非平衡定常流下での
南部・ゴールドストーンモード

ポスター発表日：26日、ポスター番号：38

南　佑樹（浙江大）

共著者：中野裕義（京大理）、日高義将（KEK）

南部・ゴールドストーンの定理

Goldstone(1961), Nambu, Jona-Lasinio(1961), Goldstone, Salam, Weinberg (1962)

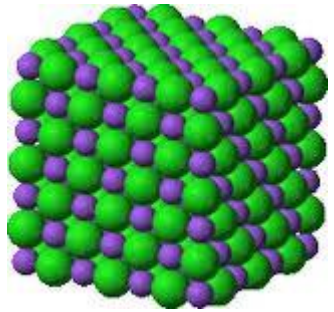
大域的な連続対称性が自発的に破れる

↓

ギャップレスモード（南部・ゴールドストーンモード）

分散関係： $\omega(\boldsymbol{k}) \to 0$ at $\boldsymbol{k} \to \boldsymbol{0}$

固体：フォノン　磁性体：スピン波　真空：パイ中間子



ハミルトン系でのNGモード

例：磁性体におけるスピン波

強磁性体

↑↑↑↑↑↑↑↑↑　$\omega(\boldsymbol{k}) \propto \boldsymbol{k}^2$:2乗分散

反強磁性体

↓↑↓↑↓↑↓↑↓　$\omega(\boldsymbol{k}) \propto |\boldsymbol{k}|$:線形分散

分散関係が異なる

二つのタイプに分類できる

Watanabe – Murayama, PRL(2012), Hidaka, PRL(2012)

内部対称性の自発的破れの場合

Type A: $\langle [Q^\alpha, Q^\beta] \rangle = 0 \rightarrow \omega(\boldsymbol{k}) \propto |\boldsymbol{k}|$

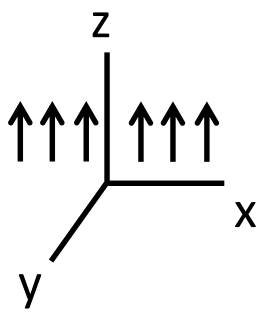
Type B: $\langle [Q^\alpha, Q^\beta] \rangle \neq 0 \rightarrow \omega(\boldsymbol{k}) \propto \boldsymbol{k}^2$

$Q^{\alpha,\beta}$:破れた対称性の生成子

cf. 磁性体の場合

$$\langle [M^x, M^y] \rangle = i\langle M^z \rangle = 0 \text{ or } \neq 0$$

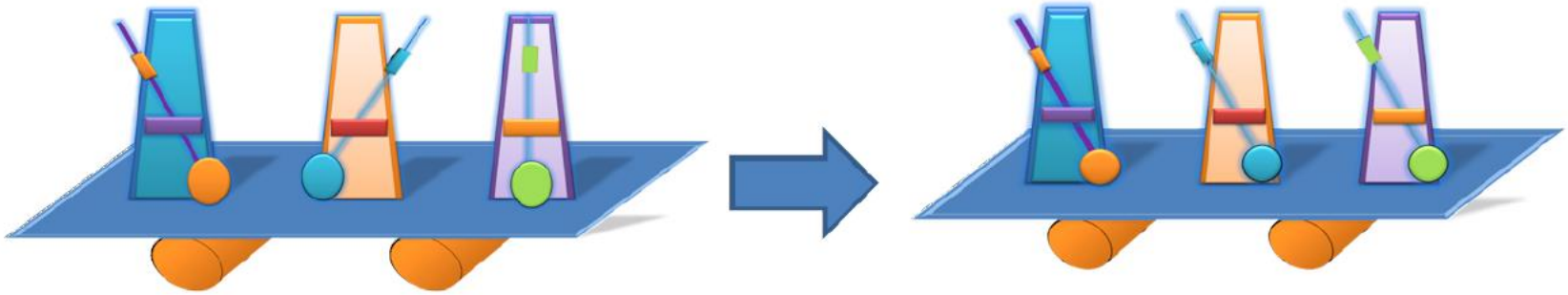
M^i :トータルスピンのi成分



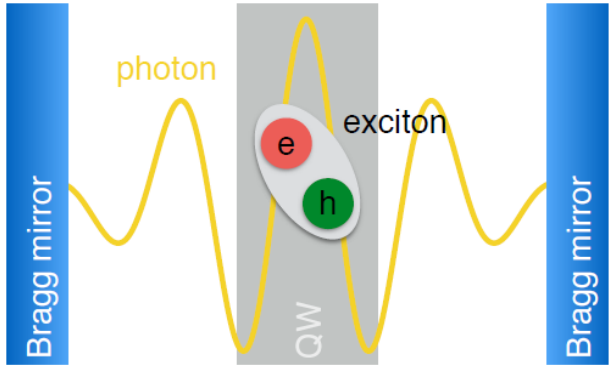
非平衡開放系での自発的対称性の破れ

・振動子集団の同期転移　→　U(1)対称性の破れ

Y. Kuramoto (1975).



- 励起子ポラリトンのBEC



Polariton= exiciton + cavity photon

Driven by laser and dissipation by photon emmition

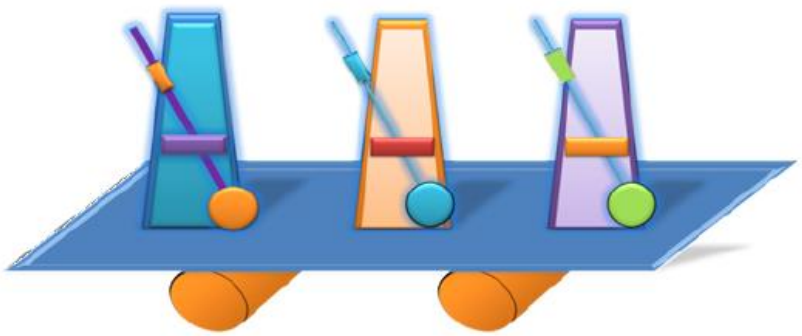
非平衡開放系でのNGモード

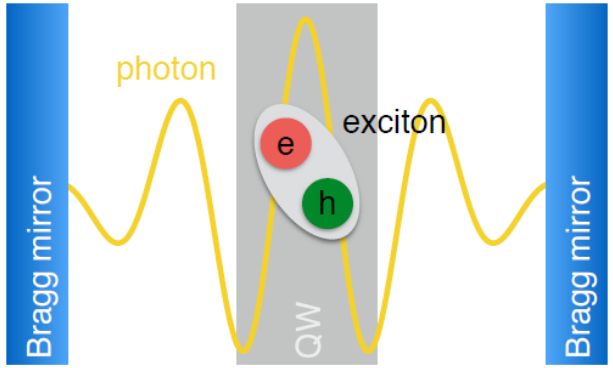
開放系のU(1)対称性の破れに伴うNGモード Y. Kuramoto (1975).

M. Szymańska, J. Keeling, and P. Littlewood, Physical review letters **96**, 230602 (2006).

$$\omega(\boldsymbol{k}) \propto -i\boldsymbol{k}^2$$ ：拡散モード

ハミルトン系のtype-A,-Bに属さない





開放系の内部対称性の破れに伴うNGモード→4つのタイプに分類

Hidaka and Minami, PTEP (2019)

→ 非平衡定常流がある場合は考えていない

非平衡定常流がある系ではどうなるのか？

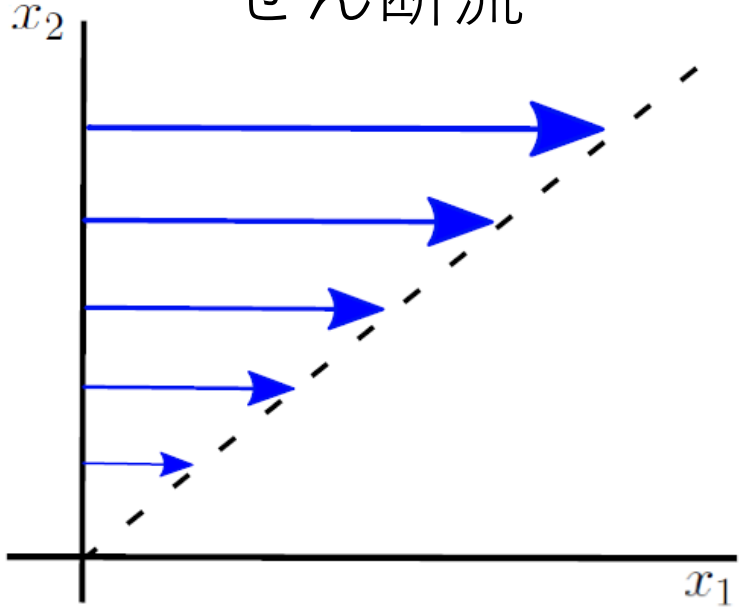
例：せん断流下での臨界流体の空間相関

A. Onuki and K. Kawasaki, Annals of Physics **121**, 456 (1979)

$$\int d\boldsymbol{x} e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{x}} \langle \delta s(\boldsymbol{x}) \delta s(\boldsymbol{0}) \rangle^{s}_{\mathrm{NESS}} \sim |k_1|^{-2/5},$$

平衡系にはない分数べき

せん断流



NGモード振る舞いはどうなるのか？

せん断流下でのO(N)スカラー模型

運動方程式

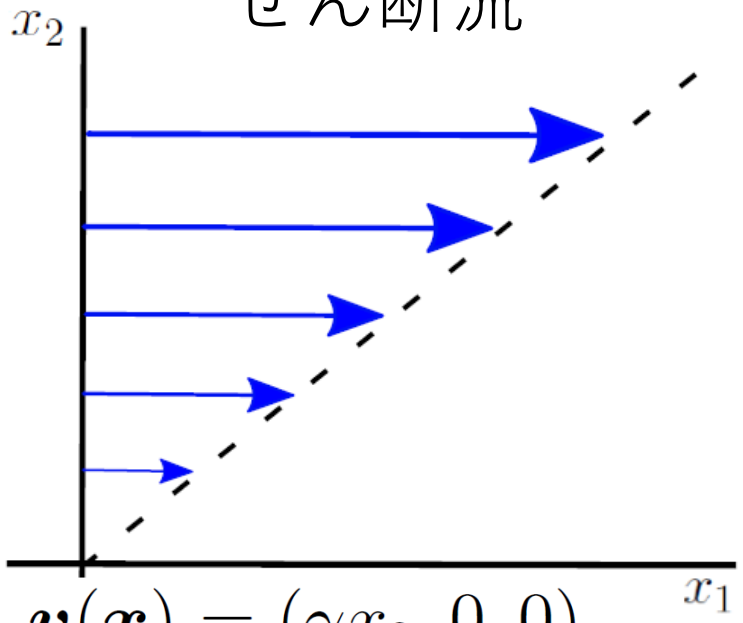
$$\partial_t \phi^a + \nabla \cdot \left(\boldsymbol{v} \phi^a \right) = -\Gamma \frac{\delta F}{\delta \phi^a} + \eta^a,$$

N成分実スカラー場

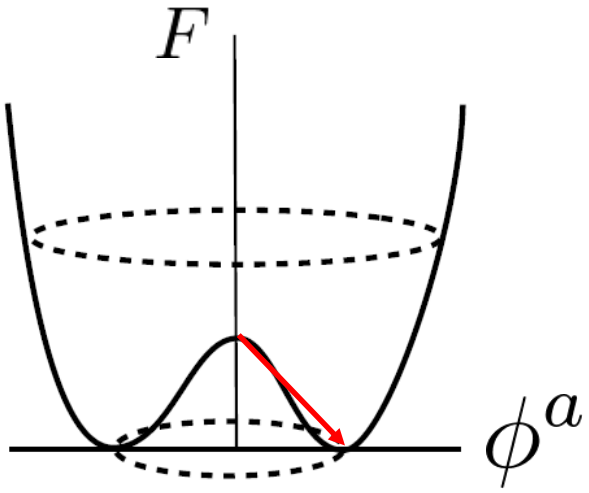
非平衡定常流

ランダムノイズ

せん断流



$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}) = (\gamma x_2, 0, 0),$$



$$O(N) \to O(N-1)$$

NGモードの運動方程式

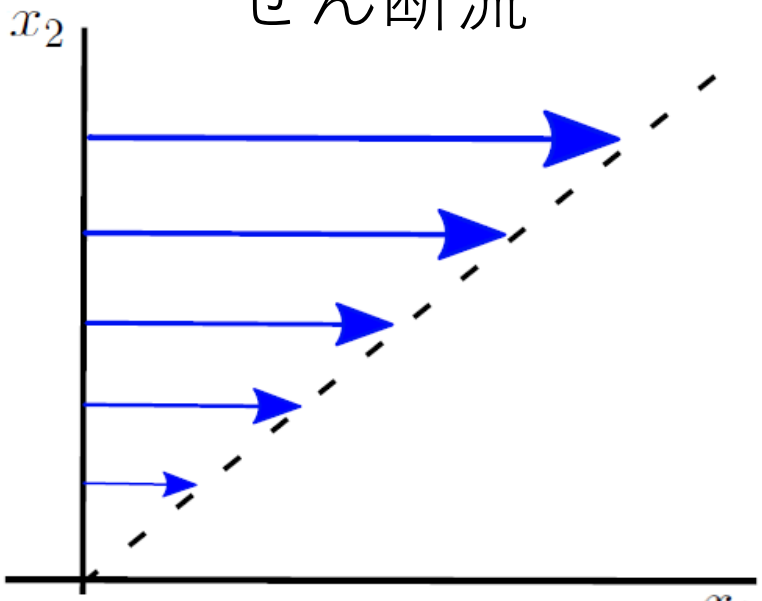
鞍点からの揺らぎ： $\phi^a(t,\boldsymbol{x}) = (\phi_0 + \sigma(t,\boldsymbol{x}), \pi^b(t,\boldsymbol{x}))$

X_2以外フーリエ変換した式

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial X_2^2} + iK_1X_2 - i\Omega + K_1^2 + K_3^2\right)\pi^b(X_2,K_1,\Omega) = \zeta^b(X_2,K_1,\Omega),$$

平面波では対角表示できない

せん断流



$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{x}) = (\gamma x_2, 0, 0),$$

無次元化した変数：

$$\boldsymbol{X} = \sqrt{\frac{\gamma}{\Gamma}}\boldsymbol{x}, \quad \boldsymbol{K} = \sqrt{\frac{\Gamma}{\gamma}}\boldsymbol{k}, \quad \Omega = \frac{1}{\gamma}\omega.$$

X_2 方向の固有値方程式

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial X_2^2} - iK_1X_2 + \underline{\lambda^\alpha(K_1)}\right]\psi^\alpha(X_2, K_1) = 0,$$

固有値　　固有関数

$$Y = (iK_1)^{1/3}X_2 - (iK_1)^{-2/3}\lambda^\alpha(K_1),$$

エアリ方程式に帰着する

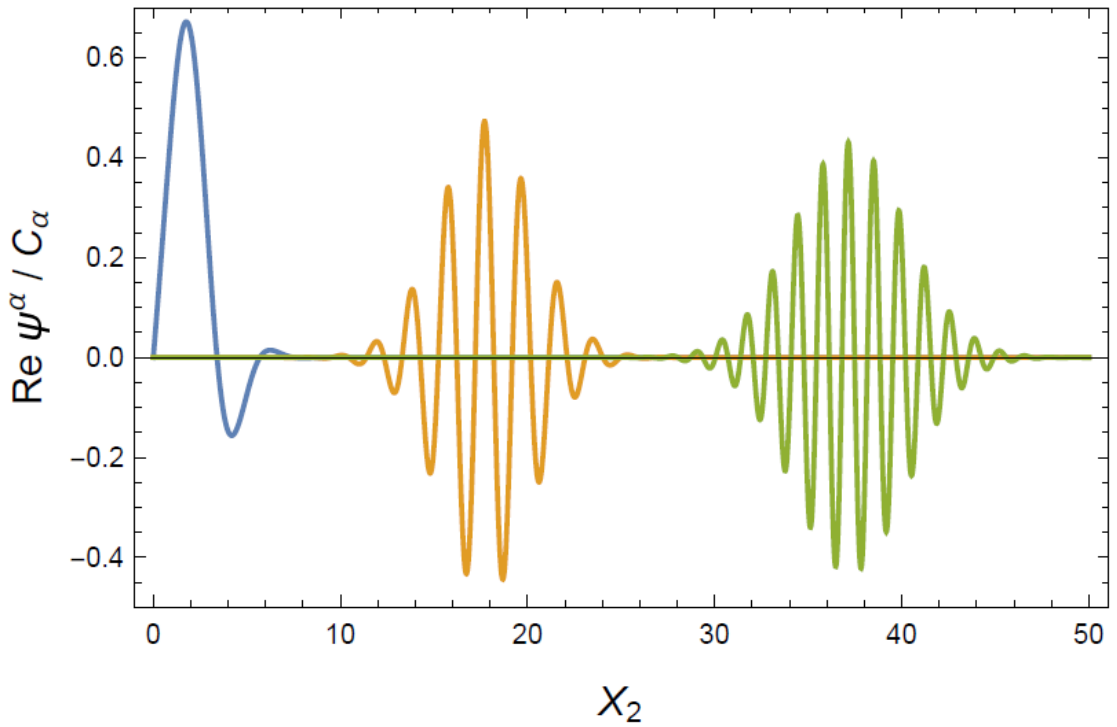
$$\left(\frac{\partial^2}{\partial Y^2} - Y\right)\psi^\alpha(Y) = 0.$$

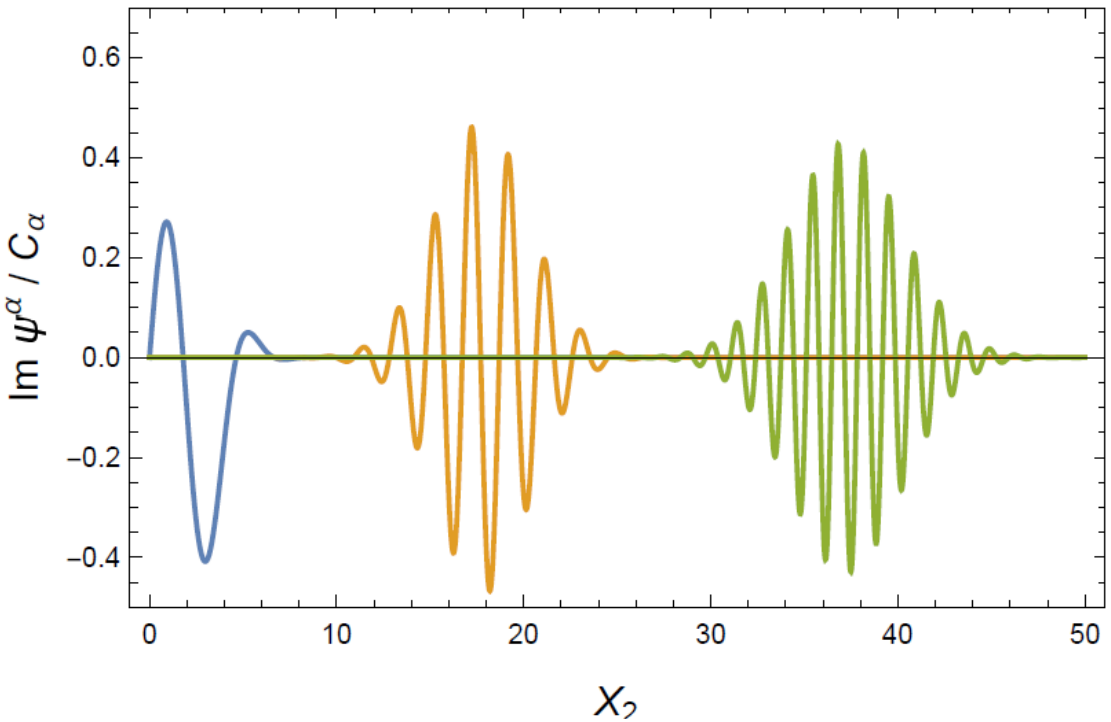
X_2方向の固有値と固有関数

$$\lambda^\alpha(K_1) = (iK_1)^{2/3} x_0^\alpha,$$ ← エアリ関数のα番目のゼロ点

$$\psi^\alpha(X_2, K_1) = \mathcal{N}^\alpha(K_1)\mathrm{Ai}((iK_1)^{1/3}X_2 - x_0^\alpha),$$ ← エアリ関数

境界条件 :$X_2 = 0, \infty$ で $\psi^\alpha = 0$





: α=1, : α=20, : α=60,

$$C_\alpha = \sqrt{\int dX_2 |\psi^\alpha|^2}.$$

せん断流下でのNGモード

分散関係

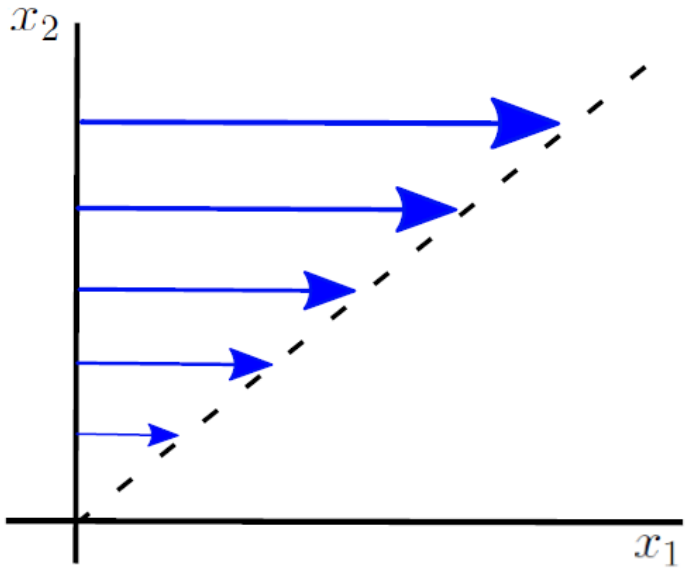
$$\Omega = \lambda^{\alpha}(K_1) - i(K_1^2 + K_3^2),$$
$$= e^{\pm i\pi/6} x_0^{\alpha} |K_1|^{2/3} - i(K_1^2 + K_3^2),$$

平衡系にはない分数べき

x_0^{α} が励起していてもギャップレス

$$\Omega \to 0 \text{ at } K_1, K_3 \to 0$$

→ ギャップレスモードが無限個



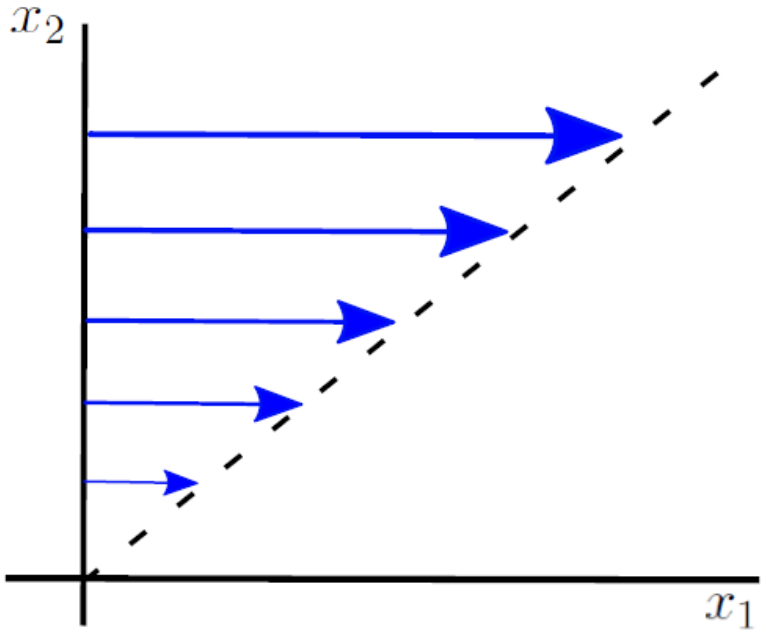
2次元系での長距離秩序の出現

分散関係

$$\omega \sim x_0^{\alpha} |k_1|^{2/3},$$

この分数べきから1+2次元系で
赤外発散が抑えられることが示唆される。

1+2次元系での長距離秩序の出現
（25日の中野さんのポスター）



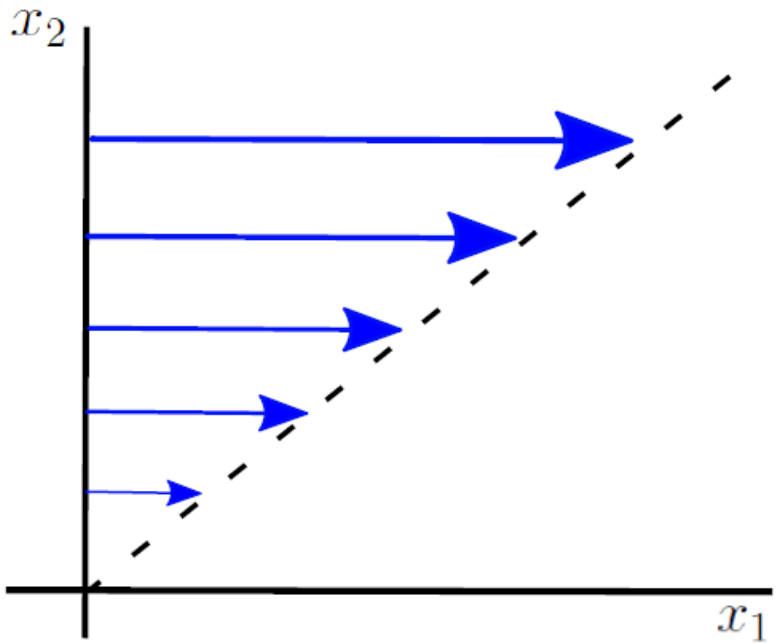
まとめ

・トイモデルでせん断流下でのNGモードの振る舞いを解析

・平衡系にはない分数べきのモードが無限個現れる

$$\omega \sim x_0^{\alpha} |k_1|^{2/3},$$

・せん断流下では2次元での赤外発散が
抑えられることが示唆される



今後の展望

- より現実的な系の解析
  せん断をかけた液晶、磁性流体など

- 温度勾配がある系ではどうなるのか？

- 非平衡定常流がある系での南部・ゴールドストーンの定理