

回転するバリオン物質における トポロジカル項、QCDアノマリーと カイラルソリトン格子

西村健太郎（慶應義塾大学）

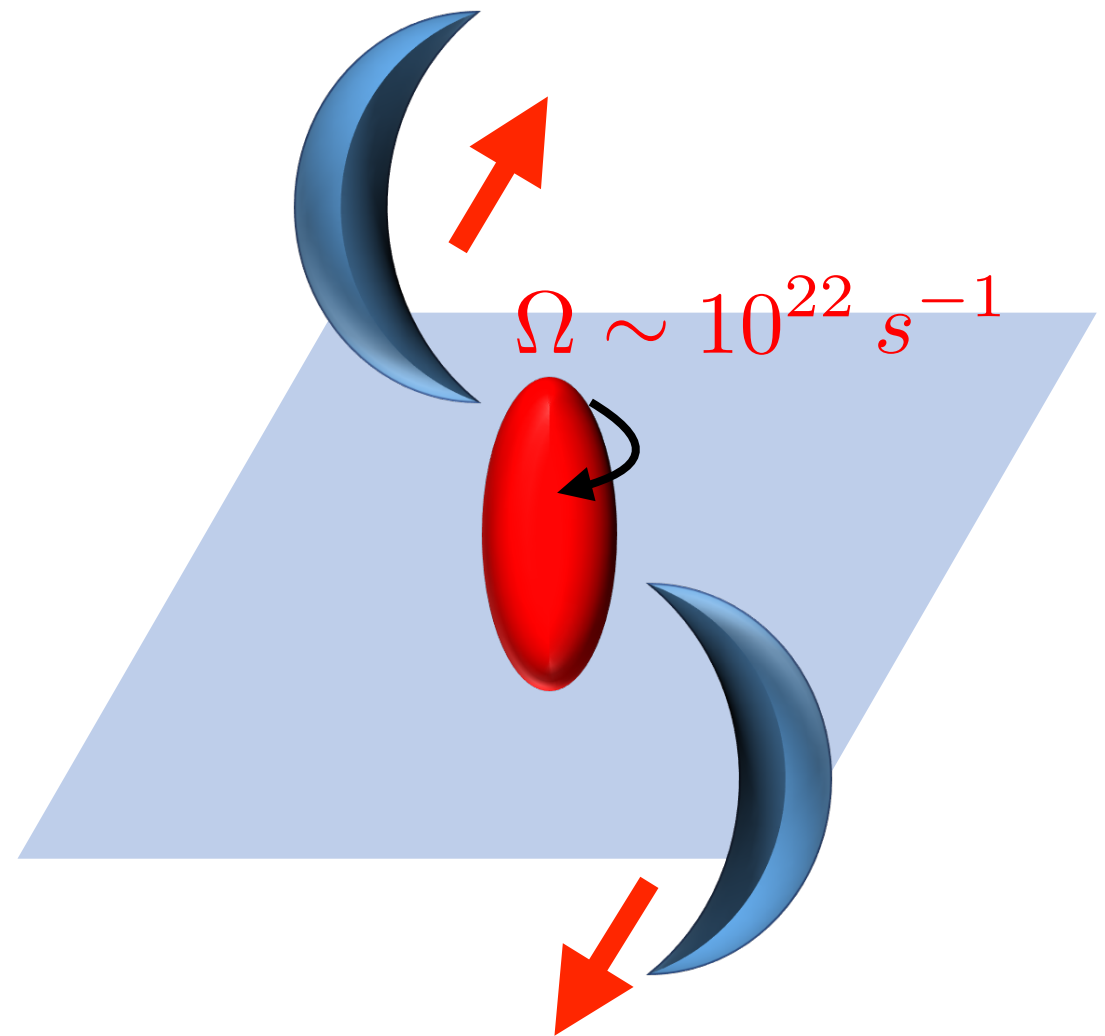
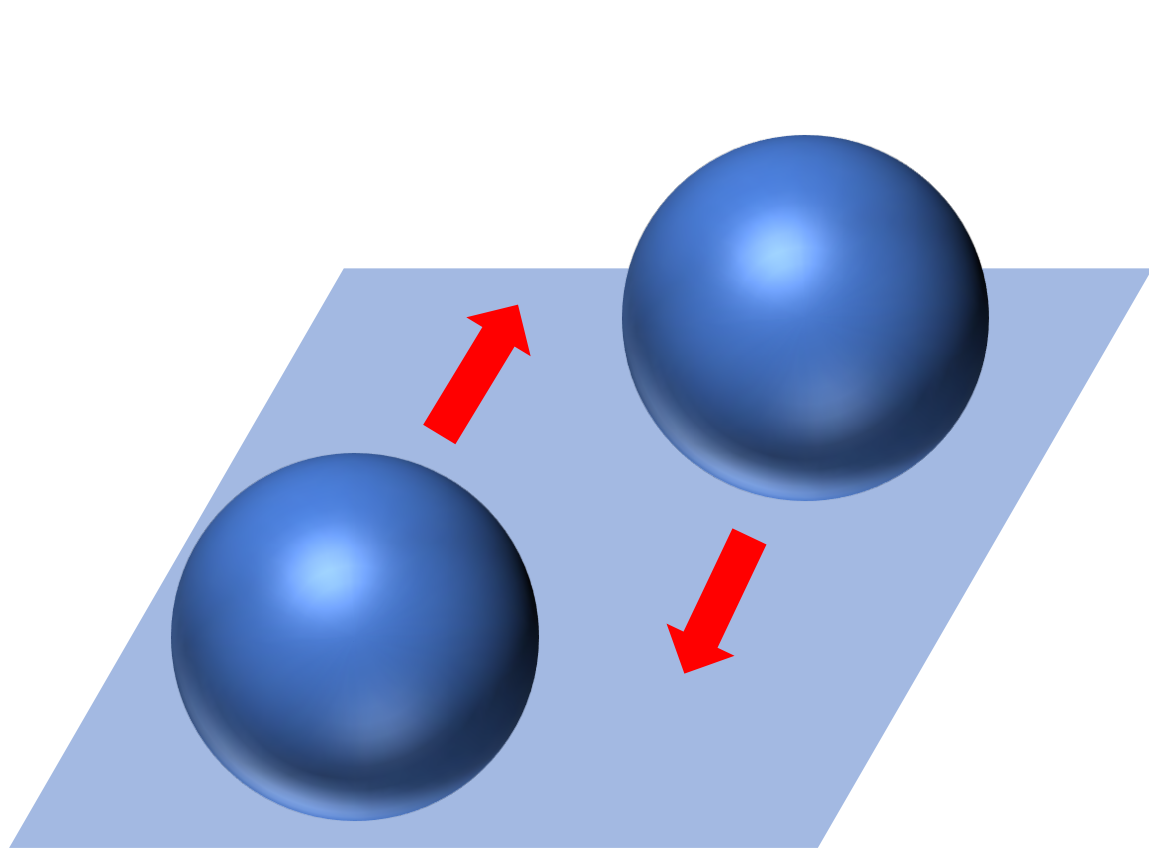
共同研究者：山本直希（慶應義塾大学）

KEK理論センター研究会「熱場の量子論とその応用」

2020年8月25日 オンライン

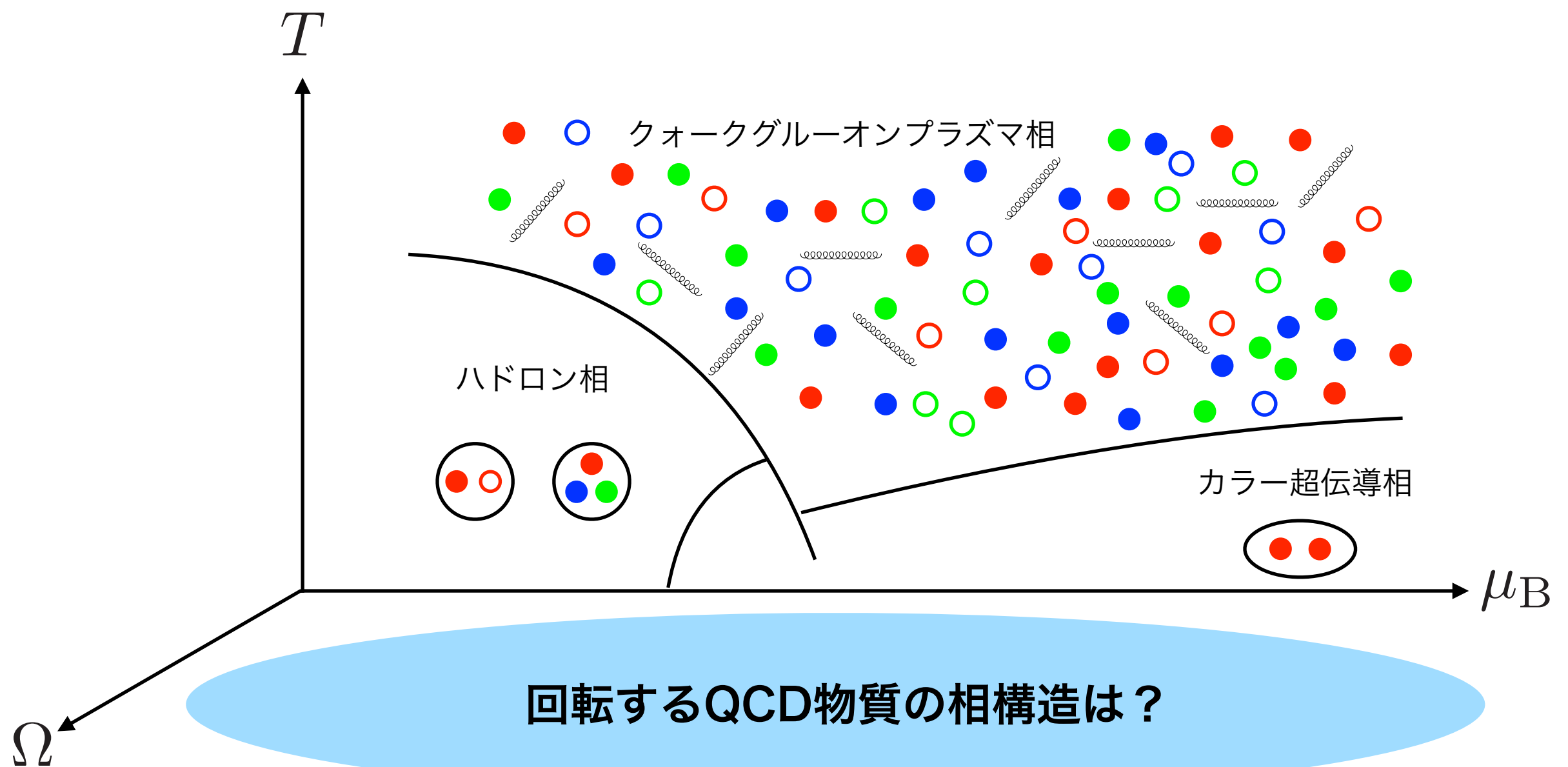
JHEP 07 (2020) 196

非中心衝突

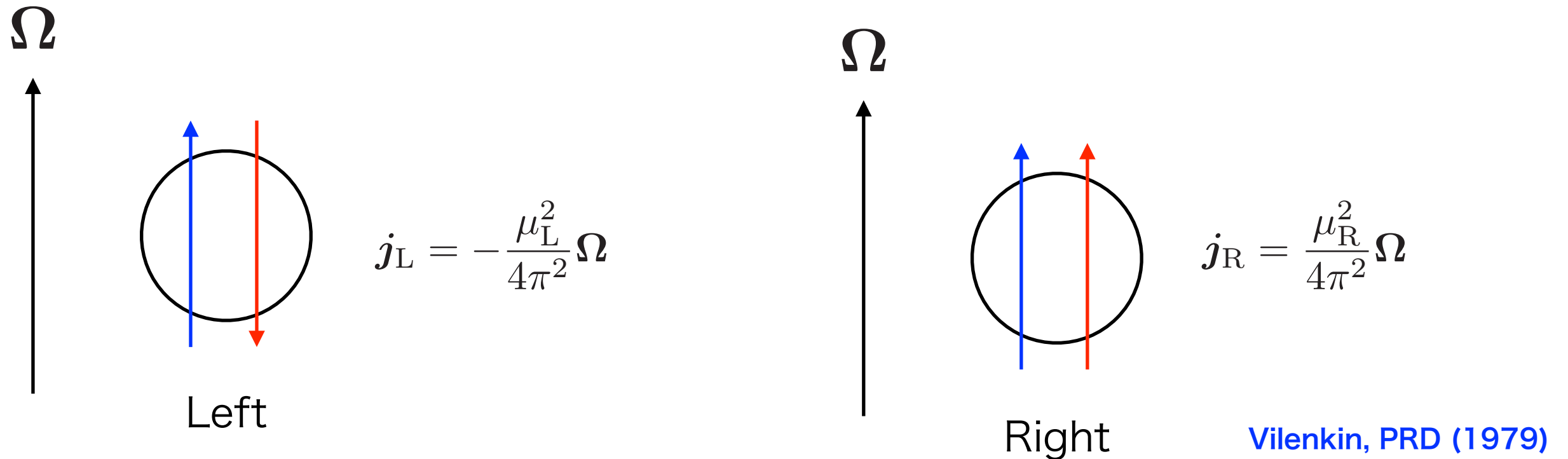


The STAR Collaboration, Nature (2017)

QCD相図



カイラル渦効果



- 軸性カレント(1-flavor) : $j_5 = \frac{1}{2\pi^2}\mu^2\Omega$, ($\mu_R = \mu_L \equiv \mu$)

輸送係数はカイラルアノマリーで決定される Son and Surowka, PRL (2009)

- 軸性カレント(3-flavor) : $j_a^5 = N_c \frac{d_{abc}}{2\pi^2}\mu_b\mu_c\Omega$, $d_{abc} = \frac{1}{2}\text{tr}[\lambda_a\{\lambda_b, \lambda_c\}]$

$$j_{a=0}^5 = \frac{\sqrt{6}\mu_B^2}{2\pi^2 N_c}\Omega \quad \text{※保存電荷としてバリオン数を考える : } \mu_B/N_c = \mu_0\sqrt{2/3}$$

※他の成分はゼロになる

クォークからメソンへ

高エネルギー

クォーク

$$j_{a=0}^5 = \frac{\sqrt{6}\mu_B^2}{2\pi^2 N_c} \Omega$$

エネルギースケールに
依存しない

低エネルギー

メソン

$$j_{a=0}^5 = \frac{\sqrt{6}\mu_B^2}{2\pi^2 N_c} \Omega$$

回転するQCD物質における トポロジカル項

- $U(1)_A$ 変換に対する作用の変分： $\delta S = \int d^4x \nabla \theta \cdot j_a^5$
- 微小な変換パラメータ： $q \xrightarrow{\text{UV}} (1 - i\gamma_5 \lambda_0 \theta) q$ $\phi \xrightarrow{\text{IR}} \phi + 2\sqrt{2/3}\theta$
- アノマリー一致条件： $\delta S_{\text{QCD}} = \delta S_{\text{EFT}}$

$$\delta S_{\text{EFT}} = \int d^4x \nabla \left(\frac{\delta \phi}{2\sqrt{2/3}} \right) \cdot \frac{\sqrt{6}\mu_B^2}{2\pi^2 N_c} \Omega \rightarrow S_{\text{EFT}} = \int d^4x \frac{3\mu_B^2}{4\pi^2 N_c} \nabla \phi \cdot \Omega$$

- このトポロジカル項はQCDの基底状態を変更させるか？

✓ パイ中間子の場合 $\mathcal{L}_{\text{EFT}}^{\pi_0} = \frac{\mu_B \mu_I}{2\pi^2 f_\pi} \nabla \pi_0 \cdot \Omega$ Huang, KN and Yamamoto, JHEP (2018)

$\mu_B \gg |\mu_I|$ である領域では、 η' 中間子のトポロジカル項の効果が、 π_0 中間子のものより大きくなる

カイラル摂動論(3-flavor)

- ・ オーダーパラメータ：カイラル凝縮 $\langle \bar{q}q \rangle$
- ・ 南部・ゴールドストン粒子： $U = e^{i\phi}$
- ・ 有効ハミルトニアン： $\Omega = \Omega \hat{z}$

$$\mathcal{H} = \frac{3}{4} f_{\eta'}^2 (\partial_z \phi)^2$$

$$+ a[1 - \cos(3\phi)]$$

$$- \frac{\mu_B^2}{4\pi^2} \Omega \partial_z \phi$$

$SU(3)_R \times SU(3)_L$ 不変

$U(1)_A$ は破れている = QCDアノマリーの効果

微分の一次項：

非一様な場の配位がエネルギー的に安定

カイラルソリトン格子

- 運動方程式

$$\partial_z^2(3\phi) = \frac{6a}{f_{\eta'}^2} \sin(3\phi)$$

- 厳密解

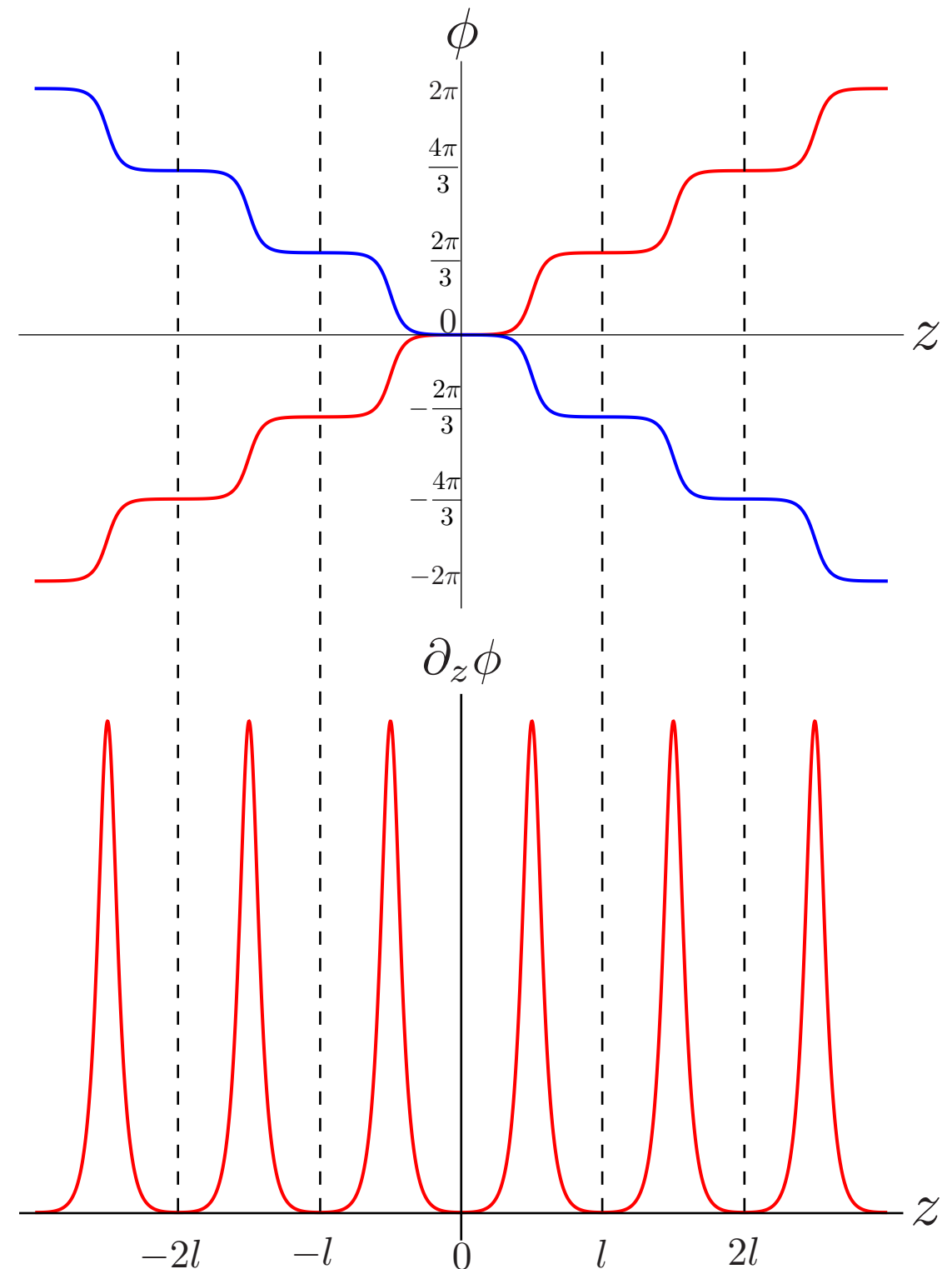
$$\cos \frac{3\phi}{2} = \text{sn}(\bar{z} - K(k), k), \bar{z} = \frac{z\sqrt{6a}}{f_{\eta'}k}$$

- パリティの破れ

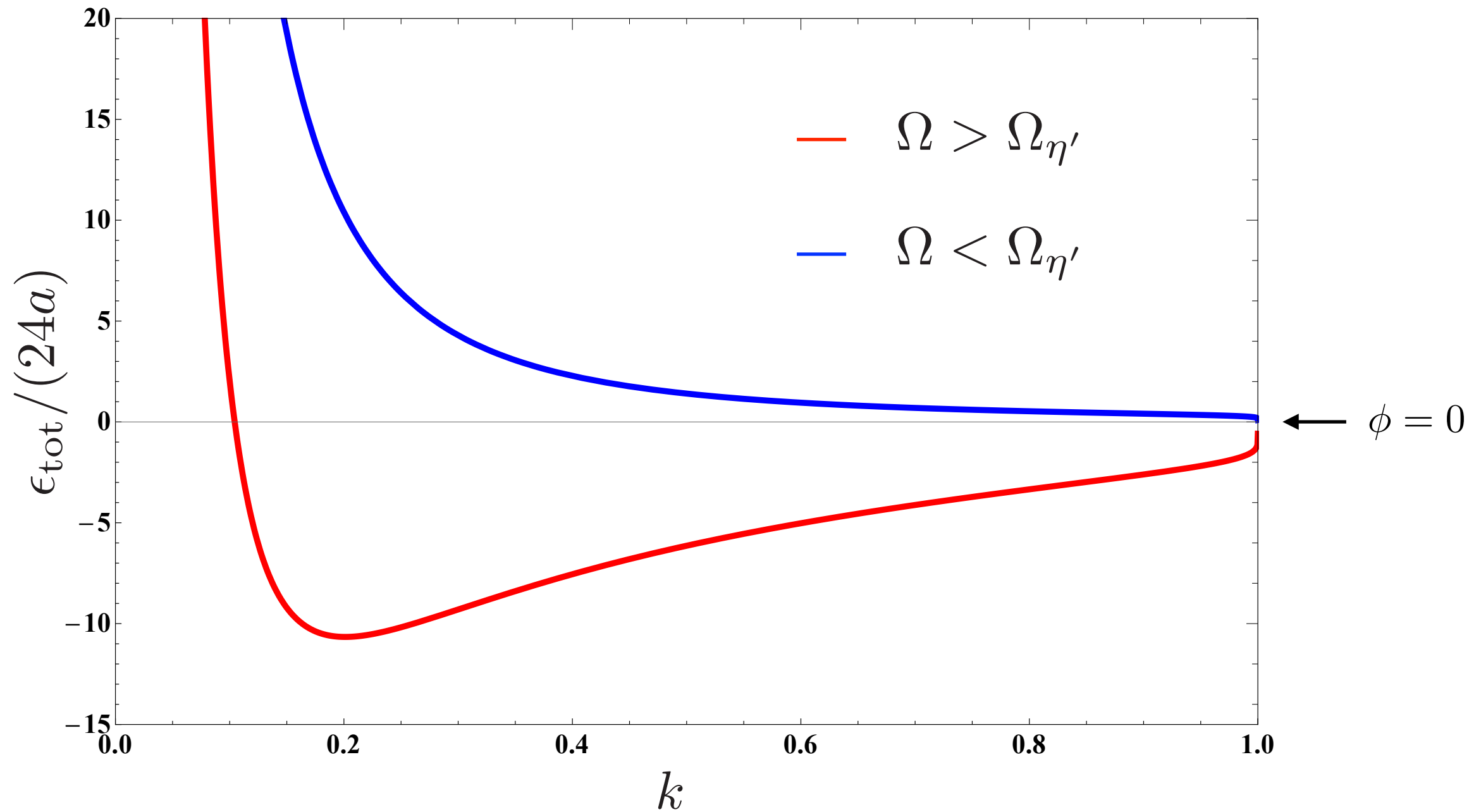
$$\phi(-\bar{z}) = -\phi(\bar{z})$$

- トポロジカルチャージ

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^l dz \partial_z \phi = \frac{1}{3}$$

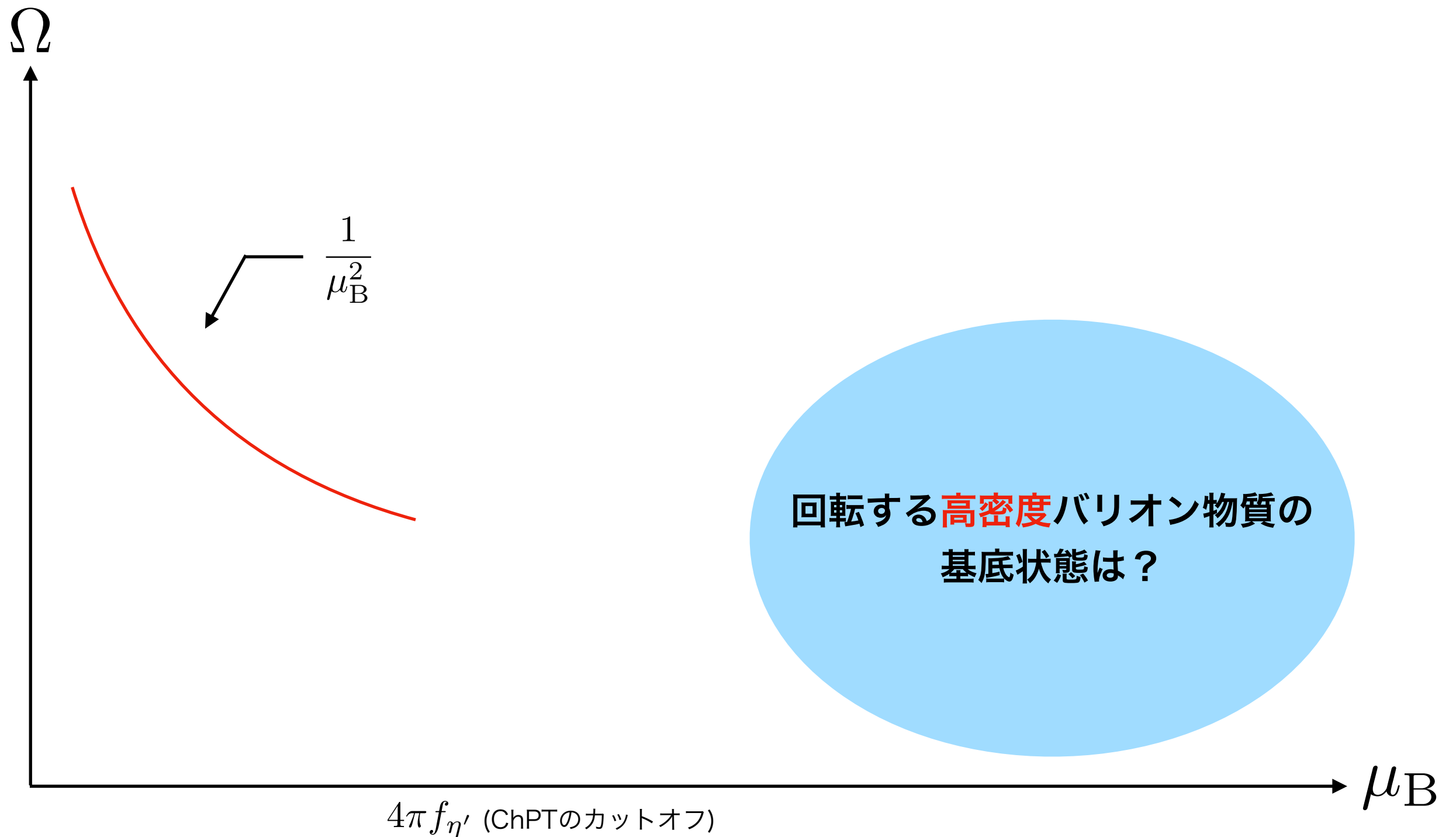


臨界角速度



$\Omega > \frac{8\pi f_{\eta'} \sqrt{6a}}{\mu_{\text{B}}^2}$ でCSLが実現する [KN and Yamamoto, JHEP \(2020\)](#)

QCD相図(μ_B - Ω)



カラー超伝導

- ・ クォーク間の引力により、Cooper対が形成
- ・ 超高密度では、u, d, sすべてのクォークが対形成した方がエネルギー的に安定
- ・ 対称性の破れのパターン = カイラル対称性の自発的破れ

$$SU(3)_R \times SU(3)_L \times SU(3)_c \rightarrow SU(3)_{\underline{c+R+L}}$$

Color-Flavor locking (CFL)

- ・ メソン(π , K, η , η')がNG bosonとして現れる

CFLの低エネルギー有効理論

• NG boson : $\tilde{U} = e^{i\tilde{\phi}}$

- カイラル変換 : $\tilde{U} \rightarrow L\tilde{U}R^\dagger$, $\tilde{\phi} \rightarrow \tilde{\phi} + 4\theta_0$

• EFT of CFL : [Son and Stephanov, PRD 2000](#); [KN and Yamamoto, JHEP \(2020\)](#)

- Kinetic term : $\mathcal{L}_{\text{kin}} = \frac{3}{4}f_{\tilde{\eta}'}^2 \left[(\partial_t \tilde{\phi})^2 - v_{\tilde{\eta}'}^2 (\partial_i \tilde{\phi})^2 \right]$ $f_{\tilde{\eta}'}^2 = \frac{\mu_B^2}{24\pi^2}$ $v_{\tilde{\eta}'}^2 = \frac{1}{3}$

- Topological term : $\mathcal{L}_{\text{CVE}} = \frac{\mu_B^2}{8\pi^2} \nabla \tilde{\phi} \cdot \Omega$

- Potential term : $\mathcal{L}_{1\text{-inst}} = -\gamma \text{tr}(\Phi^\dagger \tilde{U} + \text{h.c.})$

↑

カイラル凝縮

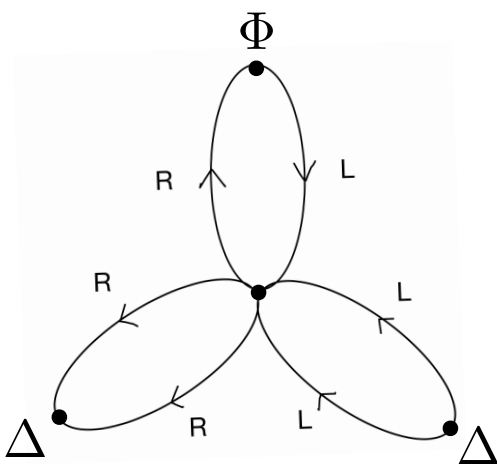
カイラル変換 : $\Phi \rightarrow L\Phi R^\dagger$, $\tilde{\phi} \rightarrow \tilde{\phi} + 2\theta_0$

$SU(3)_R \times SU(3)_L$ 不変

$U(1)_A$ は破れている = QCDアノマリーの効果

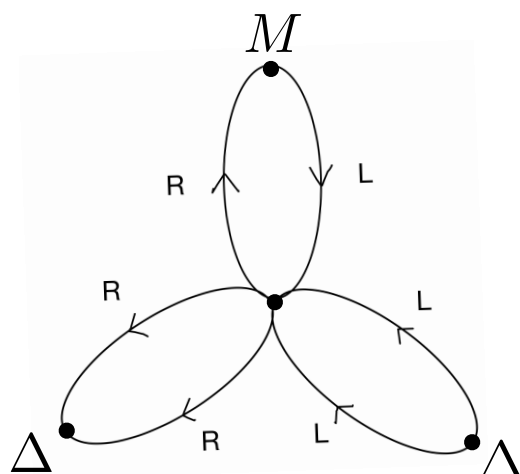
γ とカイラル凝縮

- γ の決定 = Instanton-induced six-fermion相互作用を平均場近似：

$$\gamma \sim \text{Diagram} \propto \frac{1}{\mu_B^{10}} \quad \text{インスタントン効果の抑制}$$


- カイラル極限でのカイラル凝縮： $\Phi_{ij} = \left. \frac{\partial V}{\partial (M^\dagger)_{ji}} \right|_{m \rightarrow 0}$

- 1-instanton ポテンシャル： $V = -\frac{\tilde{a}}{2} \text{tr}(M^\dagger \tilde{U} + \text{h.c.})$

$$\Phi_{ij} = -\frac{\tilde{a}}{2} \delta_{ij} \sim \text{Diagram} \propto \frac{1}{\mu_B^8} \quad \text{インスタントンによるカイラル凝縮 (カイラル極限)}$$


CFLにおけるCSL

- ・有効ハミルトニアン：

$$\mathcal{H}_{\text{CFL}} = \frac{\mu_{\text{B}}^2}{96\pi^2} (\partial_z \tilde{\phi})^2 + 3\gamma \tilde{a} (1 - \cos \tilde{\phi}) - \frac{\mu_{\text{B}}^2}{8\pi^2} \Omega \partial_z \tilde{\phi}$$

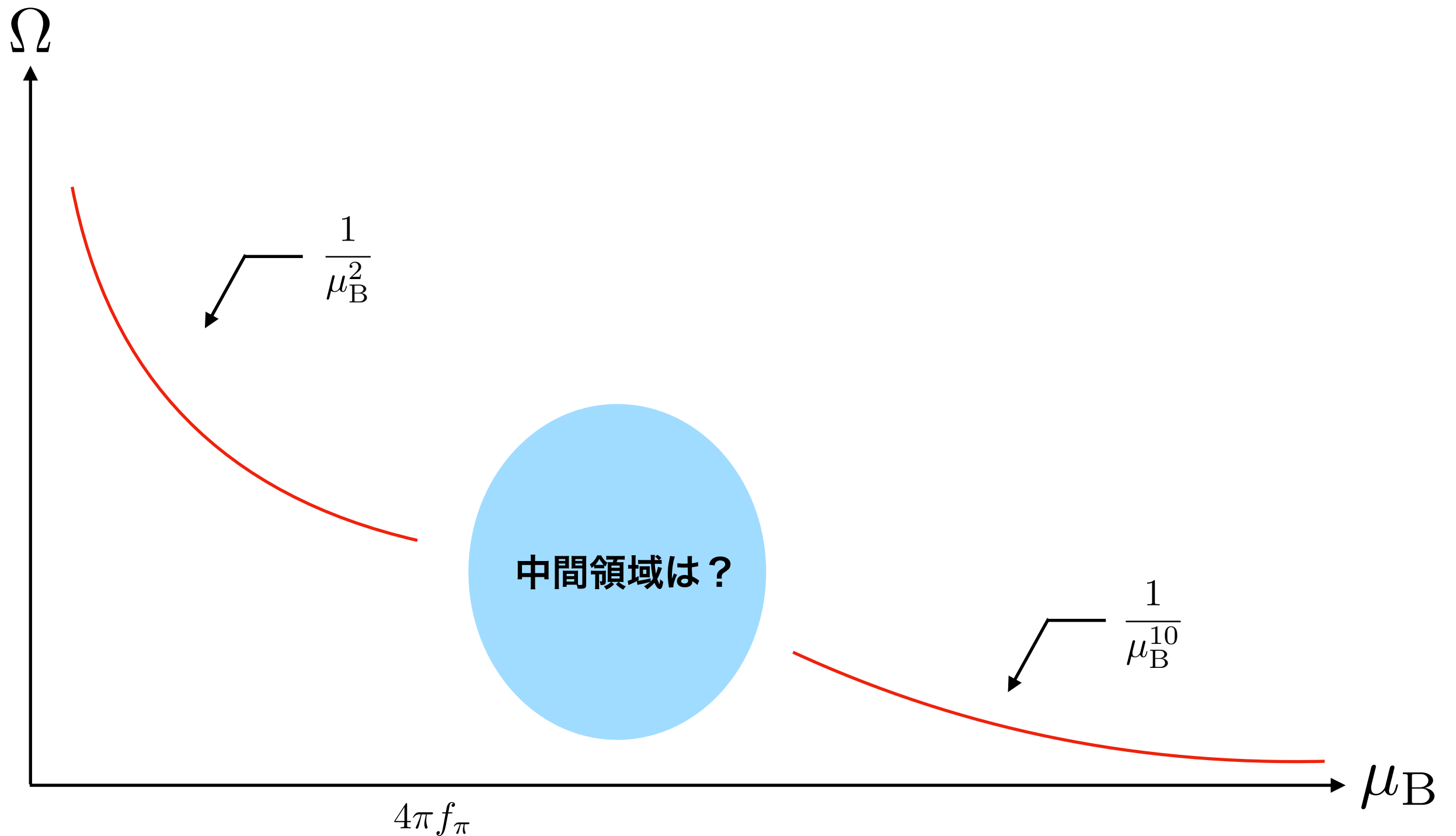
※ $\mathcal{H}_{\text{CFL}}$ は以下の置き換えによって、ハドロンのハミルトニアンと等価になる

$$3\phi \rightarrow \tilde{\phi}, \quad f_{\eta'}^2 \rightarrow \frac{\mu_{\text{B}}^2}{8\pi^2}, \quad a \rightarrow 3\gamma \tilde{a}, \quad \Omega \rightarrow \frac{3}{2}\Omega$$

- ・臨界角速度： [KN and Yamamoto, JHEP \(2020\)](#)

$$\Omega_{\tilde{\eta}'}^0 = \frac{8\sqrt{\gamma \tilde{a}}}{\mu_{\text{B}}} \propto \frac{1}{\mu_{\text{B}}^{10}}$$

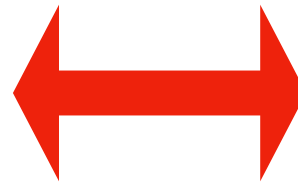
QCD相図(μ_B - Ω)



クォーク・ハドロン連続性

低密度領域

- ・ 基底状態：
 - η' カイラルソリトン格子
- ・ 励起状態：
 - フォノン



連続的

高密度領域

- ・ 基底状態：
 - η' カイラルソリトン格子
- ・ 励起状態：
 - フォノン

- ・ クォーク・ハドロン連続性の回転系への拡張

Schafer and Wilczek, PRL (1999)

まとめ

- ・ 充分速く回転する低密度バリオン物質の基底状態は η' CSL
- ・ 充分速く回転する高密度バリオン物質の基底状態も η' CSL
- ・ 上の二つは対称性の破れのパターンが同じことから連続的に繋がっていると予想

Back up

U(1)_A問題

- メソンと質量

Particle	Mass (MeV/c ²)
π	1.4×10^2
K	4.9×10^2
η	5.4×10^2
η'	9.6×10^2

3重項よりも質量が大きい

- 軸性カレントはカイラル極限でも保存しない = QCDアノマリー

$$\partial_\mu j_5^\mu = N_f \frac{g^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \text{tr}(G_{\mu\nu} G_{\rho\sigma})$$

- QCDアノマリーによって、カイラル摂動論に追加の質量項が現れる。

有限質量（低密度）

- 質量項：

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = B\text{tr}(MU + \text{h.c.})$$

- $m_u=m_d=m_s$ の場合：

- η' と他のメソンとのmixingはないので、カイラル極限の場合とほぼ同様に計算可

- $m_u=m_d<m_s$ の場合：

- QCDアノマリーの効果が質量項よりも充分大きい場合には、やはりmixingは小さいのでカイラル極限の場合と同じように計算可能

有限質量（高密度）

- 質量項：

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = c \det M \operatorname{tr}(M^{-1} \tilde{U} + \text{h.c.})$$

- $m_u=m_d=m_s$ の場合：

- η' と他のメソンとのmixingはないので、カイラル極限の場合とほぼ同様に計算可

- $m_u=m_d<m_s$ の場合：

- 上の質量項が主要項になり、mixingが発生するので m_s が大きくなると計算不可

$U(1)_A$ 変換

- ・ **カイラル凝縮** $\langle \bar{q}_R q_L \rangle$

- クォーク場が2つなので、 $\phi \rightarrow \phi + 2\theta_0$

- ・ **ダイクォーク凝縮** $\langle q_{R/L\,b}^j C q_{R/L\,c}^k \rangle = \epsilon^{ijk} \epsilon_{abc} [d_{R/L}^\dagger]_{ai}$

- $SU(3)_c$ 不変にするために、カラー添字で内積： $\Sigma = d_L d_R^\dagger$

- クォーク場が4つなので、 $\phi \rightarrow \phi + 4\theta_0$

臨界角速度の見積もり

- ・ 飽和核子密度にある金原子核： $\mu_B \approx 1 \text{ GeV}$, $\mu_I \approx -10 \text{ MeV}$

$$\Omega_{\eta'} \approx 4 \times 10^2 \text{ MeV}, \quad \Omega_{\pi_0} \approx 6 \times 10^3 \text{ MeV}$$

- 実験値である約10MeVには届かない。将来的な低エネルギー衝突では可能性あり？

荷電パイオンの凝縮

- ・有限磁場系ではBackgroundのCSLによって荷電パイオンの凝縮が起きる：

$$\partial_\mu \pi_0 (\pi_1 \partial^\mu \pi_2 - \pi_2 \partial^\mu \pi_1)$$

μ の役割を果たす

Brauner and Yamamoto, JHEP (2016)

- ・ η' は微分展開の二次まででtripletと乖離しているので、上のような凝縮は回転系では起きない。