徴として渦の数は直接的にcrustの角速度に比例している。

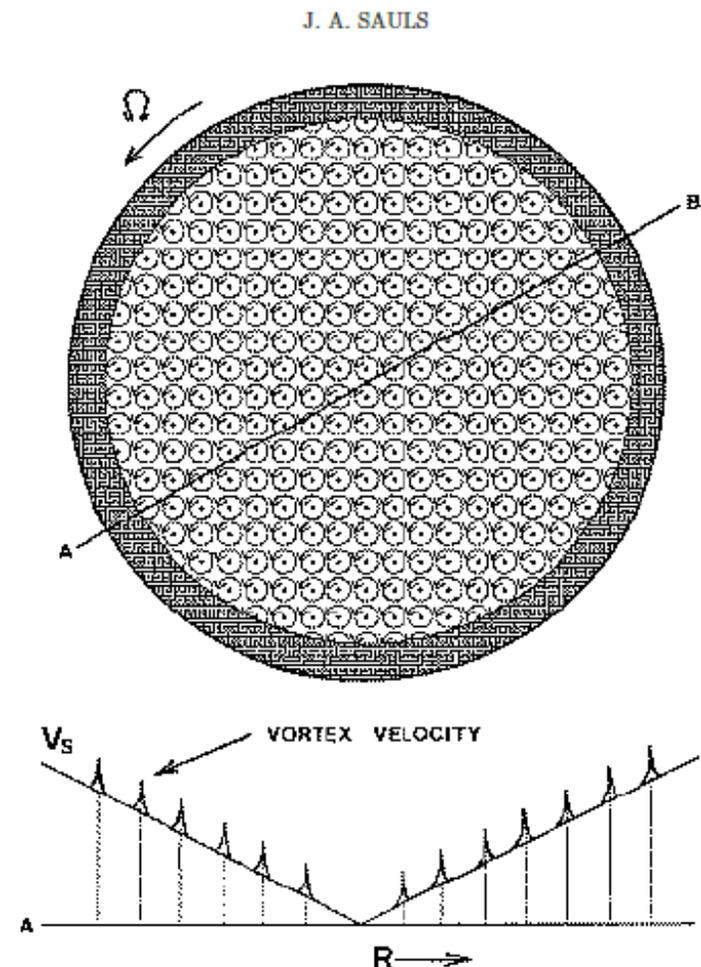


図.5 回転している中性子星の渦系系

# 中性子星内部のCooper tripleの理論

- 回転系での超流動の理論との対応

ここまで議論してきた中性子星内部の超流動の理論とCooper tripleを対応させるには、主に質量の部分を見れば良いことになる。具体的には、先ほど議論した循環での質量の部分が変化することが考えられる。よって、

$$N_v \frac{h}{2M_n} \rightarrow N_v \frac{h}{M_n}$$

となる。

註：相対論的効果を含めて厳密に扱うには、各質量を対応するバリオン化学ポテンシャルにおきかえればよい。

# 中性子星内部のCooper tripleの理論

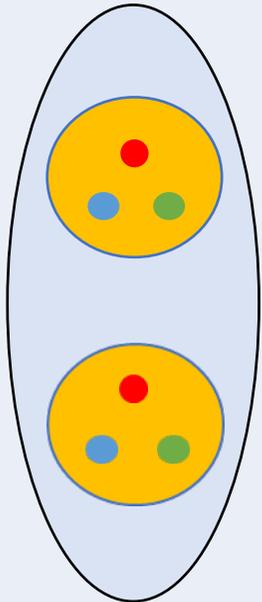
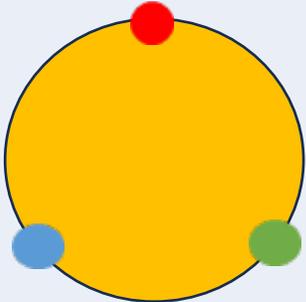
	Cooper pair (hadron)	Cooper triple	Cooper pair(quark)
mass	2M	M	$\frac{2}{3}M$
picture			

図.6 Cooper pair(hadron) , Cooper triple , Cooper pair(quark)の質量の対応とイメージ図

# 中性子星内部での渦糸の接続

Cooper tripleへの置き換えで循環に変化が生じたため、中性子星内部では各領域間での渦糸の接続の問題が出てくる。ここでは、Kelvin-Helmholtz instabilityを回避するように接続する。

- Kelvin-Helmholtz instability

密度が不均一な流体の各層が、それぞれ異なった速度で水平方向に運動する場合、流体の安定性は密度と渦度の両方に影響を受け不安定になる。

# 中性子星の内部での渦糸の接続

	Cooper pair(hadron)	Cooper triple	Cooper pair(quark)
mass	2M	M	$\frac{2}{3}M$
対応する渦糸の数(従来)	3	×	1
対応する渦糸の数 (Cooper tripleの導入後)	6	3	2

図.7 質量と対応する渦糸の数との関係

Cooper tripleにより、hadron-quark crossoverにおける渦糸構造が明確化できる。従来、中性子星内部でのhadron-quark crossoverは、hadron超流動相とquark超流動相がどっちつかずという描像。Cooper tripleの凝縮体を導入した渦糸の接続の議論により、hadron超流動相とquark超流動相の関係性がより明確に議論できる。

# 中性子でのCooper tripleの将来の課題

図.3のように3つの粒子が同じフェルミ面を持つかどうか？



Colorの数( $N_r=N_b=N_g$ )は同じであるが、flavor( $N_d>N_u$ )の数に違いが出てくるため、異なったサイズのフェルミ面をもつCooper tripleが出てくる。



これらは凝縮可能か？

今後、中性子のCooper tripleについてはこういった議論を展開していきたい。

# 陽子に対応する荷電クーパートリプルと、その超伝導性は将来の課題

今回は中性子でのCooper tripleの凝縮体を考えていたが、実際に中性子星の内部は中性子過剰なだけであり、陽子も存在する。よって、原理的には陽子に対応する荷電Cooper tripleの凝縮体もあって良い。(陽子の密度は比較的薄いため、Cooper triple化しないままクォーク物質にいたる可能性あり)

将来の課題としては、この陽子に対応する荷電Cooper tripleの凝縮体が受ける磁場への応答と、陽子に対応する荷電Cooper tripleの凝縮体がType I・Type IIの超伝導体となる条件などについて議論していきたい。