非平衡定常状態の固有有効温度

1807.10132 [hep-th] (Accepted in PTEP)

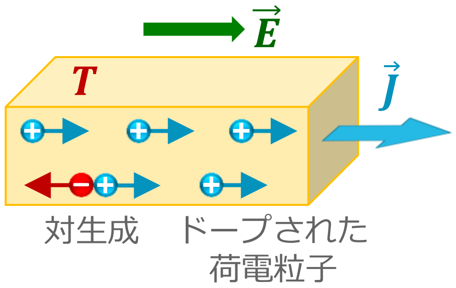
Hironori Hoshino (IIT Ropar)
Collaborator: Shin Nakamura (Chuo University)

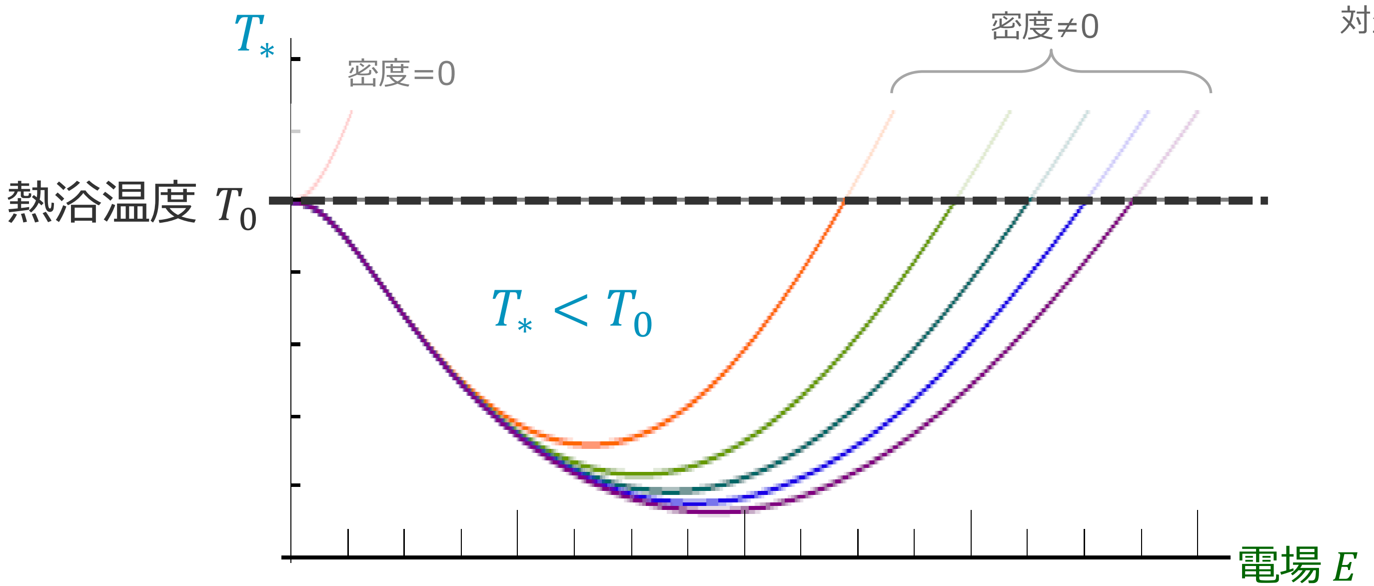
2020/8/26

動機: $T_* < T_0$?

HH, S.Nakamura, PRD91 (2015) , 026009

例）ホログラフィーで構成した
非平衡定常状態（NESS）の有効温度 T_*





熱浴は静止・NESSは相対速度を持つ

→ T_*の方が小さいのは不自然？　より良い有効温度の定義が存在？

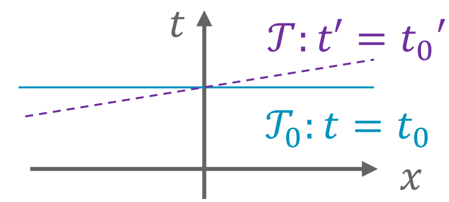
→ NESSの"静止系"の有効温度（固有有効温度）はどうなっているか？
NESSの静止系とは？　温度のローレンツ変換とは？

レビュー：相対論的な平衡系の"温度"

J. Dunkel and P. Hänggi (2009)

静止系の熱力学 $\delta Q_0 = T_0 dS_0 = dE_0 + P_0 dV_0$ （超曲面$t = t_0$上で定義）

相対論的な系の"熱力学"



Einstein-Planckの形式： $T = \dfrac{T_0}{\gamma}$ （$t' = t_0'$上で定義）

$$\delta Q = dE - v dk + P dV = \gamma^{-1}(dE_0 + P_0 dV_0) = \gamma^{-1}\delta Q_0$$

$$T dS \equiv \delta Q \qquad S = S_0$$

$$E = \gamma\left(E_0 + v^2 P_0 V_0\right) \qquad k = \gamma v\left(E_0 + P_0 V_0\right)$$

$$P = P_0 \qquad V = V_0/\gamma$$

Von Kampenの形式： $T = T_0$ （固有温度; $t = t_0$上で定義）

$$T dS \equiv -u_\mu \delta Q^\mu = -u_{0\mu}\delta Q_0^\mu = T_0 dS_0 \qquad \delta Q_0^\mu \equiv dk_0^\mu - \delta A_0^\mu, \qquad \delta Q^\mu \equiv dk^\mu - \delta A^\mu,$$

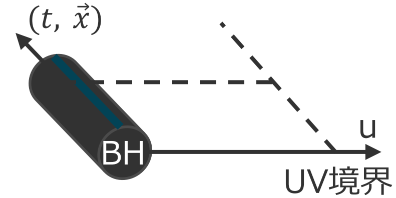
$$S = S_0 \qquad dk_0^\mu \equiv (dE_0, 0), \qquad dk^\mu \equiv \gamma(dE_0, v dE_0) = dE_0 \cdot u^\mu, \qquad u^\mu = \gamma(1, v, 0, 0),$$

$$dA_0^\mu \equiv -(P_0 dV_0, 0), \qquad dA^\mu \equiv -\gamma(P_0 dV_0, v P_0 dV_0) = -P_0 dV_0 \cdot u^\mu.$$

※ 現在ではVon Kampenの形式が一般的

ホログラフィー：熱浴温度と固有温度

熱浴の温度＝背景ブラックホール時空のホーキング温度



静止系： $$ds^2 = g_{tt}(u)dt^2 + g_{xx}(u)dx^2 + g_{uu}(u)du^2 + \sum_{\mu\neq t,x,u} g_{\mu\mu}(u)(dx^\mu)^2$$

$$\longrightarrow \quad T_0 = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{a}{b}}$$ 固有温度

$$g_{tt} = -a(u-u_H) + O((u-u_H)^2)$$
$$g_{uu} = b/\,(u-u_H) + O(1)$$

X方向にブーストした座標系：

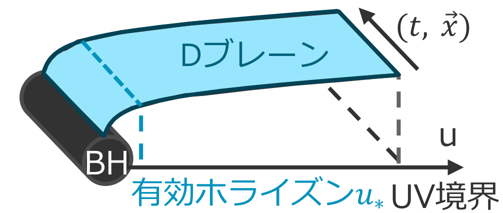
$$ds^2 = g'_{tt}dt'^2 + 2g'_{tx}dt'dx' + g'_{xx}dx'^2 + g_{uu}du^2 + \sum_{\mu\neq t,x,u} g_{\mu\mu}(dx^\mu)^2$$

$$\longrightarrow \quad T = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{a'}{b}} = \frac{T_0}{\gamma(\beta)}$$ Einstein-Planckの温度（$t' = t_0{}'$で定義）に対応

ホログラフィー：ブーストした座標系で素朴に読み取る熱浴温度は$T = T_0/\gamma(v)$

ホログラフィーによるNESSの構成

NESS＝定電場・定電流状態を記述するDブレーン解



Dブレーンの作用：

$$S_{D(q+1+n)} = -T_{D(q+1+n)} \int d^{q+2+n}\zeta \quad e^{-\phi} \sqrt{-\det\left(h_{ab} + 2\pi\alpha' F_{ab}\right)}$$

※ 熱浴と相互作用する荷電粒子集団と電磁場を記述

$$h_{ab} = \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu g_{\mu\nu}$$

$$A_t = A_t(u), \qquad A_x(t,u) = -\mathcal{E}t + a_x(u)$$

電場

ゲージ場のEOM（を積分したもの）：

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta A_t'} = \rho \qquad \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta A_x'} = J \qquad J = \frac{2\pi\alpha'}{h_{xx}} \sqrt{\rho^2 + \tilde{V}^2}\ \mathcal{E} \Big|_{u=u_*}$$

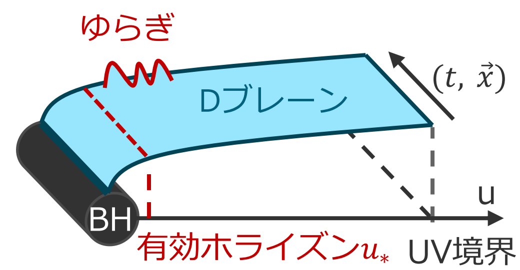
電荷密度　　電流密度

$$\tilde{V} = 2\pi\alpha' T_{D(q+1+n)} \int d^n\zeta e^{-\phi} h_{xx}^{q/2} \sqrt{h_\Omega}$$

NESSの有効温度と固有有効温度

Dブレーン上のゆらぎが感じる有効計量から有効温度が得られる

ゆらぎ： $X_\mu = X_\mu + \delta X_\mu,\ \ A_a = \bar{A}_a + \delta A_a$



有効計量： $G_{ut} = G_{tu} = -(2\pi\alpha')^2 F_{tx} h^{xx} F_{xu} = \mathcal{E}J \times (\ldots)$

$G_{xt} = G_{tx} = -(2\pi\alpha')^2 F_{tu} h^{uu} F_{ux} = \rho J \times (\ldots),$　etc.

$$\longrightarrow \quad \mathcal{G}_{\hat{t}\hat{t}} \equiv (G_{tt}G_{xx} - G_{xt}^2)/G_{xx} = -a_*(u-u_*) + O((u-u_*)^2)$$

$$\mathcal{G}_{\hat{u}\hat{u}} \equiv -\det G/[g_{xx}^2\,(G_{xt}^2 - G_{tt}G_{xx})] = b_*/(u-u_*) + O(1)$$

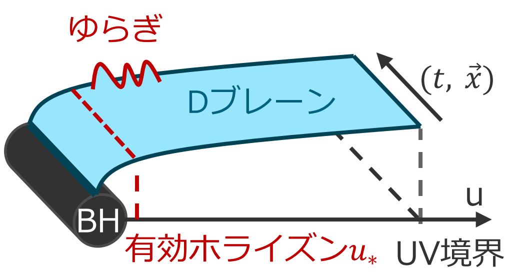
NESSが速度を持つ座標系（熱浴の静止系）の有効温度： $T_* = \dfrac{1}{4\pi}\sqrt{\dfrac{a_*}{b_*}}$

ブーストした座標系の有効温度： $T_*' = \dfrac{1}{4\pi}\sqrt{\dfrac{a_*'}{b_*}} = \dfrac{T_*}{(1-v_m\beta)\,\gamma(\beta)}$

ゆらぎの確率分布とNESSの"静止系"

ゆらぎの確率分布が等方的になる座標系を"静止系"と定義する

NESSが速度を持つ座標系（熱浴の静止系）



i 状態のゆらぎの確率分布:　$\exp\left(-\frac{E_i - v_m k_i}{T_*}\right)$

ブースト変換：$\beta = v_m$

NESSの"静止系"

分布が等方的になる座標系として定義:　$\exp\left(-\frac{E_{*0i}}{T_{*0}}\right)$

NESSの固有有効温度：　$T_{*0} \equiv T_*'|_{\beta=v_m} = \gamma(v_m)T_*$

※ v_m = （現象論的な）荷電粒子集団の平均速度 [HH, S.Nakamura (2017)]

T_{*0}とT_0の比較： $T_* \leq T_0$の場合

例）熱浴中を、摩擦を受けながら一定速度で運動する物体の固有有効温度

- $p+1$次元の熱浴に対応するBH時空：

$$ds^2 = u^{(7-p)/2}\left[-\left(1-\left(\frac{u_H}{u}\right)^{7-p}\right)dt^2 + d\vec{x}^2\right] + \frac{du^2}{u^{(7-p)/2}\left(1-\left(\frac{u_H}{u}\right)^{7-p}\right)} + u^{(p-3)/2}d\Omega_{8-p}^2$$

※ コンパクト方向の次元： $8-p,$　熱浴の空間方向の次元：$p \geq 1,$　比熱>0： $p \leq 4$

- F1 string:　$T_* = \left(1-v^2\right)^{1/(7-p)} T_0 \leq T_0$

$$T_{*0} = T_*\left(1-v^2\right)^{-1/2} = \left(1-v^2\right)^{\underbrace{(p-5)/2(7-p)}_{<0}} T_0 \geq T_0$$

- D(q+1+n)ブレーン：　$T_* = \left(1-v^2\right)^{1/(7-p)}\left(1+Cv^2\right)^{1/2} T_0$　　$C = \frac{1}{2}\left(q+3-p+n\frac{p-3}{7-p}\right)$

※ コンパクト方向次元：$n \leq 8-p,$　物体が運動する方向が必要： $q \leq p-1$

$$T_{*0} = \left(1-v^2\right)^{(p-5)/2(7-p)}\left(1+Cv^2\right)^{1/2} T_0 \geq T_0$$

全ての場合で固有有効温度は熱浴の固有温度よりも高い： $T_{*0} \geq T_0$

Summary & Discussion

Summary

- ホログラフィー： NESSの有効温度の”ローレンツ変換”を、非平衡熱力学を直接用いることなく、平衡系とパラレルに得られる

- ゆらぎの確率分布が等方的になる座標系をNESSの”静止系”と定義した

  → NESSの平均速度 = 現象論的な平均速度

- ローレンツ不変な固有有効温度T_{0*}がNESSの静止系で定義される

- 有効温度T_* < 熱浴の固有温度T_0 となる場合でも、固有有効温度は$T_{0*} > T_0$を満たすことを、広範囲のホログラフィックなモデルで示した

Discussn

- NESSのFDR： $G^{\mathrm{sym}}_{ij}(\omega) = -\coth(\omega/2T_*)\mathrm{Im}G^{\mathrm{R}}_{ij}(\omega)$ Nakamura, Ooguri (2013)

$$G^{\mathrm{sym}}_{ij} = \int dt e^{-i\omega t}\langle\{\delta\mathcal{O}_i(t), \delta\mathcal{O}_j(0)\}\rangle/2 \qquad G^{\mathrm{R}}_{ij} = -i\theta(t)\int dt e^{-i\omega t}\langle[\delta\mathcal{O}_i(t), \delta\mathcal{O}_j(0)]\rangle$$

- 相対論的な系の非平衡のFDR： $G^{\mathrm{sym}}_{ij}(k) \stackrel{?}{=} -\coth\left(-\frac{\eta_{\mu\nu}\beta^{\mu}_{T*}k^{\nu}}{2}\right)\mathrm{Im}G^{\mathrm{R}}_{ij}(k)$

END

Thank you for your attention.

Appendix

D7ブレーンの作用：DBI作用

$$S_{D7} = -T_{D7}\int d^8\zeta\sqrt{-\det\left(h_{ab}+2\pi\alpha' F_{ab}\right)}$$

T_{D7}：Dブレーン張力

ζ：ブレーン世界面上に張った座標

F_{ab}：ゲージ場の強さ

$\alpha'^{-2} = 4\pi g_s N_c = 2g_{YM}^2 N_c = \lambda$

λ：トフーフト結合定数

誘導計量：$h_{ab} = \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu g_{\mu\nu}$

$$X^\mu = \left(t, \vec{x}, u, \theta, \psi, \vec{\Omega}_3\right)$$ ：10次元時空中のブレーン配位

静的ゲージ：$\zeta^a = \left(t, \vec{x}, u, \vec{\Omega}_3\right)$

⟶ θ, ψ, A_a：運動方程式から決まるダイナミカルな量

系の安定性と u_* と電導度

ゲージ場の解をDBI作用に代入:

$$S_{D7} \propto \int du \cos^6\theta \sqrt{h_{xx}^5 |h_{tt}| h_{uu} \boxed{\frac{|h_{tt}|\, h_{xx} - (2\pi\alpha')^2 E^2}{|h_{tt}|\, h_{xx}^3 \cos^6\theta + \frac{|h_{tt}|\rho^2 - h_{xx} J^2}{\mathcal{N}^2 (2\pi\alpha')^2}}}}$$

≥ 0を課す
(系が安定)

ある点 u_* で分母と分子が同時にゼロとなるべし

u_*と電流密度が電場や温度の関数として得られる：

$$u_*^2 = \left(\sqrt{e^2+1} - e\right) u_H^2 \qquad \left(e = \frac{E}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\lambda} T^2} \right)$$

$$J = \sigma E \qquad \left(\sigma = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2} \sqrt{e^2+1} \cos^6\theta(u_*) + \frac{d^2}{e^2+1}} \qquad d = \frac{\rho}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\lambda} T^2} \right)$$

グルーオン熱浴中の荷電粒子集団のキャリア密度や速度は？

現象論的モデルを仮定

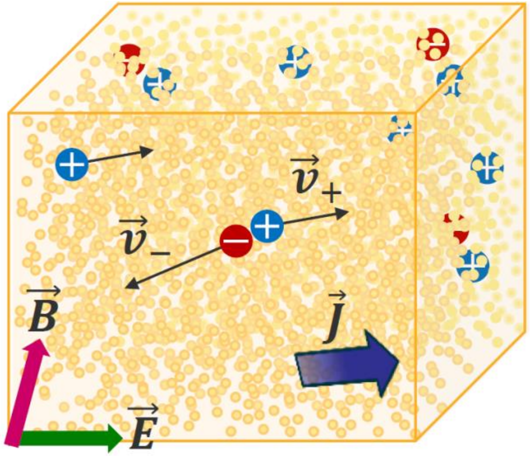
HH, S. Nakamura, Phys.Rev. D96 (2017), 066006

定義：

キャリア密度 $n = \rho_+ + \rho_-$ 　$\left[\ \rho_\pm$: ±電荷密度$\ \right]$

電荷密度 $\rho = \rho_+ - \rho_-$

電流密度 $\vec{J} = \rho_+\vec{v}_+ - \rho_-\vec{v}_-$



力のつりあいを仮定： $\dfrac{\Gamma_\pm}{\sqrt{1-v^2}}\vec{v}_\pm = \pm(\vec{E} + \vec{v}_\pm \times \vec{B})$

⟶ ホログラフィーの結果と合わせて
$(\vec{J}, \vec{v}_\pm, \rho_\pm, \Gamma_\pm)$ は $(\vec{E}, \vec{B}, \rho, T)$の関数として得られる

結果として $\Gamma_+ = \Gamma_-\ (\equiv \Gamma)$, $v_+^2 = v_-^2\ (\equiv v^2)$

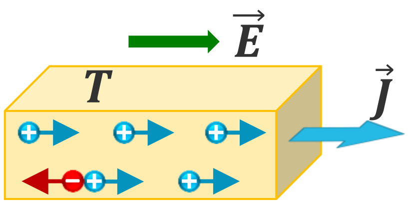
速度・摩擦力・全キャリア数密度

HH, S. Nakamura, Phys.Rev. D96 (2017), 066006

速度の2乗： $v^2 = \dfrac{K-1}{K}$

摩擦係数： $\Gamma = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\lambda}T^2$

- K：$(\vec{E}, \vec{B}, T)$のみの関数 $(1 \leq K < \infty)$
- 粒子＝反粒子
- 密度効果を含まない



⟶ 摩擦力：荷電粒子と熱浴との相互作用がドミナント（D3-D7）

キャリア密度：

$$n = 2\pi\alpha' \frac{J^x E_x}{|h_{tt}(u_*)|} = \sqrt{\rho^2 + h_{xx}\left(h_{xx}^2 + (2\pi\alpha')^2 B^2\right)(2\pi\alpha')^2 V^2}\Big|_{u=u_*}$$

平均速度（B=0）：

$$v_m^x = \frac{\rho}{n} v^x = \frac{\rho J^x}{(2\pi\alpha')^2 h_{xx}^3 V^2 + \rho^2}\Bigg|_{u=u_*}$$

ゆらぎの方程式

運動方程式：

$$
\begin{aligned}
&-\partial_b\left(e^{-\phi}\omega\sqrt{-\det G^{(S)}}G^{ab}_{(S)}g_{\mu\nu}(X)\partial_a X^\mu\right)\\
&\qquad +e^{-\phi}\omega\sqrt{-\det G^{(S)}}\left(-\partial_\nu\phi(X)+\frac{1}{2}G^{ab}_{(S)}\partial_\nu g_{\sigma\eta}(X)\partial_a X^\sigma\partial_b X^\eta\right)=0\\
&-\partial_a\left(e^{-\phi}\omega\sqrt{-\det G^{(S)}}G^{ab}_{(S)}F_{bc}h^{cd}\right)=0
\end{aligned}
$$

$\phi(X^\mu)$, $g_{\mu\nu}(X^\mu)$,
$h_{ab}(X^\mu, \partial_a X^\mu)$,

$$G^{(S)}_{ab}=h_{ab}-F_{ac}h^{cd}F_{db}$$

$$\omega^2\equiv\det\left(1+h^{-1}F\right)$$

ゆらぎで展開

$$
\begin{aligned}
X^\mu &= \bar{X}^\mu + \tilde{X}^\mu\\
A^a &= \bar{A}^a + \tilde{A}^a
\end{aligned}
$$

背景解　ゆらぎ

ゆらぎの方程式（有効計量で記述される）

- $\tilde{\psi}$に着目（ゆらぎの１次のみ考える）
- 有効ホライズンu_*近傍で有効計量を対角化

ゆらぎ分布とアナログBH表面速度

HH, S. Nakamura, Phys.Rev. D96 (2017), 066006

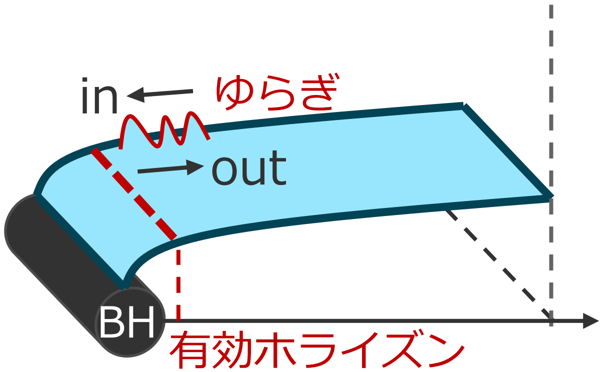
ゆらぎの方程式 (u~u_*)： $\left[-\partial_{\hat{t}}^2+\frac{a}{b}(\hat{u}-\hat{u}_*)\partial_{\hat{u}}\left((\hat{u}-\hat{u}_*)\partial_{\hat{u}}\right)\right]\tilde{\psi}=0$

解： $\tilde{\psi}=\exp\left[-i\omega'\left(\hat{t}\pm\frac{1}{4\pi T_*}\int\frac{d\hat{u}}{\hat{u}-\hat{u}_*}\right)\right]$ $\begin{pmatrix} + : \text{out} \\ - : \text{in}\end{pmatrix}$

ゆらぎの確率分布：

$$\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}=\exp\left(-\frac{\omega-v_m^x k_x}{T_*}\right)$$

有効ホライズン
から見たエネルギー $\omega'=\omega-v_m^x k_x$ UV境界から見た
エネルギーと運動量



平均速度はアナログBHの表面速度に等しい：

$$v_m^x=\left.\frac{\rho J^x}{(2\pi\alpha')^2h_{xx}^3V^2+\rho^2}\right|_{u=u_*}=-\left.\frac{G_{xt}^{(s)}}{G_{xx}^{(s)}}\right|_{u=u_*}$$

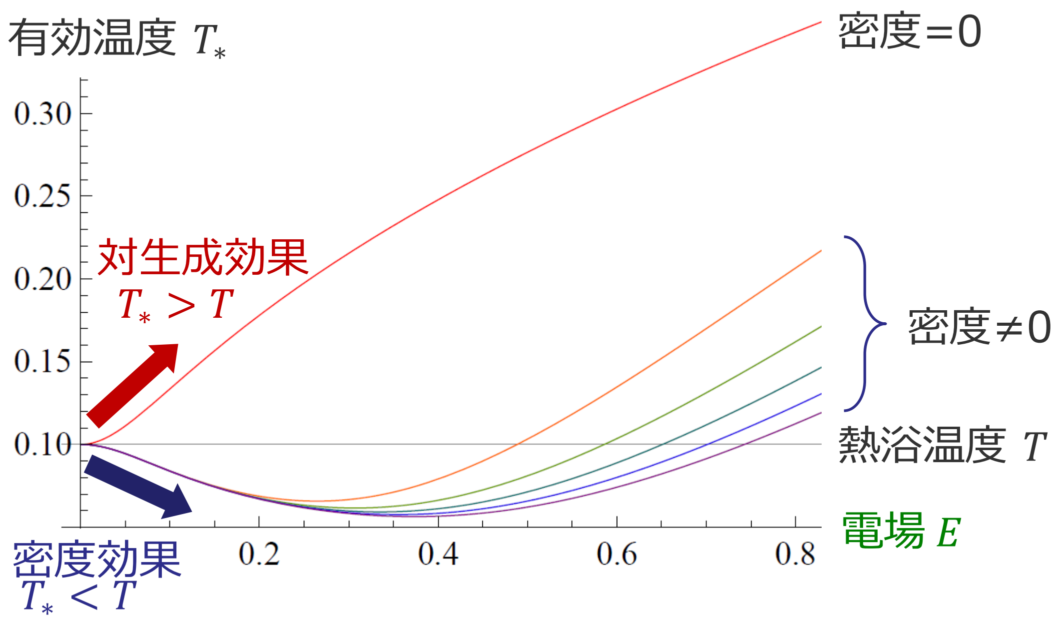
有効温度 T_*

HH, S.Nakamura, PRD91 (2015) , 026009

有効温度は有効計量から読み取れる：

$$ds^2 = G_{tt}dt^2 + 2G_{tx}dtdx + G_{xx}dx^2 + G_{uu}du^2 + \cdots$$
$$\sim -a_*(u-u_*)d\hat{t}^2 + \frac{b_*}{u-u_*}du^2 + \cdots$$

$$T_* = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{a_*}{b_*}}$$



（$M_q = 0$の場合）

有効温度は対生成効果で大きくなり、密度効果で小さくなる