

有限温度随伴Higgs系の相構造と 1形式中心対称性

京都大学基礎物理学研究所 博士2年 川平将志

本発表は京大基研所属の林優依氏・渡辺展正氏との
現在進行中の共同研究に基づく

KEK研究会「熱場の量子論とその応用」

2023年8月23日 高エネルギー加速器研究機構

Motivation

Set up and Overview

Higher form symmetry

Emergent symmetry

Summary and Discussion

Motivation

Set up and Overview

Higher form symmetry

Emergent symmetry

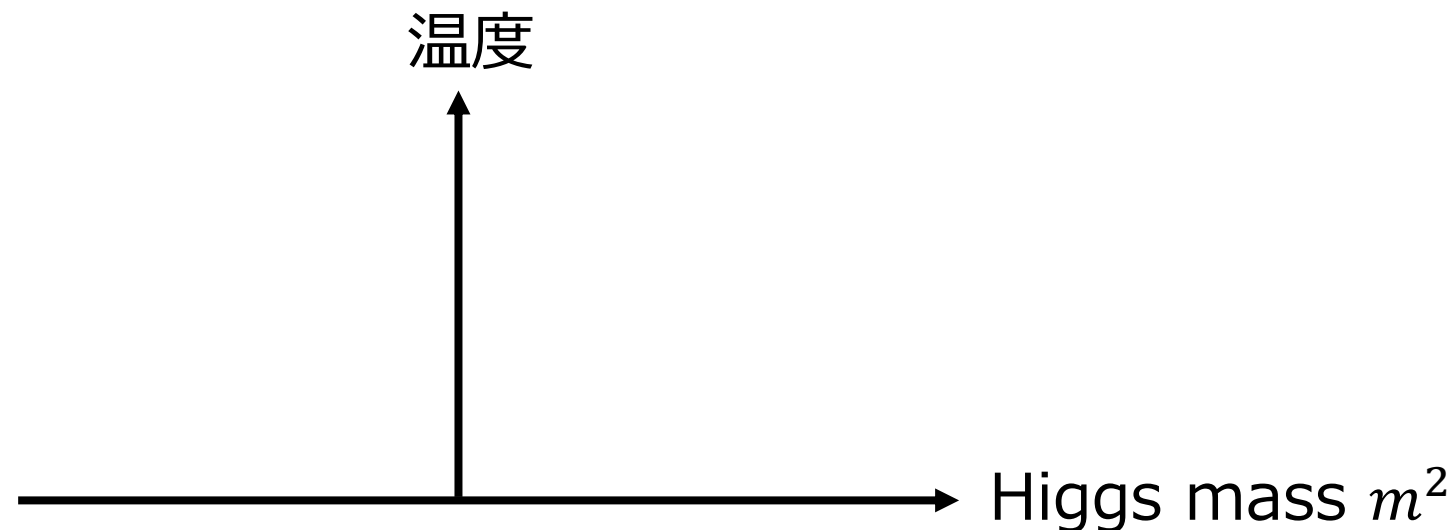
Summary and Discussion

議論したいこと:

有限温度4次元理論 ($S^1 \times \mathbb{R}^3$)

$$\left[\begin{array}{l} SU(N)\text{ゲージ場: } a_\mu = a_\mu^a T^a \\ \text{随伴Higgs場: } \phi = \phi^a T^a \end{array} \right.$$

の相図を現代的視点から見直す

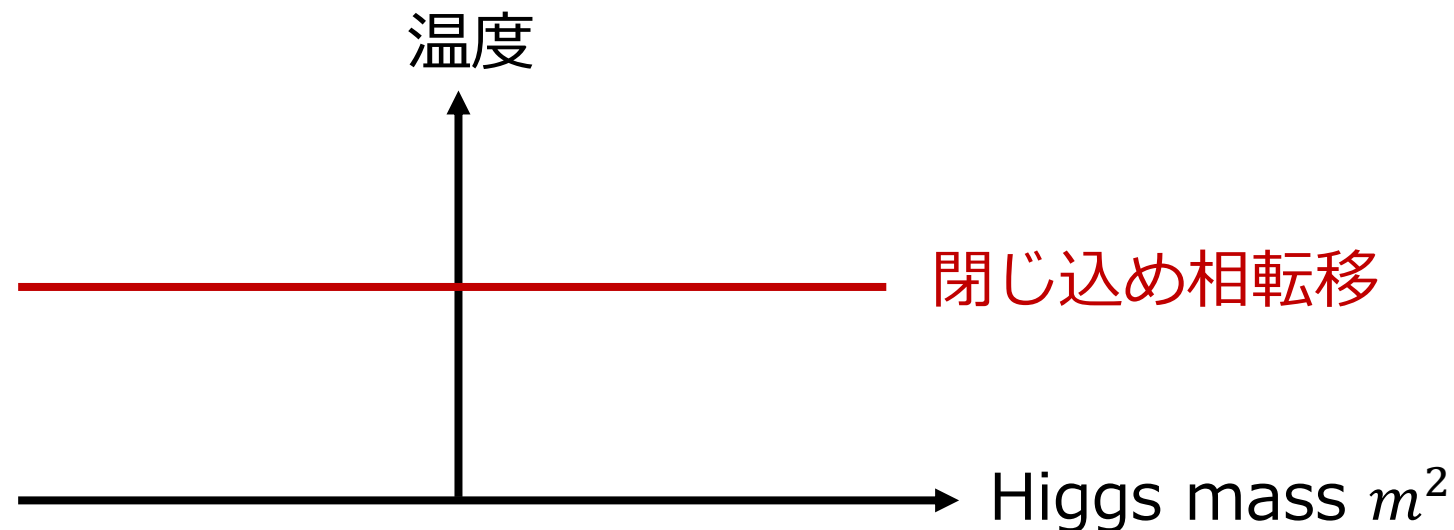


議論したいこと:

有限温度4次元理論 ($S^1 \times \mathbb{R}^3$)

$$\left\{ \begin{array}{l} SU(N)\text{ゲージ場: } a_\mu = a_\mu^a T^a \\ \text{随伴Higgs場: } \phi = \phi^a T^a \end{array} \right.$$

の相図を現代的視点から見直す

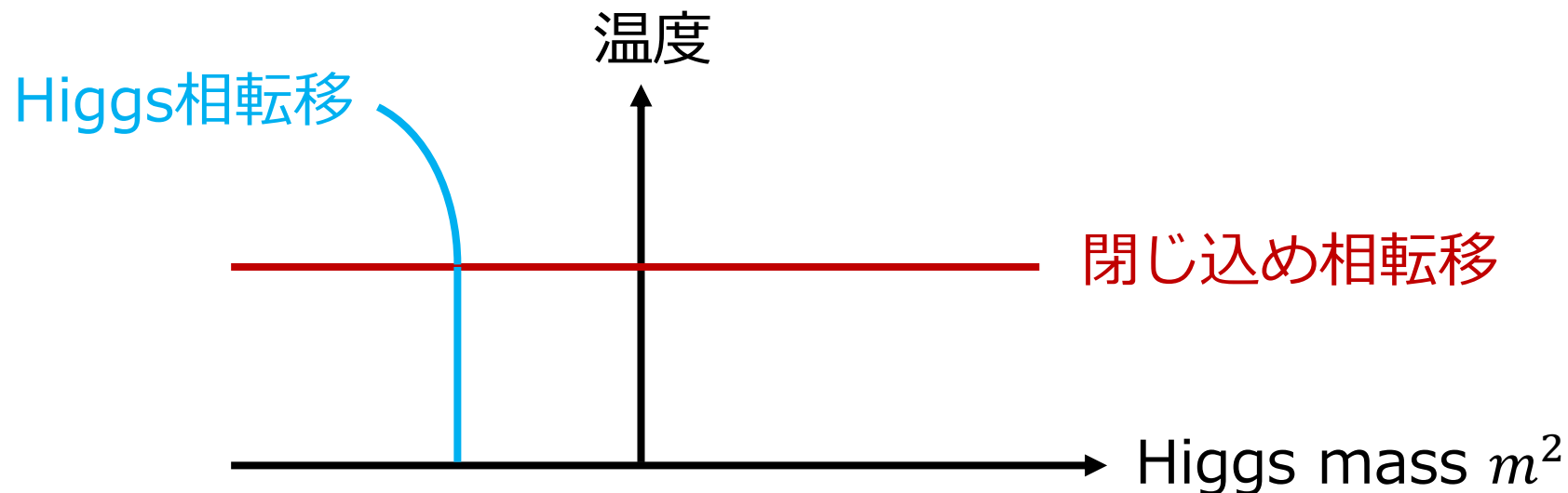


議論したいこと:

有限温度4次元理論 ($S^1 \times \mathbb{R}^3$)

$$\begin{cases} SU(N)\text{ゲージ場: } a_\mu = a_\mu^a T^a \\ \text{随伴Higgs場: } \phi = \phi^a T^a \end{cases}$$

の相図を現代的視点から見直す



議論したいこと:

有限温度4次元理論 ($S^1 \times \mathbb{R}^3$)

$$\begin{cases} SU(N)\text{ゲージ場: } a_\mu = a_\mu^a T^a \\ \text{随伴Higgs場: } \phi = \phi^a T^a \end{cases}$$

の相図を現代的視点から見直す

動機:

- $SU(5)$ 大統一理論
- ラージ N 解析 [Aharony-Marsano-Miwalla-Papadodimas-Raamsdonk (2003)]
- 't Hooft-Polyakovモノポール

Motivation

Set up and Overview

Higher form symmetry

Emergent symmetry

Summary and Discussion

4次元 $SU(N)$ ゲージ場 + 随伴Higgs場

$$a_\mu = a_\mu^a T^a$$

$$\phi = \phi^a T^a$$

$$S = \int_0^\beta dt \int d^3 \mathbf{x} \left\{ -\frac{1}{2g^2} \text{tr}[f_{\mu\nu} f^{\mu\nu}] + \text{tr}[(D\phi)^2] + V(\phi) \right\}$$

$$V(\phi) = m^2 \text{tr}[\phi^2] + \lambda \text{tr}[\phi^4]$$

ゲージ対称性の“破れ方”

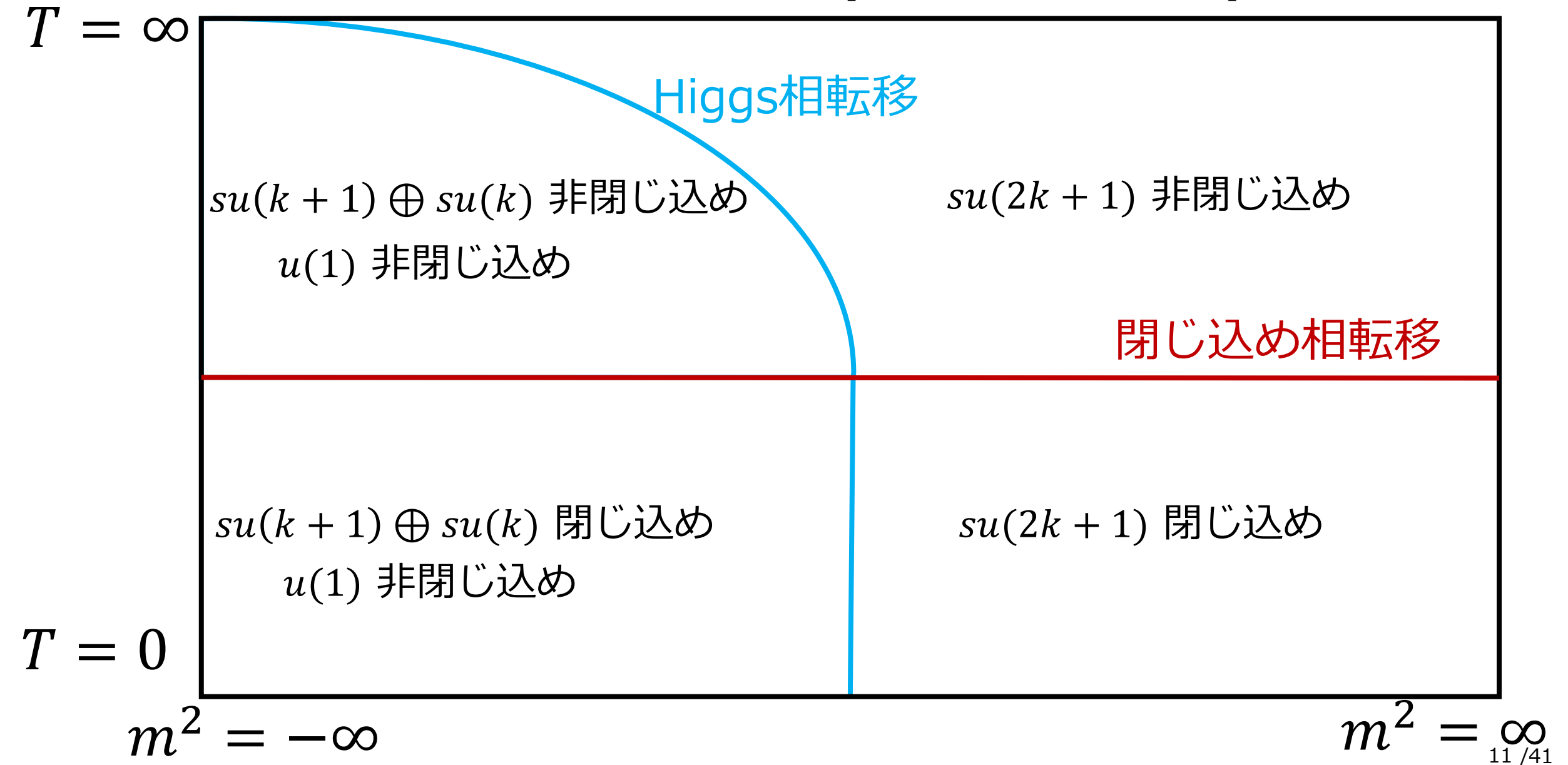
$$V(\phi) = m^2 \text{tr} [\phi^2] + \lambda \text{tr} [\phi^4]$$

$m^2 = -\infty$ のとき

$$SU(2k + 1) \rightarrow \frac{SU(k + 1) \times SU(k) \times U(1)}{\mathbb{Z}_{k(k+1)}}$$

$$SU(2k) \rightarrow \frac{SU(k) \times SU(k) \times U(1)}{\mathbb{Z}_k}$$

ナイーブな相図($N = 2k + 1$)



秩序変数は何？

Higgs相転移

$T = \infty$

$T = 0$

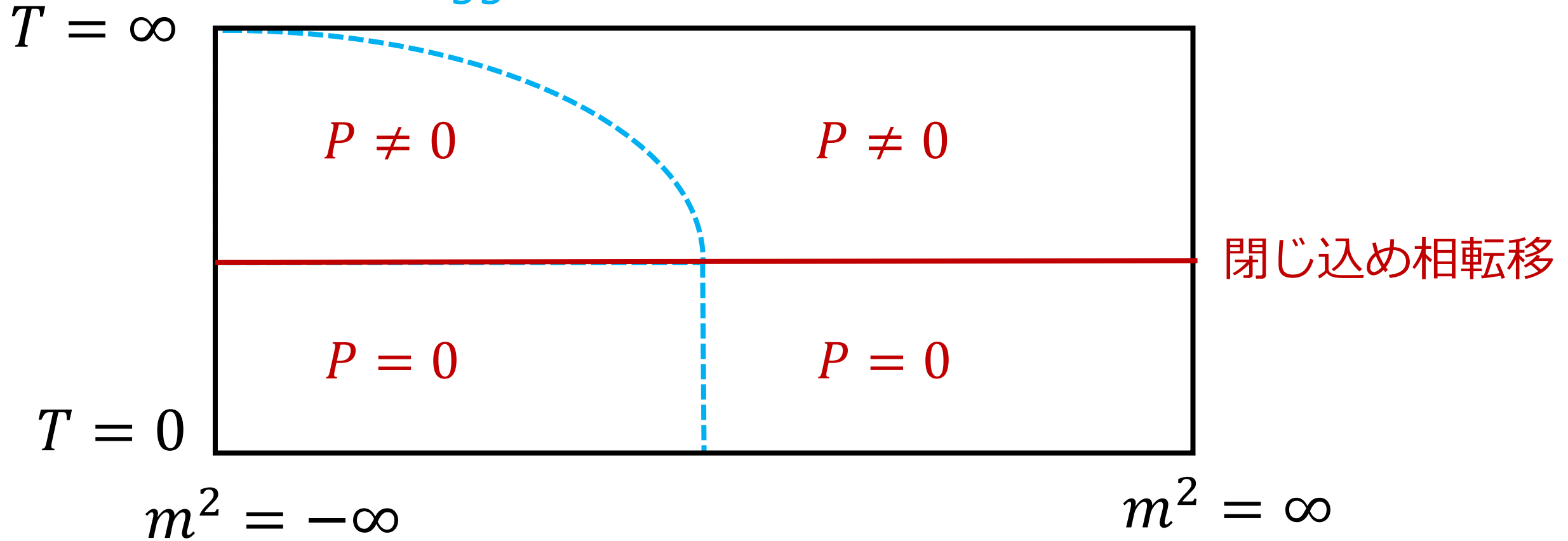
$m^2 = -\infty$

$m^2 = \infty$

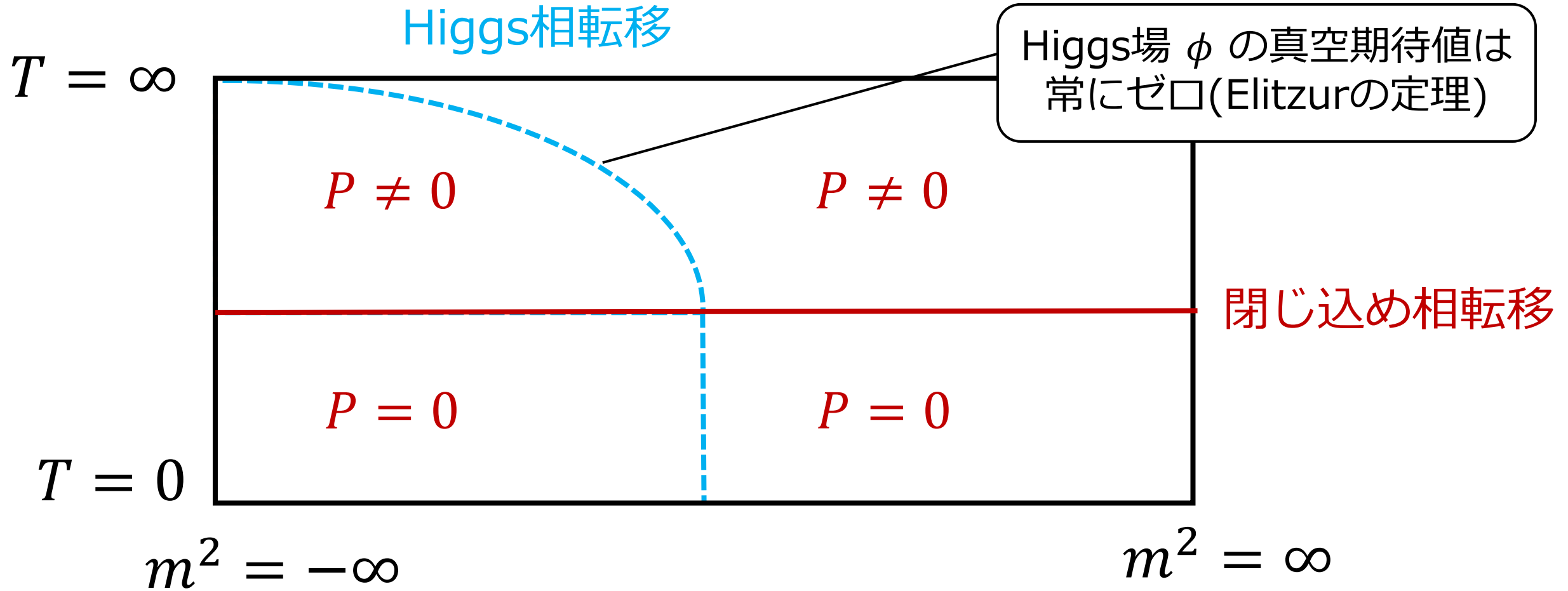
閉じ込め相転移

秩序変数は何？

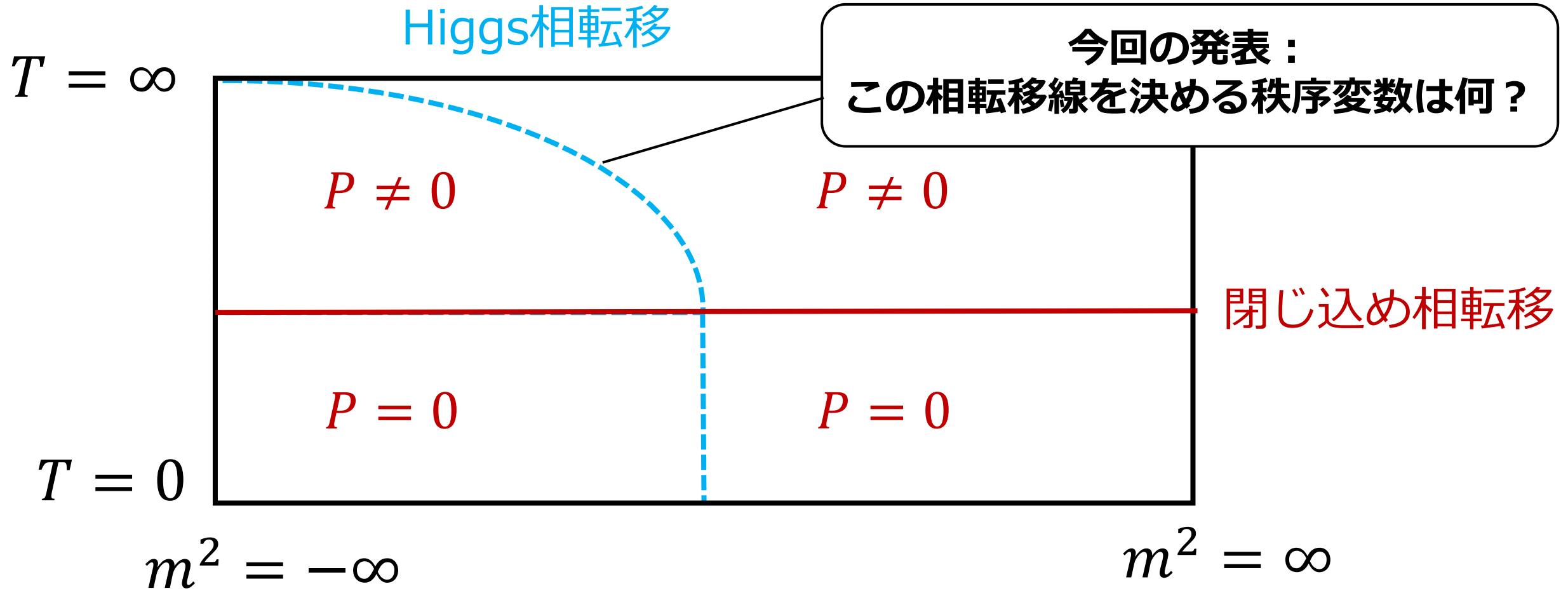
Higgs相転移



秩序変数は何？



秩序変数は何？



Higgs相転移の特徴づけ

着目する対称性： 1-form中心対称性

秩序変数： Wilsonループ (の n 乗)

特に次の2点が重要

- 1-form emergent対称性の自発的破れ
- 1-form 対称性のロバストネス

Motivation

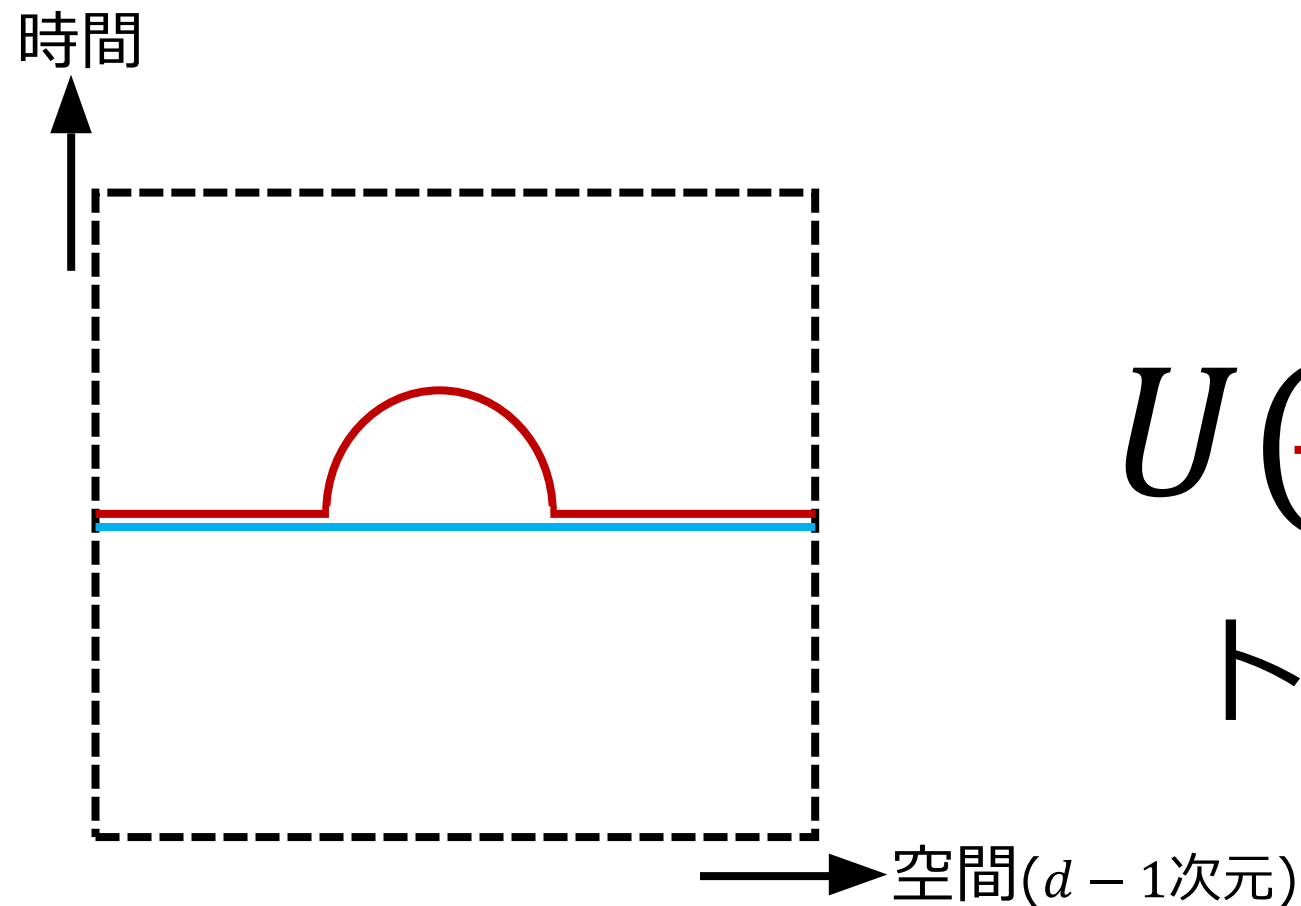
Set up and Overview

Higher form symmetry

Emergent symmetry

Summary and Discussion

大域的対称性 = トポロジカル演算子 $U(\Sigma_{d-1})$
 0-form $d-1$ 次元 Σ_{d-1}

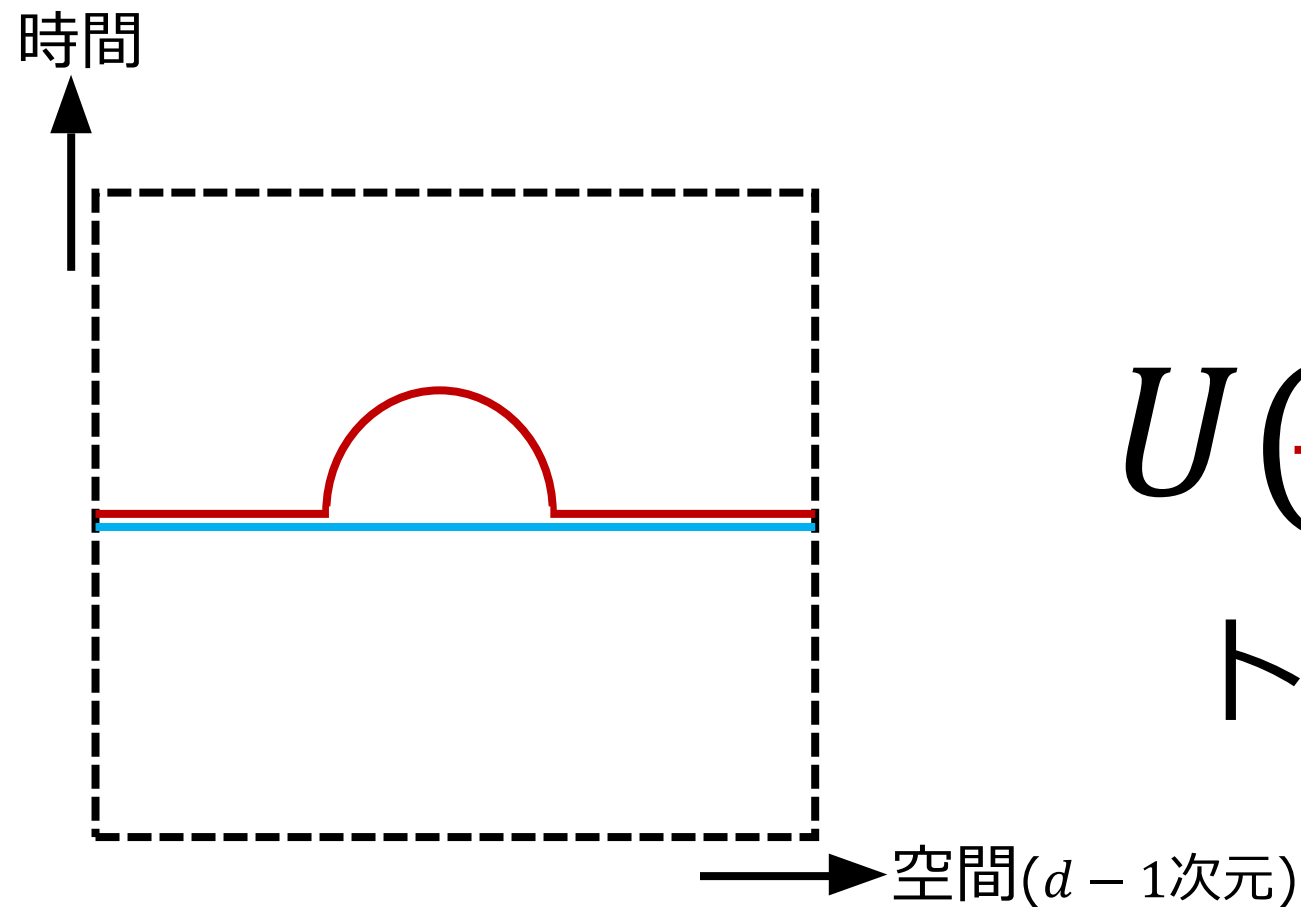


$$U(\text{red arch}) = U(\text{blue line})$$

トポロジカル=保存

大域的対称性 = トポロジカル演算子 $U(\Sigma_{d-1})$

0-form $d-1$ 次元 Σ_{d-1}



$$U(\text{red arch}) = U(\text{blue line})$$

トポロジカル=保存

例： $U_\theta(M) = e^{i\theta \int_{\Sigma_{d-1}} *j}$

$$d * j = 0$$

大域的対称性 = トポロジカル演算子 $U(\Sigma_{d-p-1})$

~~0-form~~

p -form

~~$d-1$ 次元 Σ_{d-1}~~

$d-p-1$ 次元 Σ_{d-p-1}

[Kapustin-Seiberg (2014)]

[Gaiotto-Kapustin-Seiberg-Willet (2014)]

例： d 次元Maxwell理論

$$U(1)_{\text{ele}}^{[1]} \quad U_\theta(\Sigma_{d-2}) = e^{i\theta \int_{\Sigma_{d-2}} *f} \quad d * f = 0$$

演算子 U_θ

Wilsonループ W_q

$$\langle \text{blue loop} \rangle = e^{i\#q\theta} \langle \text{red loop} \rangle$$

大域的対称性 = トポロジカル演算子 $U(\Sigma_{d-p-1})$

~~0-form~~ p -form ~~$d-1$ 次元 M~~
 $d-p-1$ 次元 Σ_{d-p-1}

例： d 次元Maxwell理論

$$U(1)_{\text{mag}}^{[d-3]} \quad V_\theta(\Sigma_2) = e^{i\theta \int_{\Sigma_2} f} \quad df = 0$$

演算子 V_θ

't Hooftループ T_m

$$\langle \text{blue loop} \rangle = e^{i\#m\theta} \langle \text{red loop} \rangle$$

大域的対称性 = トポロジカル演算子 $U(\Sigma_{d-p-1})$

~~0-form~~ p -form ~~$d-1$ 次元 M~~
 $d-p-1$ 次元 Σ_{d-p-1}

例： d 次元 $SU(N)$ Yang-Mills理論

$$\mathbb{Z}_N^{[1]}$$

$$W_n(\Sigma_{d-2}) \quad (n = 0, \dots, N-1)$$

Gukov-Witten演算子 [Gukov-Witten (2006,2008)]

(物質場が随伴表現に従うとき定義できる)

Gukov-Witten演算子

Wilsonループ W_\square

$$\left\langle \text{link} \right\rangle = e^{\frac{2\pi i n}{N}} \left\langle \text{loop} \right\rangle$$

The diagram illustrates the relationship between a link and a Wilson loop. On the left, a blue loop is linked with a red loop. This is shown to be equal to a phase factor $e^{\frac{2\pi i n}{N}}$ multiplied by a single red loop.

0-form 対称性の自発的破れ

$$\lim_{|x-y| \rightarrow \infty} \langle \mathcal{O}(x) \mathcal{O}(y) \rangle \quad \left\{ \begin{array}{l} \neq 0 \\ \sim 0 \end{array} \right.$$

特に連続的な0-form対称性が破れると、
massless scalarが生じる

1-form 対称性の自発的破れ

$$\lim_{|\bigcirc| \rightarrow \infty} \langle \bigcirc \rangle = \begin{cases} e^{-\# (\text{周の長さ})} \neq 0 & \dots \text{非閉じ込め} \\ e^{-\# (\text{囲む面積})} \sim 0 & \dots \text{閉じ込め} \end{cases}$$

特に連続的な1-form対称性が破れると,
massless vectorが生じる

Motivation

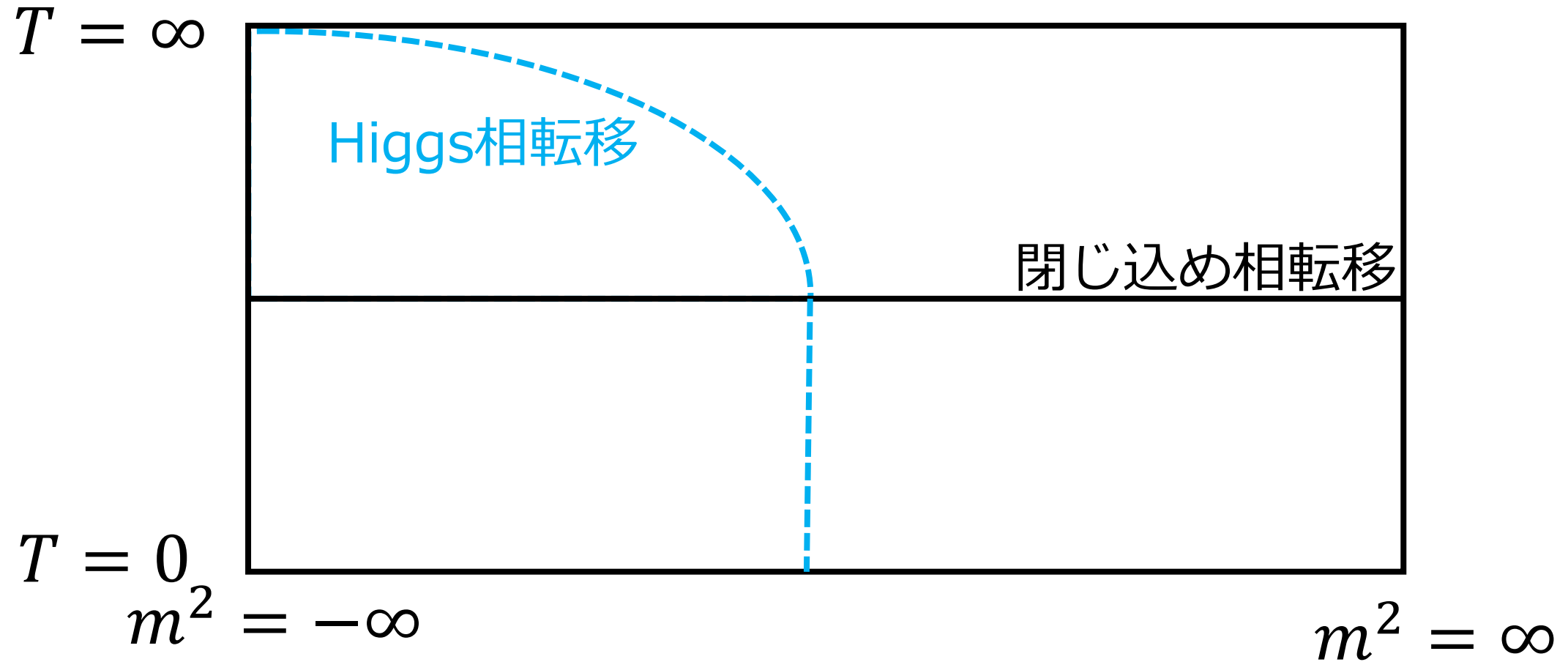
Set up and Overview

Higher form symmetry

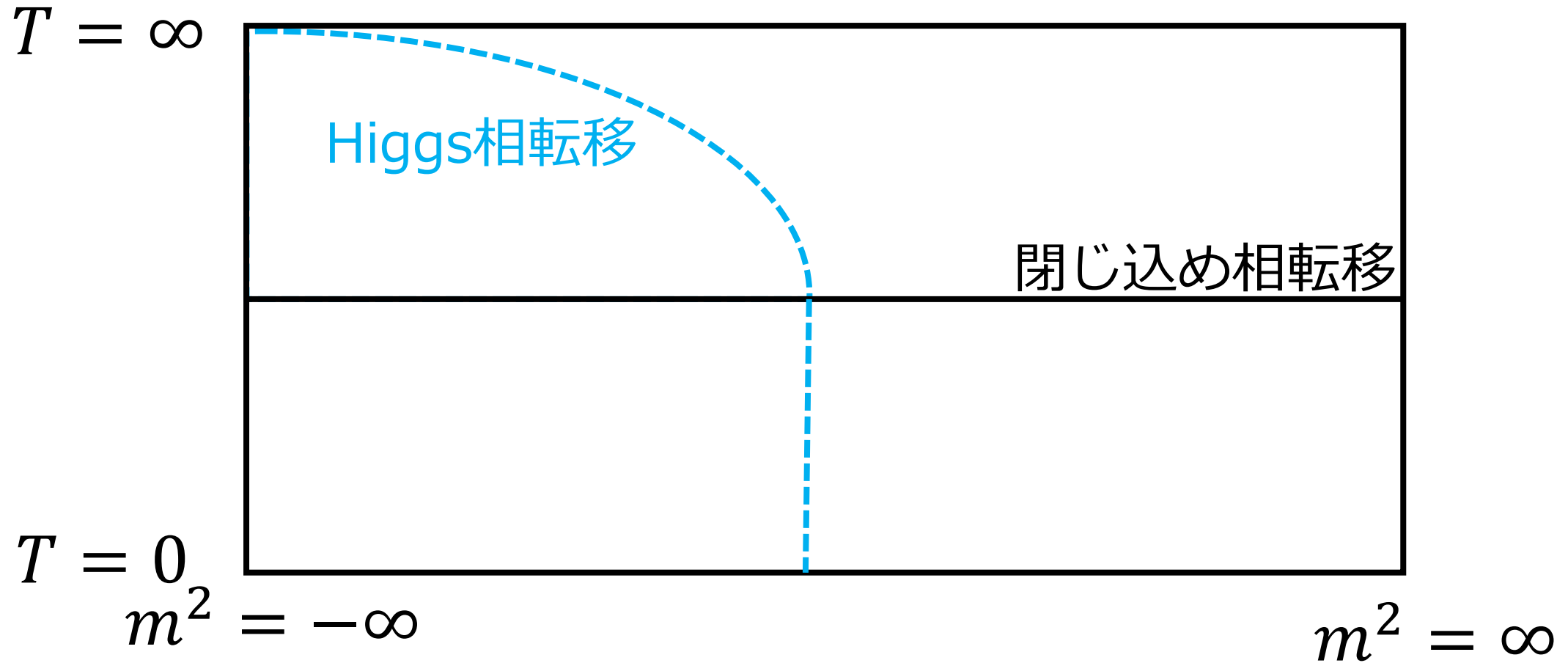
Emergent symmetry

Summary and Discussion

Higgs相転移の秩序変数は何？



Higgs相転移の秩序変数は何？



emergent対称性が重要

emergent对称性



$U(1)_{\text{ele}}^{[1]}, U(1)_{\text{mag}}^{[1]}$

emergent对称性

$\mathbb{Z}_N^{[1]}$

Gukov-Witten演算子

emergent対称性

$$V(\phi) = m^2 \text{tr} [\phi^2] + \lambda \text{tr} [\phi^4]$$

$m^2 = -\infty$ で次がトポロジカルになる

$$\left\{ \begin{array}{ll} U_{\theta}(\Sigma_2) = e^{i\theta} \int_{\Sigma_2} \text{tr}[\phi * f] & U(1)_{\text{ele}}^{[1]} \\ & U(1)\text{ゲージ対称性の中心対称性} \\ \\ V_{\theta}(\Sigma_2) = e^{i\theta} \int_{\Sigma_2} \text{tr}[\phi f] & U(1)_{\text{mag}}^{[1]} \\ & \text{モノポールが無限に重くなることに対応} \end{array} \right.$$

emergent对称性



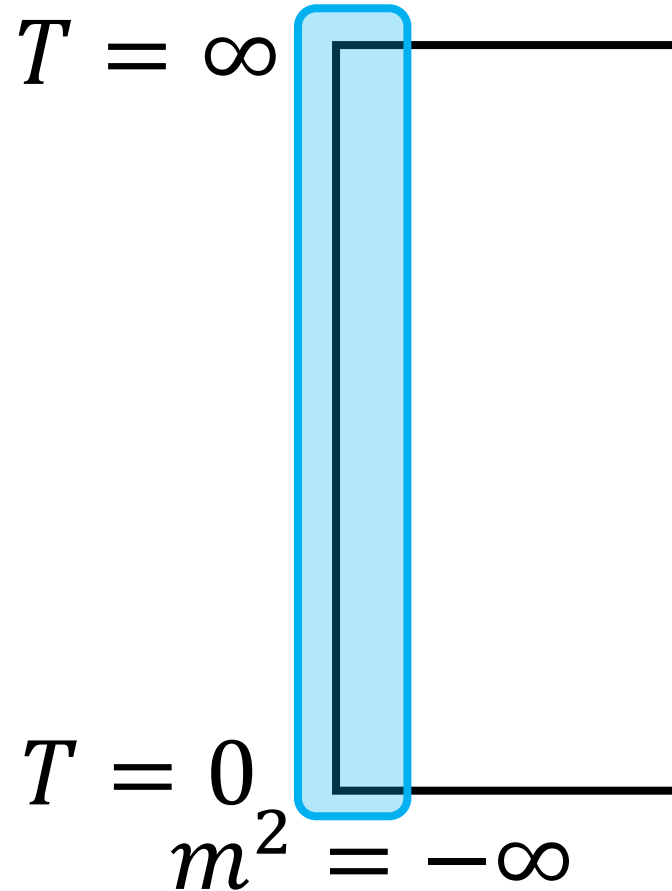
$U(1)_{\text{ele}}^{[1]}, U(1)_{\text{mag}}^{[1]}$

emergent对称性

$\mathbb{Z}_N^{[1]}$

Gukov-Witten演算子

emergent対称性の自発的破れ



$U(1)_{\text{ele}}^{[1]}, U(1)_{\text{mag}}^{[1]}$
emergent対称性

$U(1)_{\text{ele}}^{[1]} \times U(1)_{\text{mag}}^{[1]}$ ゲージ化
 B C

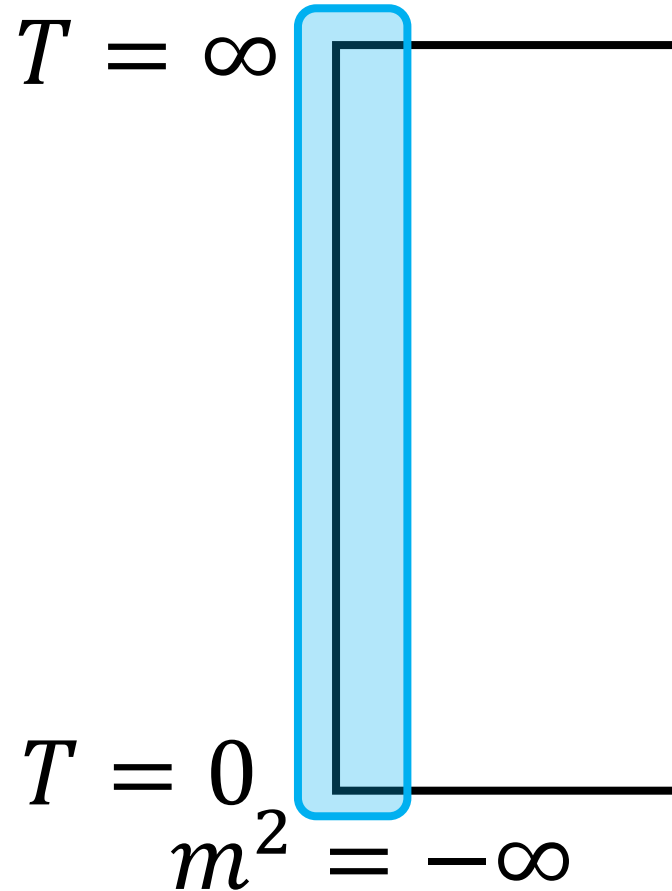


't Hooftアノマリー $S_{5d} = \# \int B \wedge dC$

自発的破れによってアノマリー・マッチングする

$U(1)_{\text{ele}}^{[1]} \rightarrow \begin{cases} \mathbb{Z}_{k+1}^{[1]} \times \mathbb{Z}_k^{[1]} & SU(2k+1) \\ \mathbb{Z}_k^{[1]} & SU(2k) \end{cases}$

emergent対称性の自発的破れ



$U(1)_{\text{ele}}^{[1]}, U(1)_{\text{mag}}^{[1]}$
emergent対称性

$$U(1)_{\text{ele}}^{[1]} \rightarrow \begin{cases} \mathbb{Z}_{k+1}^{[1]} \times \mathbb{Z}_k^{[1]} & SU(2k+1) \\ \mathbb{Z}_k^{[1]} & SU(2k) \end{cases}$$

自発的破れに伴い
massless vector (光子)が生じる

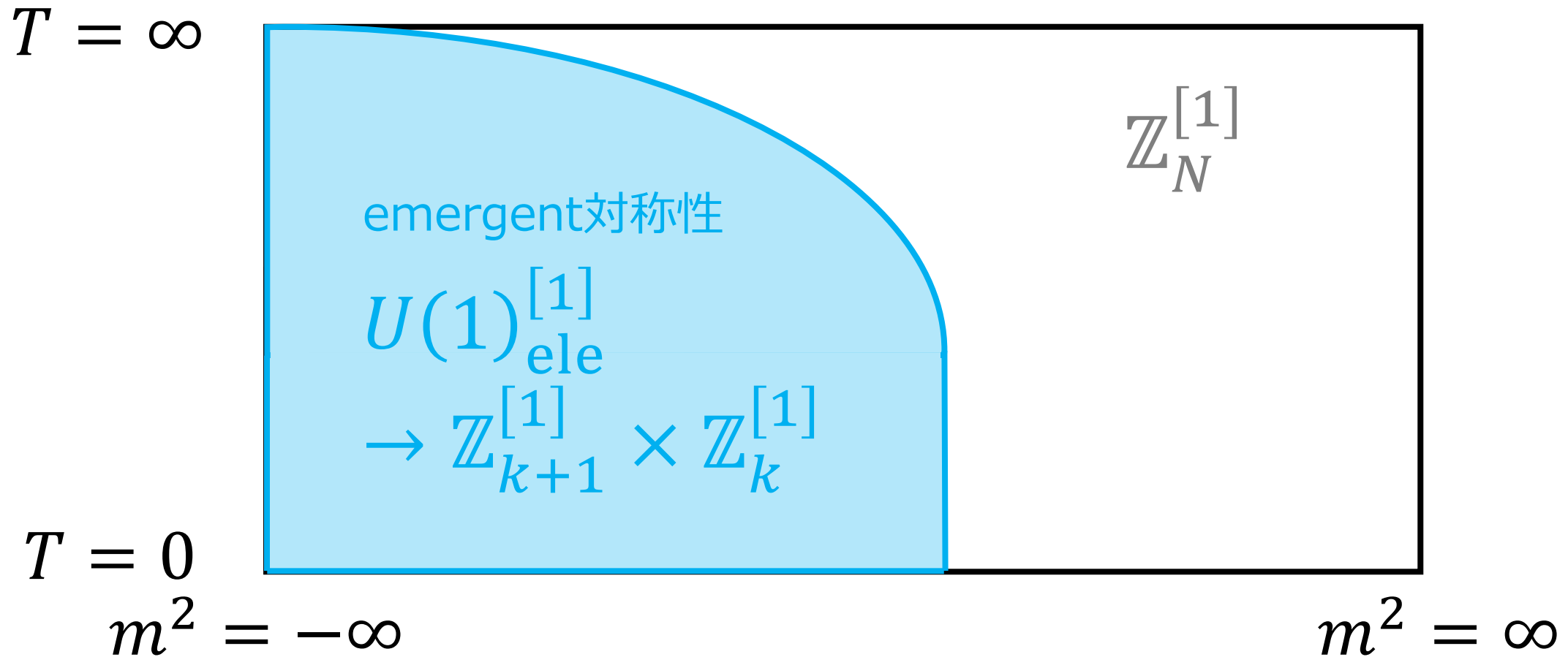
※有限温度でも厳密にgapless
(cf:有限温度NG定理)



真空が特徴づけられる

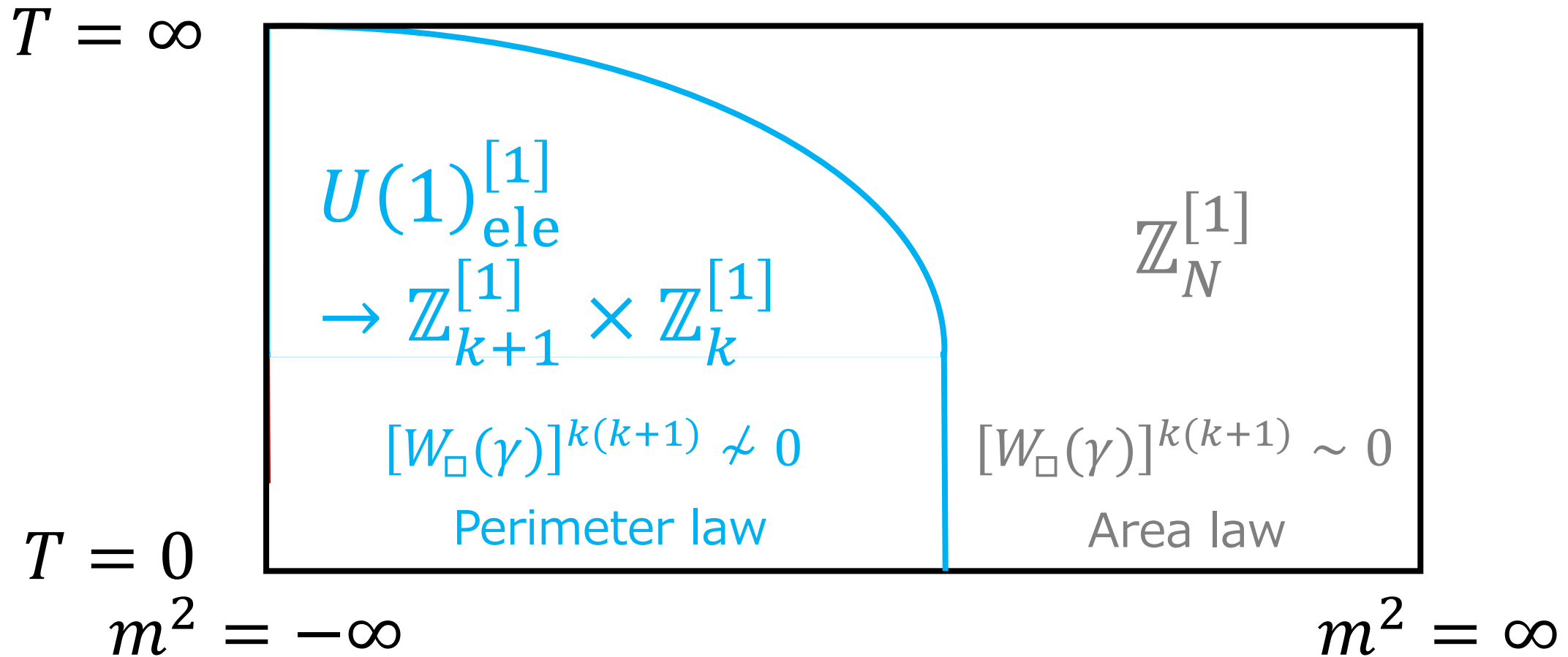
※破れていないemergent対称性は
相の特徴づけに使えない

localな摂動に対するロバストネス



Higgs相転移線まで拡大すると期待される

この秩序変数は $[W_{\square}(\gamma)]^{k(k+1)}$ で与えられる



これを見るには $[W_{\square}(\gamma)]^{k(k+1)}$ の charge を考えればよい

$[W_{\square}(\gamma)]^{k(k+1)}$ は

- $\mathbb{Z}_N^{[1]}$ charge をもつ
(Area law)
- $\mathbb{Z}_{k+1}^{[1]} \times \mathbb{Z}_k^{[1]}$ charge をもたない
(Perimeter law)

$$\begin{aligned} \underbrace{W_{\square}(\gamma) \cdots W_{\square}(\gamma)}_{k(k+1)\square} &\mapsto e^{i\#\phi} W_{\square}(\gamma) \cdots e^{i\#\phi} W_{\square}(\gamma) \\ &\sim [e^{i\#\phi}]^{k(k+1)} W_{\square}(\gamma) \cdots W_{\square}(\gamma) \\ &= W_{\square}(\gamma) \cdots W_{\square}(\gamma) \end{aligned}$$

Motivation

Set up and Overview

Higher form symmetry

Emergent symmetry

Summary and Discussion

Summary

Higgs相転移の特徴づけ

着目する対称性： 1-form中心対称性

秩序変数： Wilsonループ (の n 乗)

特に次の2点が重要

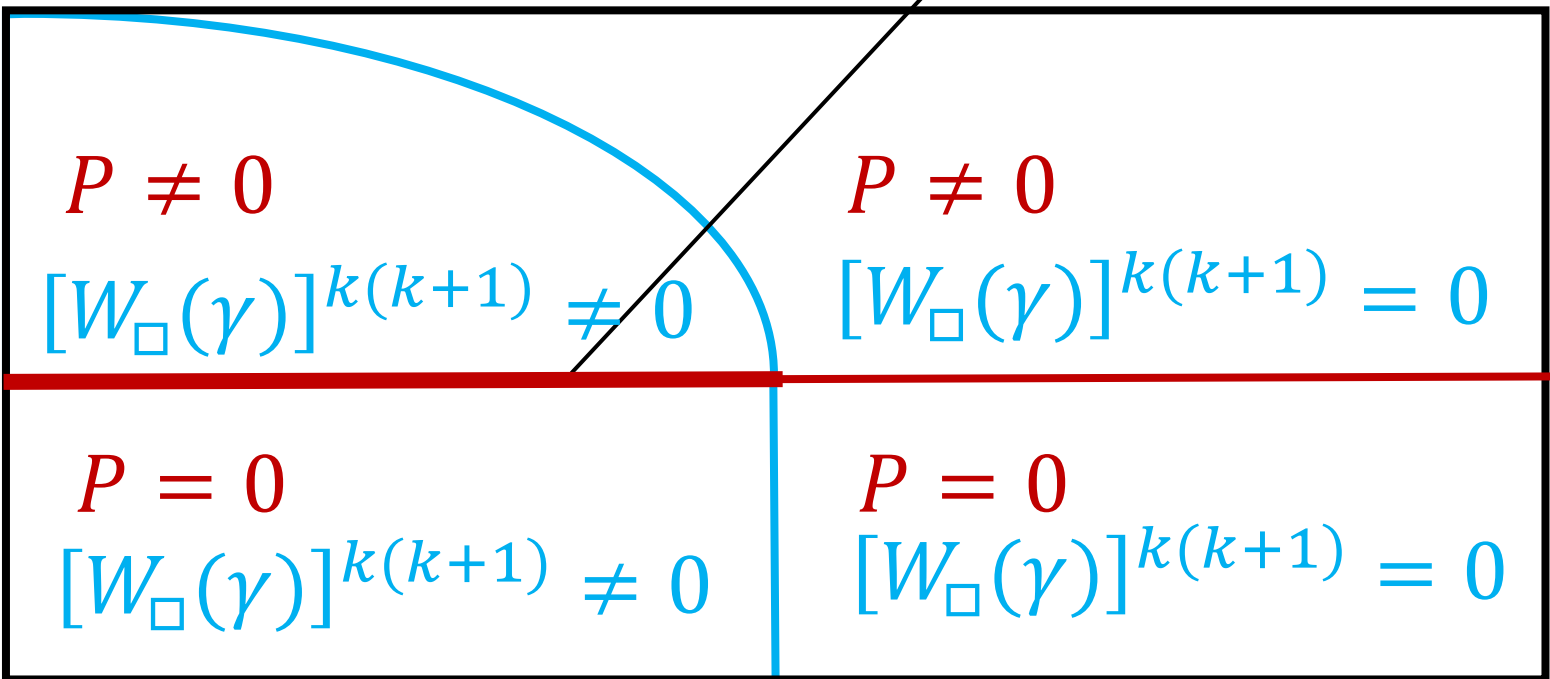
- 1-form emergent対称性の自発的破れ
- 1-form 対称性のロバストネス

Discussion

Higgs相転移

ここの相転移については微妙な点がある

$T = \infty$



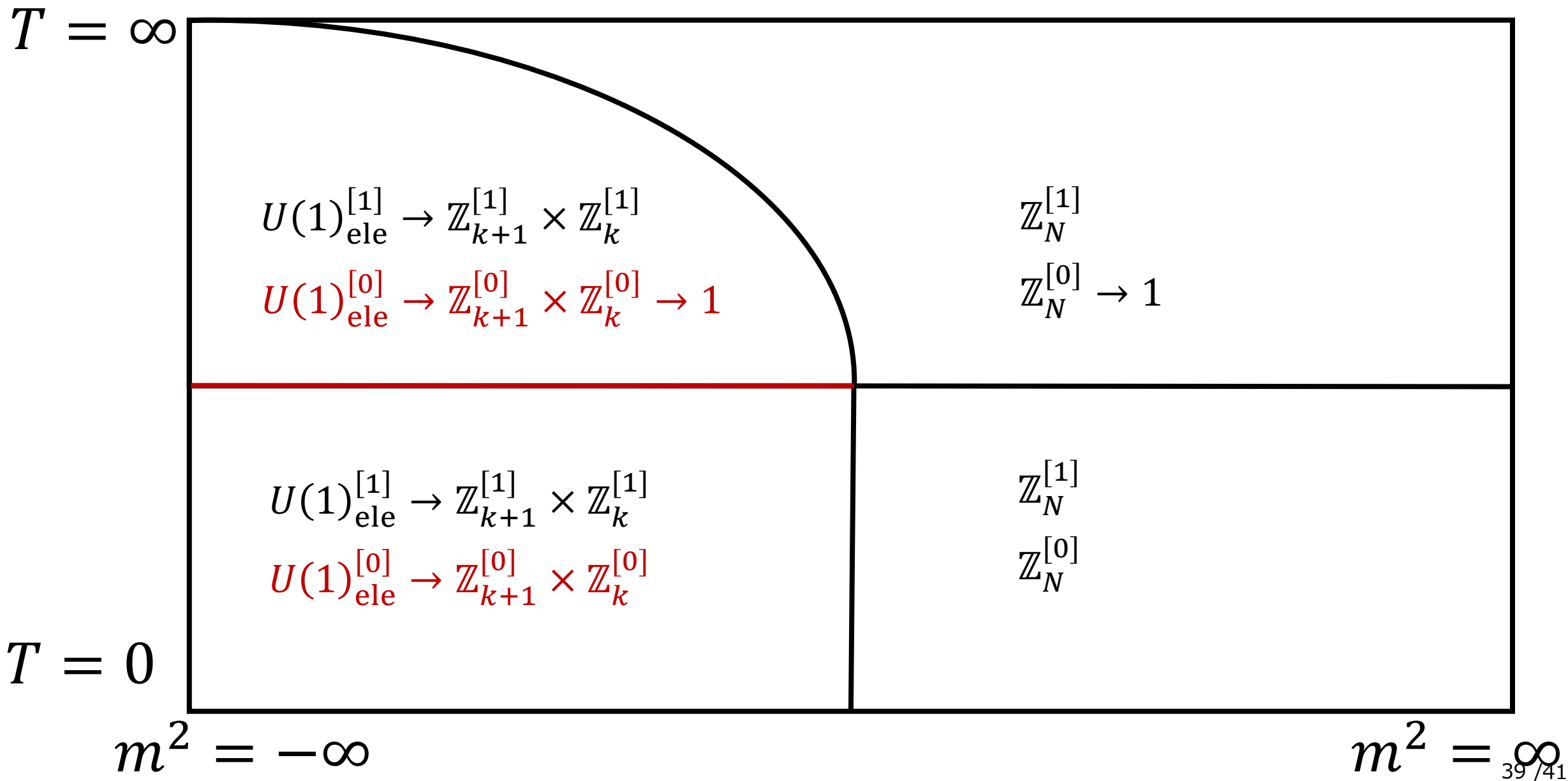
閉じ込め相転移

$T = 0$

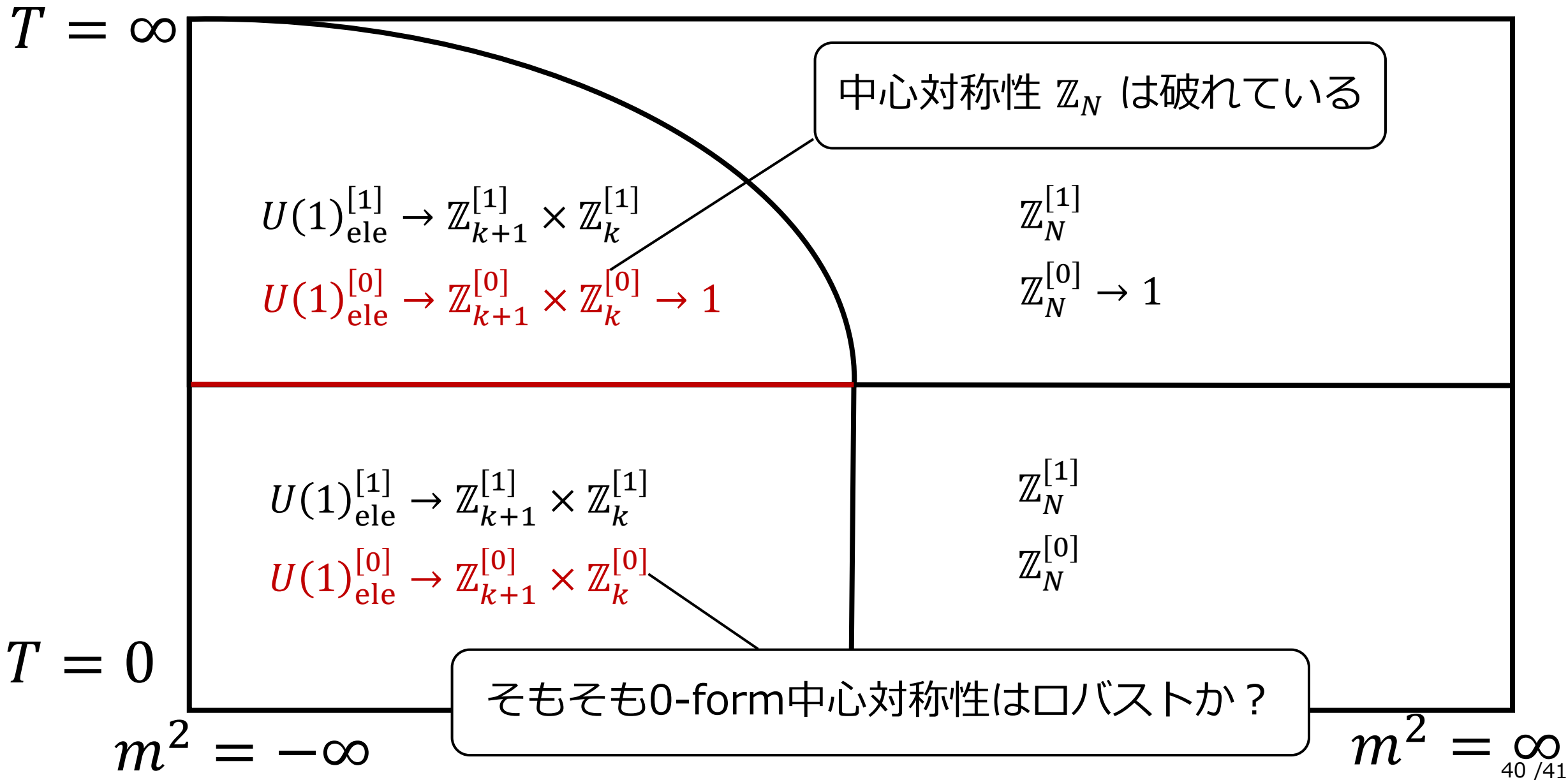
$m^2 = -\infty$

$m^2 = \infty$

Discussion



Discussion



Future work

- ラージ N 極限のもとでのふるまい

“ラージ N \mathbb{Z}_N ” vs $U(1)$

- θ 項の導入

- ダブルトレース項 $[\text{tr}(\phi^2)]^2$ の導入

Back Up Slides

Higgs機構のよくある説明

着目する対称性： ゲージ対称性

秩序変数： Higgs場の真空期待値

Higgs機構のよくある説明

着目する対称性： ゲージ対称性

秩序変数： Higgs場の真空期待値

しかし、

{ ゲージ対称性は自発的に破れない
Higgs場 ϕ の真空期待値は常にゼロ

なので本当は微妙な問題がある

ゲージ対称性は自発的に破れない

(証明)

対称性 G の自発的破れ

\Leftrightarrow 真空の縮退 : $|\Omega\rangle, U_g |\Omega\rangle \quad (g \in G)$

G がゲージ対称性のとき

$$|\Omega\rangle = U_g |\Omega\rangle \quad (\text{cf : } \mathcal{H}_{\text{phys}} = \mathcal{H}/G)$$

よってこれは縮退ではない

Higgs場 ϕ の真空期待値はゼロ

(証明)

$\phi \neq g \cdot \phi$ なので

Elitzurの定理より, 真空期待値はゼロ

(Elitzurの定理)

$$\text{真空期待値 } \langle \mathcal{O} \rangle = \int \mathcal{D}a \mathcal{O}(a) e^{-S[a]}$$

が非ゼロの値をもてるのは,

ゲージ不変性 $\mathcal{O}(a) = \mathcal{O}(a^g)$ があるとき

$U(1)_{\text{ele}}^{[1]} \rightarrow \mathbb{Z}_{k+1}^{[1]} \times \mathbb{Z}_k^{[1]}$ の $W_{\square}(\gamma)$ への作用

$m^2 = -\infty$ で $V(\phi)$ の底にいる : $\phi \sim v \begin{pmatrix} \frac{1}{k+1} I_{k+1} & \\ & -\frac{1}{k} I_k \end{pmatrix}$

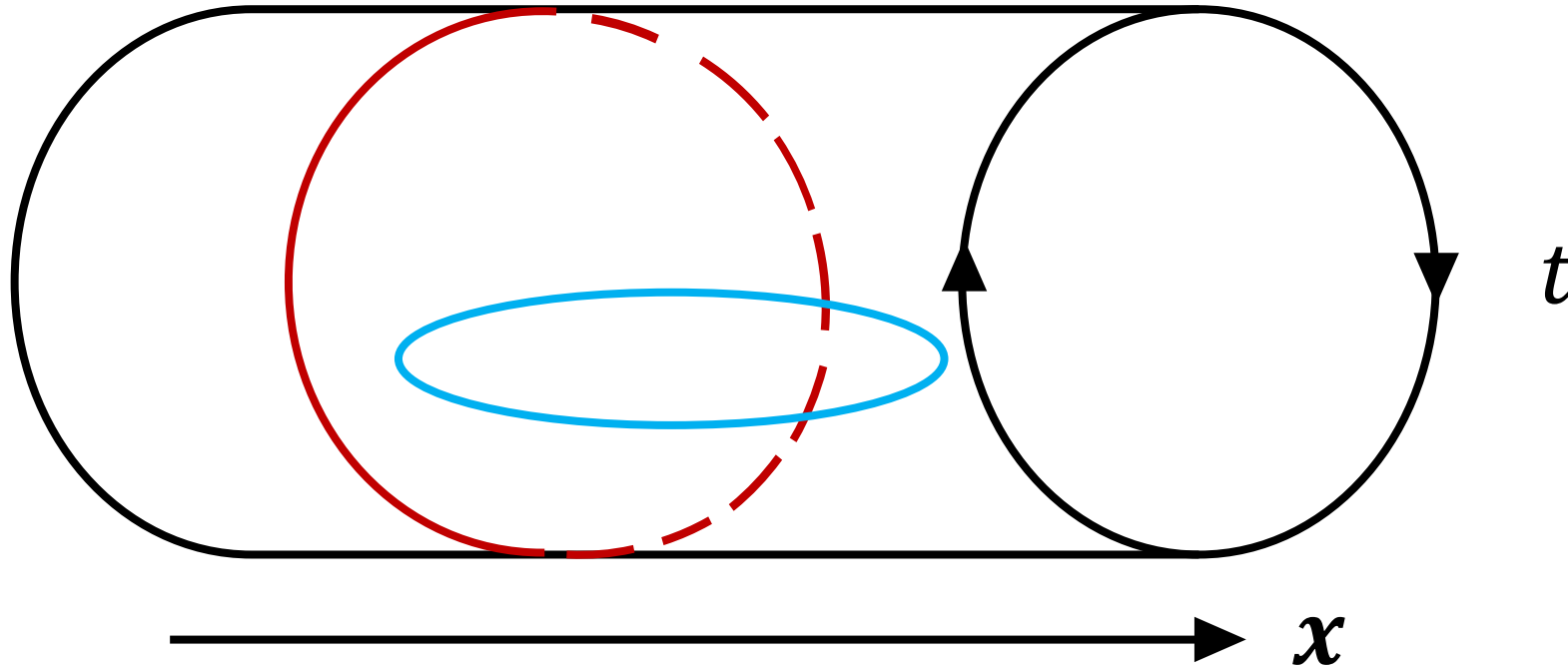
$$\blackrightarrow W_{\square}(\gamma) \mapsto \underbrace{\begin{pmatrix} e^{\frac{2\pi i}{k+1} m} I_{k+1} & \\ & e^{\frac{2\pi i}{k} n} I_k \end{pmatrix}}_{\sim e^{i\#\phi}} W_{\square}(\gamma)$$

$$\begin{aligned} \blackrightarrow \underbrace{W_{\square}(\gamma) \cdots W_{\square}(\gamma)}_{k(k+1)\square} &\mapsto e^{i\#\phi} W_{\square}(\gamma) \cdots e^{i\#\phi} W_{\square}(\gamma) \\ &\sim [e^{i\#\phi}]^{k(k+1)} W_{\square}(\gamma) \cdots W_{\square}(\gamma) \\ &= W_{\square}(\gamma) \cdots W_{\square}(\gamma) \end{aligned}$$

有限温度でのSU(N)ゲージ理論

Polyakovループ

Wilsonループ



0-form 中心対称性

1-form 中心対称性

$$\mathbb{Z}_N^{[0]}$$

閉じ込め相

$$\mathbb{Z}_N^{[0]} \rightarrow 1$$

非閉じ込め相

$$\mathbb{Z}_N^{[1]}$$