ゲージ・重力対応を用いた散逸系における南部ゴールドストーンモードの解析

石垣秀太 (中大理工), 松本匡貴 (KEK)
Shuta Ishigaki (Chuo U.), Masataka Matsumoto (KEK)

KEK オンライン研究会　熱場の量子論とその応用 2020
2020/8/25

中央大学
CHUO UNIVERSITY

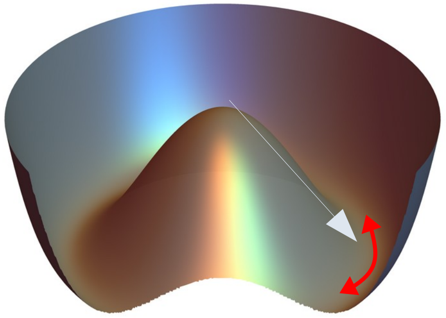
ゲージ・重力対応の非平衡系への応用

- 南部・ゴールドストーンの定理
  連続対称性の破れには質量ゼロの粒子の出現が伴う。

NG粒子・NGモード

理論	対称性	NG粒子
結晶	並進対称性	フォノン
磁性体	回転対称性	マグノン
超電導体	U(1) 対称性	クーパー対
QCD	カイラル対称性	π 中間子

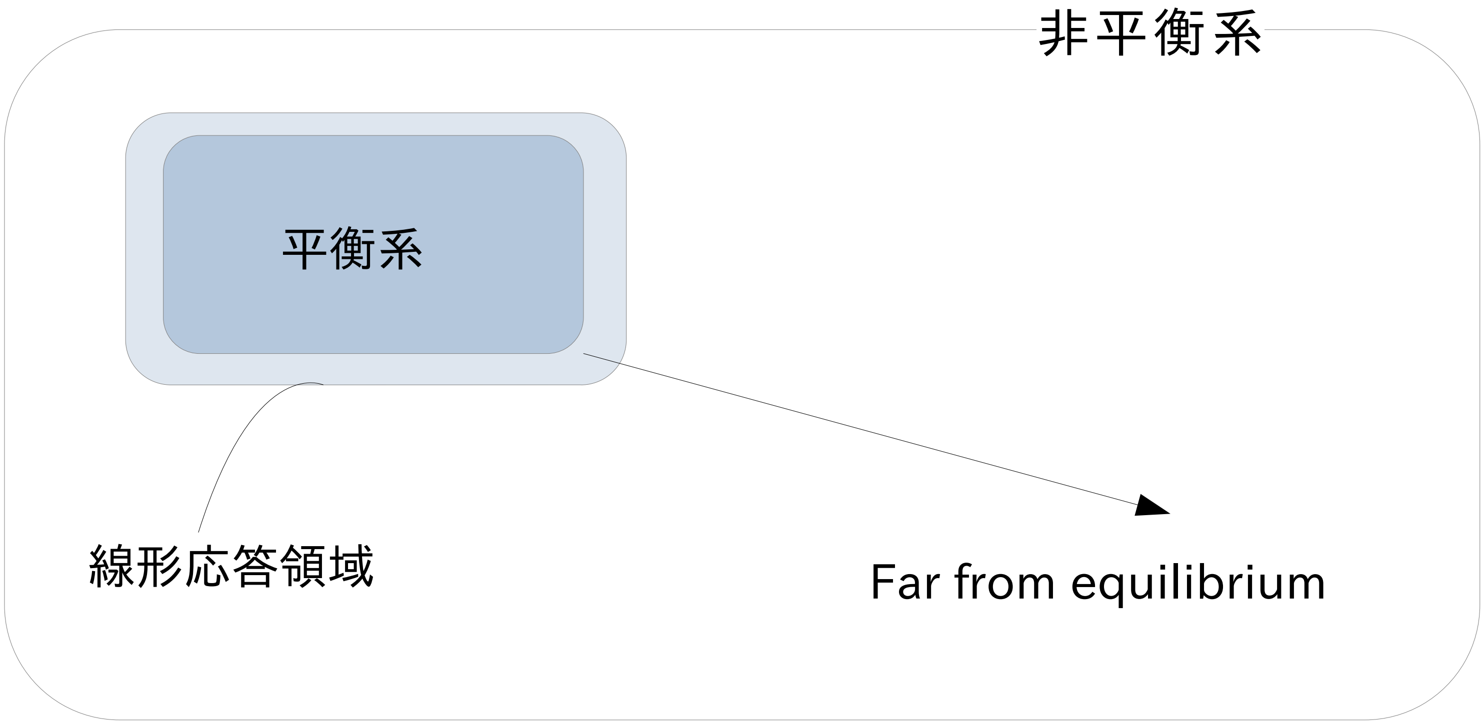
ポテンシャル



非平衡系での定理の詳細は非自明　場の理論による解析 : Minami, Hidaka (2018)

- ゲージ・重力対応は、場の理論と古典重力理論を対応づける。
- 非平衡系の現象を解析するツールとなりうる。
- 本研究では、ディラック電子系のカイラル対称性の破れを記述できる重力双対モデルを用い、散逸系の対称性の破れに伴い生じる南部・ゴールドストーンモードの満たす分散関係を調べた。

非平衡系の分類



平衡系からの距離が小さい場合は線形応答理論による解析が有効

線形応答のパラメータに対して非摂動的な効果を調べるのは困難

ゲージ・重力対応では Far from equilibrium system も解析可能

ゲージ・重力対応

Maldacena (1998)

ホログラフィー原理：
ブラックホール熱力学と、エントロピーが
ホライゾン表面積に比例することから予想
比熱が正であるには漸近 AdS 時空が必要

Hawking 温度

$$k_B T = \frac{\hbar\kappa}{2\pi c}$$

Bekenstein-Hawking エントロピー

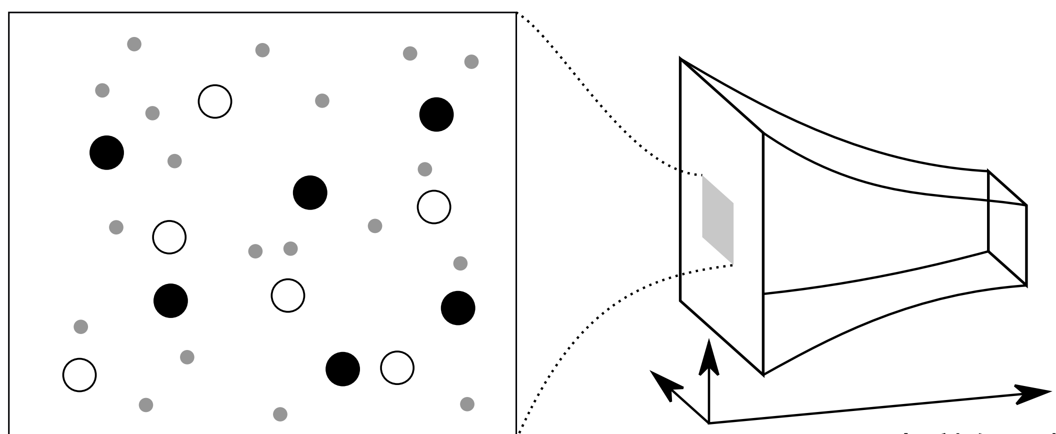
$$S_{BH} = \frac{c^3}{4G\hbar}A$$

ブラックホール熱力学

Laws	熱力学	ブラックホール
0th	熱平衡で T 一定	定常解で 表面重力 κ 一定
1st	$dE = TdS$	$dM = (\kappa/8\pi G)dA$
2nd	S は減少しない	表面積 A は 減少しない
3rd	$T=0$ にできない	$\kappa=0$ にできない

後に超弦理論の文脈でより具体的な対応関係が示唆：ゲージ・重力対応 (AdS/CFT 対応)

境界に
d 次元
ゲージ理論が
“住む”



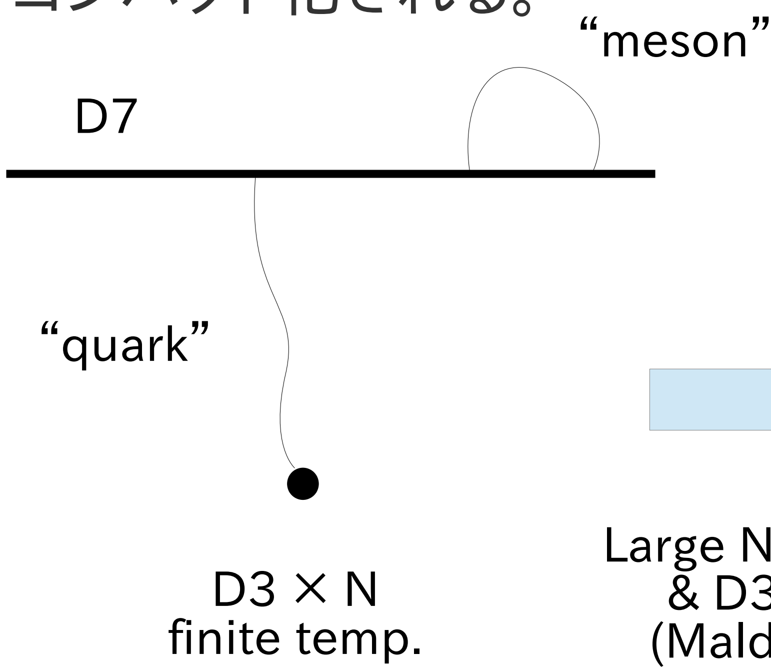
$d+1$ 次元
重力理論
特に AdS_{d+1} 時空

様々な応用：QGP, 超電導, 量子情報, 量子重力 ... 非平衡系

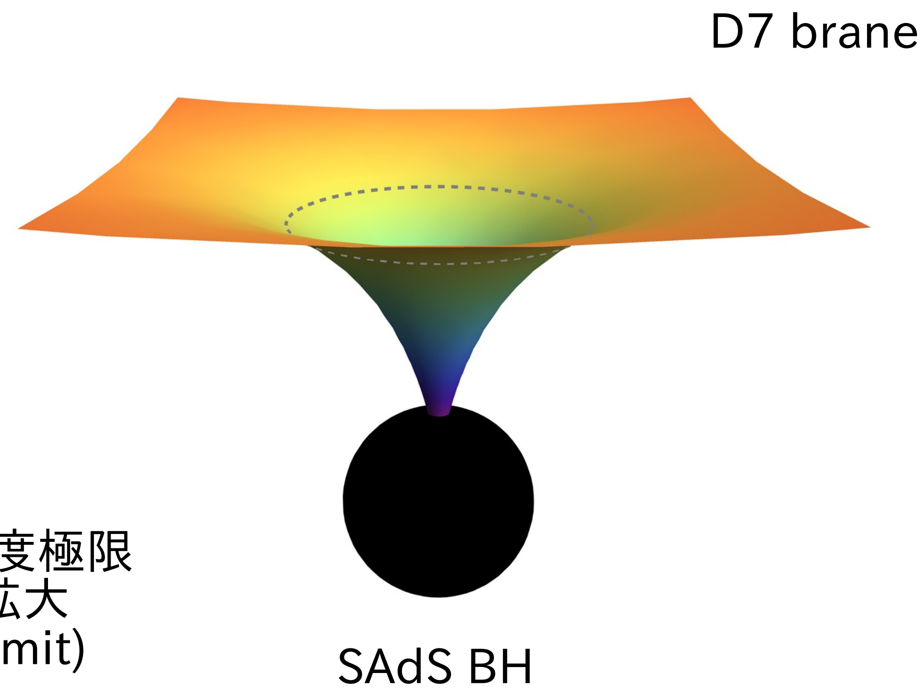
D3-D7 ブレーンモデル

Karch, Katz (2002)

- 超弦理論における描像を念頭に置いた 3+1 次元のフェルミ粒子系に対応するトップダウン・モデル
- 高次元物体である D ブレーンを2種類用意して、それぞれを熱浴と着目系と見なす。
- 超弦理論では 10 次元が要求されるので AdS 方向以外の余剰次元はコンパクト化される。



Large N 大自由度極限
& D3 近傍を拡大
(Maldacena limit)



D3-D7 ブレーンモデル

Karch, Katz (2002)

背景時空 : $\mathrm{SAdS}_5 \times \mathrm{S}^5$

Hawking 温度 $T = \pi/u_h.$

$$ds_{10}^2 = \frac{-f(u)dt^2 + d\vec{x}^2}{u^2} + \frac{du^2}{u^2 f(u)} + d\Omega_5^2, \quad f(u) = 1 - \frac{u^4}{u_h^4},$$

$$C^{(4)} = r^4 dt \wedge dx \wedge dy \wedge dz + 4\epsilon(\mathrm{S}^5). \qquad 0 < u < u_h$$

ブレーン作用 : Dirac-Born-Inferd action

$$S_{\mathrm{D7}} = -\tau_7 \int d\xi^8 \sqrt{-\det(g_{ab} + (2\pi\alpha')F_{ab})}$$
$$+ \frac{(2\pi\alpha')^2}{96}\frac{\tau_7}{2}\int \mathrm{d}\xi^8 \epsilon^{abcdefgh} C_{abcd} F_{ef} F_{gh}.$$

カイラルアノマリーを表現する項

誘導計量、RR 4-form

$$g_{ab} = \partial_a X^M \partial_b X^N g_{MN},$$
$$C_{abcd} = \partial_a X^M \cdots \partial_d X^P C_{MNOP}.$$

D7 ブレーン上の場

ベクトル場

$$A_a(\xi)$$

スカラー場

$$X^M(\xi) = (\theta, \varphi)$$

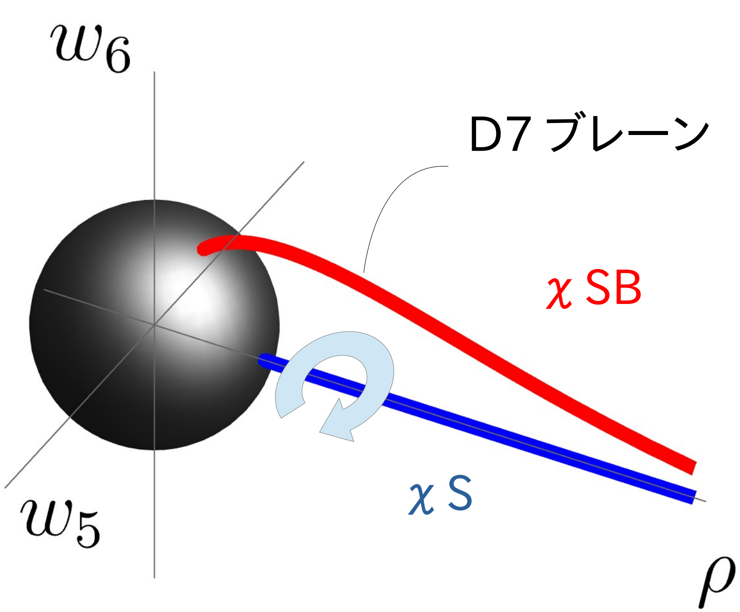
D3-D7 モデルにおけるカイラル対称性の破れ

Evans, Gebauer, Kim, Magou (2010)

- 外部磁場印加の元でカイラル対称性の自発的破れが見られる。

$\mathrm{U(1)_A}$ 変換 $$\psi \to e^{i\alpha\gamma^5}\psi = \begin{pmatrix} e^{i\alpha}\psi_+ \\ e^{-i\alpha}\psi_- \end{pmatrix}$$

- D3-D7 モデルでこの変換は余剰次元方向の回転に対応する。



$$w_5 \sim u^{-1}\sin\varphi\cos\theta$$
$$w_6 \sim u^{-1}\cos\varphi\cos\theta$$
$$\rho \sim u^{-1}\sin\theta$$

$$w^i(\rho) \to R(\alpha)^i{}_j w^j(\rho)$$

この回転方向に対応する場の自由度が
NG mode に対応すると予想される。

摂動場

SI, MM in progress

- 破れた対称性に対応する場の摂動場を解いてモードを調べる。
- カイラルアノマリーにより、ベクトルモードとの結合が生じる。

$$
\begin{aligned}
\varphi &\to 0 + \epsilon\varphi \\
A_\mu &\to A_\mu + \epsilon\mathcal{A}_\mu
\end{aligned}
$$

$$
L^{(2)}_{\mathrm{CS}} = \frac{1}{4}\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda\kappa}\cos^4\theta(\partial_\mu\varphi)F_{\nu\rho}\partial_\lambda\mathcal{A}_\kappa .
$$

対応する場の理論のオペレータ

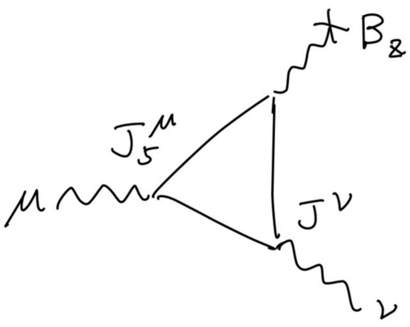
$$
\begin{aligned}
\varphi &: \bar{\psi}\gamma^5\psi \\
\partial_\mu\varphi &: \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi \\
A_\mu &: \bar{\psi}\gamma^\mu\psi
\end{aligned}
$$

Myers, Starinets, Thomson (2007)
Hoyos, Nishioka, O'Bannon (2011)

Adler-Bell-Jackiw anomaly

$$
\partial_\mu J^\mu_5 = \frac{\alpha}{4\pi}\epsilon^{\mu\nu\rho\lambda}F_{\mu\nu}F_{\rho\lambda}
$$

$$
J^\mu_5 = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi
$$



簡単のため磁場に垂直な方向の運動量のみを考える。

⇒ $\varphi, \ \mathcal{A}_z$ が couple

摂動場

S. I., M. M. in progress

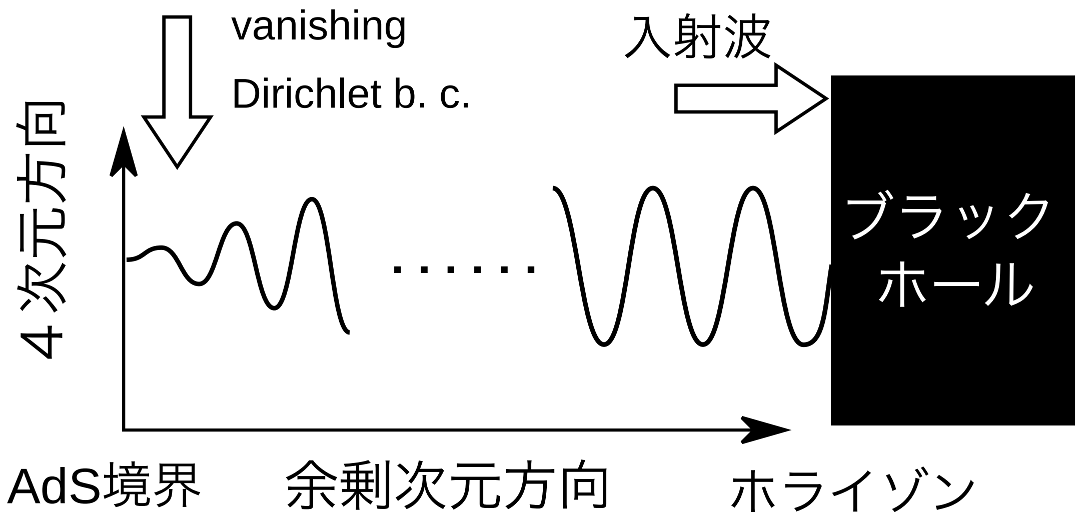
- 線形化方程式

$$
\begin{aligned}
\partial_\mu \sqrt{-\det(g+F)}\gamma^{\mu\nu} g_{\varphi\varphi}\partial_\nu \varphi \quad -(\cos^4\theta)' B \partial_t \mathcal{A}_z &= 0, \\
-2\partial_\mu \sqrt{-\det(g+F)}\gamma^{\mu\nu} g^{zz}\partial_{[\nu}\mathcal{A}_{z]} + (\cos^4\theta)' B \partial_t \varphi &= 0.
\end{aligned}
$$

$$\gamma^{\mu\nu} = [(g+F)^{-1}]^{(\mu\nu)}$$

- モードに対応する励起エネルギーを調べるには、AdS境界での vanishing Dirichlet b.c. と ホライゾンでの入射派条件を課す。

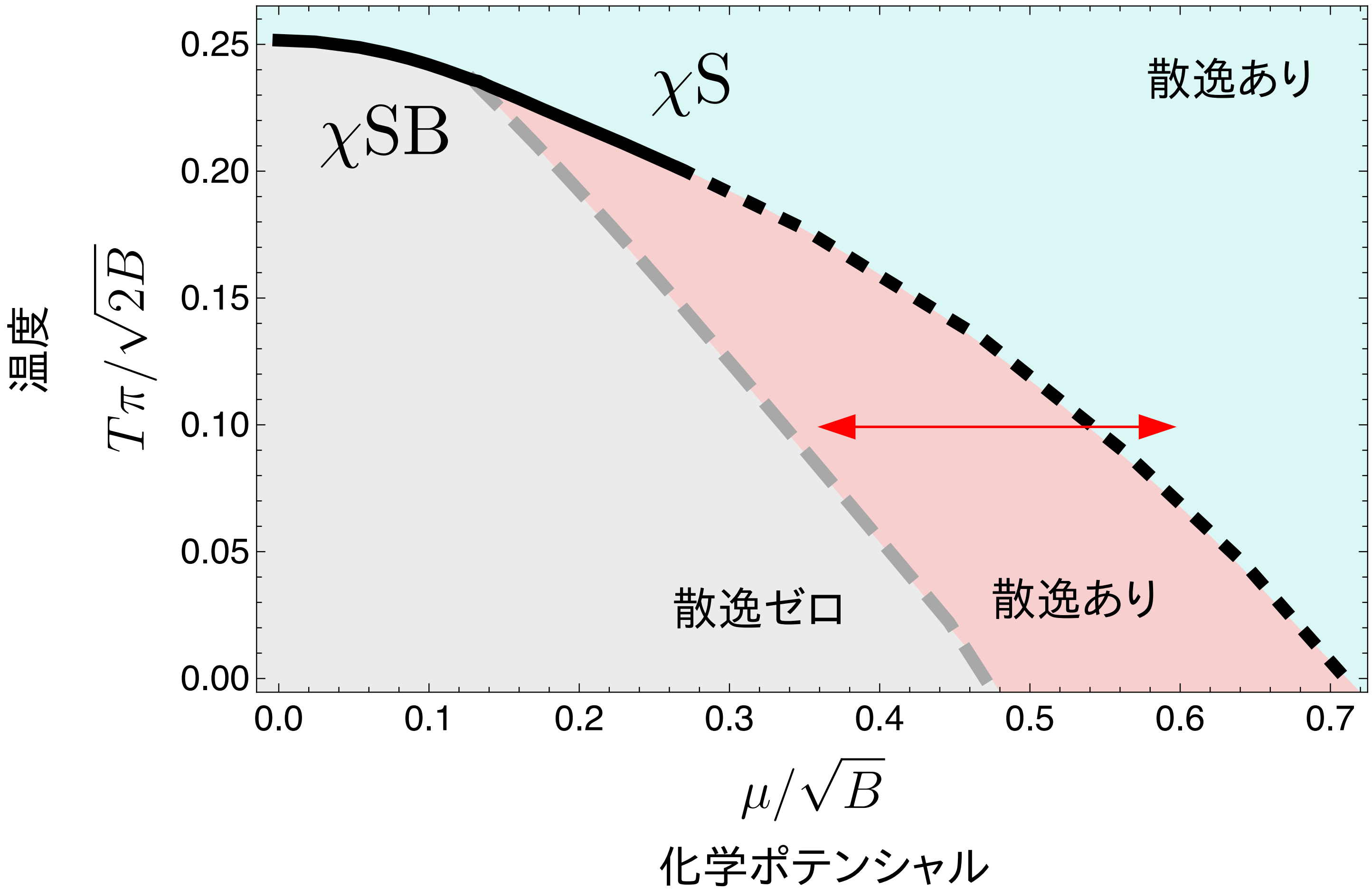
Kovtun, Starinets, (2005)



D3-D7 モデルにおけるカイラル対称性の破れ

Evans, Gebauer, Kim, Magou (2010)

- 定磁場　 μ-T 相図 (GCE)



実線は一次相転移
破線は二次相転移

開放系だが平衡系

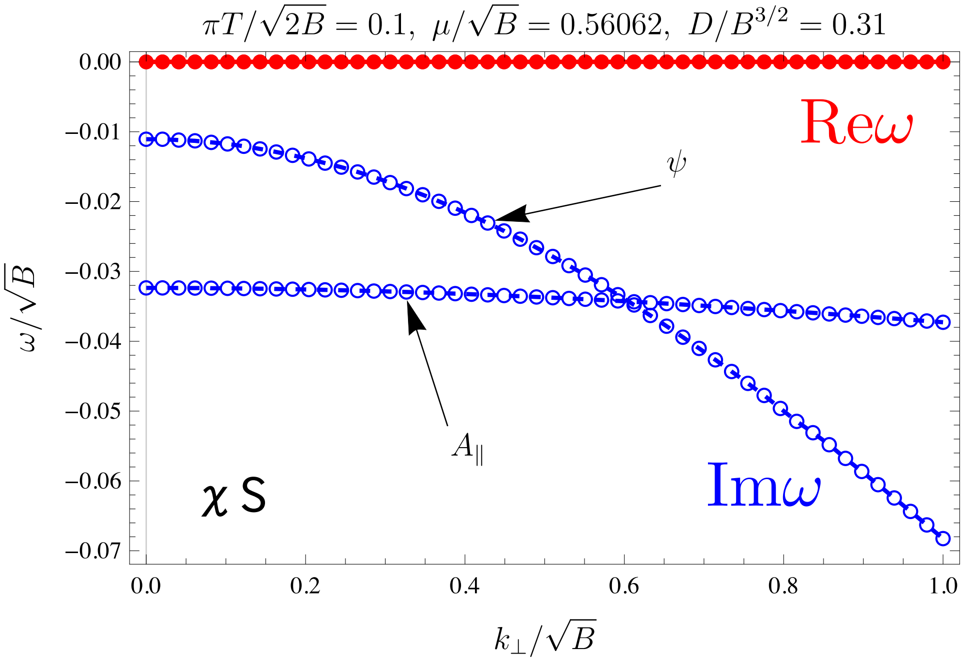
モードを調べるには
線形応答を見る。

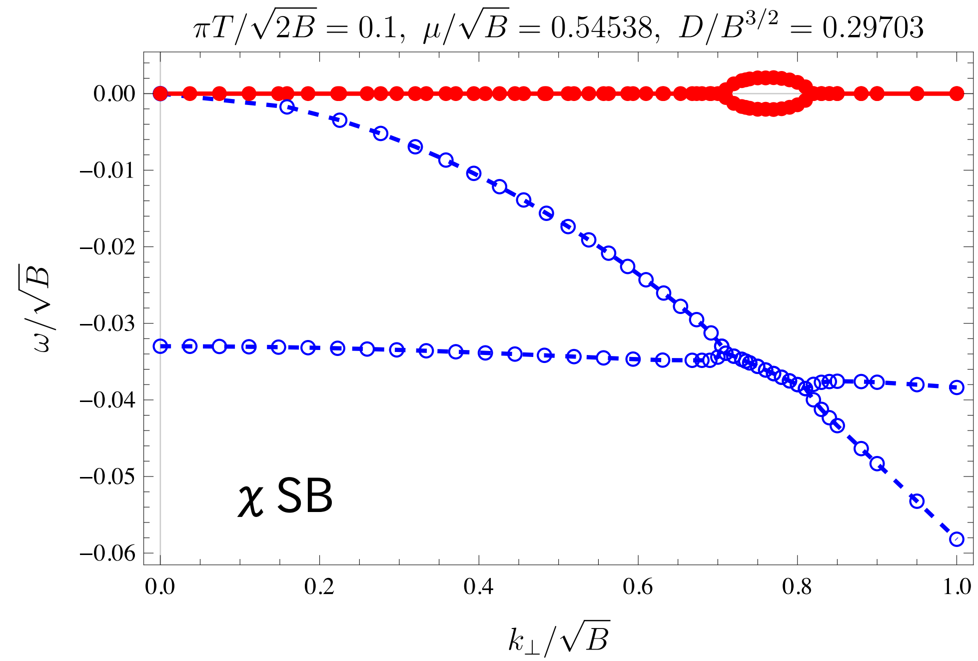
の当たりのパラメータについてモードを調べてみる。

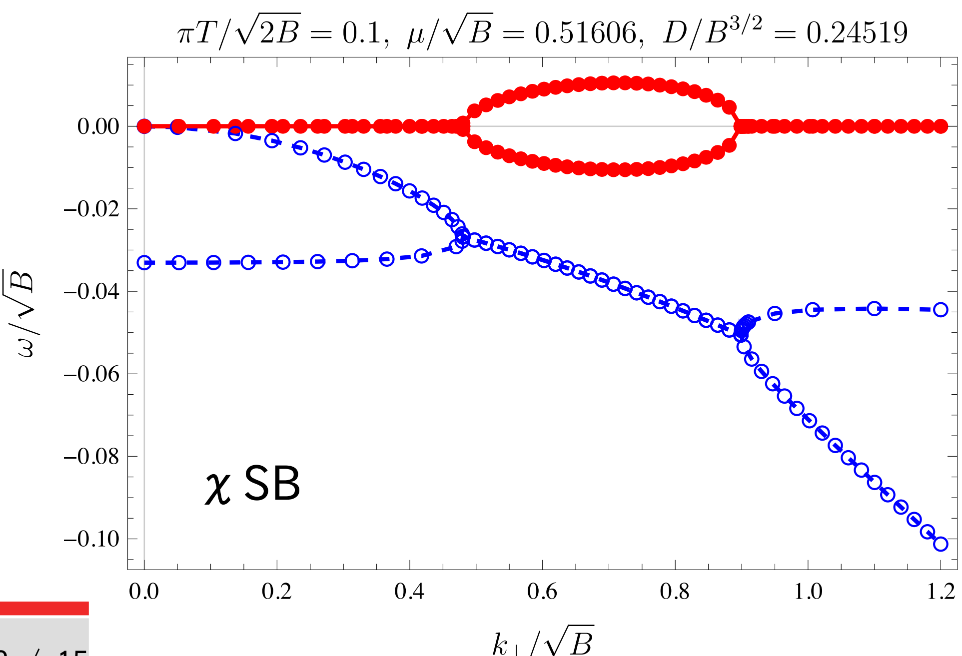
NG mode の分散関係

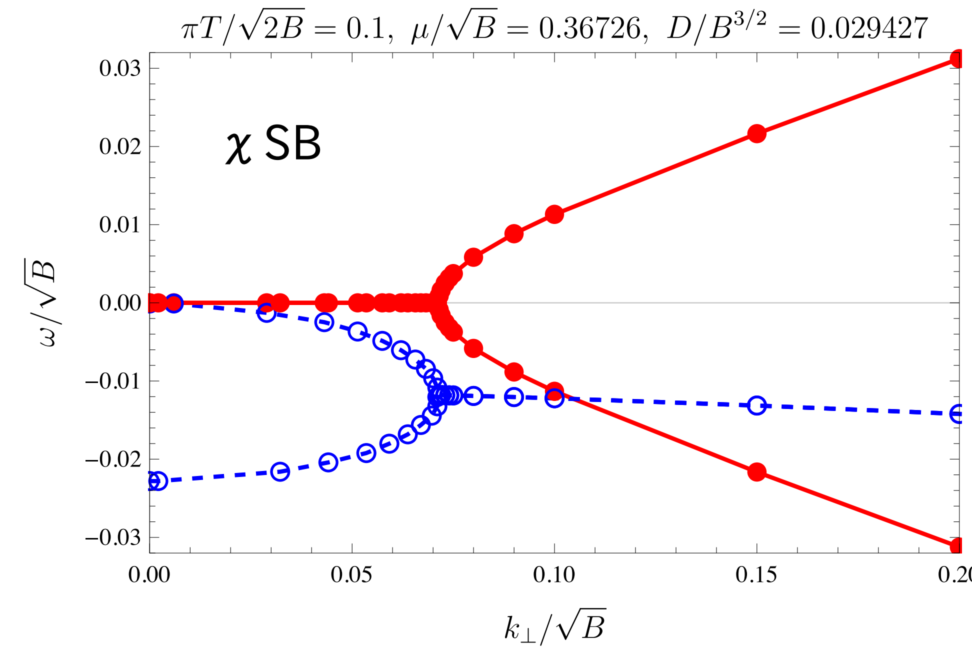
で μ 減少の方向

SI, MM in progress



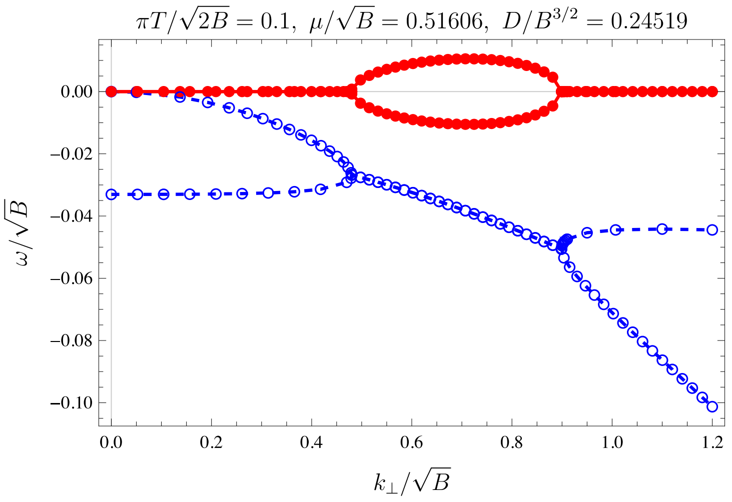






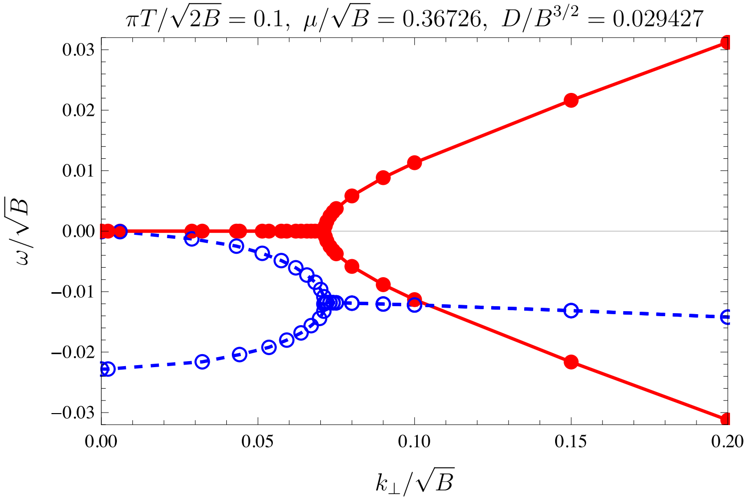
NG mode の分散関係

SI, MM in progress



有限密度なので波数が大きい領域では拡散的モードになる。

一方で、ベクターモードとの coupling により、
実部をもった propagating-like になる領域がある。

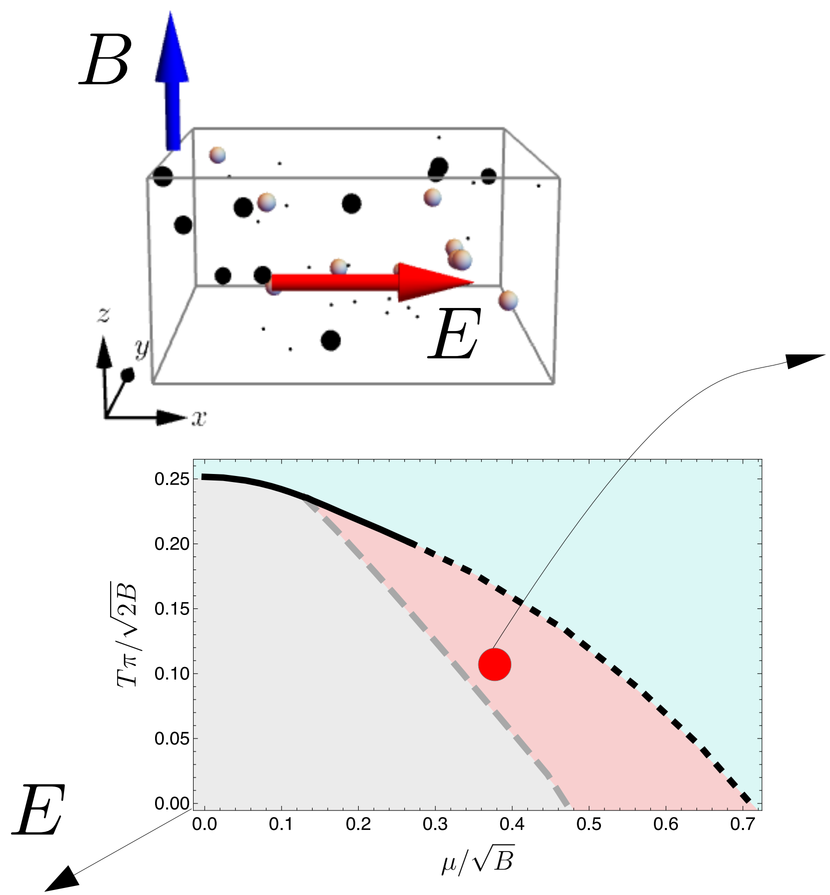


散逸ゼロになる二次相転移近傍では密度が小さくなり、
長波長での分散関係は電信方程式に近づく。
(運動量高次の効果が効きにくくなる。)

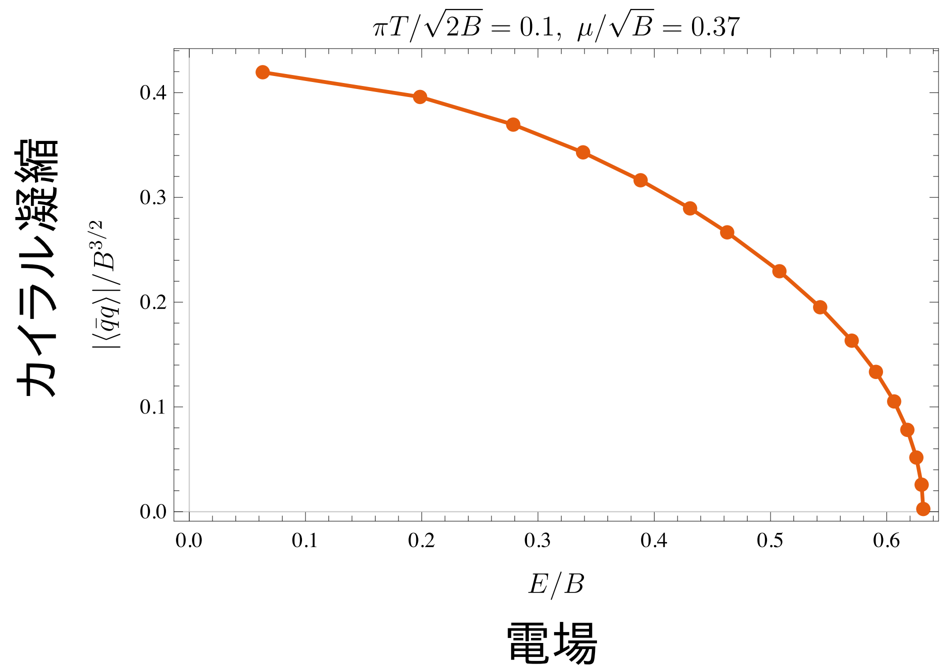
$$\omega^2 - \frac{i\omega}{\tau} - Dk_{x,y}^2 = 0 \quad (k_z = 0)$$

非平衡定常状態へ

- 電場を磁場に大して垂直に印加することで、
アノマリーによるカイラル対称性の破れを回避しつつ
非平衡定常状態に系をドライブすることができる。



相図に新しい軸が加わる。



電場の印加によって対称性が回復

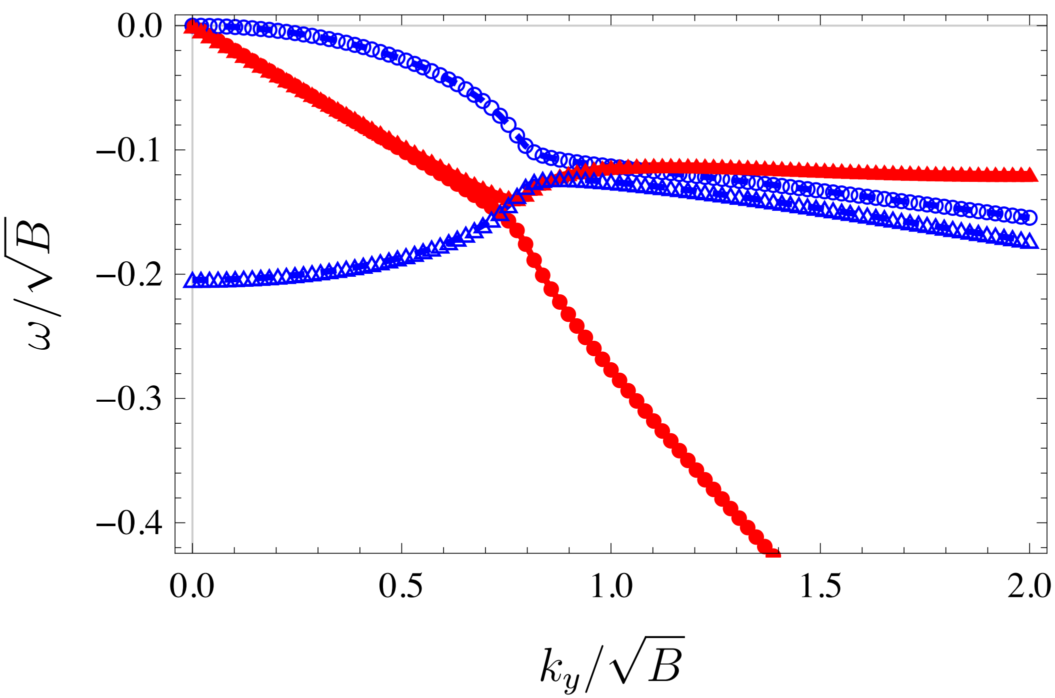
Related: Imaizumi, MM, Nakamura (2020)

非平衡定常状態でのNG mode

- 電場と磁場両方に垂直な方向の運動量依存性

Poynting vector の方向

$$\vec{E}\times\vec{B}$$



$\pi T/\sqrt{2B} = 0.1$
$\mu/\sqrt{B} = 0.37000$
$D/B^{3/2} = 0.047306$
$E/B = 0.19855$
$J/B^{3/2} = 0.00019307$

実部が運動量一次に比例して出る。

他の点、運動量の方向についても調査中

関連研究

- 他のゲージ重力対応のモデルでも類似の分散関係が見られる。
  - Holographic SC: Amado, Kaminski, Landsteiner (2009) arXiv:0903.2209
  - D3-D7' モデル（二次元系） Jokela, Lifschytz, Lippert (2012) arXiv:1204.3914
  - D3-D7 (別のモード): Kaminski, Mas, Shock, Tarrio (2010) arXiv:0911.3610

- 長波長で拡散モードになるのは共通する性質
  - 場の理論 (MSR 形式) を用いた
    Minami, Hidaka (2018) arXiv:1509.05042
    でも type-A NG mode はこの分散関係を満たす。

- 今回得られた運動量への詳細な依存性や
  非平衡定常状態での実部を伴う分散関係は非自明