格子ゲージヒッグス理論における
’t Hooft surface (ボルテックスの世界面)

島崎 拓哉

東大理

Ref. TS, A. Yamamoto, arXiv:2006.02886[hep-lat] (accepted by PRD)

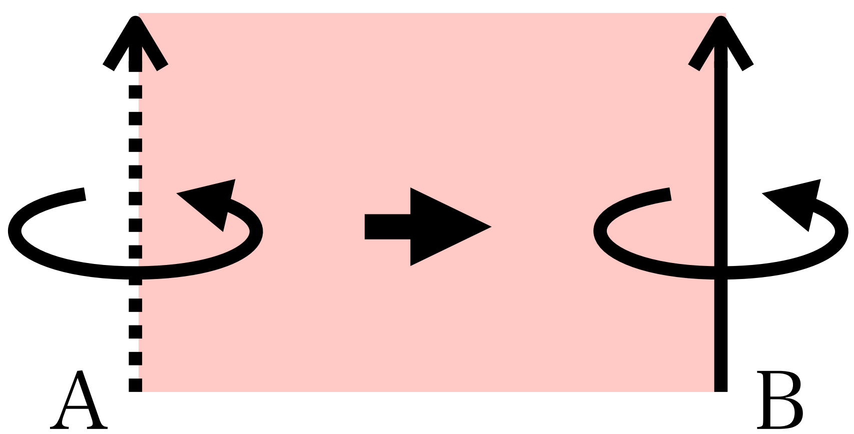
キーワード：格子ゲージ、トポロジカル秩序、超伝導、ボルテックス

熱場の量子論

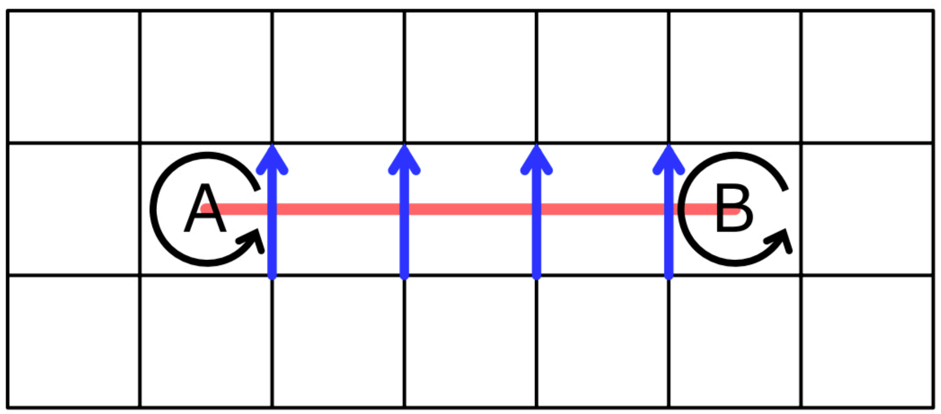
Aug. 25, 2020

まとめ

- ’t Hooft surfaceの格子上での定式化



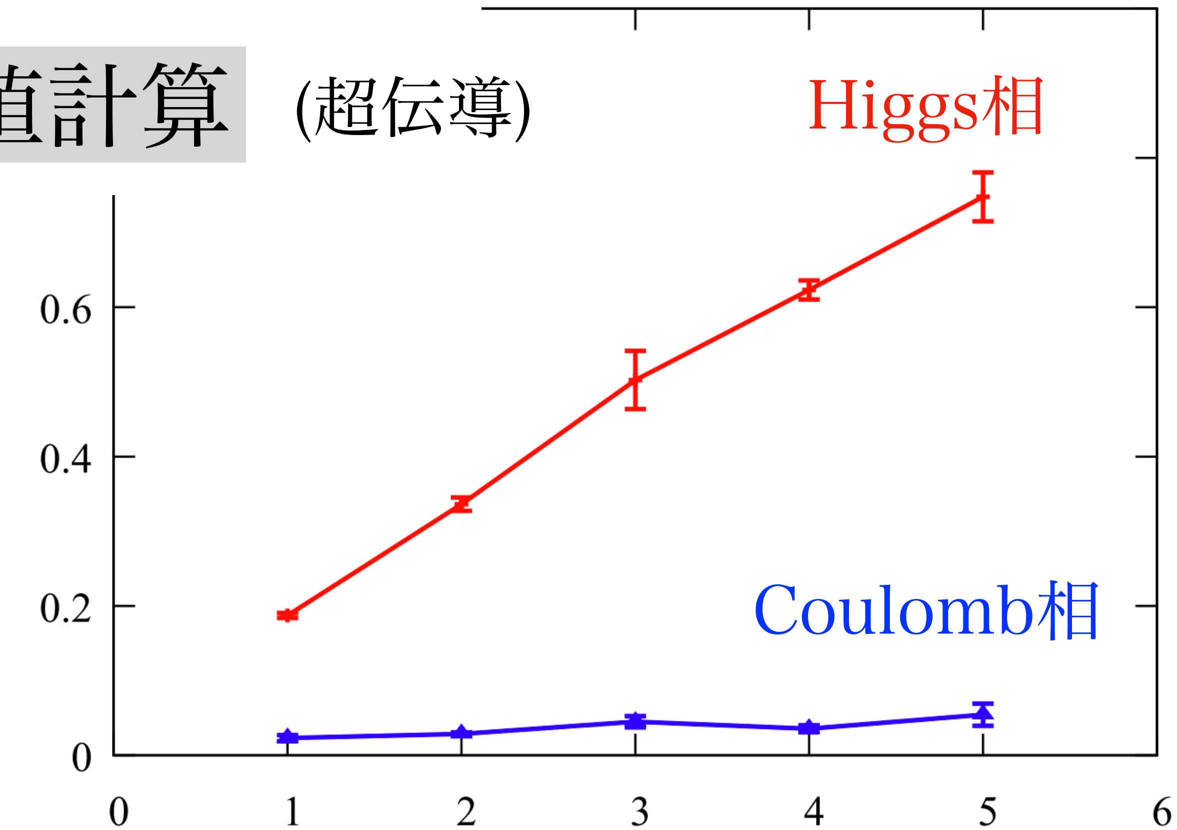
ボルテックスは世界面を掃く。



格子上で実現可能。

- ボルテックス間相互作用の数値計算

(超伝導)



縦軸：ポテンシャル、横軸：距離

線形ポテンシャル @ Higgs相
→ボルテックスの閉じ込め

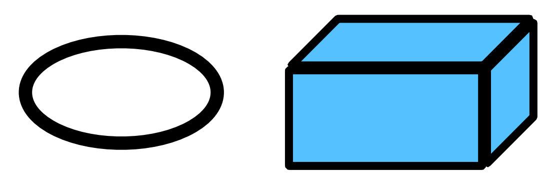
イントロダクション

トポロジカル秩序：

局所的な対称性の破れでは特徴付けられない量子相。

大域的な対称性(higher form symmetry)による分類が有効。

＝秩序変数が広がりを持っている。(例：loopやsurfaceなど)

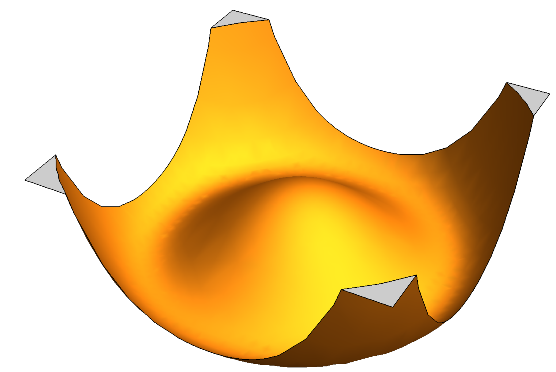


- charge-N Abelian Higgs model (超伝導)
- U(N) Higgs model with N flavors

簡単のため、前者のみを扱う。定式化は同様。

Charge-N Abelian Higgs Model

$$\mathscr{L}[\phi, A] = \frac{1}{4e^2}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \left|(\partial_\mu + iNA_\mu)\phi\right|^2 + V(\phi)$$

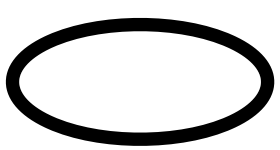


$V(\phi)$

$\downarrow$ 低エネルギー極限 @ Higgs相

$$\mathscr{L}[B, A] \propto \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}B_{\mu\nu}F_{\rho\sigma}$$ トポロジカル場の理論

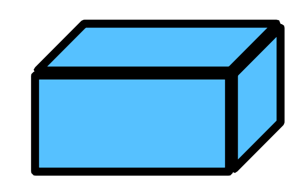
- トポロジカルな基本変数(場)でかける。
- 元の理論のトポロジカルな性質を再現する。



Wilson loop

$$W[\mathscr{C}] = \exp\left(i\oint_{\mathscr{C}} A\right)$$

't Hooft surface



$$\tilde{V}[\mathcal{S}^*] = \exp\left(i\oint_{\mathcal{S}^*} B\right)$$

$\uparrow$

元の連続理論では計算が難しい。

格子ゲージヒッグス理論における
't Hooft surface (ボルテックスの世界面)

't Hooft Surface (ボルテックスの世界面)

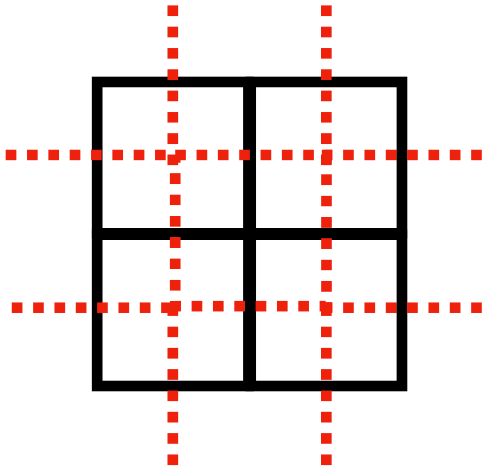
$$\text{'t Hooft surface }: \tilde{V}[\mathcal{S}^*] = \exp\left(i \oint_{\mathcal{S}^*} B \right)$$

- ϕ にdualな場 B で定義される。

$$\rightarrow \begin{cases} \text{'t Hooft surfaceはdualな格子上で定義される。} \\ q/Ne\ (q \in \mathrm{Z_N}) \text{ なる分数磁荷を持つ。} \end{cases}$$

- 't Hooft loop (モノポールの世界線)と類似している。

$\rightarrow$ 't Hooft loopは格子上で計算可能である。



黒：格子

赤：dualな格子

格子上での定式化

格子作用： $S[A,\phi] = S_{\text{gauge}}[A] + S_{\text{local}}[\phi] + S_{\text{hop}}[A,\phi]$ $\quad \left(U_\mu(x) = \exp\left[iA_\mu(x) \right] \right)$

$$\text{where} \quad S_{\text{hop}} = -\sum_x \sum_\mu \left[\phi^*(x) U_\mu^N(x) \phi(x+\hat{\mu}) + \text{c.c.} \right]$$

磁荷 q/Ne の't Hooft surfaceを $\mathcal{S}^*$ に置いた経路積分

$$Z_{\mathcal{S}^*} = \int DAD\phi \exp\left\{ -S_{\text{gauge}}[A] - S_{\text{local}}[\phi] - S'_{\text{hop}}[A,\phi] \right\}$$

$$\text{where} \quad S'_{\text{hop}}[A,\phi] = -\sum_x \sum_{\mu \in B(\mathcal{V}^*)} \left[e^{i2\pi q/N} \phi^*(x) U_\mu^N(x) \phi(x+\hat{\mu}) + \text{c.c.} \right]$$

$$-\sum_x \sum_{\mu \notin B(\mathcal{V}^*)} \left[\phi^*(x) U_\mu^N(x) \phi(x+\hat{\mu}) + \text{c.c.} \right]$$

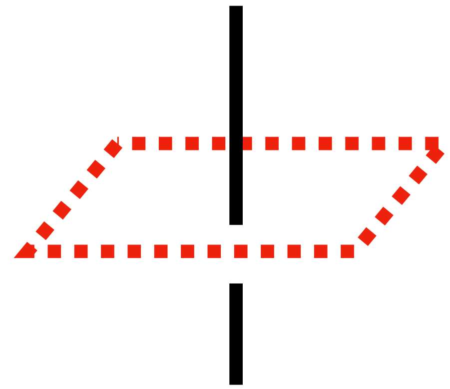
't Hooft surfaceは $U_\mu^N \mapsto e^{i2\pi q/N} U_\mu^N \ \left[\mu \in B(\mathcal{V}^*) \right]$ なる変換で実現される。

(次ページで解説。)

格子上での定式化

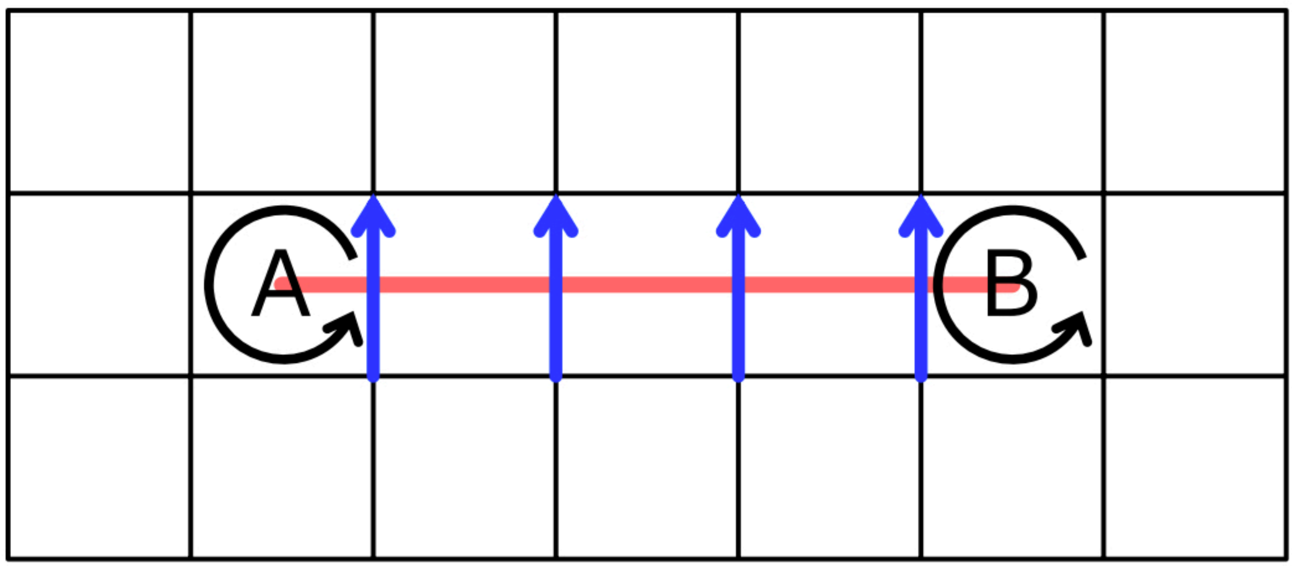
’t Hooft surfaceは $U_\mu^N \mapsto e^{i2\pi q/N} U_\mu^N \ \left[\mu \in B(\mathscr{V}^*)\right]$ なる変換で実装される。

$\mathscr{V}^*$: $\mathscr{S}^*$ を境界にもつ三次元部分空間



$B(\mathscr{V}^*)$: $\mathscr{V}^*$ を貫く一次元リンクの集合

cf. 3次元時空の場合、
リンクは二次元面を貫く。



: $\mathscr{V}^*$, A: vortex, B: antivortex

’t Hooft surfaceの期待値

$$\langle \tilde{V}[\mathscr{S}^*] \rangle = \frac{Z_{\mathscr{S}^*}}{Z_0}.$$

Z_0 : path integral w/o surface

$Z_{\mathscr{S}^*}$: path integral w/ surface

格子シミュレーション

$$\langle \tilde{V}[\mathcal{S}^*] \rangle \propto e^{-ET}\,(T \to \infty)$$

E/Y : 単位長さあたりのポテンシャル

X : ボルテックス間距離

Higgs：線形

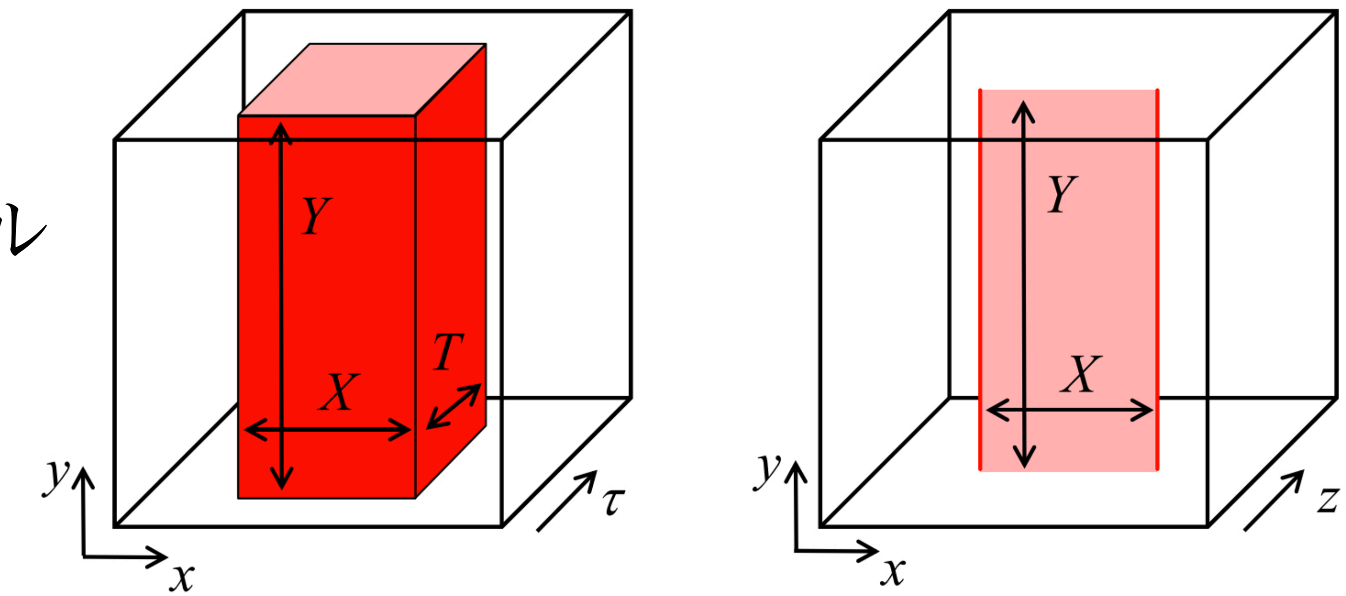
→ボルテックスは閉じ込められる。

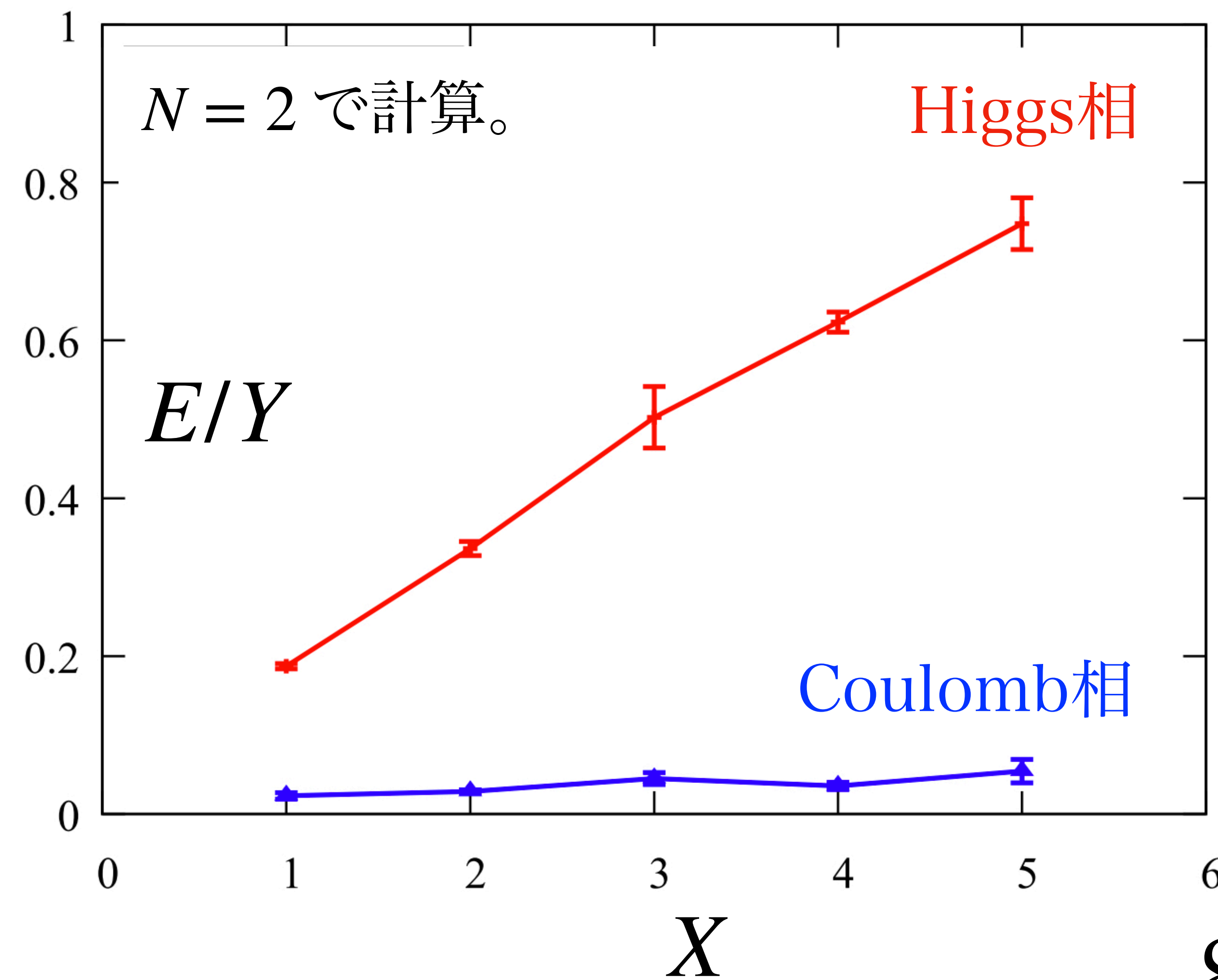
Coulomb：ほぼゼロ

→U(1)ゲージが破れておらず、

dualな場 B は短距離で減衰。

’t Hooft surfaceの配位

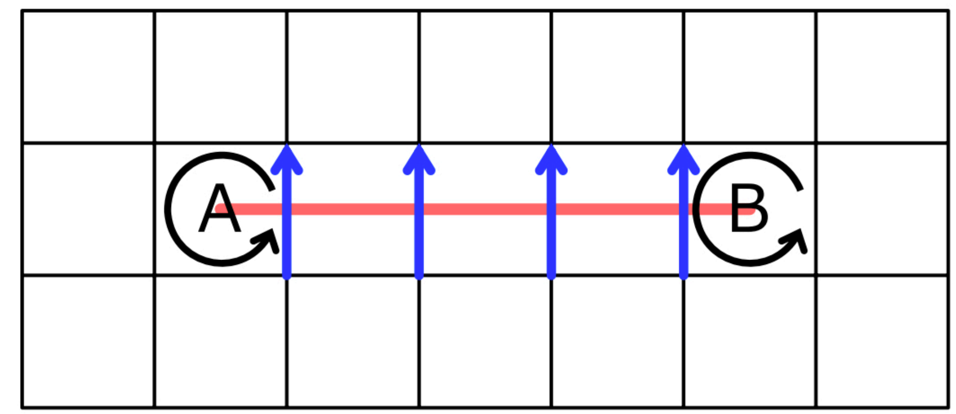




まとめ

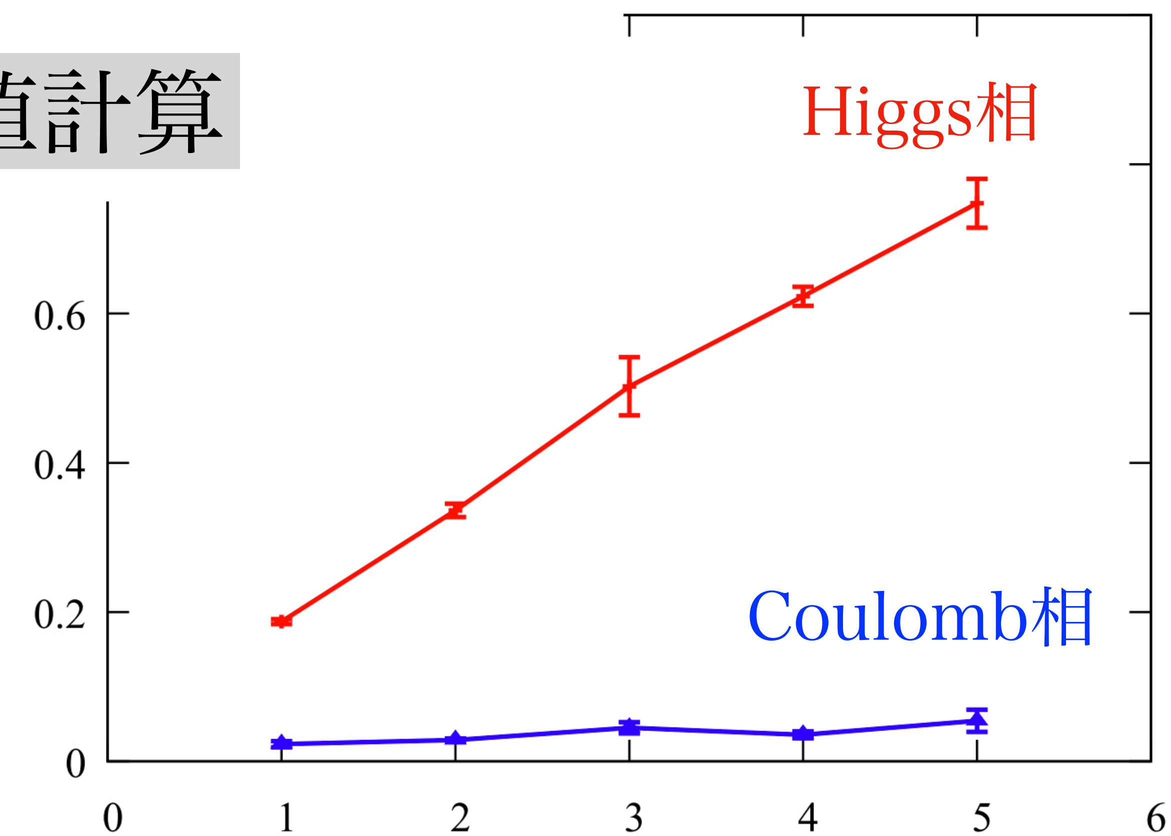
- ’t Hooft surfaceの格子上での定式化

’t Hooft surfaceを
元の格子理論で実現した。



- ボルテックス間相互作用の数値計算

上述の定式化に基づき、
ポテンシャルを計算した。



縦軸：ポテンシャル、横軸：距離