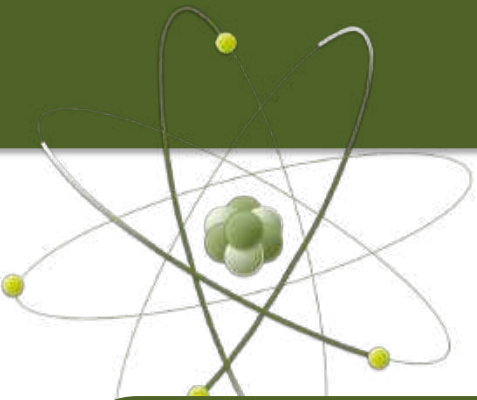


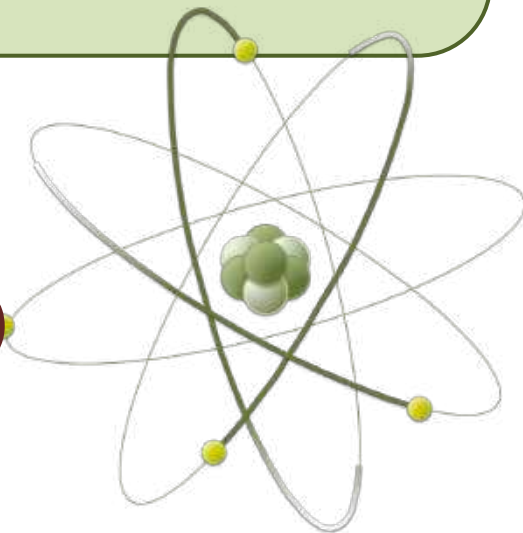


Massive Yang-Mills理論に基づいた カラー超伝導相におけるグルーオン二点関数の解析

末永大輝 (阪大RCNP)

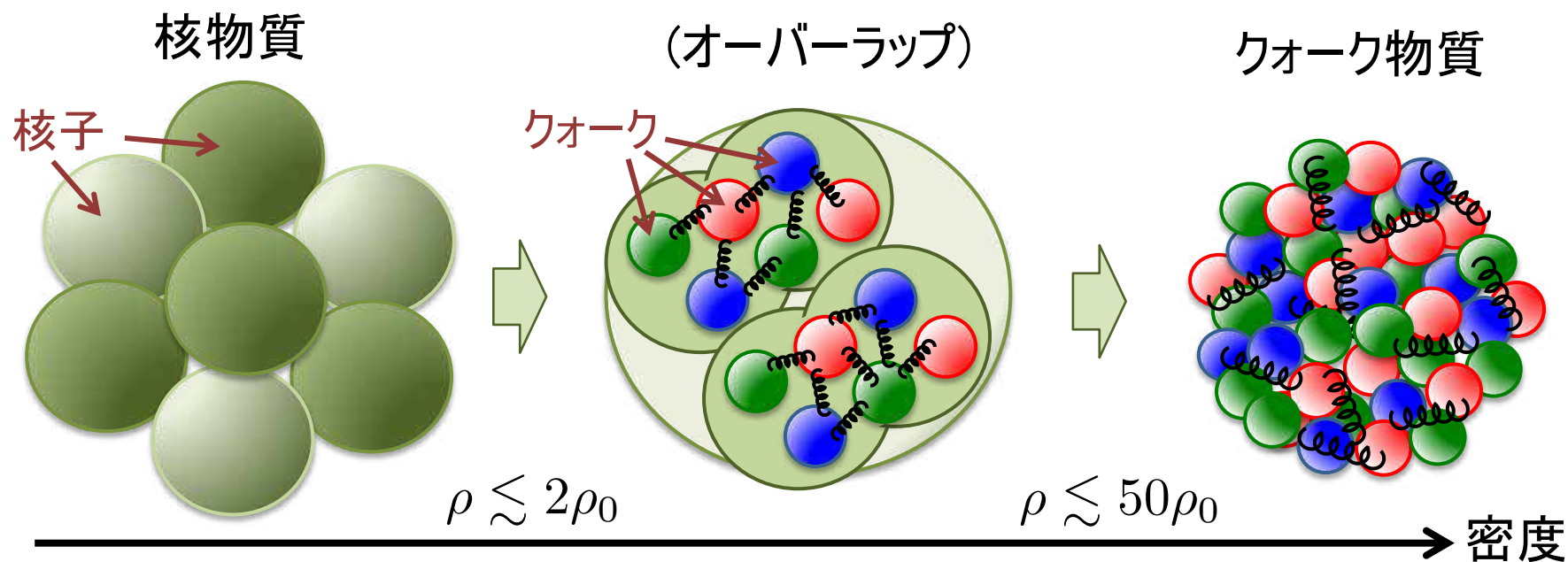
古城徹 (Central China Normal Univ.)

Based on D. S., Toru Kojo; PRD100 (2019) no.7, 076017



・有限密度におけるQCD

G. Baym, T. Hatsuda, T. Kojo, P. D. Powell, Y. Song and T. Takatsuka, Rept. Prog. Phys. 81 (2018) no.5, 056902



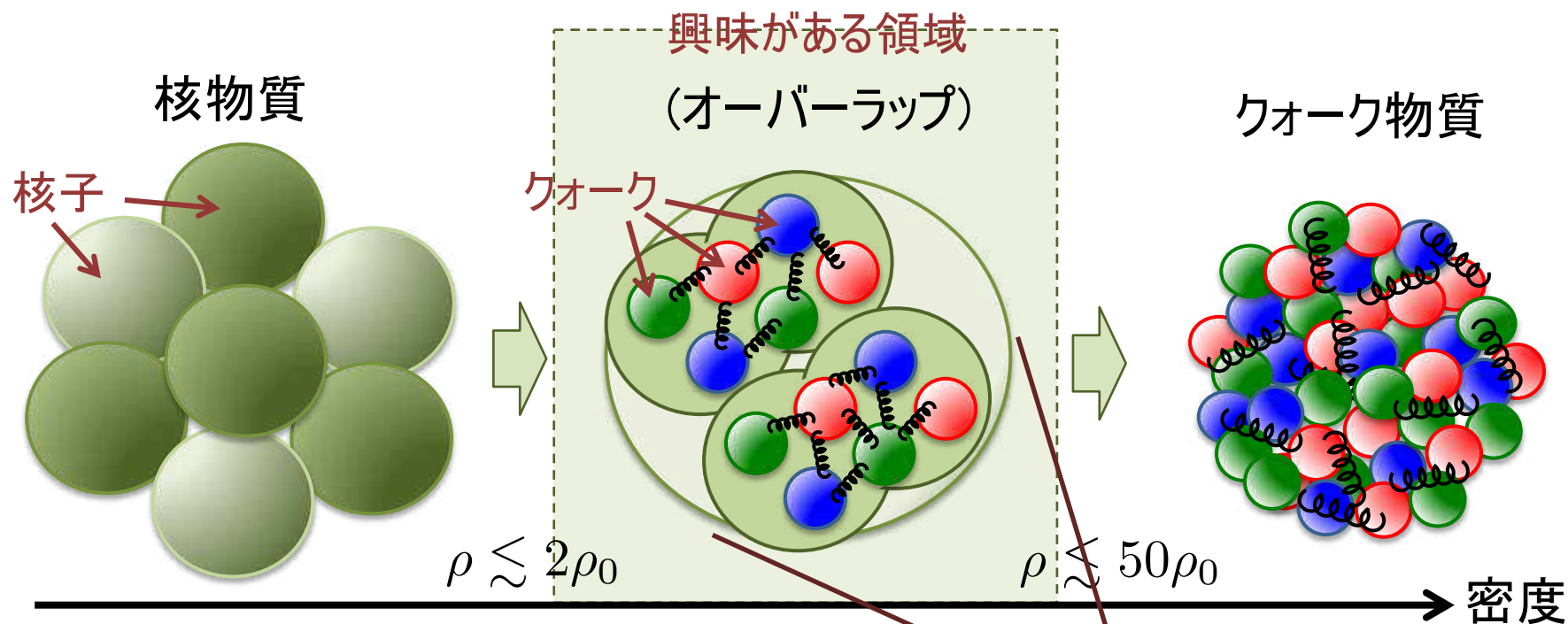
ハドロン計算

???

摂動的QCD計算

・有限密度におけるQCD

G. Baym, T. Hatsuda, T. Kojo, P. D. Powell, Y. Song and T. Takatsuka, Rept. Prog. Phys. 81 (2018) no.5, 056902



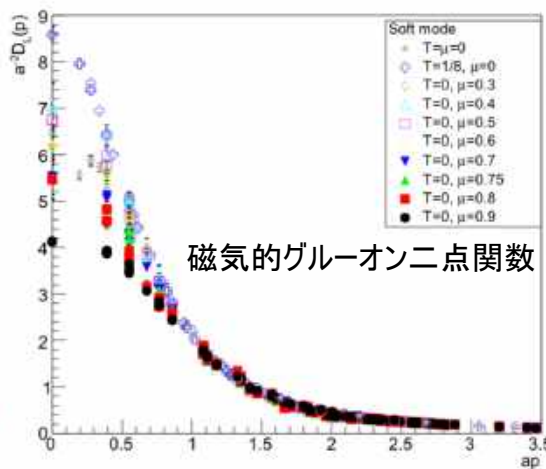
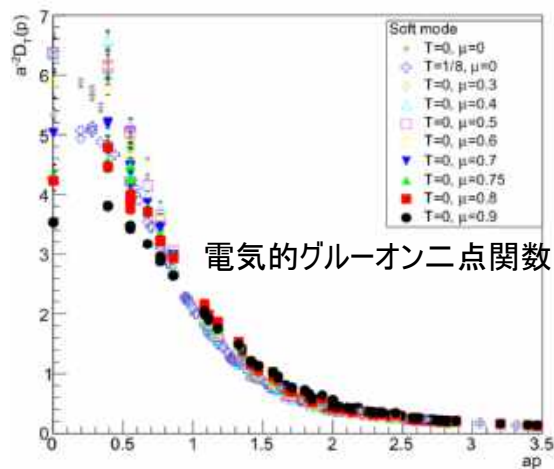
- 研究動機: より現実的な中間密度領域
QCDの理解を進めたい



(中性子星内部)

・研究方針

- 現実の3カラー・2+1フレーバーQCDの有限密度系の理解は容易ではない
(格子QCD計算がナイーブには適用できない)
- 一方で、2カラー・2フレーバーの場合(QC₂D)は有限密度系における格子QCDの計算結果が存在する

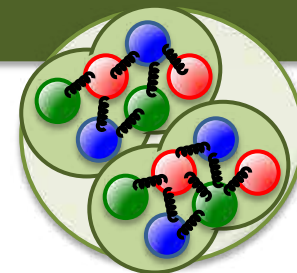


O, Hajizadeh, T. Boz, A. Maas, and J-I. Skullerud,
EPJ Web of Conferences 175, 07012 (2018)

Tamer Boz, Ouraman Hajizadeh, Axel Maas, Jon-
Ivar Skullerud: PRD99 (2019) no.7, 074514

⋮

- 有限密度QC₂Dのグルーオン二点関数に関する格子QCD結果を再現するQCDの有効理論の構築を目指す



• 中間密度領域QCDの有効理論構築

- Massive Yang-Mills理論(mYM理論)をグルーオンの有効理論として用いる

$$\mathcal{L}_{\text{mYM}} = \underbrace{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - \frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu A^{\mu a})^2 + \bar{c}^a i\partial^\mu D_\mu c^a}_{\text{通常のYang-Mills理論}} + \underbrace{\frac{m_g^2}{2}A_\mu^a A^{\mu a}}_{\text{グルーオン質量項}}$$

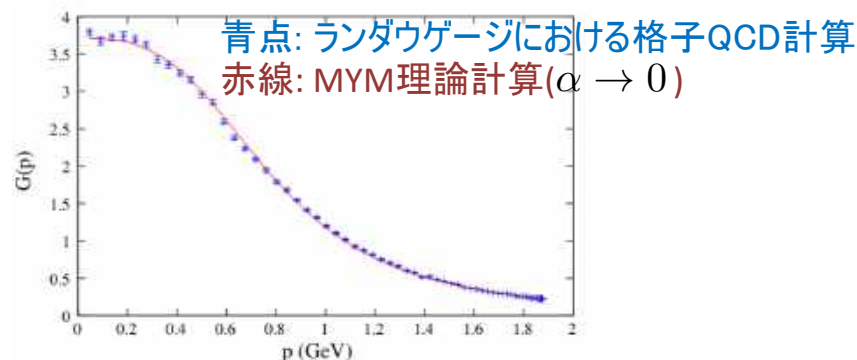
通常のYang-Mills理論

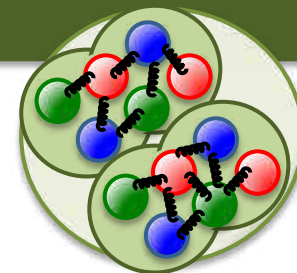
グルーオン質量項

- QCDのIRの非摂動効果を取り込んだ”有効質量”

- MYM理論は真空でのグルーオン二点関数の格子QCD計算結果を1ループレベルで驚くほど再現する

M. Tissier, N. Wschebor, PRD 84, 045018 (2011)





• 中間密度領域QCDの有効理論構築

- クォークはカラー超伝導(ダイクォーク)の寄与を含んだボゴリューボフ準粒子として導入する

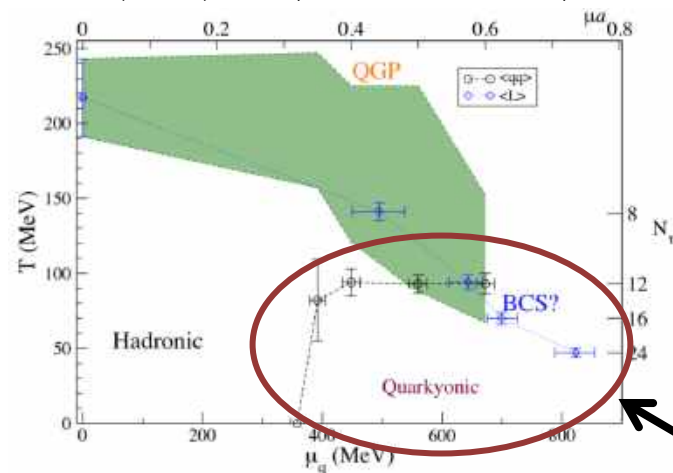
$$\mathcal{L}_{\text{quark}} = \bar{\psi}(i\not{D} + \mu_q \gamma_0 - M_q)\psi - \psi^T \Delta \psi$$

- ダイクォークギャップはQC₂Dの格子QCDからも示唆されている

$$(\text{gap}) \sim \langle q^T C \gamma_5 \sigma^2 \tau^2 q \rangle$$

$$a = 0.178(6) \text{ fm}$$

$$m_\pi = 0.717(25) \text{ GeV}$$



$\Delta \neq 0$

T. Boz, et al, Eur. Phys. J. A 49 (2013) 87
[cf, K. Iida, E. Itou, and T-G- Lee; JHEP01(2020)181, ...]

• 計算の流れ

– $\mathcal{L}_{\text{eff}} \equiv \mathcal{L}_{\text{mYM}} + \mathcal{L}_{\text{quark}}$ を有限密度QCDの有効理論とみなし
グルーオン二点関数を1ループレベルで計算する

– 計算する自己エネルギーは以下の4種類

$$\Pi_{\mu\nu} = \text{quark loop} + \text{gluon loop (3点)} + \text{gluon loop (4点)} + \text{ghost loop}$$

– ランダウゲージでは以下の二種類のグルーオン二点関数が得られる

$$D_{\mu\nu} = D_{\mu\nu}^E + D_{\mu\nu}^M \quad \text{with} \quad \begin{cases} D_{\mu\nu}^E : \text{電氣的二点関数} \\ D_{\mu\nu}^M : \text{磁氣的二点関数} \end{cases}$$

・ 真空での計算 (有限密度系に応用する前に...)

- 真空でのグルーオン二点関数は次元正則化を用いて計算される

$$D^{\text{vac}}(k) = \frac{Z_g^{\text{overall}}}{K^2 + m_g^2 + \Pi_{\text{vac}}(k)} \quad \left(\Pi_{\text{vac}}(\mu_R) = \Pi_{\text{vac}}(0) = 0 \right)$$

繰り込み条件

with $\Pi_{\text{vac}}(k) = \Pi_{\text{YM}}(k) + \Pi_q^{\text{vac}}(k)$

$$\Pi_{\text{YM}}(k) = \frac{g^2 K^2}{192\pi^2} \left\{ 111s^{-1} - 2s^{-2} + (2 - s^2)\ln(s) + 2(s^{-1} + 1)^3(s^2 - 10s + 1)\ln(1 + s) \right. \\ \left. + (4s^{-1} + 1)^{3/2}(s^2 - 20s + 12)\ln\left(\frac{\sqrt{4+s}-\sqrt{s}}{\sqrt{4+s}+\sqrt{s}}\right) - (s \leftrightarrow \mu_R^2/m_g^2) \right\}, \quad \left(s = K^2/m_g^2 \right)$$

$$\Pi_q^{\text{vac}}(k) = -K^2 \frac{g^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{(M_q^{\text{vac}})^2 + x(1-x)K^2}{(M_q^{\text{vac}})^2 + x(1-x)\mu_R^2}$$

- Z_g^{overall} は格子QCDの規格化と合わせるための規格化定数
- ここで現れる物理量は繰り込まれた量として理解される

・ 真空での計算 (有限密度系に応用する前に...)

- 真空でのグルーオン二点関数は次元正則化を用いて計算される

$$D^{\text{vac}}(k) = \frac{Z_g^{\text{overall}}}{K^2 + m_g^2 + \Pi_{\text{vac}}(k)} \quad \left(\Pi_{\text{vac}}(\mu_R) = \Pi_{\text{vac}}(0) = 0 \right)$$

繰り込み条件

with $\Pi_{\text{vac}}(k) = \Pi_{\text{YM}}(k) + \Pi_q^{\text{vac}}(k)$

$$\Pi_{\text{YM}}(k) = \frac{g^2 K^2}{192\pi^2} \left\{ 111s^{-1} - 2s^{-2} + (2 - s^2)\ln(s) + 2(s^{-1} + 1)^3(s^2 - 10s + 1)\ln(1 + s) \right. \\ \left. + (4s^{-1} + 1)^{3/2}(s^2 - 20s + 12)\ln\left(\frac{\sqrt{4+s}-\sqrt{s}}{\sqrt{4+s}+\sqrt{s}}\right) - (s \leftrightarrow \mu_R^2/m_g^2) \right\}, \quad \left(s = K^2/m_g^2 \right)$$

$$\Pi_q^{\text{vac}}(k) = -K^2 \frac{g^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{(M_q^{\text{vac}})^2 + x(1-x)K^2}{(M_q^{\text{vac}})^2 + x(1-x)\mu_R^2} \longrightarrow \text{有限密度中では変更を受ける！}$$

- Z_g^{overall} は格子QCDの規格化と合わせるための規格化定数
- ここで現れる物理量は繰り込まれた量として理解される

・ 真空での計算 (有限密度系に応用する前に...)

– 真空での格子QCD結果と我々の計算の比較

パラメーター

$$\mu_R = 1 \text{ GeV}$$

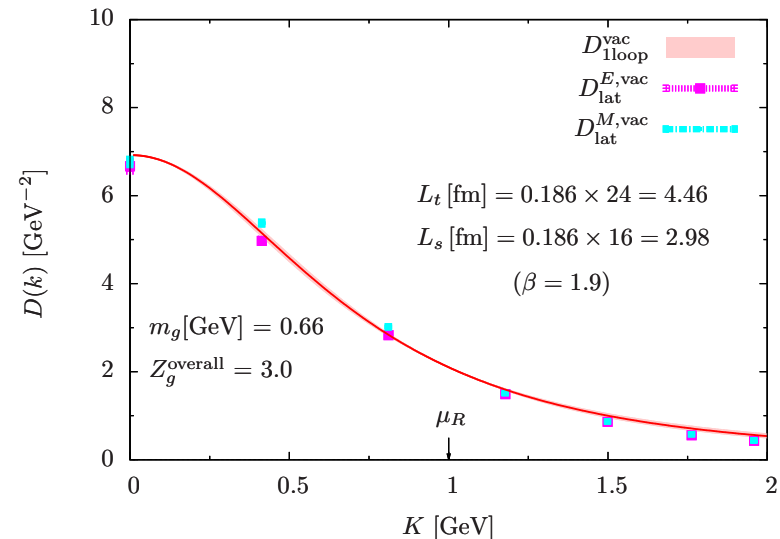
$$M_q^{\text{vac}} = 0.3 \text{ GeV}$$

$$m_g = 0.66 \text{ GeV}$$

$$Z_g^{\text{overall}} = 3.0$$

$$\alpha_s = 1 - 3$$

Lattice: T. Boz, O. Hajizadeh, A. Maas,
J.-I. Skullerud: PRD99 (2019) no.7, 074514

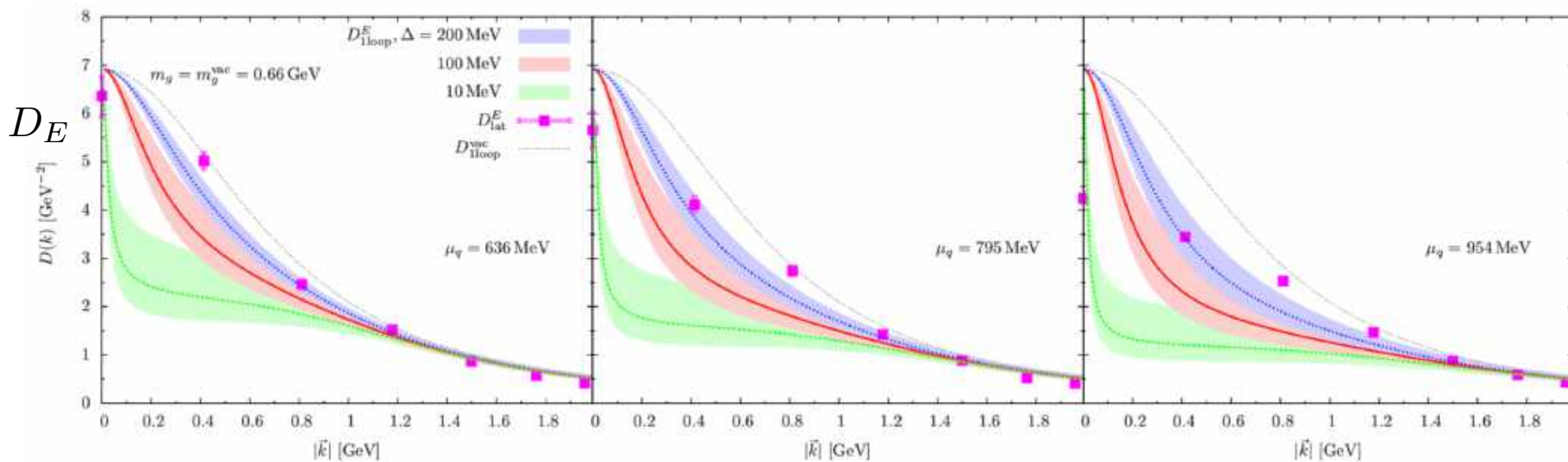


– 比較はいい感じ

– 同じパラメーターセットを用いて有限密度系の解析に進む

• 有限密度中での電氣的二点関数 $D_{\mu\nu}^E$

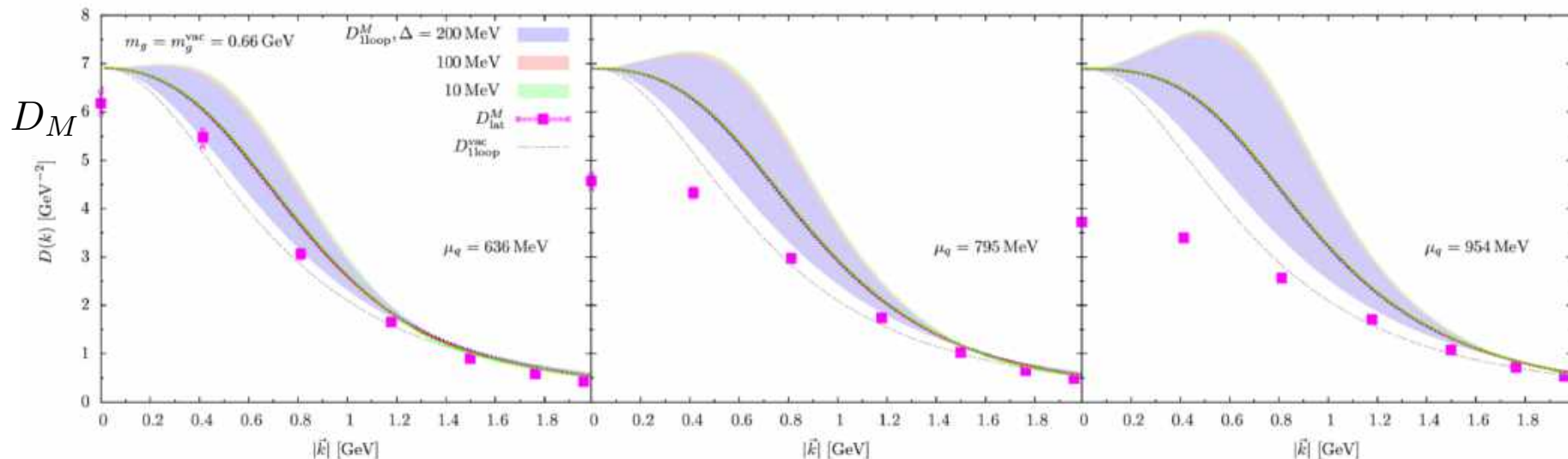
- パラメーターと相殺項は真空と同様のものを用いる
- 有限密度中でのクォーク質量を $M_q = 0.1$ GeV とする
- カラー超伝導ギャップの大きさを $\Delta = 10, 100, 200$ MeV と取る



- 低運動量領域では格子QCDと大きな違いが見られる

• 有限密度中での磁氣的二点関数 $D_{\mu\nu}^M$

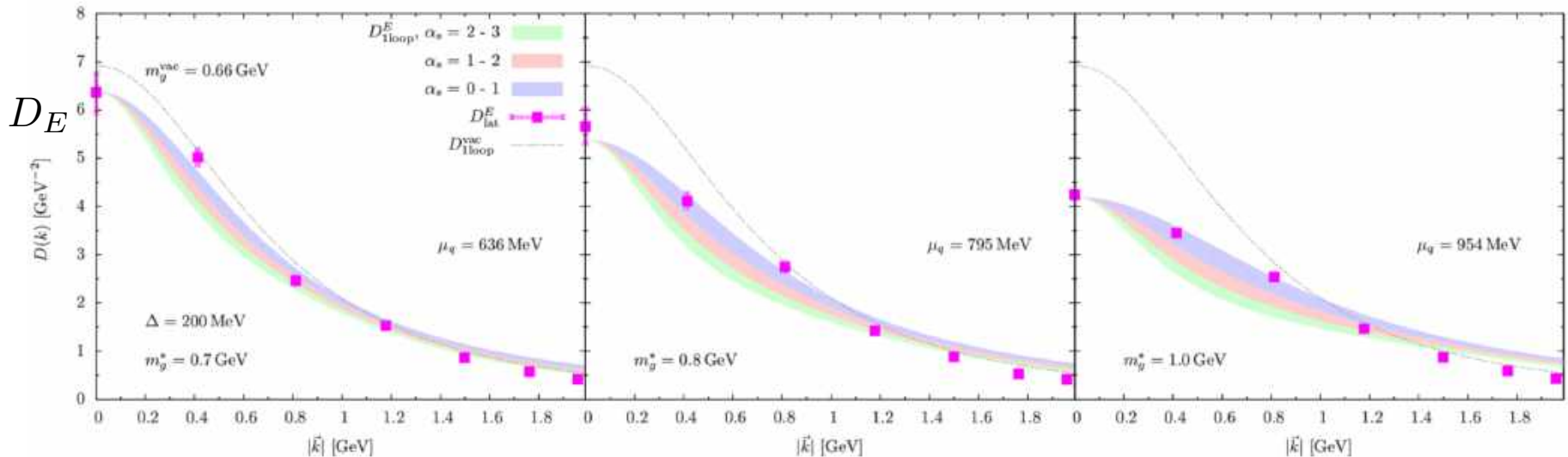
- パラメーターと相殺項は真空と同様のものを用いる
- 有限密度中でのクォーク質量を $M_q = 0.1$ GeV とする
- カラー超伝導ギャップの大きさを $\Delta = 10, 100, 200$ MeV と取る



- 低運動量領域では格子QCDと大きな違いが見られる

・有限密度中での電氣的二点関数 $D_{\mu\nu}^E$ ・改

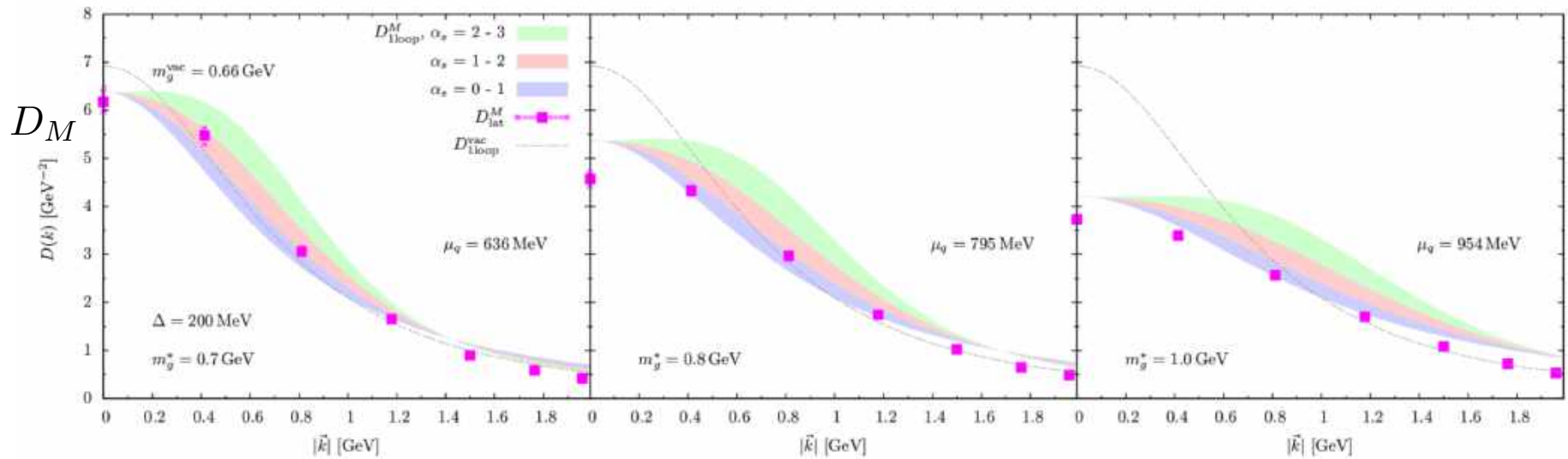
- 格子QCDに合うように、グルーオン質量 m_g に密度依存性を持たせた場合



- 格子QCDとの比較は良くなった！
- 密度依存する m_g に対するもっともらしい機構の解明が必要

・有限密度中での磁氣的二点関数 $D_{\mu\nu}^M$ ・改

- 格子QCDに合うように、グルーオン質量 m_g に密度依存性を持たせた場合



- 格子QCDとの比較は良くなった！
- 密度依存する m_g に対するもっともらしい機構の解明が必要

• 結論

- Massive Yang-Mills理論(mYM理論)を用いて、2カラー・2フレーバーQCDにおける有限密度中のグルーオン二点関数を調べた
- 摂動的な1ループレベルでは、パラメーターを真空の値と用いる場合低運動量領域において格子QCD結果と相違が見られた
- グルーオン質量の値のみに密度依存性を持たせれば、格子QCD結果をうまく再現可能であることがわかった

• 展望

- くりこみ群方程式などを用いて、グルーオン質量の密度依存性を導くもっともらしい機構の解明が必要である

バックアップ

• Note on quark loop

- We must regularize the divergence so as not to leave any UV artifacts

$$\begin{aligned} \Pi^{\text{reg}} &\equiv \text{quark loop diagram} - \text{vacuum diagram} \\ &= \underbrace{\Pi_{\text{med}}(\Delta; M_q)}_{\text{three-dimensional cutoff}} - \underbrace{\Pi_{\text{vac}}^{\text{count.}}(0; M_q^{\text{vac}})}_{\text{dimensional regularization}} \end{aligned}$$

c.f., T. Kojo and G. Baym, PRD 89, no. 12, 125008 (2014)

M_q : quark mass in medium

M_q^{vac} : constituent quark mass in the vacuum

• Note on quark loop

- We must regularize the divergence so as not to leave any UV artifacts

c.f., T. Kojo and G. Baym, PRD 89, no. 12, 125008 (2014)

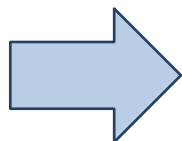
$$\begin{aligned}
 \Pi^{\text{reg}} &\equiv \text{quark loop diagram} - \text{tadpole diagram} \\
 &= \Pi_{\text{med}}(\Delta; M_q) - \Pi_{\text{vac}}^{\text{count.}}(0; M_q^{\text{vac}}) \\
 &= \underbrace{\Pi_{\text{med}}(\Delta; M_q) - \Pi_{\text{vac}}(0; \tilde{M}_q)}_{\text{three-dimensional cutoff}} + \underbrace{\Pi_{\text{vac}}(0; \tilde{M}_q) - \Pi_{\text{vac}}^{\text{count.}}(0; M_q^{\text{vac}})}_{\text{dimensional regularization}}
 \end{aligned}$$

M_q : quark mass in medium

M_q^{vac} : constituent quark mass in the vacuum

$$\tilde{M}_q = \sqrt{M_q^2 + \Delta^2}$$

(in the present case)



The mWTI is preserved and **no artifact appears!**

• Calculation of quark one-loop

- The self-energy is decomposed into electric and magnetic parts:

$$\Pi^{\text{reg}}(k) = \bar{\Pi}_{q;M}^{\text{reg}}(k) + \bar{\Pi}_{q;E}^{\text{reg}}(k)$$

with

$$\begin{aligned} \bar{\Pi}_{q;M}^{\text{reg}}(\vec{k}) = & -\frac{g^2}{2} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{C_N^{pp} + C_A^{pp}}{\epsilon_p(q_-) + \epsilon_p(q_+)} B_+ + \frac{C_N^{aa} + C_A^{aa}}{\epsilon_a(q_-) + \epsilon_a(q_+)} B_+ + 2 \frac{C_N^{pa} + C_A^{pa}}{\epsilon_p(q_-) + \epsilon_a(q_+)} B_- \right. \\ & \left. - \frac{2}{\tilde{E}_{q_-} + \tilde{E}_{q_+}} \tilde{B}_- \right\} - |\vec{k}|^2 \frac{g^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \left(\frac{\tilde{m}_q^2 + x(1-x)|\vec{k}|^2}{M_q^2 + x(1-x)\mu^2} \right), \\ \bar{\Pi}_{q;E}^{\text{reg}}(\vec{k}) = & g^2 \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \left\{ \frac{C_N^{pp} - C_A^{pp}}{\epsilon_p(q_-) + \epsilon_p(q_+)} A_+ + \frac{C_N^{aa} - C_A^{aa}}{\epsilon_a(q_-) + \epsilon_a(q_+)} A_+ + 2 \frac{C_N^{pa} - C_A^{pa}}{\epsilon_p(q_-) + \epsilon_a(q_+)} A_- \right. \\ & \left. - \frac{2}{\tilde{E}_{q_-} + \tilde{E}_{q_+}} \tilde{A}_- \right\} - |\vec{k}|^2 \frac{g^2}{2\pi^2} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \left(\frac{\tilde{m}_q^2 + x(1-x)|\vec{k}|^2}{M_q^2 + x(1-x)\mu^2} \right) \end{aligned}$$

- Divergences are subtracted
- No finite terms violating the mWTI appear

• Calculation of quark one-loop

– The detail of the definition

$$C_N^{pp} - C_A^{pp} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(E_{q-} - \mu_q)(E_{q+} - \mu_q) + |\Delta|^2}{\epsilon_p(q_-)\epsilon_p(q_+)} \right)$$

$$C_N^{aa} - C_A^{aa} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(E_{q-} + \mu_q)(E_{q+} + \mu_q) + |\Delta|^2}{\epsilon_a(q_-)\epsilon_a(q_+)} \right)$$

$$C_N^{pa} - C_A^{pa} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{(E_{q-} - \mu_q)(E_{q+} + \mu_q) - |\Delta|^2}{\epsilon_p(q_-)\epsilon_a(q_+)} \right)$$

$$C_N^{ap} - C_A^{ap} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{(E_{q-} + \mu_q)(E_{q+} - \mu_q) - |\Delta|^2}{\epsilon_a(q_-)\epsilon_p(q_+)} \right)$$

$$C_N^{pp} + C_A^{pp} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(E_{q-} - \mu_q)(E_{q+} - \mu_q) - |\Delta|^2}{\epsilon_p(q_-)\epsilon_p(q_+)} \right)$$

$$C_N^{aa} + C_A^{aa} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{(E_{q-} + \mu_q)(E_{q+} + \mu_q) - |\Delta|^2}{\epsilon_a(q_-)\epsilon_a(q_+)} \right)$$

$$C_N^{pa} + C_A^{pa} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{(E_{q-} - \mu_q)(E_{q+} + \mu_q) + |\Delta|^2}{\epsilon_p(q_-)\epsilon_a(q_+)} \right)$$

$$C_N^{ap} + C_A^{ap} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{(E_{q-} + \mu_q)(E_{q+} - \mu_q) + |\Delta|^2}{\epsilon_a(q_-)\epsilon_p(q_+)} \right)$$

$$A_+ = 1 + \frac{\vec{q}_- \cdot \vec{q}_+ + m_f^2}{E_{q-} E_{q+}}, \quad A_- = 1 - \frac{\vec{q}_- \cdot \vec{q}_+ + m_f^2}{E_{q-} E_{q+}}$$

$$B_+ = 2 \left(1 - \frac{m_f^2 |\vec{k}|^2 + (\vec{k} \cdot \vec{q}_-)(\vec{k} \cdot \vec{q}_+)}{|\vec{k}|^2 E_{q-} E_{q+}} \right), \quad B_- = 2 \left(1 + \frac{m_f^2 |\vec{k}|^2 + (\vec{k} \cdot \vec{q}_-)(\vec{k} \cdot \vec{q}_+)}{|\vec{k}|^2 E_{q-} E_{q+}} \right)$$

$$E_q = \sqrt{|\vec{q}|^2 + m_q^2} \quad \tilde{m}_q = \sqrt{m_q^2 + |\Delta|^2}$$