有限温度・有限密度 Gross–Neveu 模型における Casimir 効果とその安定性

Casimir effect and its stability in finite temperature and density Gross–Neveu model

下地寛武

共同研究者: 稲垣知宏、松尾大和　(広島大学)

2020/08/25 (Tue.)　KEK 理論センター研究会「熱場の量子論とその応用」

概要

- 導入・目的 (1)
- 模型・解析 (2–4)
- 結果 (5–8)

  μ-T 平面上の相図、動的に生成される質量・粒子数密度・圧力（Casimir 力）
- まとめ (9)

導入・目的

$\mathbb{R}^{1 \text{or} 2} \times S^1$ 上の相対論的な anyon-like な系

D. Y. Song, Phys. Rev. D48 (1993) 3925, S. Huang and B. Schreiber, Nucl. Phys. B 426 (1994) no. 3, 644.

$S^1 \times S^1$ 上の超伝導（磁場・Aharonov–Bohm 効果）

R. Yoshii, el. al. Phys. Rev. B92 (2015) 2245128.

目的:

強結合フェルミオン系におけるカイラル対称性の破れに対する有限サイズ効果を見る

$\longrightarrow$ 有限温度・有限化学ポテンシャルの寄与もあるときはどうなるか？

ゼロ温度・ゼロ化学ポテンシャル T. Inagaki, et. al., Symmetry 11 (2019) 451.

$\longrightarrow$ 熱力学的な量としてどう見える？

Casimir 効果 A. Flachi, et. al. Phys. Rev. Lett. 119 (2017) 031601.

模型・解析: 解析する模型と本研究での設定

4 体フェルミ相互作用模型: **Gross–Neveu 模型** D. J. Gross and A. Neveu, Phys. Rev. D 10 (1974) 3235

$$S = \int d^D x \left[\bar{\psi}(x) i\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) + \frac{\lambda}{2N} \left(\bar{\psi}(x)\psi(x)\right)^2 \right]$$

$$\longrightarrow \int d^D x \left[\bar{\psi}(x) \left(i\gamma^\mu \partial_\mu - \sigma(x) \right) \psi(x) - \frac{N}{2\lambda}\sigma(x)^2 \right] \quad \text{for} \quad \sigma(x) \sim -\frac{\lambda}{N}\bar{\psi}(x)\psi(x)$$

基本的な性質

- 離散的カイラル対称性 $\mathbb{Z}_2$: $\psi(x) \to \gamma^5 \psi(x)$
- 秩序変数、補助場 $\sigma(x)$
- カイラル対称性の自発的破れ

本研究

- 背景時空: $S^1 \times S^1$、$\mathbb{R} \times S^1 \times S^1$ 有限サイズ・有限温度
- U(1) 値周期境界条件
- 有限密度（化学ポテンシャル） $\mu\psi(x)^\dagger\psi(x)$
- 仮定: 一様なカイラル凝縮 $\langle\sigma(x)\rangle = \text{const.}$
- $1/N$ 展開における有効ポテンシャルの評価

模型・解析: 有効ポテンシャル

U(1) 値周期境界条件 $\psi\left(x^1,\ldots,x^{D-1}+L,x^D\right)=e^{-i\pi\delta}\psi\left(x^1,\ldots,x^{D-1},x^D\right)$ の下で

有効ポテンシャル（$1/N$ 展開の最低次）

$$\frac{V_D(\sigma;L,\delta,\beta,\mu)}{m_0^D}=\underline{\frac{\mathrm{tr}\,I\cdot\Gamma\left(1-\frac{D}{2}\right)}{(4\pi)^{\frac{D}{2}}}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{m_0}\right)^2-\frac{1}{D}\left(\frac{\sigma}{m_0}\right)^{2\cdot\frac{D}{2}}\right]}-\underline{\frac{\mathrm{tr}\,I\cdot C_{D-1}}{Lm_0}\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}q}{m_0}\left(\frac{q}{m_0}\right)^{D-2}\ln\left(2\frac{\cosh L\sqrt{q^2+\sigma^2}-\cos\pi\delta}{\exp L\sqrt{q^2+\sigma^2}}\right)}$$
$$\underline{-\frac{\mathrm{tr}\,I\cdot C_{D-2}}{\beta Lm_0^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_0^\infty\frac{\mathrm{d}q}{m_0}\left(\frac{q}{m_0}\right)^{D-3}\ln\left(2\frac{\cosh\beta\sqrt{q^2+k_{\delta,n}^2+\sigma^2}+\cosh\beta\mu}{\exp\beta\sqrt{q^2+k_{\delta,n}^2+\sigma^2}}\right)}$$

$L,\beta\to\infty,\mu=0$ で動的に生成される質量 $m_0=\left[\frac{(4\pi)^{D/2}}{\mathrm{tr}\,I\cdot\Gamma\left(1-\frac{D}{2}\right)}\left(\frac{1}{\lambda_r}-\frac{1}{\lambda_c}\right)\right]^{\frac{1}{D-2}}\mu_r$、$C_D^{-1}=(4\pi)^{\frac{D}{2}}\Gamma\left(\frac{D}{2}\right)$、$k_{\delta,n}=\frac{2\pi}{L}\left(n+\frac{\delta}{2}\right)$

有効ポテンシャルの評価 = パラメータ L,δ,β,μ における最小（極小）値探索

模型・解析: 計算する物理量

有効ポテンシャルから得られる 動的に生成された質量 （相構造）に加えて…

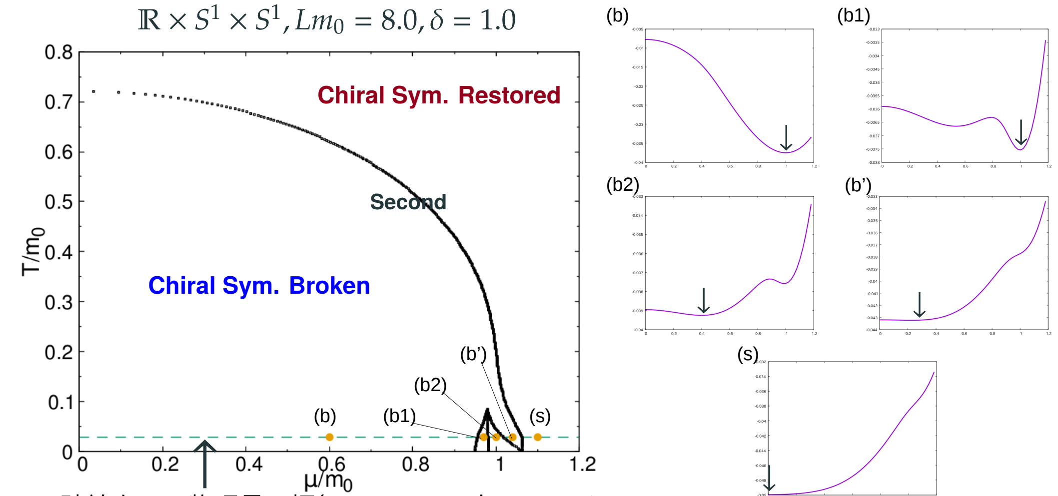
グランドポテンシャル

$$\Omega_D(L,\delta,T,\mu) = [V_D(m;L,\delta,\beta=1/T,\mu) - V_D(m_0)]\mathcal{V}L$$

の下で

- 粒子数密度 $\rho_D(L,\delta,T,\mu) = -\frac{1}{\mathcal{V}L}\frac{\partial\Omega_D(L,\delta,T,\mu)}{\partial\mu}$
- 圧力（Casimir 力） $P_D(L,\delta,T,\mu) = -\frac{1}{\mathcal{V}}\frac{\partial\Omega_D(L,\delta,T,\mu)}{\partial L}$

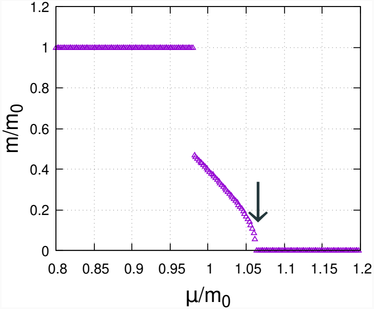
結果: μ-T 平面上の相構造と有効ポテンシャル



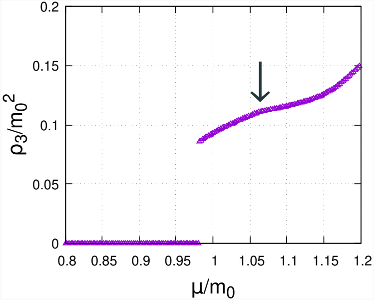
破線上での物理量の振舞いについて次のスライド

結果: 相の変化と物理量

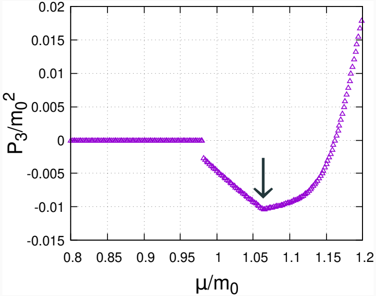
$$\mathbb{R} \times S^1 \times S^1, Lm_0 = 8.0, \delta = 1.0, T/m_0 = 0.02$$



動的に生成される質量



粒子数密度

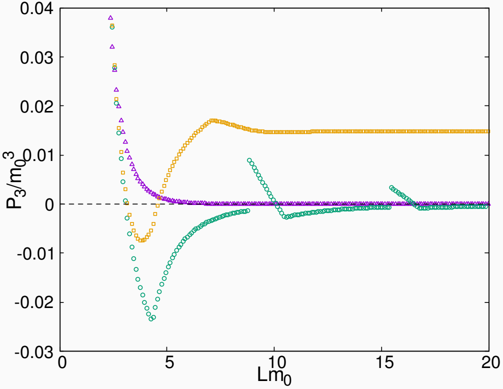


圧力（Casimir 力）

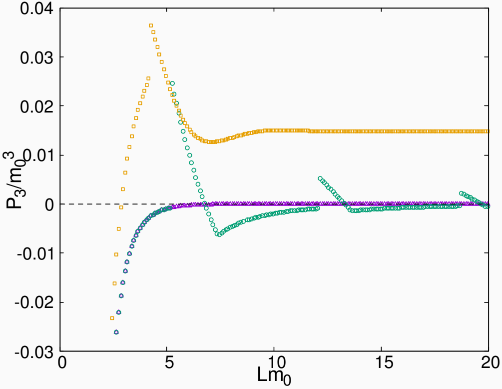
結果: 系の大きさと圧力（Casimir 力）

$\mathbb{R} \times S^1 \times S^1$

周期境界条件 $\delta = 0$



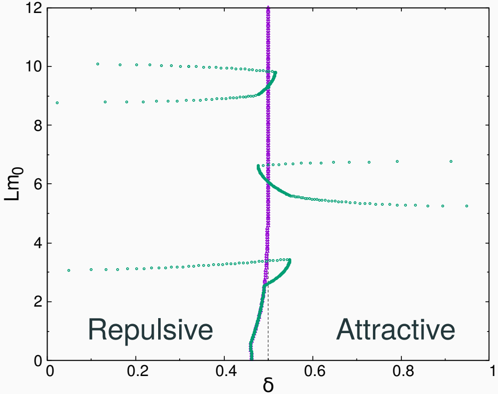
反周期境界条件 $\delta = 1$



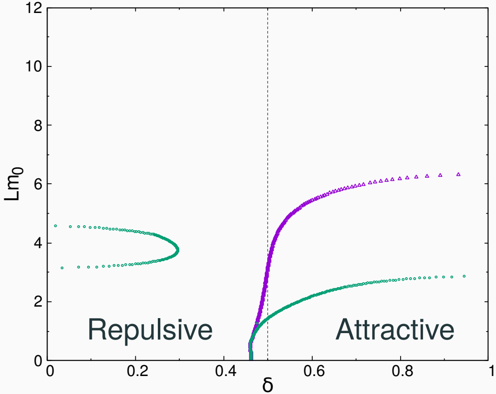
紫: $T/m_0 = 0.005, \mu/m_0 = 0$、緑: $T/m_0 = 0.005, \mu/m_0 = 1.0$、黄: $T/m_0 = 0.2, \mu/m_0 = 1.0$

結果: 圧力（Casimir 力）の δ-L 平面上の符号反転境界

$T/m_0 = 0.005$



$T/m_0 = 0.2$



紫: $\mu/m_0 = 0$、緑: $\mu/m_0 = 1.0$

まとめ

- 有限温度・有限密度 Gross–Neveu 模型を解析した。
- 空間 1 方向を有限サイズ (S^1) にし、その方向に関して U(1) 値の周期境界条件をフェルミオンに課した。
- 一様なカイラル凝縮の仮定のもとで $1/N$ 展開の最低次において有効ポテンシャルの評価を行った。

有効ポテンシャルから得られる動的に生成される質量（μ-T 平面上の相図）とグランドポテンシャルから得られる粒子数密度・圧力（Casimir 力）とにおいて有限サイズと境界条件の効果を示した。

系の長さに対する圧力（Casimir 力）の変化において平衡点を示した。またその符号反転境界を δ-L 平面上に示した。

磁場、フレーバー、カレント質量、…