

# 中性子星・超新星内部の クォーク物質における カイラル磁気波と重力波

花井奏太（慶應義塾大学）

Sota Hanai, Naoki Yamamoto

arXiv:2203.16133

2022年9月20日 @基研研究会「熱場の量子論とその応用」

# アウトライン

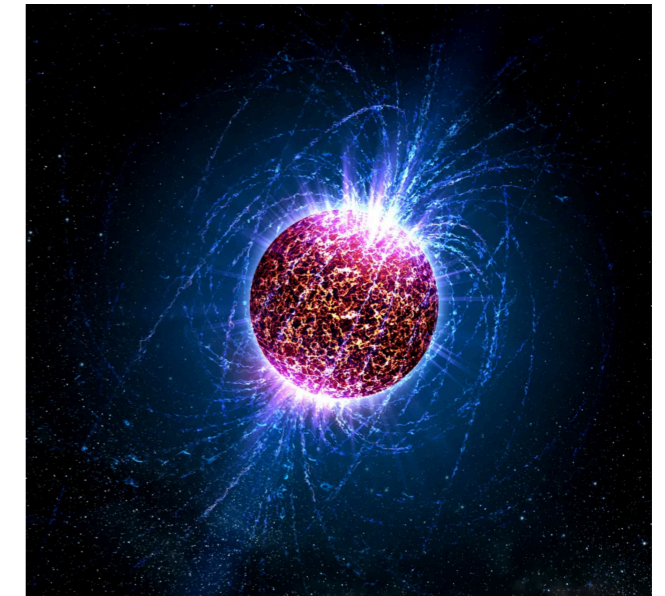
- イントロダクション
- カイラル輸送現象とカイラル波
- クォーク物質におけるカイラル磁気波
- カイラル磁気モードの重力波
- まとめと展望

イントロダクション

# 中性子星

- 恒星の核燃料が尽きると超新星爆発
- 爆発後のコアが冷えた天体：中性子星
- 典型的な物理量
  - 質量 ~ 太陽質量
  - 半径 ~ 10 km
  - 磁場 ~  $10^{12}$ - $10^{15}$  Gauss (内部はより強い)
  - 温度 ~  $10^6$ - $10^9$  K

密度 ~  $10^{15}$  g/cm<sup>3</sup>

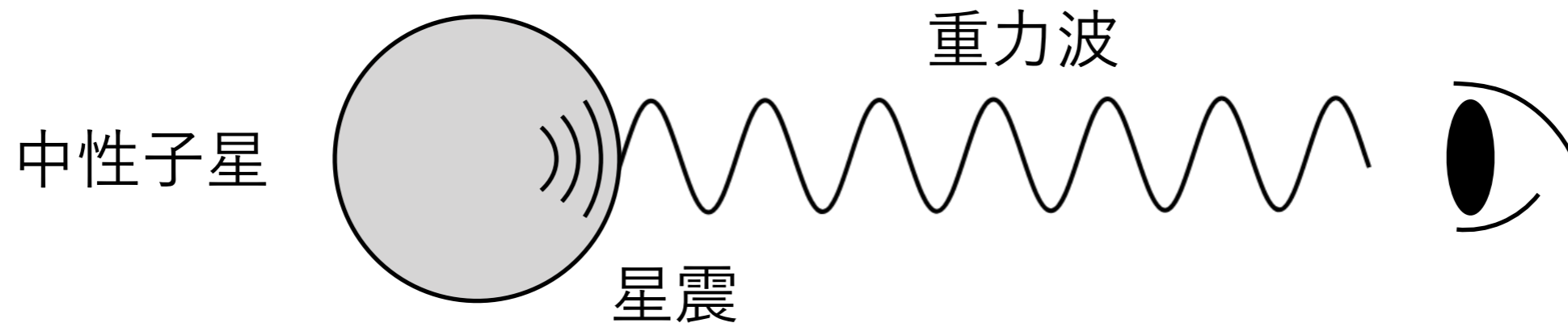


Credit: Casey Reed/  
Penn State University

中性子星の内部構造？ → 星震学

# 星震学

- 星震は天体内部の情報を持つ



- 星震や重力波の物理的な起源(輸送)に応じた振動モード
  - pモード, gモード, rモード, ...

クォークのキラルリティにより,  
新たな振動モードの星震・重力波が存在

# カイラル輸送現象と カイラル波

# 輸送のパリティ

- 電場をかけると電流が発生 (Ohm則)

$$ej = \sigma E \quad \longrightarrow \quad e(-j) = \sigma(-E)$$

パリティ変換

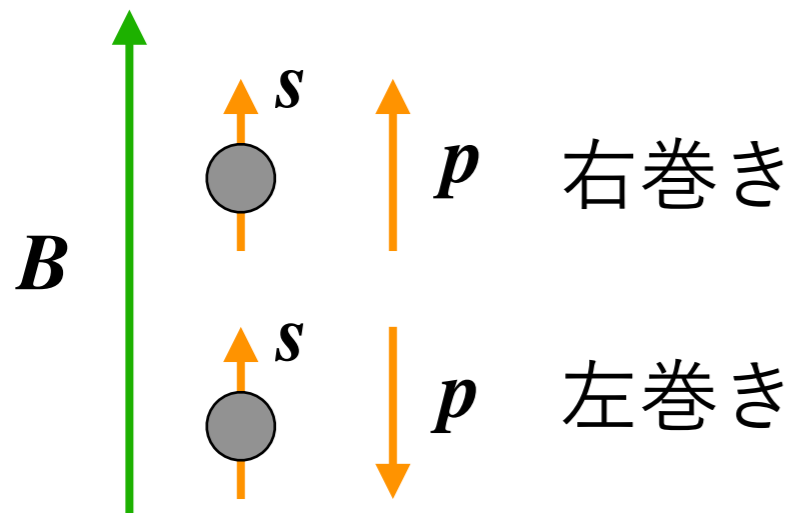
- 磁場をかけると電流は生じるか？

$$ej = \sigma_m B \quad \longrightarrow \quad e(-j) = \sigma_m B$$

パリティ変換

$\sigma_m \rightarrow -\sigma_m$  ならば, このような輸送が生じうる

# カイラル磁気/分離効果



- 右巻き/左巻きのカレント

$$j_R = \frac{e\mu_R}{4\pi^2} \mathbf{B}, \quad j_L = -\frac{e\mu_L}{4\pi^2} \mathbf{B}$$

- ベクトル/カイラル化学ポテンシャル

$$\mu = \frac{\mu_R + \mu_L}{2}, \quad \mu_5 = \frac{\mu_R - \mu_L}{2}$$

$$j = j_R + j_L = \frac{e\mu_5}{2\pi^2} \mathbf{B}, \quad j_5 = j_R - j_L = \frac{e\mu}{2\pi^2} \mathbf{B}$$

CME

CSE

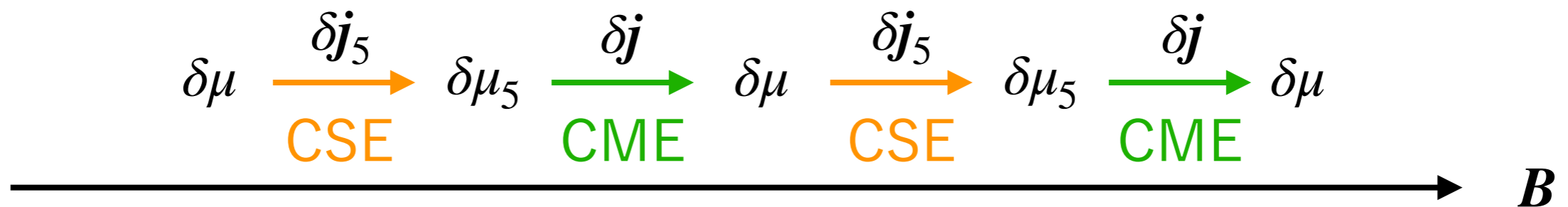
Vilenkin (1980); Nilsen, Ninomiya (1983);  
Fukushima, Kharzeev, Warringa (2008); ...

Son, Zhitnitsky (2004);  
Metlitsky, Zhitnitsky (2005); ...



# カイラル磁気波

- CMEとCSEによる密度揺らぎの波 Newman (2006); Kharzееv, Yee (2010)



- 波動方程式と分散関係

$$\left[ \partial_t^2 - \left( \frac{eB}{2\pi^2\chi} \cdot \nabla \right)^2 \right] \delta n = 0 \quad \longrightarrow \quad \omega_{\text{CMW}} = \frac{eB}{2\pi^2\chi} \cdot k$$

- 平衡状態でのカイラルリティのインバランスが**なくとも**伝播  
( $\bar{\mu}_5 = 0$ )
- 重イオン衝突実験のクォークグルーオンプラズマでの可能性

# クォーク物質における カイラル磁気波

Hanai, Yamamoto (2022)

# カイラル磁気モード

- 中性子星・超新星内部のクォークは相対論的
- CMWは平衡状態でカイラリティのインバランスなしに伝播
- クォーク数密度のCMW：電荷密度のような減衰はない  
 $\sim e^{-\sigma t}$
- 中性子星・超新星内部の強力な磁場の可能性 ( $\sim 10^{18}$  Gauss)

Lai, Shapiro (1991); Cardall, Prakash, Lattimer (2001); Ferrer, et al. (2010); ...

中性子星・超新星内部のクォーク物質において、  
新たな振動モード(**CMモード**)が存在

# カイラリティフリッピング

- クォークの質量項

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -m_q \bar{\psi}_L \psi_R + \text{h.c.} \quad \longrightarrow \quad \text{カイラリティフリッピング}$$

混合

- カイラリティフリッピング率

$$\Gamma_{\text{flip}} \sim \frac{\alpha_s^2 m_q^2}{\bar{\mu}_q^2 q_D} T^2$$

カイラリティフリッピングによりCMWは減衰

# カイラル磁気モードの 重力波

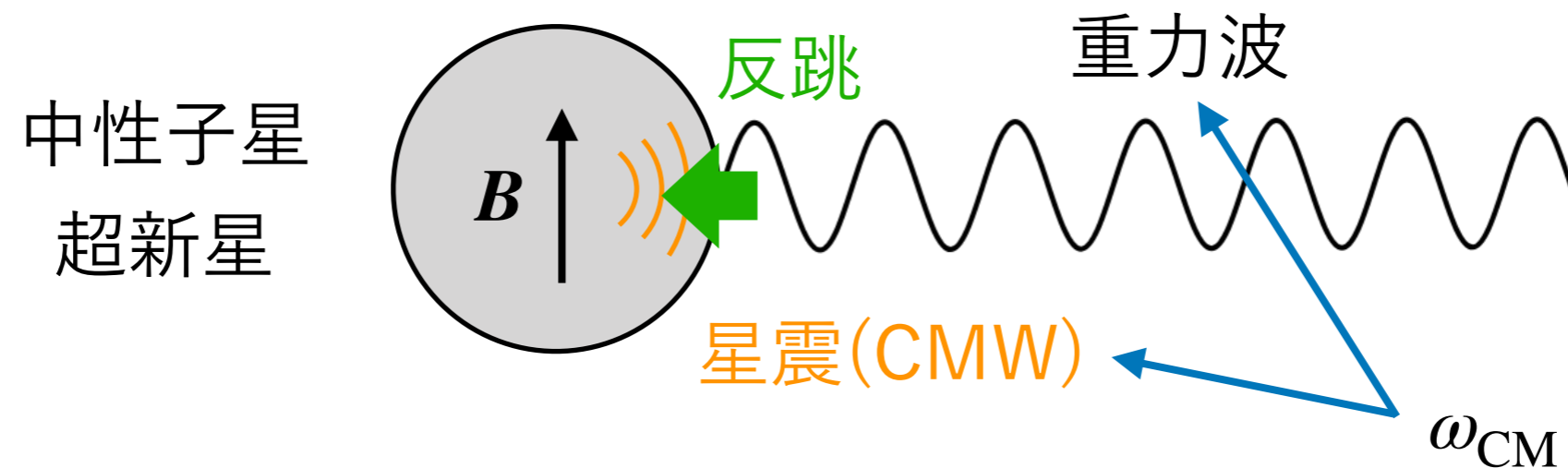
Hanai, Yamamoto (2022)

# Cowling近似

- Newton重力：重力ポテンシャルからの反跳を無視

Cowling (1941)

- 一般相対論：重力波からの反跳を無視

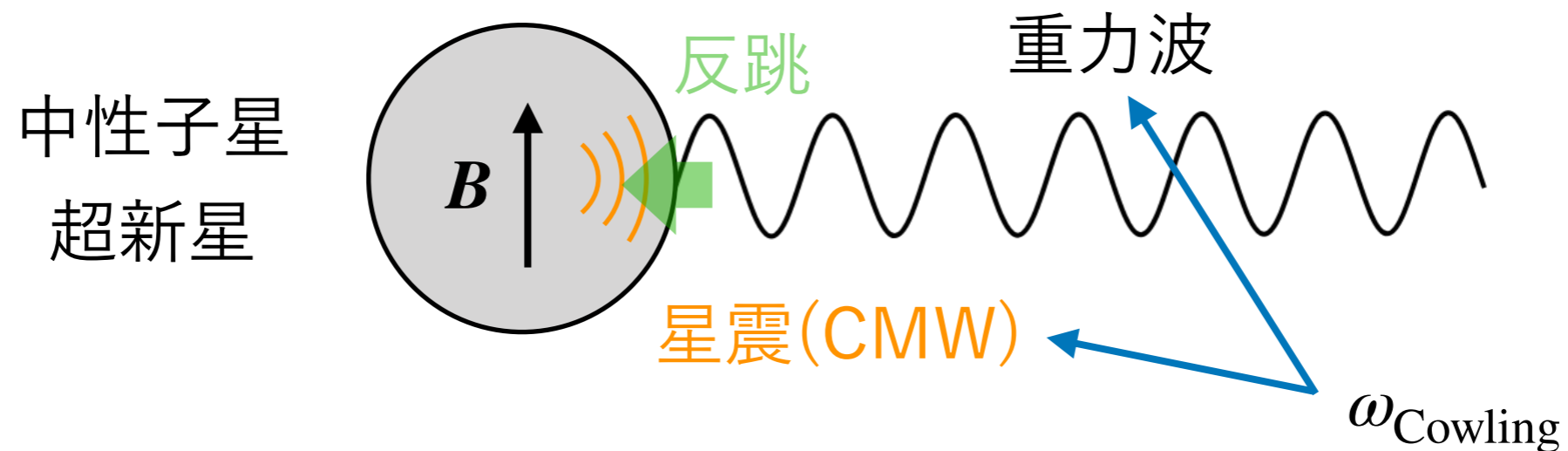


# Cowling近似

- Newton重力：重力ポテンシャルからの反跳を無視

Cowling (1941)

- 一般相対論：重力波からの反跳を無視



## Cowling近似

$$\omega_{\text{Cowling}} \simeq \omega_{\text{CM}}$$

# CMモードの振動数

- CMモードの分散関係

$$\omega_{\text{CM}} \simeq \underbrace{V_{\text{CM}}|k_z|}_{\text{カイラリティ}} - i \underbrace{\frac{\Gamma_{\text{flip}}}{2}}_{\text{フリッピング}} - i e^{\lambda-\rho} D k_z^2 \quad V_{\text{CM}} \equiv e^{\lambda-\rho} \frac{eB}{2\pi^2\chi}$$

- 振動数の範囲

カイラリティ  
フリッピング

$$\frac{\Gamma_{\text{flip}}}{4\pi} \ll f_{\text{CM}} \ll \frac{V_{\text{CM}}^2}{2\pi D} = \frac{3V_{\text{CM}}^2}{2\pi\tau} \quad \text{拡散}$$

- 緩和時間

$$\frac{1}{\tau} \sim \# \alpha_s^2 \frac{T^2}{q_D} + \# \alpha_s^2 \frac{T^{5/3}}{q_D^{2/3}} \quad \text{Heiselberg, Pethick (1993)}$$

usual Fermi liquid

Landau damping



# 振動数の評価

- 仮定する値：  $\alpha_s \simeq 0.5$ ,  $\bar{\mu} \simeq 500 \text{ MeV}$ ,  $m_{u,d} \sim 3-5 \text{ MeV}$

- 振動数の範囲

$$10^7 \text{ Hz} \left( \frac{T}{10^6 \text{ K}} \right)^2 \ll f_{\text{CM}} \ll 10^9 \text{ Hz} \left( \frac{B}{10^{18} \text{ Gauss}} \right)^2 \left( \frac{T}{10^6 \text{ K}} \right)^{5/3}$$

- 振動数の物理パラメータ依存性

$$f_{\text{CM}} \sim 10^8 \text{ Hz} \left( \frac{B}{10^{18} \text{ Gauss}} \right) \left( \frac{\bar{\mu}}{500 \text{ MeV}} \right)^{-2} \left( \frac{k}{10 \text{ /cm}} \right)$$

CMモードの重力波は天体内部磁場・  
クォーク物質のプローブになり得る

# CMモードの重力波の振幅

- 振幅の公式：

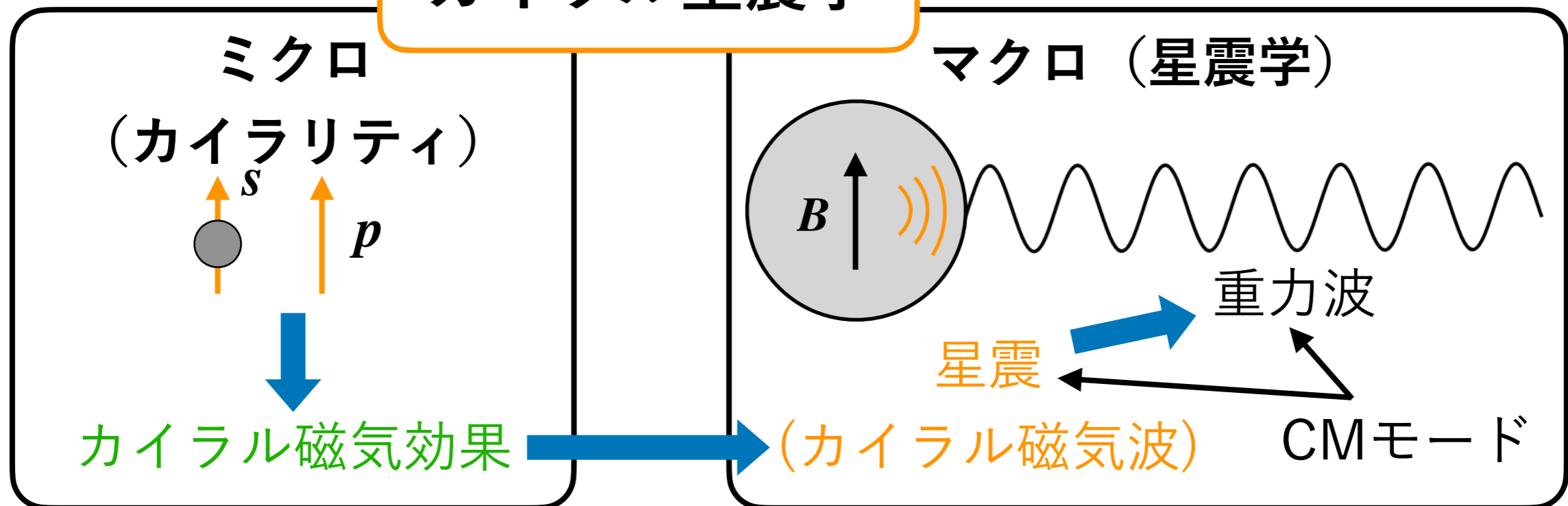
$$h \sim \frac{1}{d} \sqrt{\frac{GE_{\text{GW}}}{f}}$$

- 重力波のエネルギーは，その発生現象に依存
- CMモードの重力波の振幅
  - cf. 巨大フレア  $\sim 10^{46}$  erg
  - 天の川銀河の半径  $\sim 10$  kpc

$$h_{\text{CM}} \sim 10^{-24} \left( \frac{E_{\text{GW}}}{10^{44} \text{ erg}} \right)^{1/2} \left( \frac{f_{\text{CM}}}{10^8 \text{ Hz}} \right)^{-1/2} \left( \frac{d}{10 \text{ kpc}} \right)^{-1}$$

# まとめと展望

## カイラル星震学



- CMモード：天体内部磁場，クォーク物質の新たなプローブ
- 超新星コアにおけるカイラル渦波による星震：CVモード
- $\Gamma_{\text{flip}}$  ,  $D$  への磁場の寄与？

補足

# 電子物質のカイラル磁気波

- 中性子星・超新星内部の電子は相対論的
- 電子物質の場合，電荷密度と電子数密度が独立でない
- (カイラルアノマリーでギャップを持つ)
- 電荷密度：conductivity で減衰 [Shovkovy, Rybalka, Dorbar \(2018\)](#)  
 $\sim e^{-\sigma t}$

$$\Gamma_{\text{flip}} \ll \frac{eB}{2\pi^2\chi_e} \frac{1}{l_{\text{mfp}}} \ll \sigma$$



波として存在できない

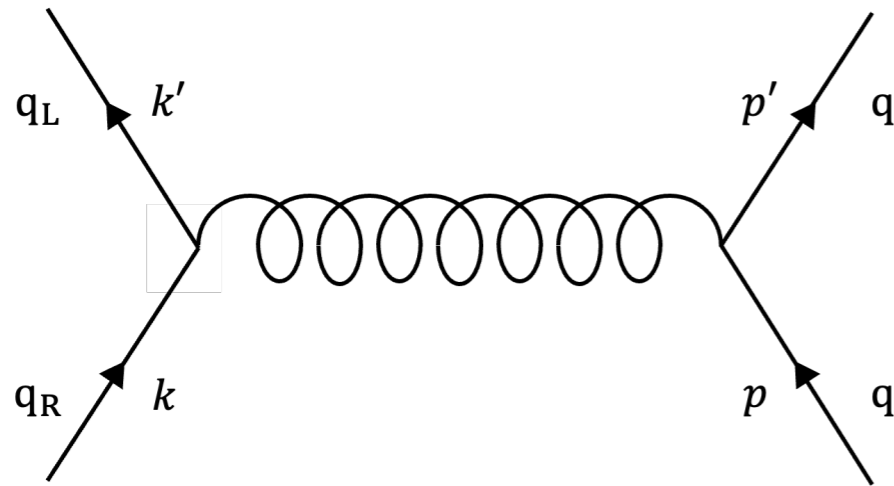
# 電子物質の散乱過程

- 電子物質の散乱過程の候補：
  - 電子-電子散乱
  - 電子-陽子散乱
  - 電子-光子散乱
- 電子：縮退，陽子：縮退（中性子星） or 非縮退（超新星）
- 光子密度  $\sim T^3 \ll$  電子密度  $\sim \bar{\mu}_e^3$
- 典型的なエネルギー： $\bar{\mu}_e \ll m_p$

支配的な散乱は，電子-陽子散乱（Rutherford散乱）

# カイラリティフリッピング率

- クォーク・クォーク散乱



$$|M_l|^2 \sim \left| \frac{j_{-+}^0 j_h^0}{q^2 + \Pi_l} \right|^2, \quad |M_t|^2 \sim \left| \frac{j_{-+,t} \cdot j_{h,t}}{-(q^0)^2 + q^2 + \Pi_t} \right|^2$$

longitudinal transverse

$$\Gamma_{\text{flip}} \equiv -\frac{\dot{n}_5}{n_5} \simeq -\frac{\dot{n}_{5,q}}{n_{5,q}}$$

Boltzmann方程式

$$\dot{f}_{R/L} = \mp C(\mathbf{k}, t)$$

$$\sim \# \frac{\alpha_s^2 m_q^2}{\bar{\mu}_q^2 q_D} T^2 + \# \frac{\alpha_s^2 m_q^2}{\bar{\mu}_q^4 q_D^{2/3}} T^{11/3} - \# \frac{\alpha_s^2 m_q^2}{\bar{\mu}_q^3 q_D^2} T^4 + \# \frac{\alpha_s^2 m_q^2}{\bar{\mu}_q^2 q_D^{10/3}} T^{13/3}$$

longitudinal

transverse

# クォーク物質の緩和時間

- 媒質の効果
  - longitudinal: Debye遮蔽 (通常のFermi液体的)
  - transverse: Landau減衰

$$\frac{1}{\tau} \sim \underbrace{\# \alpha_s^2 \frac{T^2}{q_D}} + \underbrace{\# \alpha_s^2 \frac{T^{5/3}}{q_D^{2/3}}}$$

Heiselberg, Pethick (1993)

usual Fermi liquid

$$(q_{\text{IR}} \sim q_D)$$

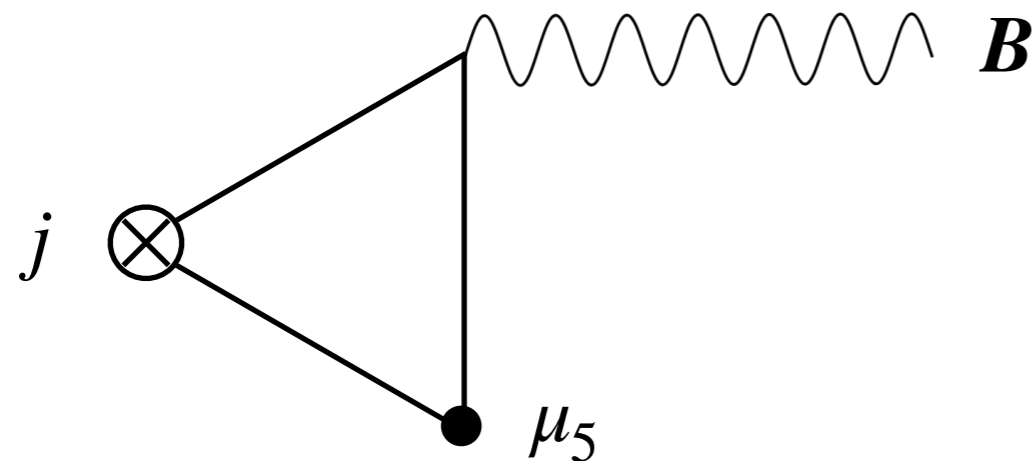
Landau damping

$$(q_{\text{IR}} \sim (q_D^2 T)^{1/3})$$



# 2フレージャー VS 3フレージャー

- CMEの係数



$$j \propto \text{tr}(VAQ)\mu_5 B$$

$$V = \mathbf{1}_{N_f}$$

$$A = \mathbf{1}_{N_f}$$

$$Q = \begin{cases} \text{diag} \left( +\frac{2}{3}, -\frac{1}{3} \right) & (N_f = 2) \\ \text{diag} \left( +\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \right) & (N_f = 3) \end{cases}$$

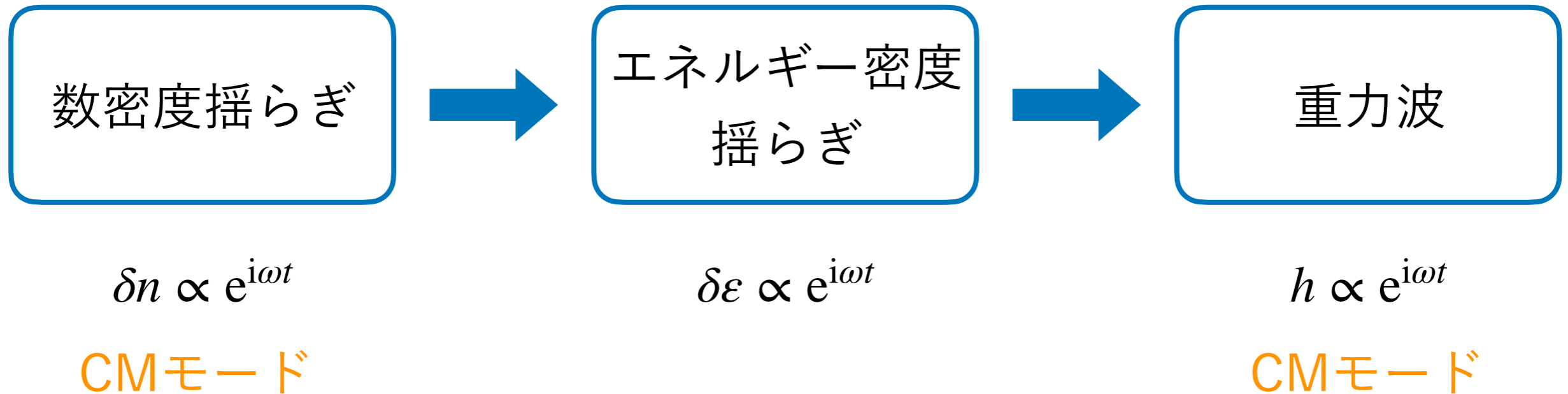
$$j \propto \text{tr}(Q) = 0 \quad (N_f = 3) \text{ ゆえ,}$$

2フレージャーでのみCMWが存在

Khazzev, Son (2011)

# 重力波の発生

- CMWはクォーク数密度の揺らぎの波



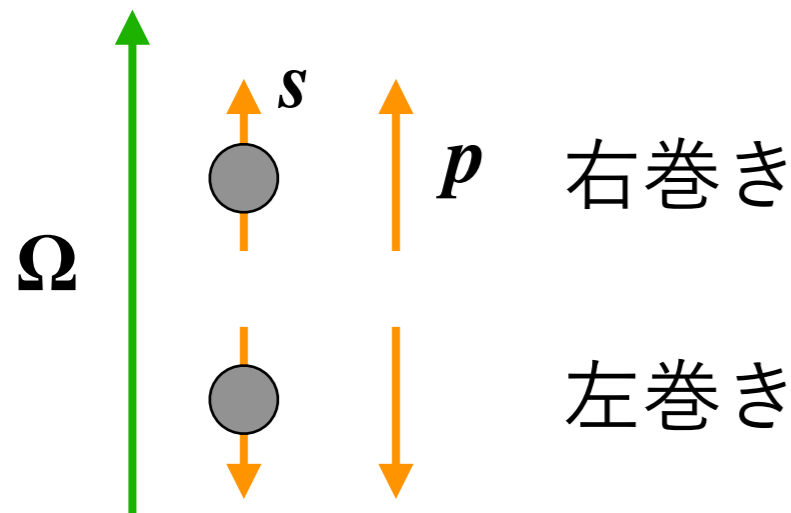
# 計量関数の寄与

- 計量関数は一般相対論的な補正を表す
- 中性子星・超新星の一般相対論的な補正

$$\lambda, \rho \sim \frac{GM}{R} \sim 10^{-1}$$

- オーダー評価では、計量関数を0としても妥当

# カイラル渦効果



- 磁場と渦度の対応

$$\underbrace{ev \times \mathbf{B}}_{\text{Lorentz力}} \leftrightarrow \underbrace{2mv \times \boldsymbol{\Omega}}_{\text{Coriolis力}}$$

- 相対論的な場合

$$m \rightarrow E = p$$

CVE

$$\mathbf{j}_R = \left( \frac{\mu_R^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12} \right) \boldsymbol{\Omega}$$

$$\mathbf{j}_L = \left( \frac{\mu_R^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12} \right) \boldsymbol{\Omega}$$

Vilenkin (1979); Son, Surowka (2000); Landsteiner (2011); ...

# カイラル渦波

- 波動方程式

$$\left( \partial_t \pm \frac{\bar{\mu}_{R/L} \mathbf{\Omega}}{2\pi^2 \chi} \cdot \nabla \right) \delta n_{R/L} = 0$$

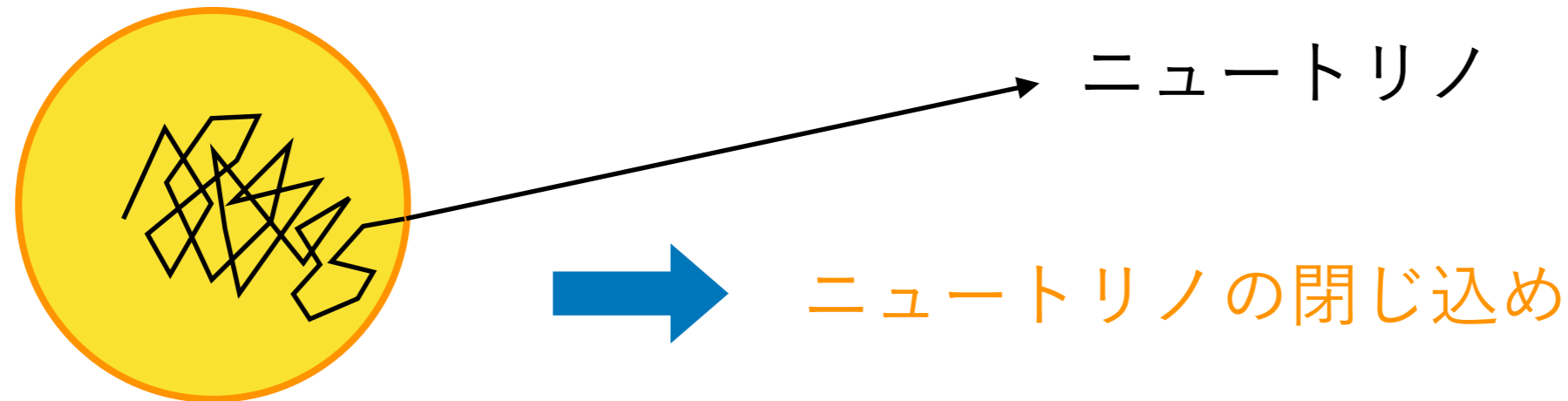
- 分散関係

$$\omega_{R/L} = \pm \frac{\bar{\mu}_{R/L} \mathbf{\Omega}}{2\pi^2 \chi} \cdot \mathbf{k}$$

- CVWが伝播するには、平衡状態でのカイラリティのインバランスが必要

# ニュートリノ物質

- 電子捕獲： $p + e_L^- \rightarrow n + \nu_{e,L}$
- 重力崩壊の時間 < ニュートリノの拡散時間



原始中性子星


- 左巻きのニュートリノのみの物質：カイラル物質

# CVモードの振動数

- CVモードの分散関係

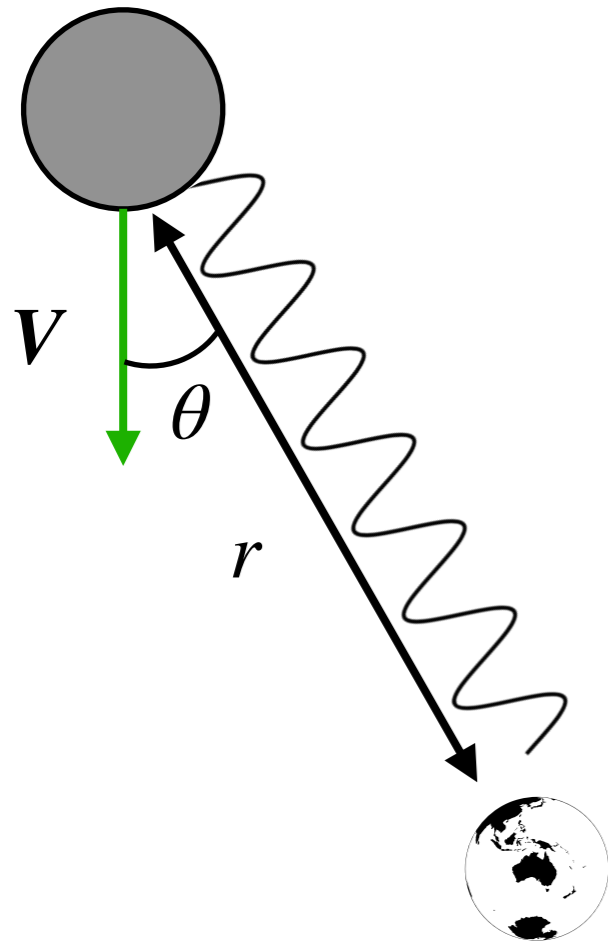
$$\omega_{\text{CM}} \simeq -V_{\text{CV}}k_z - ie^{\lambda-\rho}Dk_z^2 \quad V_{\text{CV}} \equiv e^{\lambda-\rho} \frac{\bar{\mu}_\nu \Omega}{2\pi^2 \chi_\nu}$$

- 回転のエネルギースケールが小さい

 CVモードの速さが拡散の影響に比べて小さい

$$\frac{V_{\text{CV}}}{D} \simeq \frac{3\Omega}{\bar{\mu}_\nu l_{\text{mfp}}} \sim 10^{-33} \text{ MeV} \left( \frac{\Omega/2\pi}{1 \text{ Hz}} \right)$$

# 重力波の角度方向依存性



- 重力波源は等速直線運動と見なせる

- 四重極公式

$$\tilde{h}_{ab} = \frac{2G}{r} \frac{\partial^2}{\partial t^2} I_{ab}(t - r), \quad I_{ab} = \int d^3\mathbf{x}' T^{00}(t, \mathbf{x}') x'_a x'_b$$

- 角度依存性

$$\tilde{h}_{\theta\theta} \propto \sin^2 \theta$$

CMモードの重力波は磁場に  
垂直な方向に強く放射される