

回転するバリオン物質の相構造： 非可換カイラルソリトン格子、反強磁性 アイソスピン鎖とフェロ・フェリ磁性

西村健太郎(KEK)

共同研究者：衛藤稔（山形大学）、新田宗土（慶應義塾大学）

熱場の量子論2022 2022年9月22日@京大基研

[JHEP 08 \(2022\) 305 \(arXiv: 2112.01381\)](#)

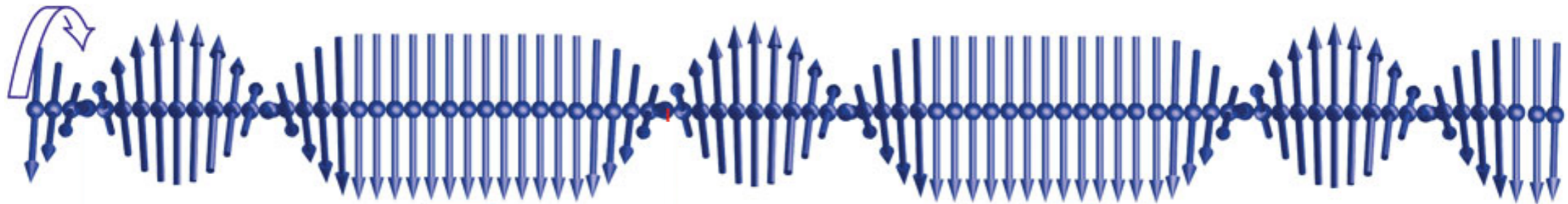
カイラルソリトン格子

パリティ対称性が破れた

ソリトンが並ぶ

結晶状態

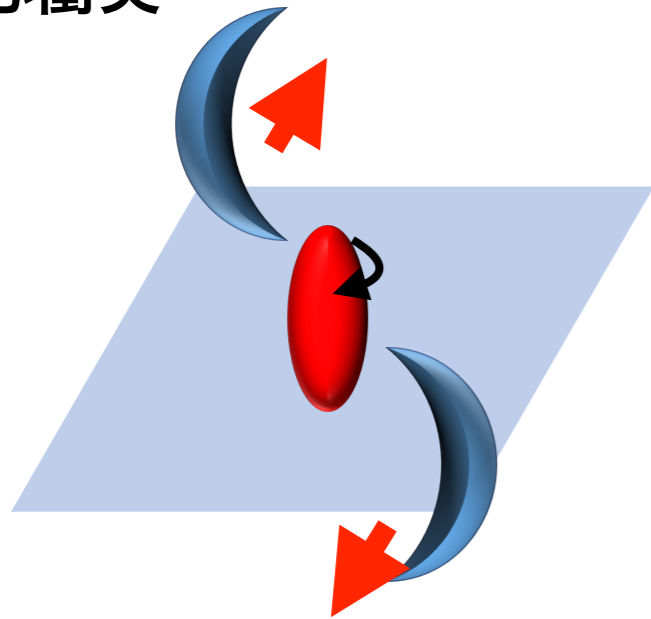
- カイラル磁性体 [Togawa et al., PRL \(2012\)](#)



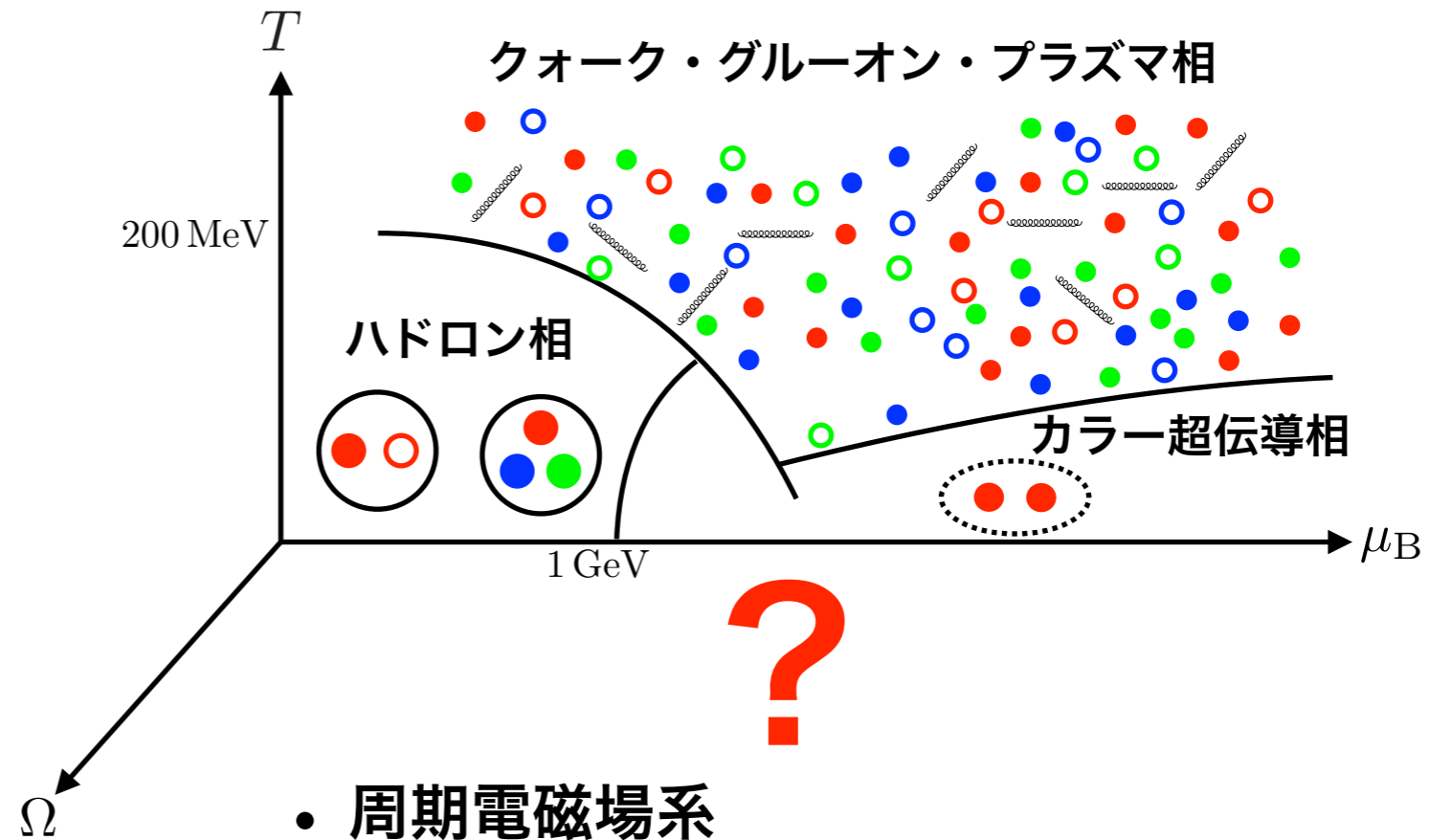
- 強磁性相互作用→隣り合ったスピンをそろえる
- ゼーマン効果→スピンは磁場の方向を向く
- Dzyaloshinskii・Moriya相互作用→隣り合ったスピンを捻る

QCDにおけるCSL

- 非中心衝突



The STAR Collaboration, Nature (2017)

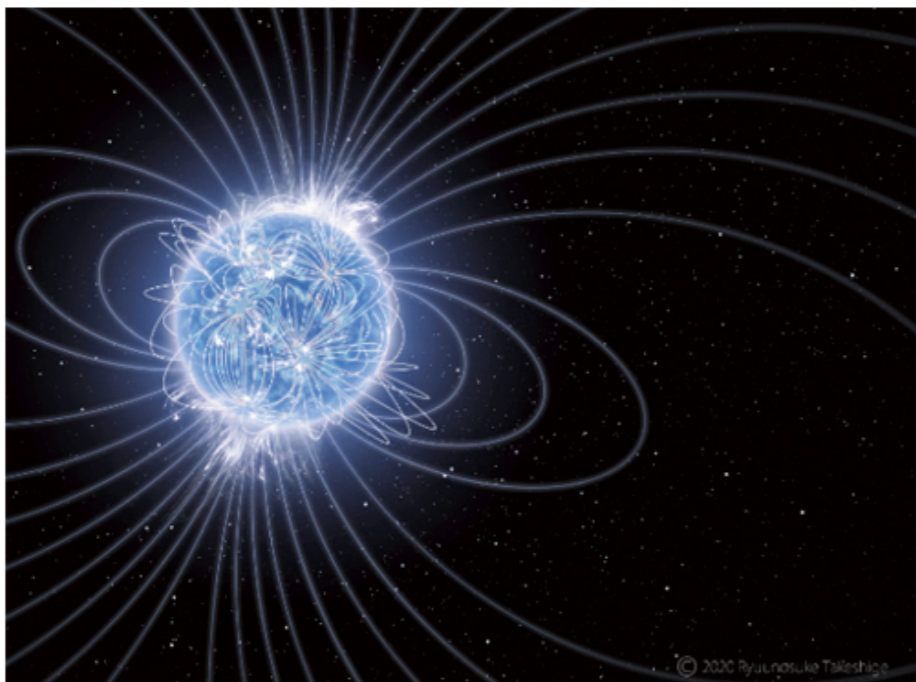


- マグネター

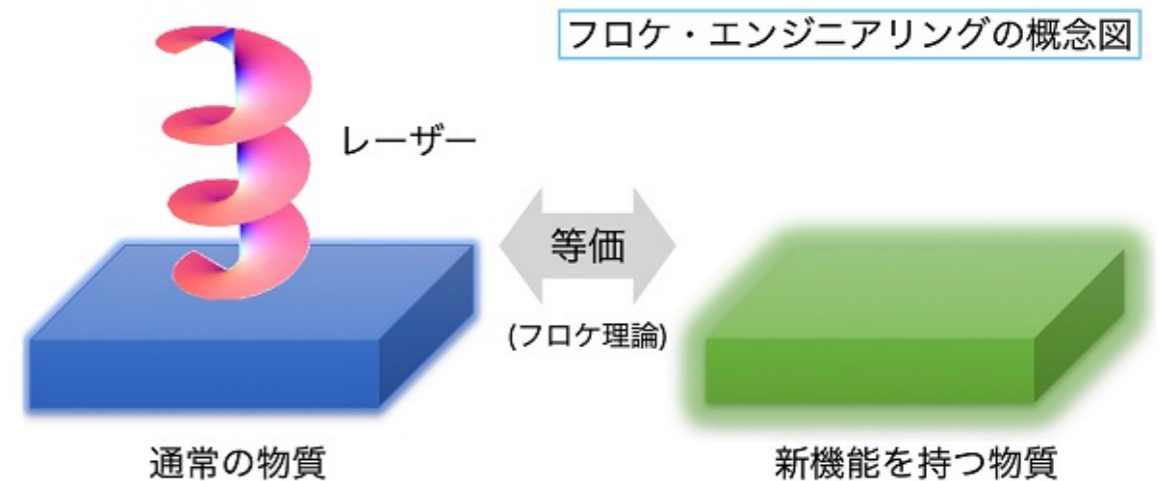
https://www.riken.jp/press/2020/20201005_2/index.html

- 周期電磁場系

<https://academist-cf.com/journal/?p=14730>



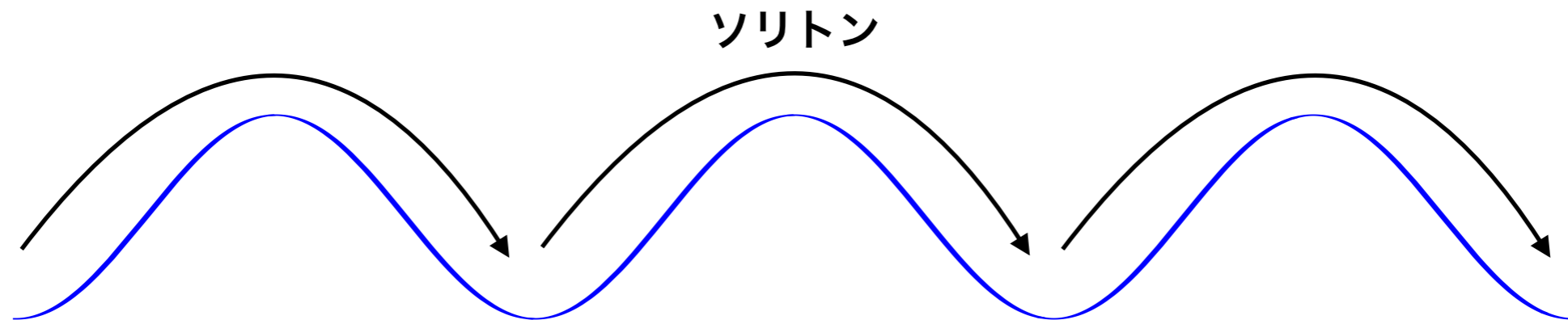
Brauner and Yamamoto, JHEP (2017)



Yamada and Yamamoto, PRD (2021)

CSLの普遍性

	NG粒子	あらわな破れ (周期ポテンシャル)	表面項 (ソリトンを安定化)
カイラル磁性体 [1]	マグノン	磁場	ジャロシンスキー・守谷 相互作用
回転する (磁場中の) QCD物質 [2,3]	$\eta'(\pi)$ 中間子	クォーク質量項	トポロジカル項



[1] Togawa et al., PRL (2012)

[2] Son and Stephanov, PRD (2008); Brauner and Yamamoto, JHEP (2017)

[3] Huang, Nishimura and Yamamoto, JHEP (2018); Nishimura and Yamamoto, JHEP (2020)

非可換CSL

	NG粒子	あらわな破れ	表面項	崩壊定数比
可換CSL	$U(1)_A$	クォーク質量 + QCD anomaly	トポロジカル項	×
非可換CSL	$U \in U(2)$	クォーク質量 + QCD anomaly	トポロジカル項	$\epsilon \equiv 1 - (f_\pi/f_\eta)^2$

- 2フレーバの中間子： $U = \exp\left(\frac{i\eta}{f_\eta}\right) \Sigma$, $\Sigma \in SU(2)$

- 非可換CSL= S^2 の自由度を持つ、パリティを破るソリトンによる結晶状態

自発的対称性の破れ： $SU(2) \rightarrow U(1)$

カイラル摂動論

- **運動項** $\mathcal{L}_{\text{kin}} = \frac{f_\pi^2}{4} g^{\mu\nu} \text{tr}(\partial_\mu \Sigma \partial_\nu \Sigma^\dagger) + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \eta \partial_\nu \eta$

- **クォーク質量項** $\mathcal{L}_{\text{mass}} = \frac{B}{2} \text{tr}(MU + MU^\dagger)$

- Mが対角的なとき、SU(2)_v対称

- **QCDアノマリー項** $\mathcal{L}_{\text{anom}} = \frac{A}{2} (\det U + \det U^\dagger)$

- **トポロジカル項** $\mathcal{L}_{\text{topo}} = \frac{\mu_B^2}{2\pi^2 f_\eta} \Omega \cdot \nabla \eta$

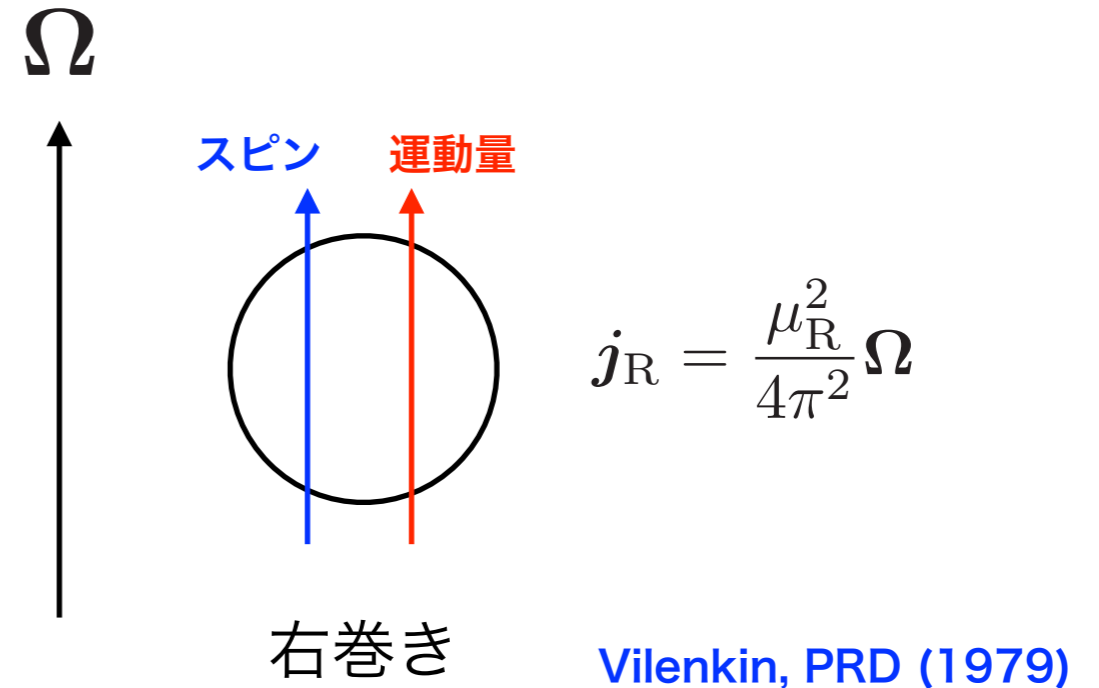
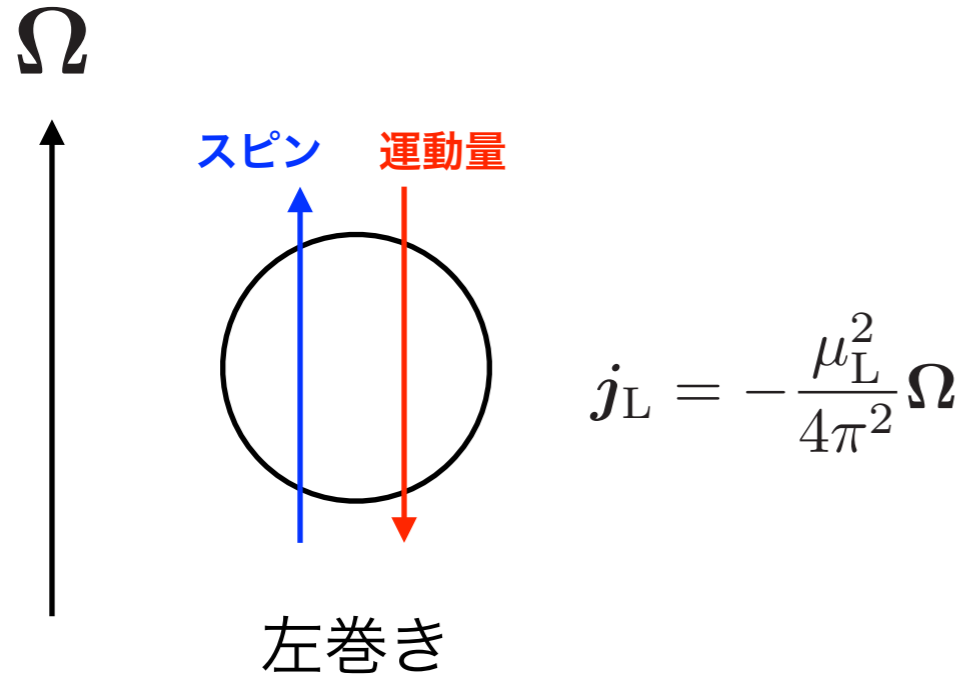
- CVEを中間子の自由度でマッチングした有効作用

[Huang, Nishimura and Yamamoto, JHEP \(2018\); Nishimura and Yamamoto, JHEP \(2020\)](#)

- Cf) カイラルアノマリーを中性パイ中間子でマッチングした有効作用 ($\pi_0 \rightarrow 2\gamma$)

[Wess and Zumino, Phys. Lett. B \(1971\); Witten, Nucl. Phys. B \(1983\)](#)

カイラル渦効果



• 軸性カレント： $j_5 \equiv j_R - j_L = \frac{1}{2\pi^2}\mu^2\Omega$, ($\mu_R = \mu_L = \mu$)

• カイラル渦効果の輸送係数はカイラルアノマリーで決定される：

Son and Yamamoto, PRL (2012); Stephanov and Yin, PRL (2012)

• 軸性カレント(アップ・ダウンクォーク)： $j_5 = \frac{1}{N_c\pi^2}\mu_B^2\Omega$

Landsteiner, Megias and Pena-Benitez, PRL (2011)

カイラル摂動論

- 無次元化した有効ハミルトニアン ($C \equiv 4mB$)

$$\frac{\mathcal{H}}{C} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi_0}{d\zeta} \right)^2 + \frac{1-\epsilon}{2} \left(\frac{d\phi_3}{d\zeta} \right)^2 - \frac{\cos(\phi_0 + \phi_3) + \cos(\phi_0 - \phi_3)}{2} - S \frac{d\phi_0}{d\zeta}$$

- 無次元化座標とパラメータ

$$\zeta \equiv \frac{\sqrt{C}z}{f_\eta}, \quad \epsilon \equiv 1 - \left(\frac{f_\pi}{f_\eta} \right)^2, \quad S \equiv \frac{\Omega\mu_B^2}{2\pi^2 N_c f_\eta \sqrt{C}}$$

- 相構造を決定する際に重要なパラメータ

ϵ : π, η 中間子の崩壊定数比

S : 無次元化した角速度

- 先行研究 Nishimura and Yamamoto (2020) との違い : $\epsilon \neq 0$

$$\epsilon_{\text{hadron}} \sim 0.17$$

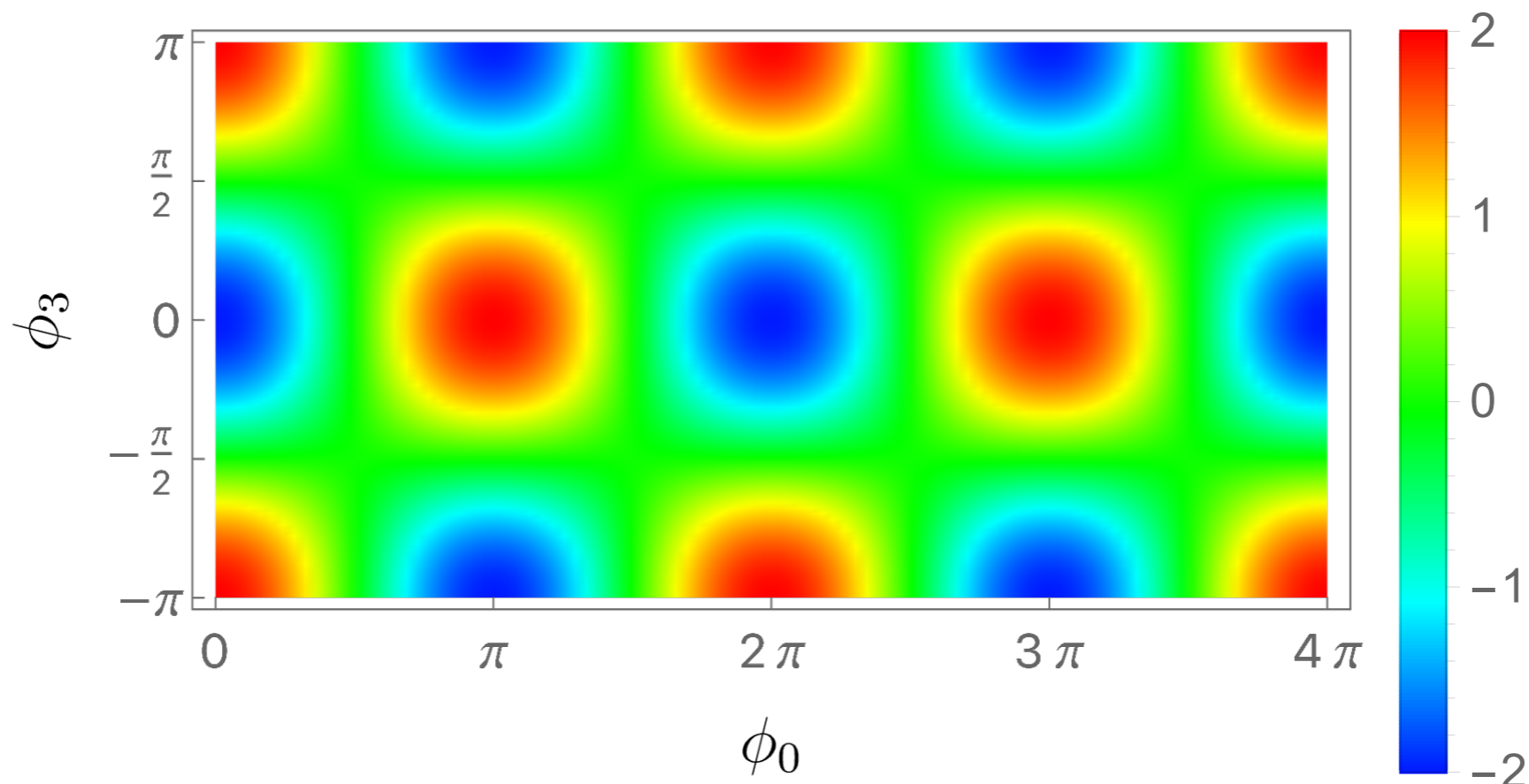
Donogue, Golowich and Holstein (1992)

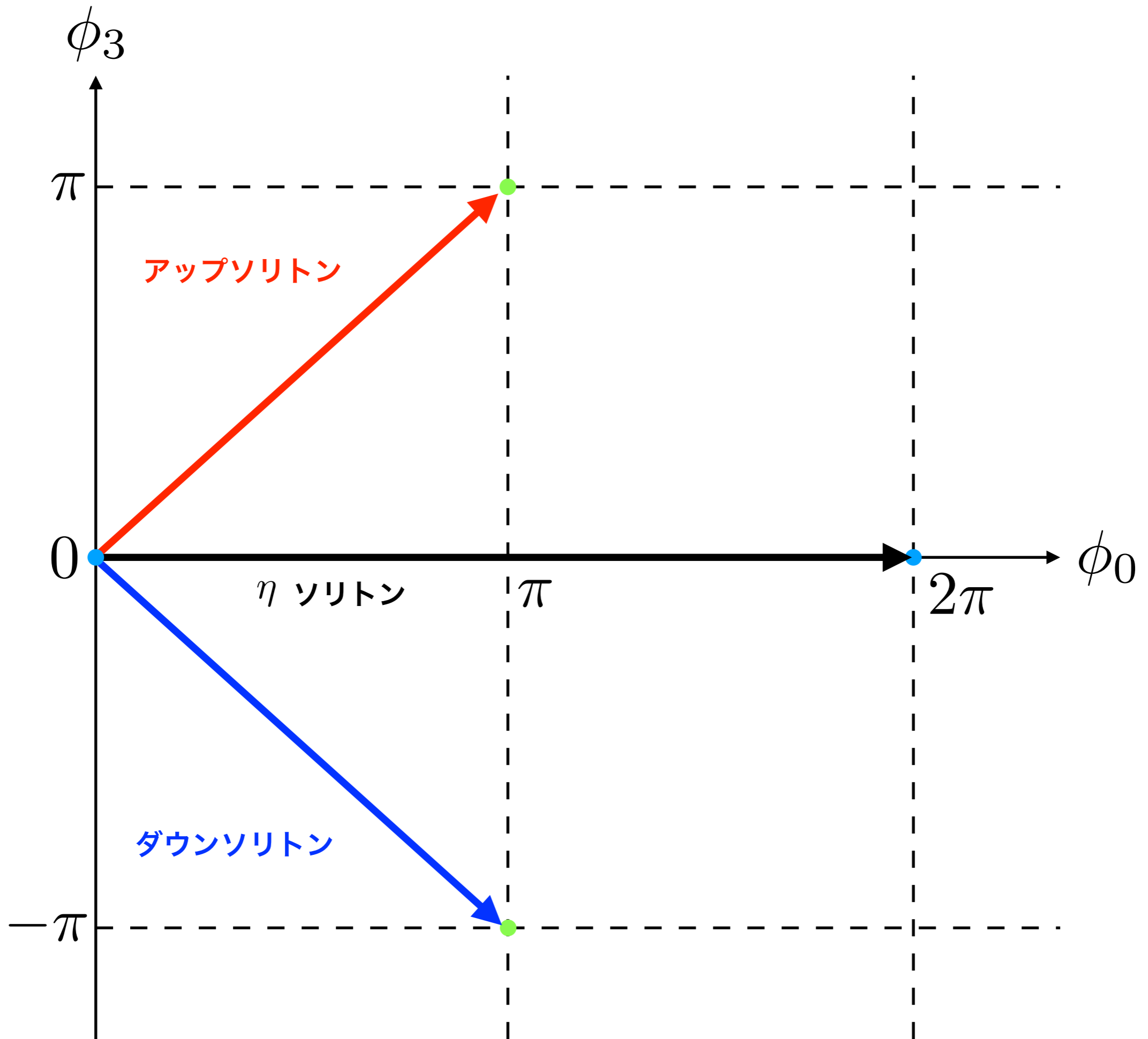
$$\epsilon_{\text{CFL}} \sim 0.24$$

Son and Stephanov PRD (2000)

クォーク質量項

- 無次元化した中間子場： $\phi_0 \equiv \frac{\eta}{f_\eta}$, $\phi_3 \equiv \frac{\pi_0}{f_\pi}$
- ポテンシャル： $V = -2mB [\cos(\phi_0 + \phi_3) + \cos(\phi_0 - \phi_3)]$





非可換ソリトン

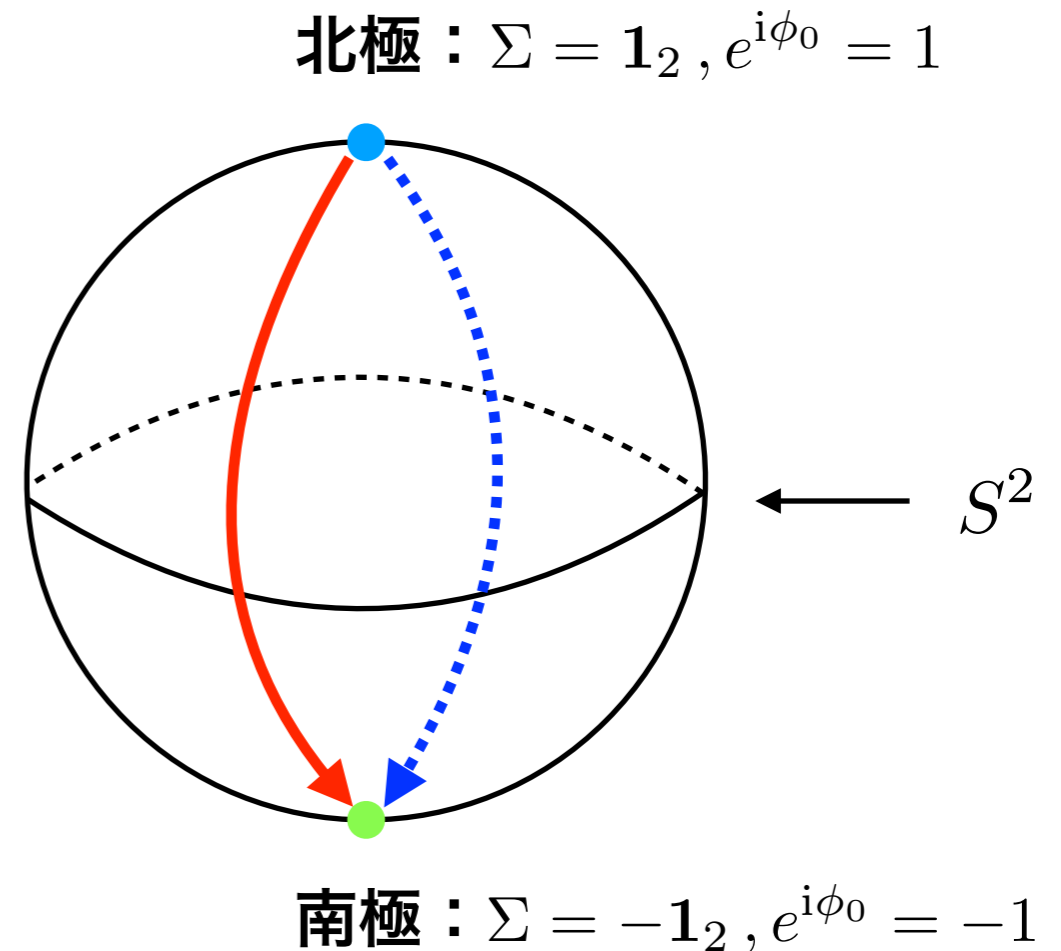
• 中間子場 $U = \Sigma e^{i\phi_0}$ の配位空間： $U(2) \cong \frac{SU(2) \times U(1)}{\mathbb{Z}_2} \cong \frac{S^3 \times U(1)}{\mathbb{Z}_2}$

• ソリトン中心： $(\phi_0, \phi_3) = (\pm\pi/2, \pm\pi/2)$

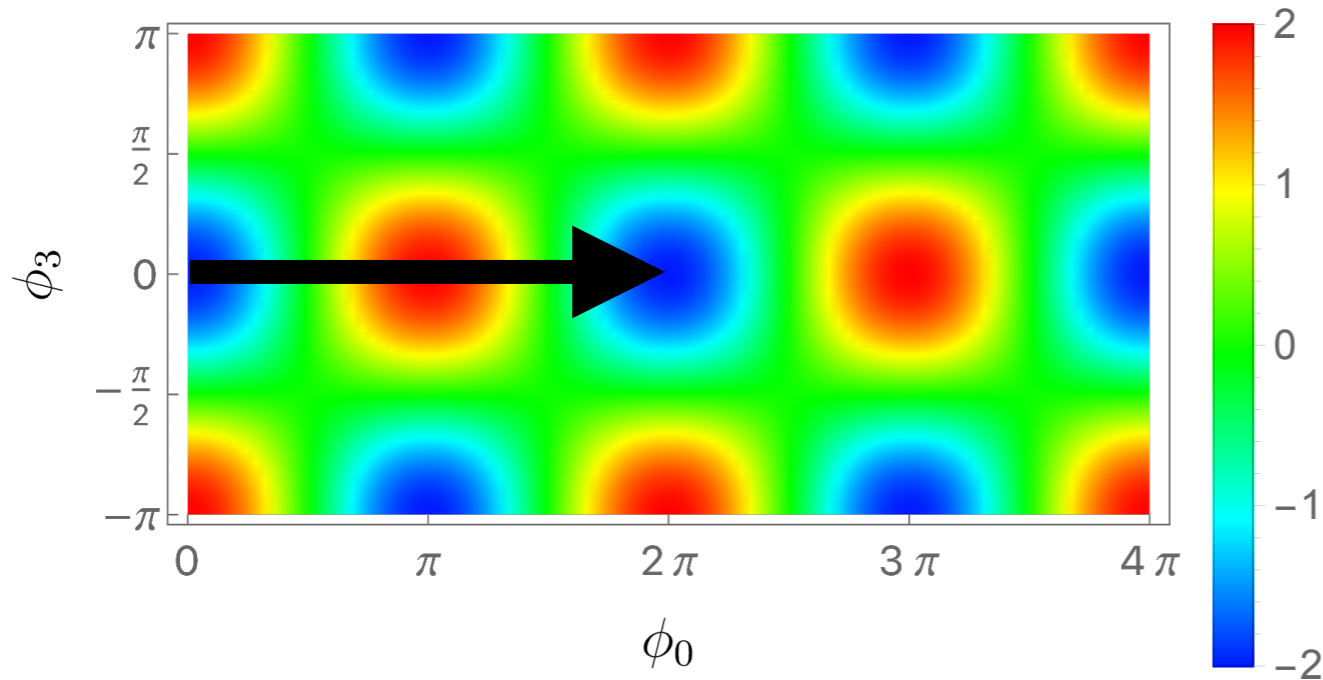
• U(1)不変： $e^{i\theta\tau_3} e^{i\tau_3\pi/2} e^{-i\theta\tau_3} = e^{i\tau_3\pi/2}$

• 対称性の自発的破れ： $SU(2) \rightarrow U(1)$

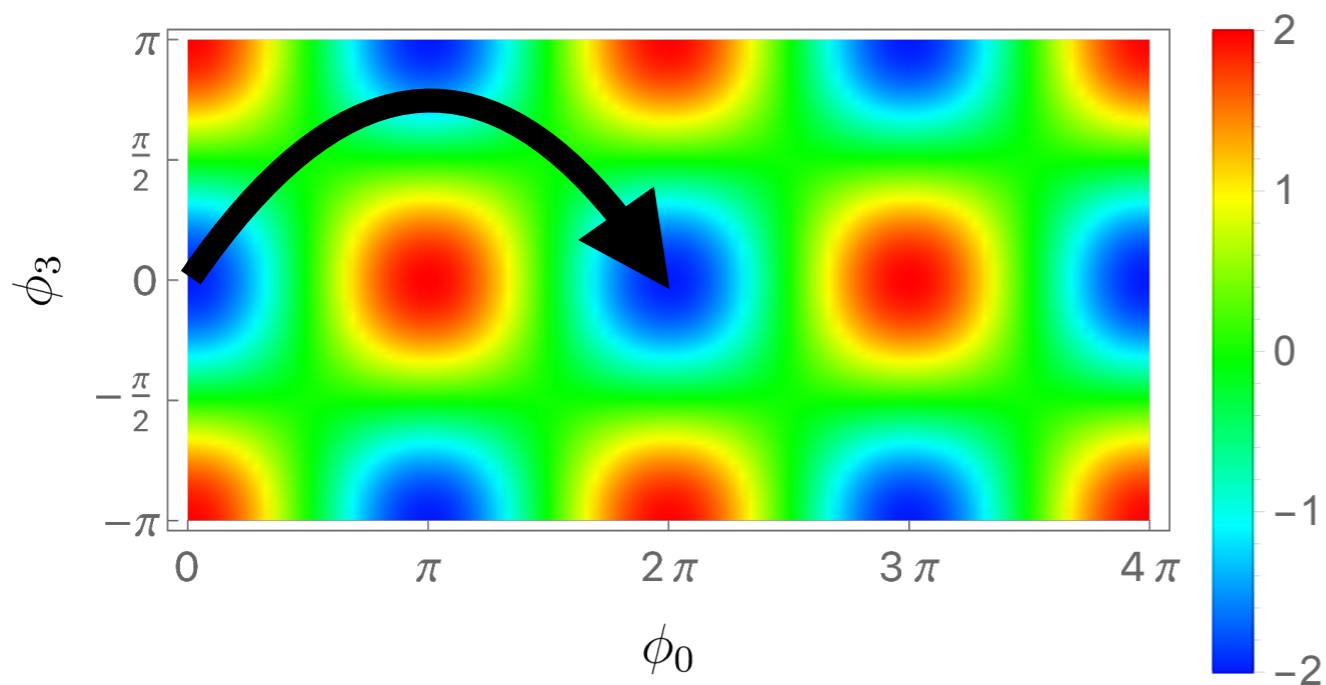
• ドメインウォールのモジュライ： $SU(2)/U(1) \cong S^2$



非可換vs可換



- ポテンシャル山頂を登る必要あり
- π 中間子の勾配なし



- ポテンシャル山頂を登る必要なし
- π 中間子の勾配あり
- $\varepsilon > 0$ は勾配によるエネルギー増加を抑制

η ' CSL

- $\varepsilon=0, \phi_3=0$ のハミルトニアンと運動方程式

$$\mathcal{H} = C \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi_0}{d\zeta} \right)^2 + (1 - \cos\phi_0) - S \frac{d\phi_0}{d\zeta} \right], \quad \frac{d^2\phi_0}{d\zeta^2} = \sin\phi_0$$

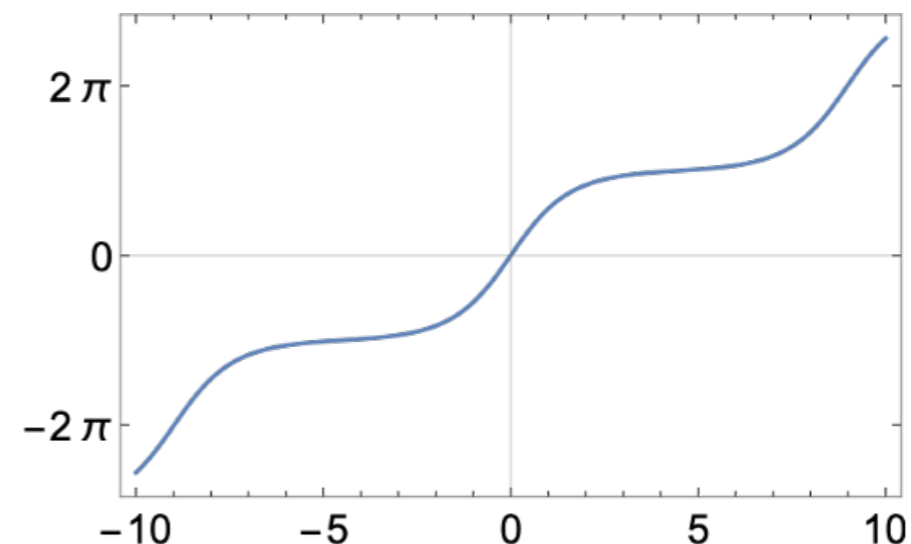
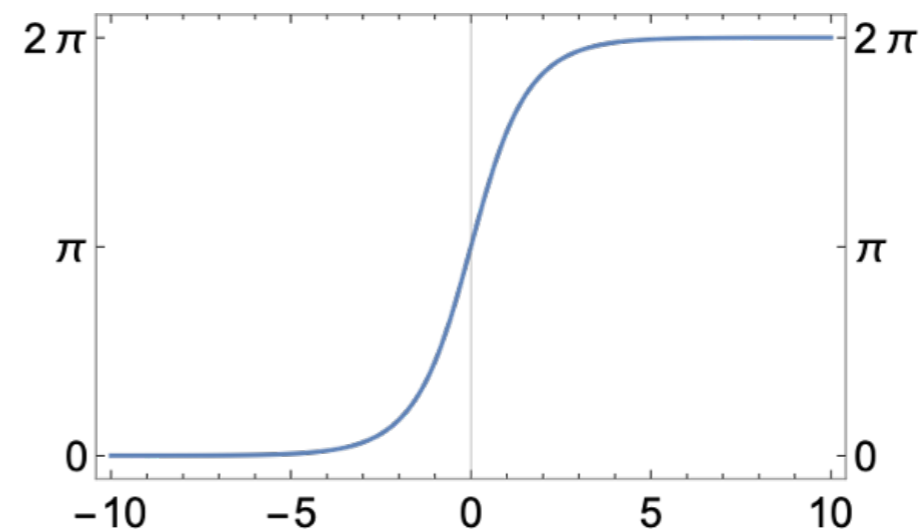
- 解析解 $\phi_0 = 4 \tan^{-1} \exp(\zeta - \zeta_0)$

- 張力 $M = \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \mathcal{H}/C = 8 - 2\pi S$

- 臨界値: $S_c = 4/\pi$

- $S > S_c$ ではドメインウォールの張力が負なので、それらが並んだCSLが安定

$$\phi_0 = 2 \operatorname{am} \left(\frac{\zeta}{k}, k \right) + \pi$$



$$\varepsilon = 0, \quad \phi_3 \neq 0$$

- $\varepsilon = 0, \phi_3 \neq 0$ のハミルトニアン $\phi_{\pm} \equiv \phi_0 \pm \phi_3$

$$\frac{\mathcal{H}}{C} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi_+}{d\zeta} \right)^2 + (1 - \cos\phi_+) - S \frac{d\phi_+}{d\zeta} \right] + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi_-}{d\zeta} \right)^2 + (1 - \cos\phi_-) - S \frac{d\phi_-}{d\zeta} \right]$$

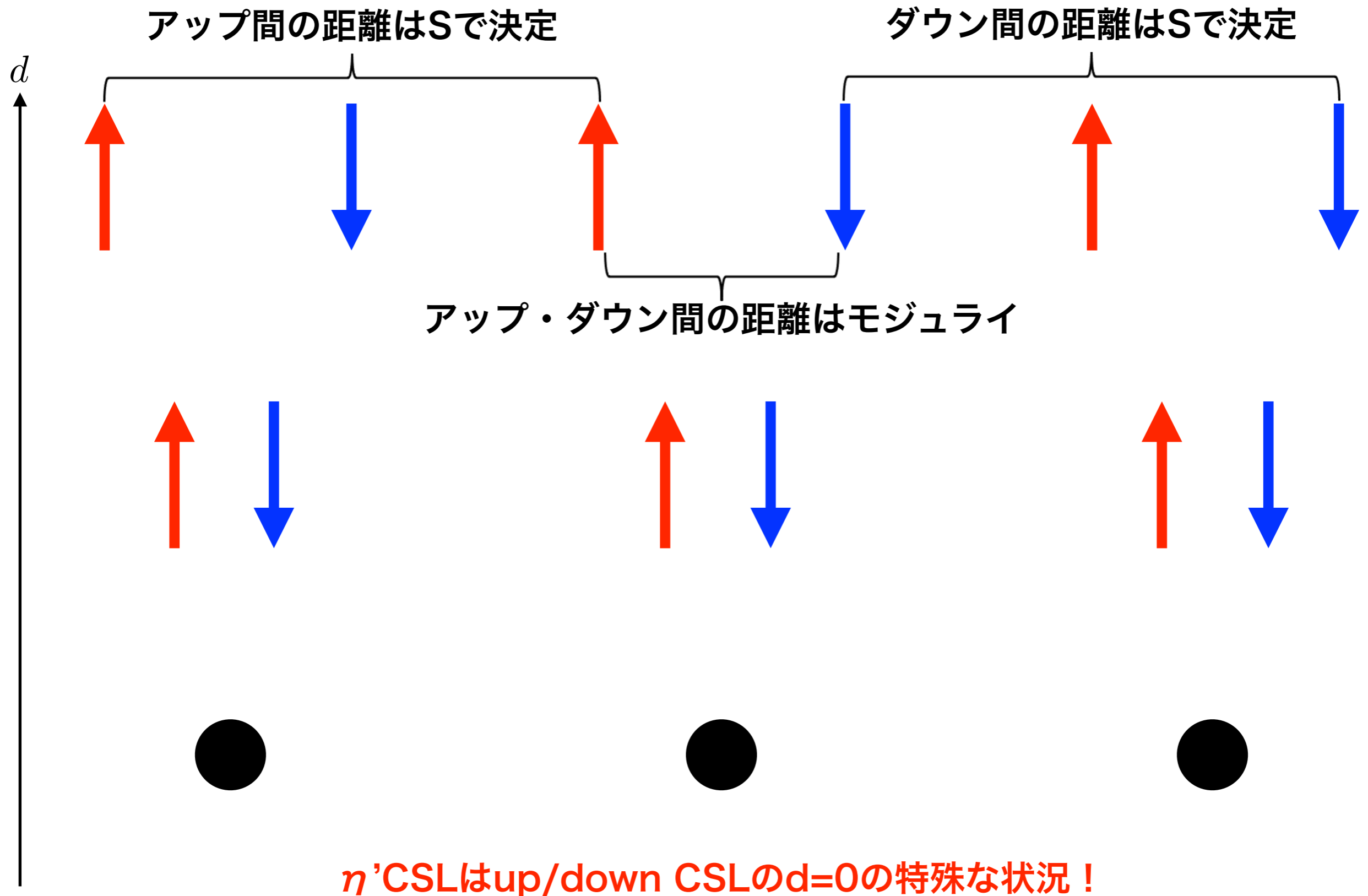
ϕ_{\pm} は完全に分離しており、各々のハミルトニアンは ϕ_0 の半分

- ϕ_+ の解 : $\phi_+ = 4 \tan^{-1} \exp(\zeta - \zeta_+)$
- ϕ_- の解 : $\phi_- = 4 \tan^{-1} \exp(\zeta - \zeta_-)$
- 張力 : $M_+ = 4 - \pi S$
- 張力 : $M_- = 4 - \pi S$
- 臨界値 : $S_c = 4/\pi$
- 臨界値 : $S_c = 4/\pi$

$S > 4/\pi$ ではアップ・ダウン CSL 両方が生じた状態が最も安定な状態となる

$$\phi_{\pm} = 2 \operatorname{am} \left(\frac{\zeta - \zeta_{\pm}}{k}, k \right) + \pi \quad \zeta_{\pm} : \text{重心はもジュライ (並進の NG mode)}$$

η' CSL と up/down CSL の関係



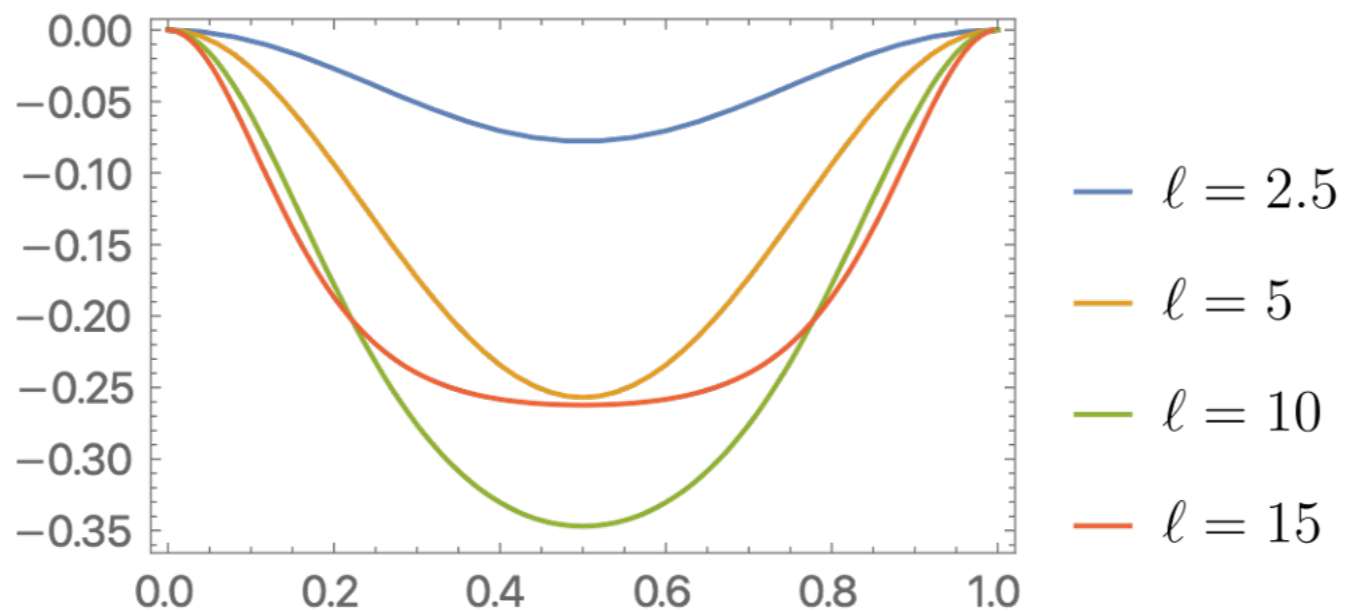
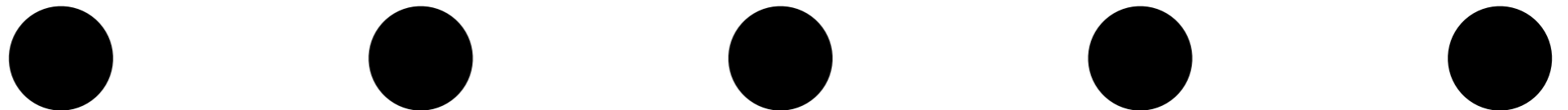
ϕ_{\pm} 間の相互作用

• ϵ に依存するポテンシャル
$$\delta V_{\epsilon} = -\frac{\epsilon}{8} \left(\frac{d\phi_{+}}{d\zeta} \right)^2 - \frac{\epsilon}{8} \left(\frac{d\phi_{-}}{d\zeta} \right)^2 + \frac{\epsilon}{4} \frac{d\phi_{+}}{d\zeta} \frac{d\phi_{-}}{d\zeta}$$

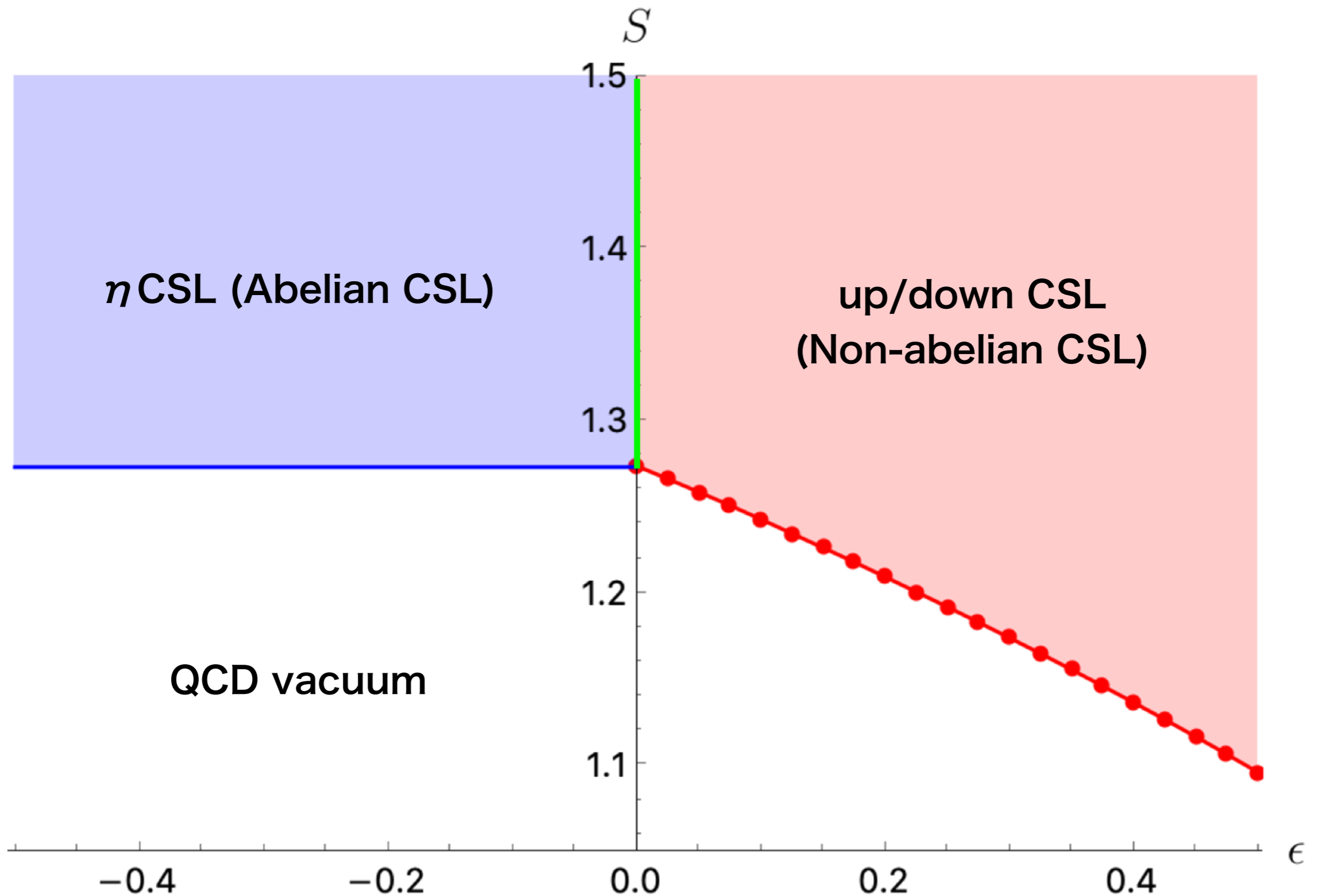
• $\epsilon > 0 =$ 斥力



• $\epsilon < 0 =$ 引力



$\varepsilon \neq 0, \beta = 0$ での相図



フェロ・フェリ磁性

- 磁場中のQCD物質におけるトポロジカル項 [Son and Zhitnitsky, PRD \(2004\)](#); [Son and Stephanov, PRD \(2008\)](#)

$$\mathcal{L}_{\text{top}} = \frac{q_u \mu_B}{4\pi^2} \nabla \phi_+ \cdot B + \frac{q_d \mu_B}{4\pi^2} \nabla \phi_- \cdot B$$

- アップ・ダウンソリトンの磁化=フェリ磁性

$$M_+ = -\frac{q_u \mu_B}{4\pi^2} \nabla \phi_+, \quad M_- = -\frac{q_d \mu_B}{4\pi^2} \nabla \phi_-$$



- η のソリトンの磁化=フェロ磁性

$$M_\eta = -\frac{1}{3} \frac{e \mu_B}{4\pi^2} \nabla \phi_0$$

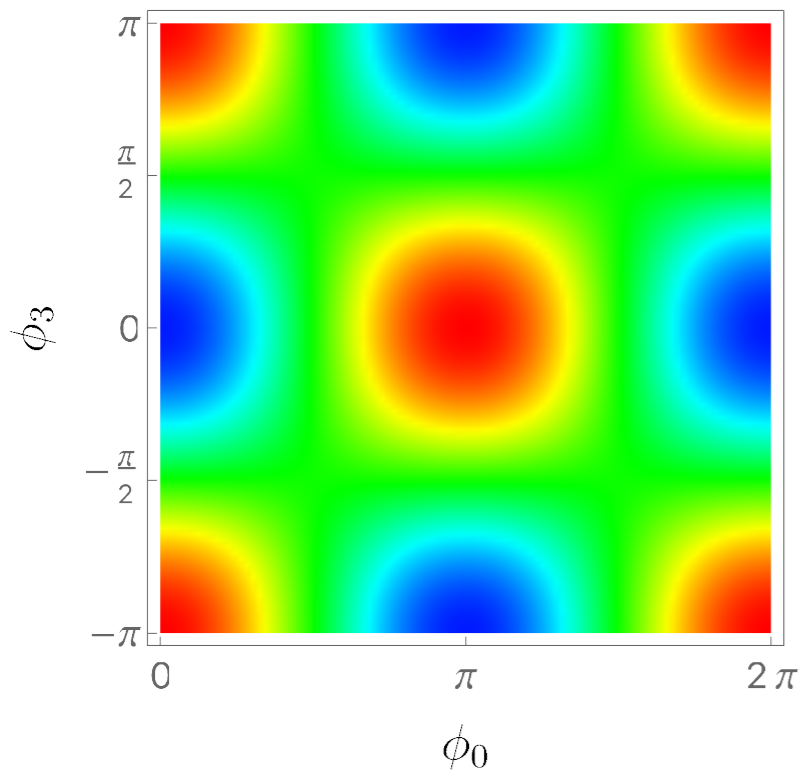


QCDアノマリーの効果

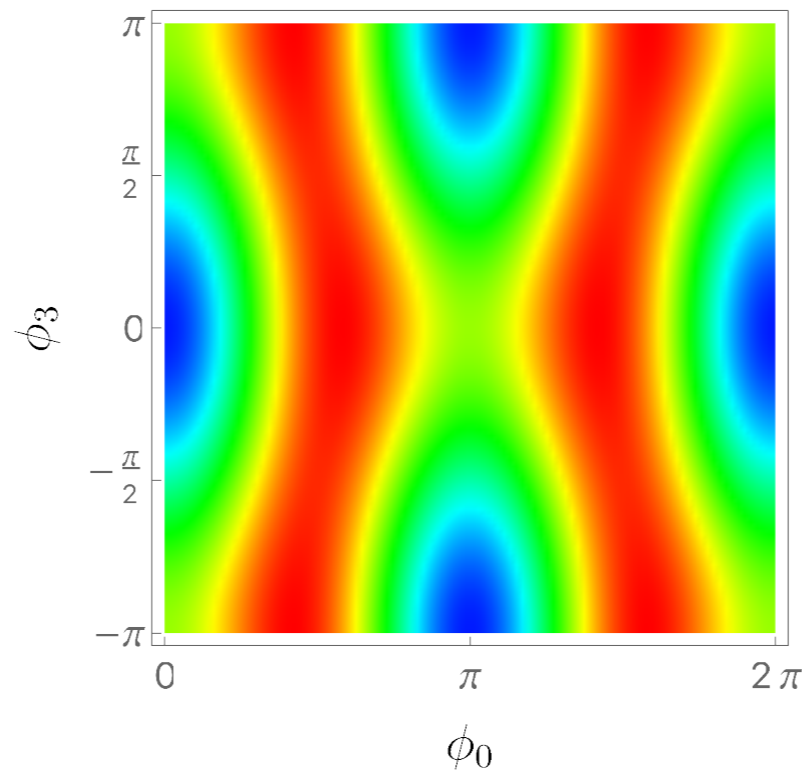
- QCDアノマリーの効果を含めたポテンシャル ($C = \sqrt{A^2 + (4mB)^2}$, $\tan\beta = A/(4mB)$)

$$V = \sin\beta(1 - \cos 2\phi_0) + \cos\beta(1 - \cos\phi_0 \cos\phi_3)$$

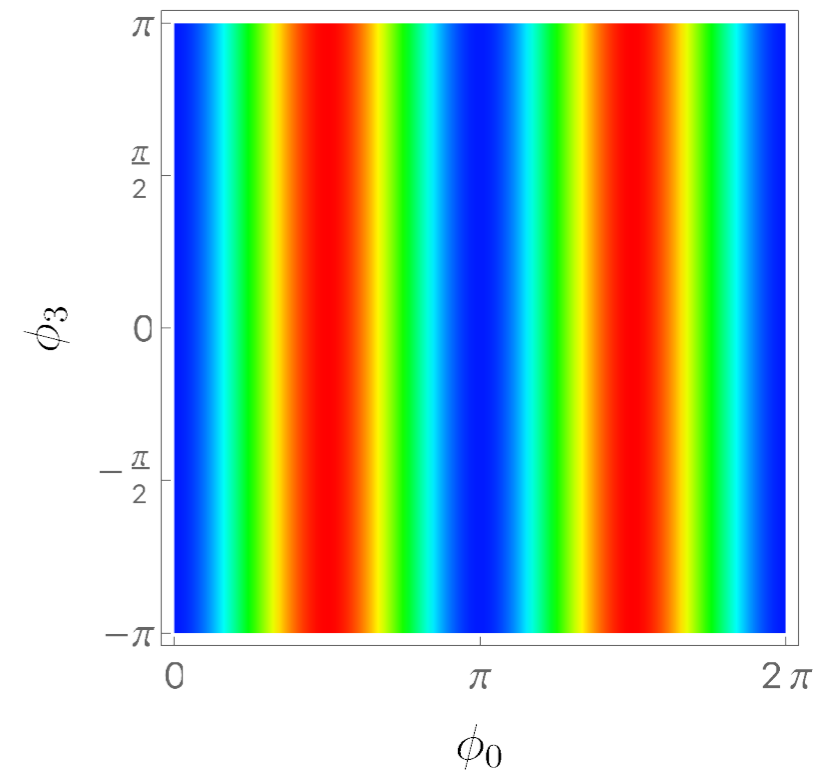
$\beta = 0$



$\beta = \pi/4$



$\beta = \pi/2$

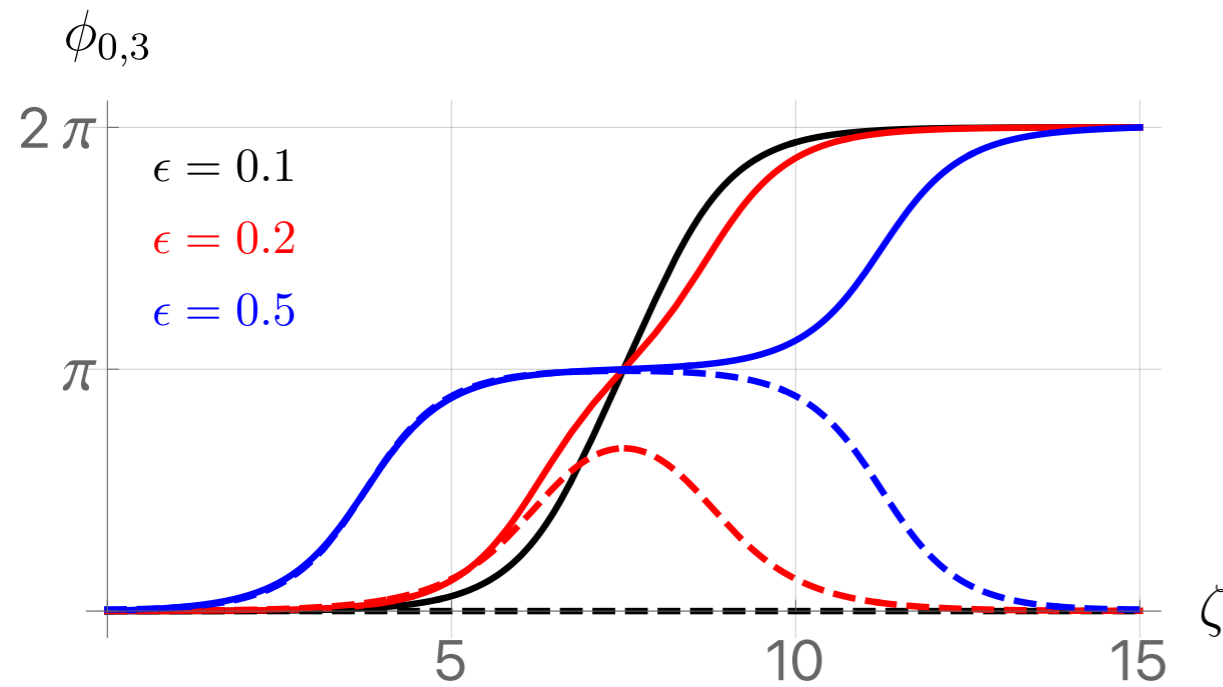
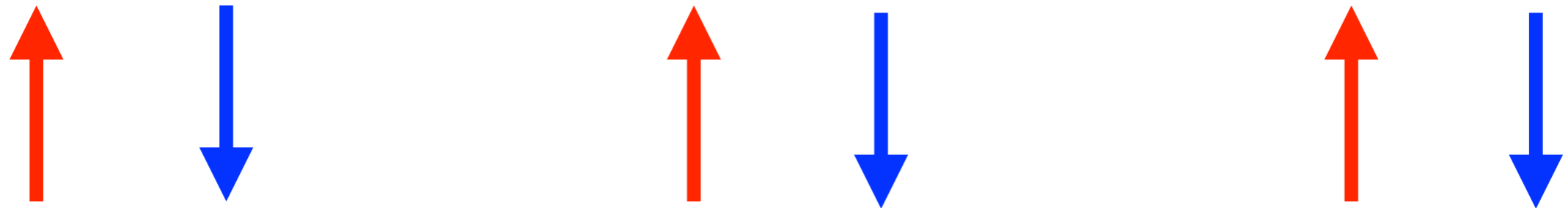


QCDアノマリーの効果が大きくなるとtriplet mesonの方向がフラットになるので
 ϕ_3 方向のドメインウォールが抑制される。

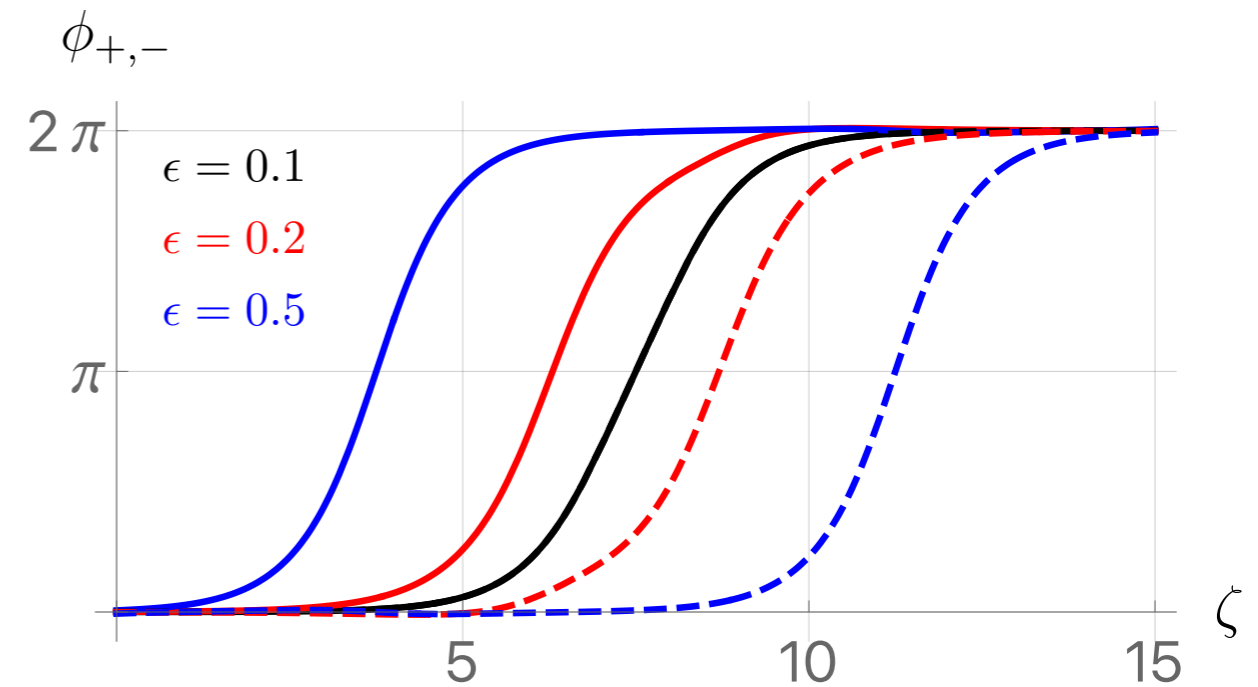
- NACSL ($\beta=0, \epsilon>0$) :



- NACSL ($\beta\neq 0, \epsilon>0$) : アップとダウン間の距離を近づけて η CSL にしようとする



実線 (点線) = ϕ_0 (ϕ_3)



実線 (点線) = ϕ_+ (ϕ_-)

まとめと展望

- 「回転するバリオン物質の相構造」を考えた
- 基底状態は「非可換カイラルソリトン格子」
 - 非可換 $CSL=S^2$ の自由度を持ち、パリティを破るソリトンによる結晶状態
- そのソリトンは「反強磁性アイソスピン鎖」を構成している
- 反強磁性アイソスピン鎖は「フェリ磁性」を示す
- 相構造のA（QCDアノマリーの強さ）と ε の依存性
- 3フレーバーへの拡張