

リンドラー時空とカスナー時空の重力波のUnruh効果

広島大学大学院理学研究科
素粒子論研究室 M2

杉山 祐紀

共同研究者 山本一博(九州大)
小林努(立教大)

熱場の量子論 2020/8/24

Contents

1.イントロダクション

2.カスナー時空の重力波とその量子化

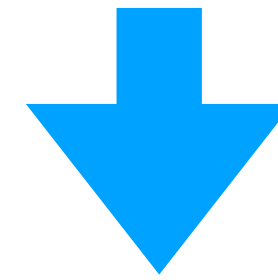
3.カスナー時空からリンドラー時空への解析接続とUnruh効果

4.リンドラー時空の重力波の解

5.結論と今後の課題

重力波は背景時空に依存する

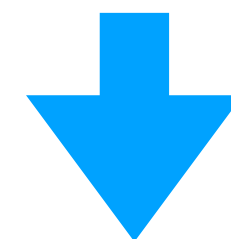
1. イントロダクション



非等方な膨張宇宙(例えばカスナー時空)での重力波を理解したい ←——— どのように(厳密)解を求めるか
非等方インフレーションによる重力波への応用

本研究ではカスナー時空の重力波の振る舞いを理解するための準備として…

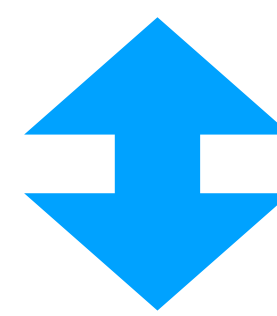
- ・ カスナー時空の重力波の自由度の抽出を行った



その結果を用いて

- ・ カスナー時空での粒子(グラビトン)生成を考える(粒子数期待値の計算)

モード関数の解析接続



- ・ 右リンドラー時空と左リンドラー時空(一様重力場)の重力波由来のUnruh効果

- ・ 解析接続により求めたリンドラー時空のモード関数を用いて重力波の解を導出

2.カスナー時空の重力波とその量子化

Fカスナー領域

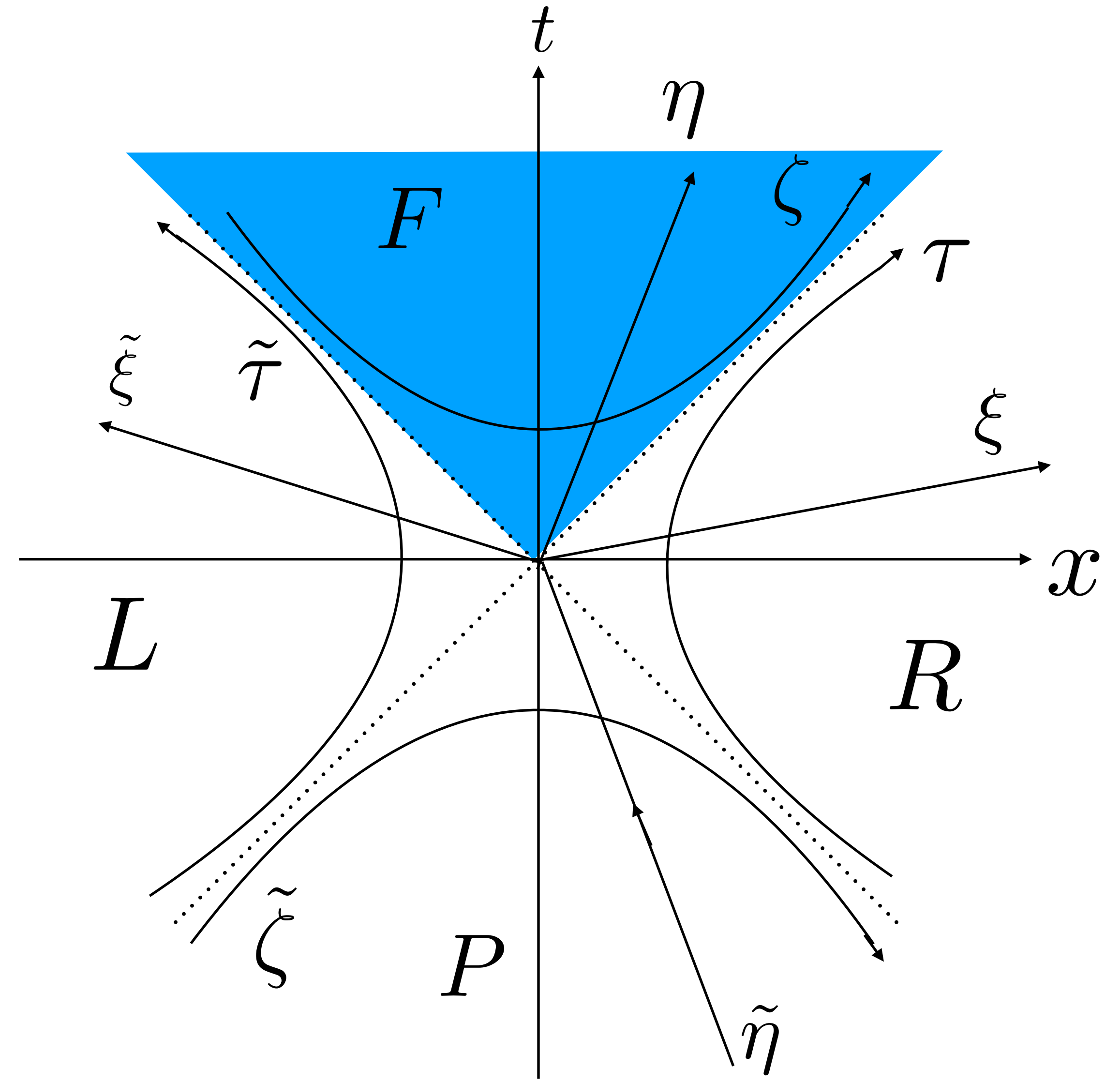
$$ds^2 = e^{2a\eta}(-d\eta^2 + d\zeta^2) + dy^2 + dz^2.$$

背景計量

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + \underline{h_{\mu\nu}}$$

背景からの摂動(重力波)

ゲージ不変な重力場の運動方程式を求めるために
 $h_{\mu\nu}$ にゲージ変換を施しゲージ不変量を求める



$h_{\mu\nu}$ をParity-OddとParity-EVENに分解

yz平面のParity対称性に対して

— EVEN
— ODD

$$\underline{h_{00}}, \underline{h_{01}}, \underline{h_{11}}$$

$$h_{0a} = \underline{\partial_a h_0} + \underline{\epsilon_{ab} \partial^b \chi}$$

$$h_{1a} = \underline{\partial_a h_1} + \underline{\epsilon_{ab} \partial^b \psi}$$

$$h_{ab} = \underline{h \delta_{ab}} + \underline{\partial_a \partial_b h_3} + \underline{\epsilon_{c(a} \partial_{b)} \partial^c \gamma}$$

Notation

$$(a, b) = (y, z)$$

ϵ_{ab} :完全反対称テンソル

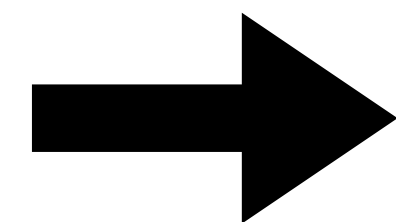
$$\epsilon_{c(a} \partial_{b)} = \frac{1}{2} (\epsilon_{ca} \partial_b + \epsilon_{cb} \partial_a)$$

座標の無限小変換

$$\eta \rightarrow \eta - \delta\eta$$

$$\zeta \rightarrow \zeta - \delta\zeta$$

$$x_a \rightarrow x_a - \partial_a \delta x - \epsilon_{ab} \partial^b \lambda$$



$$K_\mu^{odd} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \epsilon_{ab} \partial^b \lambda \end{pmatrix}$$

$h_{\mu\nu}$ のゲージ変換

$$K_\mu^{even} \equiv \begin{pmatrix} \delta\eta \\ \delta\zeta \\ \partial_a \delta x \end{pmatrix}$$

$$h_{\mu\nu} \rightarrow h_{\mu\nu} + \nabla_\mu K_\nu + \nabla_\nu K_\mu, \quad K_\mu = K_\mu^{odd} + K_\mu^{even}$$

ゲージ変換の結果…

EVENモードのゲージ不変量

$$h_{00} - (2\dot{h}_0 - \ddot{h}_3 - 2ah_0 + a\dot{h}_3)$$

$$h_{01} - (h'_0 + \dot{h}_1 - \dot{h}'_3 - 2ah_1 + ah'_3)$$

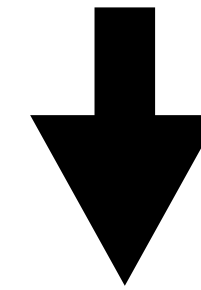
$$h_{11} - 2h'_1 + h''_3 + 2ah_0 - a\dot{h}_3$$
$$h$$

ODDモードのゲージ不変量

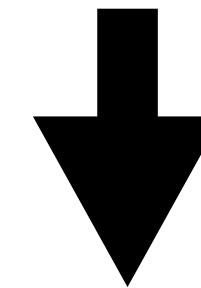
$$\chi + \frac{1}{2}\dot{\gamma}$$

$$\psi + \frac{1}{2}\gamma'$$

無限小変換には4つの不定関数がある
(ODDは1つ、EVENは3つ)



ゲージの自由度を用いて h_0, h_1, h_3, γ
を0にする (Regge-Wheelerゲージ)



$h_{00}, h_{01}, h_{11}, h, \chi, \psi$ がゲージ不変量を与える

よって、

$$h_{\mu\nu}^F = \begin{pmatrix} h_{00} & h_{01} & \partial_z \chi & -\partial_y \chi \\ h_{01} & h_{11} & \partial_z \psi & -\partial_y \psi \\ \partial_z \chi & \partial_z \psi & h & 0 \\ -\partial_y \chi & -\partial_y \psi & 0 & h \end{pmatrix}$$

この $h_{\mu\nu}$ を用いて重力場の運動方程式を求める

EH作用 $S = \frac{1}{2} \int d\eta d\zeta dy dz \sqrt{-g} R$

$8\pi G = 1$

$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$

$\phi = e^{-2a\eta}(\dot{\psi} - \chi')$

計量テンソル の2次摂動を計算することで

$$S_{g(odd)}^F = \frac{1}{4} \int d\eta \int d\zeta \int dy \int dz [\dot{\phi}^2 - (\phi')^2 - b^2 (\partial\phi)^2]$$

$$S_{g(even)}^F = \frac{1}{4} \int d\eta \int d\zeta \int dy \int dz [(\dot{h})^2 - (h')^2 - b^2 (\partial h)^2]$$

Notation

$$\partial = (\partial_y, \partial_z)$$

$$b = e^{a\eta}$$

ただし、

$$\partial^2 \psi = \dot{\phi}, \partial^2 \chi = \phi'$$

$$\partial^2 h_{11} = -e^{2a\eta} \partial^2 h + 2a\dot{h} - 2h''$$

$$\partial^2 h_{01} = -2(\dot{h}' - ah')$$

$$\partial^2 h_{00} = e^{2a\eta} \partial^2 h + 2a\dot{h} - 2\ddot{h}$$

運動方程式

$$\ddot{\phi} - \phi'' - b^2 \partial^2 \phi = 0$$

$$\ddot{h} - h'' - b^2 \partial^2 h = 0$$

ベッセルJ

とハンケルH

2種類の解がある

重力波の本質的な自由度は ϕ と h の2つ

であることがわかった！

ϕ と h が求まることで計量の全成分を決定できる！

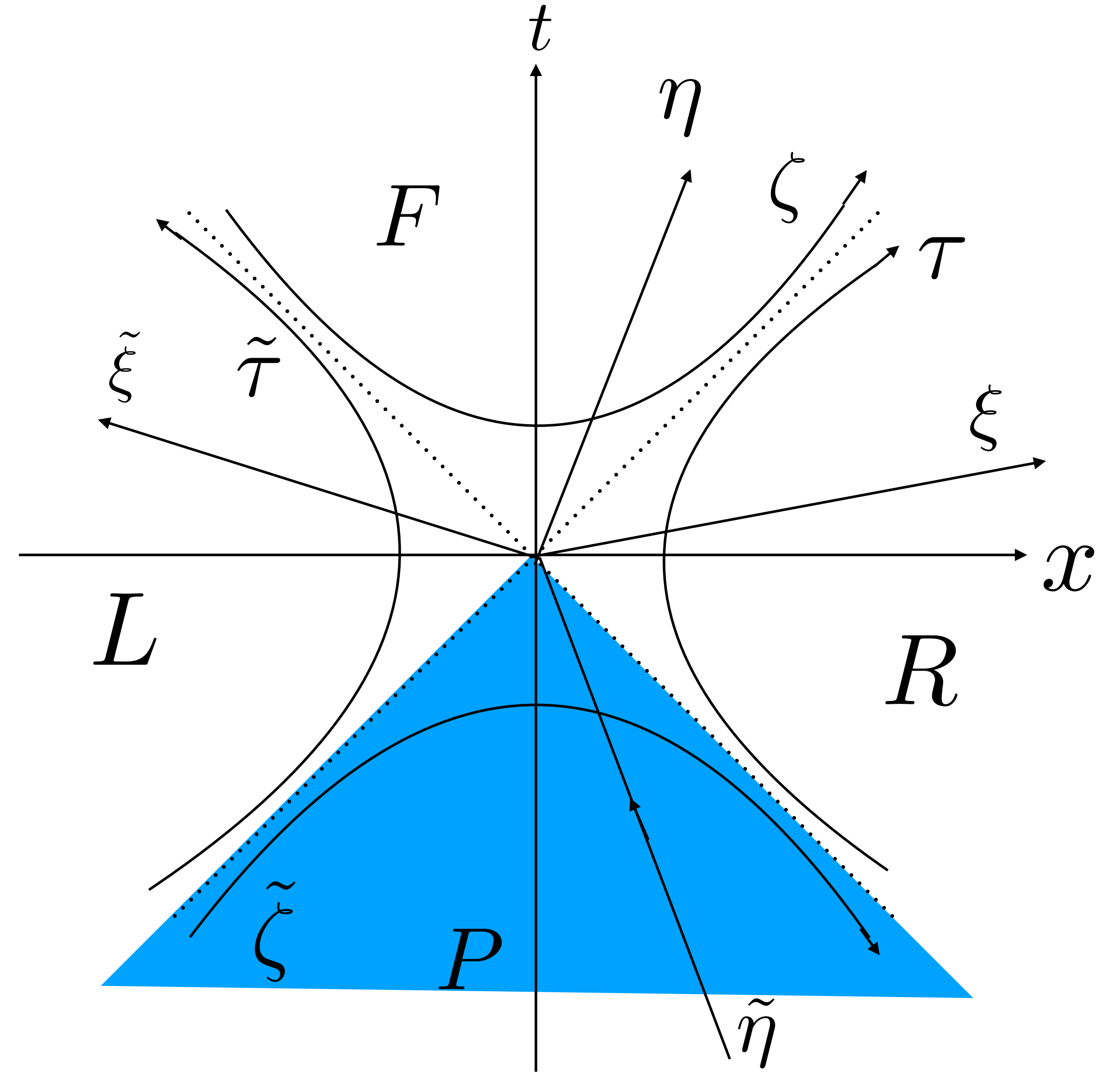
Pカスナー領域

$$ds^2 = e^{-2a\tilde{\eta}}(-d\tilde{\eta}^2 + d\tilde{\zeta}^2) + dy^2 + dz^2.$$

でも同様に

$$\tilde{h}_{\mu\nu}^P = \begin{pmatrix} \tilde{h}_{00} & \tilde{h}_{01} & \partial_z \tilde{\chi} & -\partial_y \tilde{\chi} \\ \tilde{h}_{01} & \tilde{h}_{11} & \partial_z \tilde{\psi} & -\partial_y \tilde{\psi} \\ \partial_z \tilde{\chi} & \partial_z \tilde{\psi} & \tilde{h} & 0 \\ -\partial_y \tilde{\chi} & -\partial_y \tilde{\psi} & 0 & \tilde{h} \end{pmatrix}$$

この計量テンソルの摂動の下で
F領域と同様な結果を得る



作用と運動方程式が得られたので正準量子化を行う ($\phi \rightarrow \sqrt{2}\phi$ $\hbar \rightarrow \sqrt{2}\hbar$ と規格化しておく)

$$\begin{aligned}
S_{g(odd)}^F &= \frac{1}{2} \int d\eta \int d\zeta \int dy \int dz [\dot{\phi}^2 - (\phi')^2 - b^2 (\partial\phi)^2] \\
S_{g(even)}^F &= \frac{1}{2} \int d\eta \int d\zeta \int dy \int dz [\dot{h}^2 - (h')^2 - b^2 (\partial h)^2]
\end{aligned}$$

正準共役運動量

$$\Pi(\eta, \zeta, y, z) \equiv \frac{\delta S_{g(odd)}^F}{\delta \dot{\phi}}$$

$$P(\eta, \zeta, y, z) \equiv \frac{\delta S_{g(even)}^F}{\delta \dot{h}}$$

ODDとEVENそれぞれの交換関係は

$$[\hat{\phi}(\eta, \zeta, y, z), \hat{\Pi}(\eta, \zeta', y', z')] = i\delta(\zeta - \zeta')\delta(\vec{x}_{\perp} - \vec{x}'_{\perp}) \quad [\hat{h}(\eta, \zeta, y, z), \hat{P}(\eta, \zeta', y', z')] = i\delta(\zeta - \zeta')\delta(\vec{x}_{\perp} - \vec{x}'_{\perp})$$

場の演算子を展開すると

$$\hat{h}_{\lambda}^{(F,P)}(\eta, \zeta, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{k}_{\perp} [u_{k_x}^{(F,P),\lambda}(x^{(F,P)}) e^{i\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{x}_{\perp}} \hat{b}_{k_x, \vec{k}_{\perp}}^{\lambda} + h.c.]$$

ミンコフスキー真空の演算子

$$\lambda = (odd, even)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{k}_{\perp} [v_{k_x}^{(F,P),\lambda}(x^{(F,P)}) e^{i\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{x}_{\perp}} \hat{a}_{k_x, \vec{k}_{\perp}}^{(F,P)\lambda} + h.c.]$$

規格化されたモード関数(運動方程式の解)は

$$u_{k_x}^{F,\lambda}(x^F) = \frac{-ie^{ik_x\zeta}}{4\pi\sqrt{2a}} e^{\pi|k_x|/2a} H_{i|k_x|/a}^{(2)}\left(\frac{\kappa e^{a\eta}}{a}\right) \quad v_{k_x}^{F,\lambda}(x^F) = \frac{-ie^{ik_x\zeta}}{2\pi\sqrt{4a\sinh(\pi|k_x|/a)}} J_{-\frac{i|k_x|}{a}}\left(\frac{\kappa e^{a\eta}}{a}\right)$$

P領域はハンケル $H^{(1)}$ とベッセル J が解となる

3.カスナー時空からリンドラー時空への解析接続とUnruh効果

ここまでで得られたF、P領域のモード関数を解析接続してR、Lリンドラー時空の解を求める

モード関数の間には次の関係がある

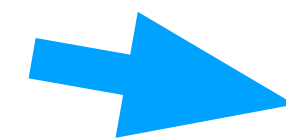
$$\alpha_{k_x k'_x} = \frac{\delta(k_x - k'_x)}{\sqrt{1 - e^{-\frac{2\pi|k_x|}{a}}}}, \quad \beta_{k_x k'_x} = -\frac{e^{-\frac{\pi|k_x|}{a}} \delta(k_x + k'_x)}{\sqrt{1 - e^{-\frac{2\pi|k_x|}{a}}}}$$

$$v_{k_x}^{(F,P),\lambda}(x^{(F,P)}) = \int dk'_x \left[\alpha_{k_x k'_x} u_{k_x}^{(F,P),\lambda}(x^{(F,P)}) + \beta_{k_x k'_x} \left\{ u_{k_x}^{(F,P),\lambda}(x^{(F,P)}) \right\}^* \right],$$

ボゴリューボフ係数

さらに

$$\hat{b}_{k_x, \vec{k}_\perp}^\lambda = \frac{\hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{(F,P)\lambda} - e^{-\frac{\pi|k_x|}{a}} \hat{a}_{-k_x, \vec{k}_\perp}^{(F,P)\lambda\dagger}}{\sqrt{1 - e^{-\frac{2\pi|k_x|}{a}}}}$$



$$N_{k_x > 0} \equiv \langle 0_M | \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{(F,P)\lambda\dagger} \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{(F,P)\lambda} | 0_M \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi k_x}{a}} - 1}$$

$$N_{k_x < 0} \equiv \langle 0_M | \hat{a}_{-k_x, \vec{k}_\perp}^{(F,P)\lambda\dagger} \hat{a}_{-k_x, \vec{k}_\perp}^{(F,P)\lambda} | 0_M \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi k_x}{a}} - 1} \quad T = \frac{a}{2\pi} \text{の熱分布}$$



ミンコフスキー真空とカスナー時空の状態の関係

$$|0_M\rangle = \prod_{k_x=0}^{\infty} \prod_{\vec{k}_\perp=-\infty}^{\infty} \sqrt{1 - e^{-\frac{2\pi k_x}{a}}} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{\pi k_x n}{a}} |n, \lambda, k_x, \vec{k}_\perp\rangle_{(K)} \otimes |n, \lambda, -k_x, \vec{k}_\perp\rangle_{(K)}$$

運動量が正負の状態がエンタングルしている

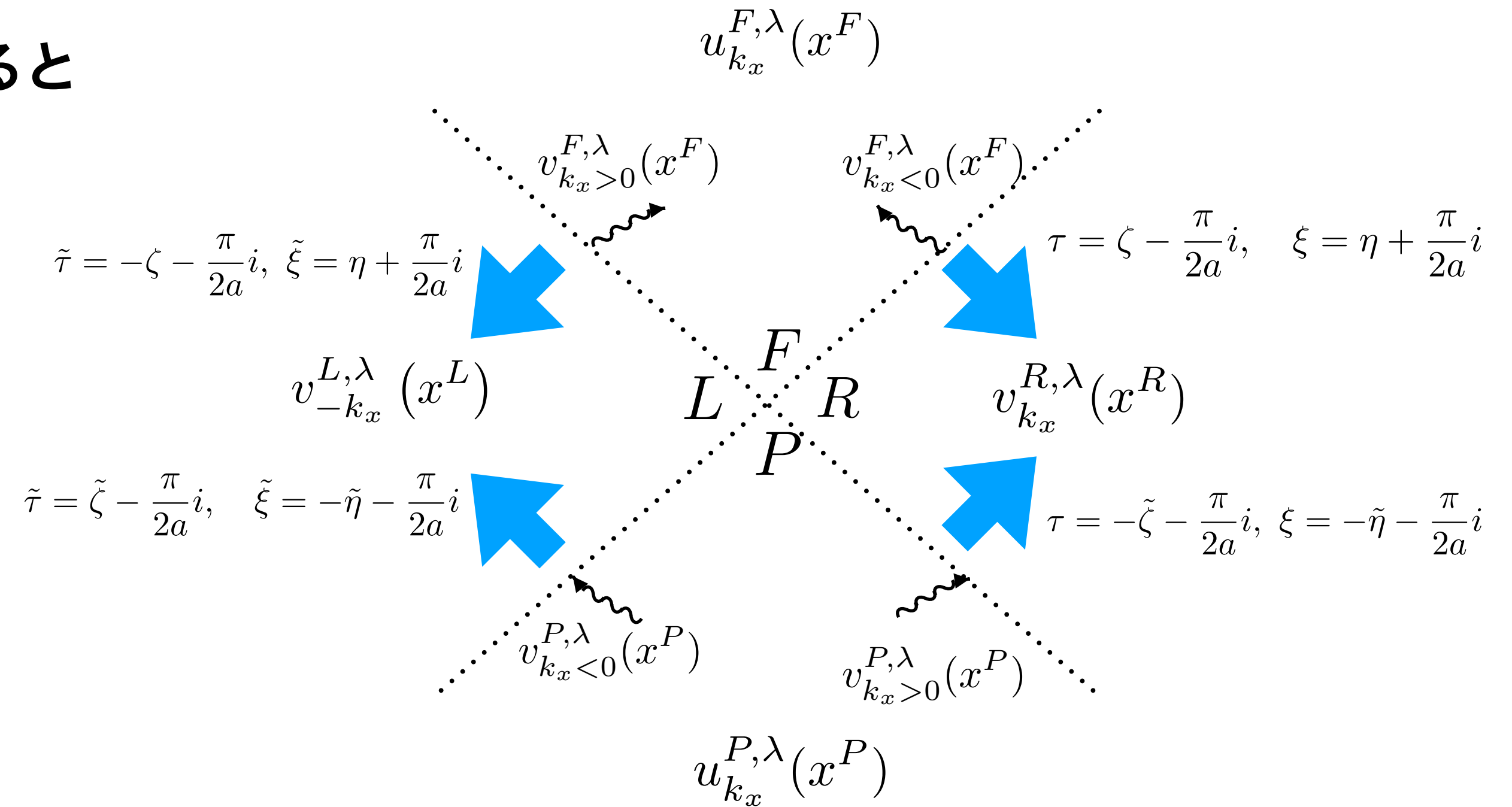
解析接続を用いてリンドラー時空のモード関数を求めると

$$v_{k_x}^{F,\lambda}(x^F) \rightarrow \begin{cases} v_{k_x}^{R,\lambda}(x^R) & \text{for } (k_x < 0) \\ 0 & \end{cases}$$

$$v_{k_x}^{F,\lambda}(x^F) \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{for } (k_x > 0) \\ v_{-k_x}^{L,\lambda}(x^L) & \end{cases}$$

$$v_{k_x}^{P,\lambda}(x^F) \rightarrow \begin{cases} v_{k_x}^{R,\lambda}(x^R) & \text{for } (k_x > 0) \\ 0 & \end{cases}$$

$$v_{k_x}^{P,\lambda}(x^F) \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{for } (k_x < 0) \\ v_{-k_x}^{L,\lambda}(x^L) & \end{cases}$$



規格化されたリンドラー時空のモード関数

$$v_{k_x}^{R,\lambda}(x^R) = \sqrt{\frac{\sinh \pi k_x / a}{4\pi^4 a}} e^{-ik_x \tau} K_{ik_x/a} \left(\frac{\kappa e^{a\xi}}{a} \right)$$

$$v_{-k_x}^{L,\lambda}(x^L) = \sqrt{\frac{\sinh \pi k_x / a}{4\pi^4 a}} e^{-ik_x \tilde{\tau}} K_{ik_x/a} \left(\frac{\kappa e^{a\tilde{\xi}}}{a} \right)$$

このモード関数を正規直交系として量子場を展開する

規格化されたモード関数を用いて量子場を展開すると

$$\hat{h}_\lambda^{(R)}(\eta, \zeta, y, z) = \int_0^\infty dk_x \int_{-\infty}^\infty d\vec{k}_\perp [v_{k_x}^{R,\lambda}(x^R) e^{i\vec{k}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{R,\lambda} + h.c.]$$

$$\hat{h}_\lambda^{(L)}(\eta, \zeta, y, z) = \int_0^\infty dk_x \int_{-\infty}^\infty d\vec{k}_\perp [v_{-k_x}^{L,\lambda}(x^L) e^{-i\vec{k}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{L,\lambda} + h.c.]$$

各領域の演算子の関係として

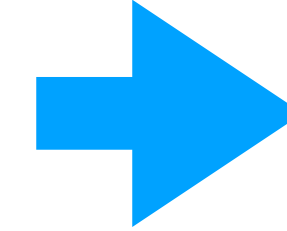
$$\hat{a}_{-k_x, \vec{k}_\perp}^{F,\lambda} = \hat{a}_{k_x, -\vec{k}_\perp}^{P,\lambda} = \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{R,\lambda}$$

$$\hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{F,\lambda} = \hat{a}_{-k_x, -\vec{k}_\perp}^{P,\lambda} = \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{L,\lambda}$$

リンドラー時空の粒子数期待値

$$N_R \equiv \langle 0_M | \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{R,\lambda\dagger} \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{R,\lambda} | 0_M \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi k_x}{a}} - 1}$$

$$N_L \equiv \langle 0_M | \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{L,\lambda\dagger} \hat{a}_{k_x, \vec{k}_\perp}^{L,\lambda} | 0_M \rangle = \frac{1}{e^{\frac{2\pi k_x}{a}} - 1}$$



$$|0_M\rangle = \prod_{k_x=0}^\infty \prod_{\vec{k}_\perp=-\infty}^\infty \sqrt{1 - e^{-\frac{2\pi k_x}{a}}} \sum_{n=0}^\infty e^{-\frac{\pi k_x n}{a}} |n, \lambda, k_x, \vec{k}_\perp\rangle_R \otimes |n, \lambda, k_x, \vec{k}_\perp\rangle_L$$

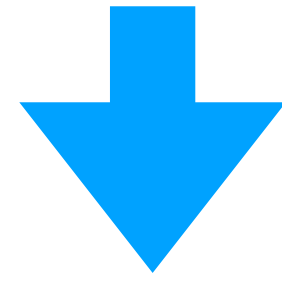
ミンコフスキー真空と

リンドラー時空の状態の関係

重力波の自由度由来のUnruh効果を導出！

4. リンドラー時空の解

ここまで、モード関数の解析接続を行なった



リンドラー時空の重力波の解を求めるために計量テンソル 全体をF(P)領域からR、L領域へと接続する

計量テンソルは

$$\hat{h}_{\mu\nu}^F(\eta, \zeta, y, z) = \int_0^\infty dk_x \int d^2 \vec{k}_\perp \left(\underbrace{\hat{\tilde{h}}_{\mu\nu}^F(\eta, -k_x, \vec{k}_\perp)}_{\textcircled{1}} e^{-ik_x \zeta + i\vec{k}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} + \underbrace{\hat{\tilde{h}}_{\mu\nu}^F(\eta, k_x, -\vec{k}_\perp)}_{\textcircled{2}} e^{ik_x \zeta - i\vec{k}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} \right)$$

$$\hat{h}_{\mu\nu}^P(\eta, \zeta, y, z) = \int_0^\infty dk_x \int d^2 \vec{k}_\perp \left(\underbrace{\hat{\tilde{h}}_{\mu\nu}^P(\eta, k_x, \vec{k}_\perp)}_{\textcircled{3}} e^{ik_x \zeta + i\vec{k}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} + \underbrace{\hat{\tilde{h}}_{\mu\nu}^P(\eta, -k_x, -\vec{k}_\perp)}_{\textcircled{4}} e^{-ik_x \zeta - i\vec{k}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} \right)$$

k_x および $\vec{k}_\perp$ の符号によってRかLへの接続先が決まる

解析接続による座標変換はテンソルの変換則に従う: $h_{\mu\nu}^R = \frac{\partial x^\rho}{\partial x^{\mu'}} \frac{\partial x^\sigma}{\partial x^{\nu'}} h_{\rho\sigma}^F$

EVENモード $\tilde{h}_{00}^F = -\frac{k^2(\eta)}{\kappa^2} v_{k_x < 0}^{F,e}(x^F) - \frac{k_x^2}{\kappa^2} v_{k_x < 0}^{F,e}(x^F) - \frac{2a}{\kappa^2} \dot{v}_{k_x < 0}^{F,e}(x^F)$
 $\rightarrow -\frac{(k_x^2 - e^{2a\xi} \kappa^2)}{\kappa^2} v_{k_x}^{R,e}(x^R) - \frac{k_x^2}{\kappa^2} v_{k_x}^{R,e}(x^R) - \frac{2a}{\kappa^2} v_{k_x}^{'R,e}(x^R) = \tilde{h}_{11}^R$

$$\tilde{h}_{01}^F = \frac{2ik_x}{\kappa^2} (\dot{v}_{k_x < 0}^{F,e}(x^F) - a v_{k_x < 0}^{F,e}(x^F)) \rightarrow -\frac{2ik_x}{\kappa^2} (v_{k_x}^{'R,e}(x^R) - a v_{k_x}^{R,e}(x^R)) = \tilde{h}_{01}^R$$

$$\tilde{h}_{11}^F = e^{2a\eta} v_{k_x < 0}^{F,e}(x^F) - \frac{2a}{\kappa^2} \dot{v}_{k_x < 0}^{F,e}(x^F) + \frac{2}{\kappa^2} \ddot{v}_{k_x < 0}^{F,e}(x^F)$$

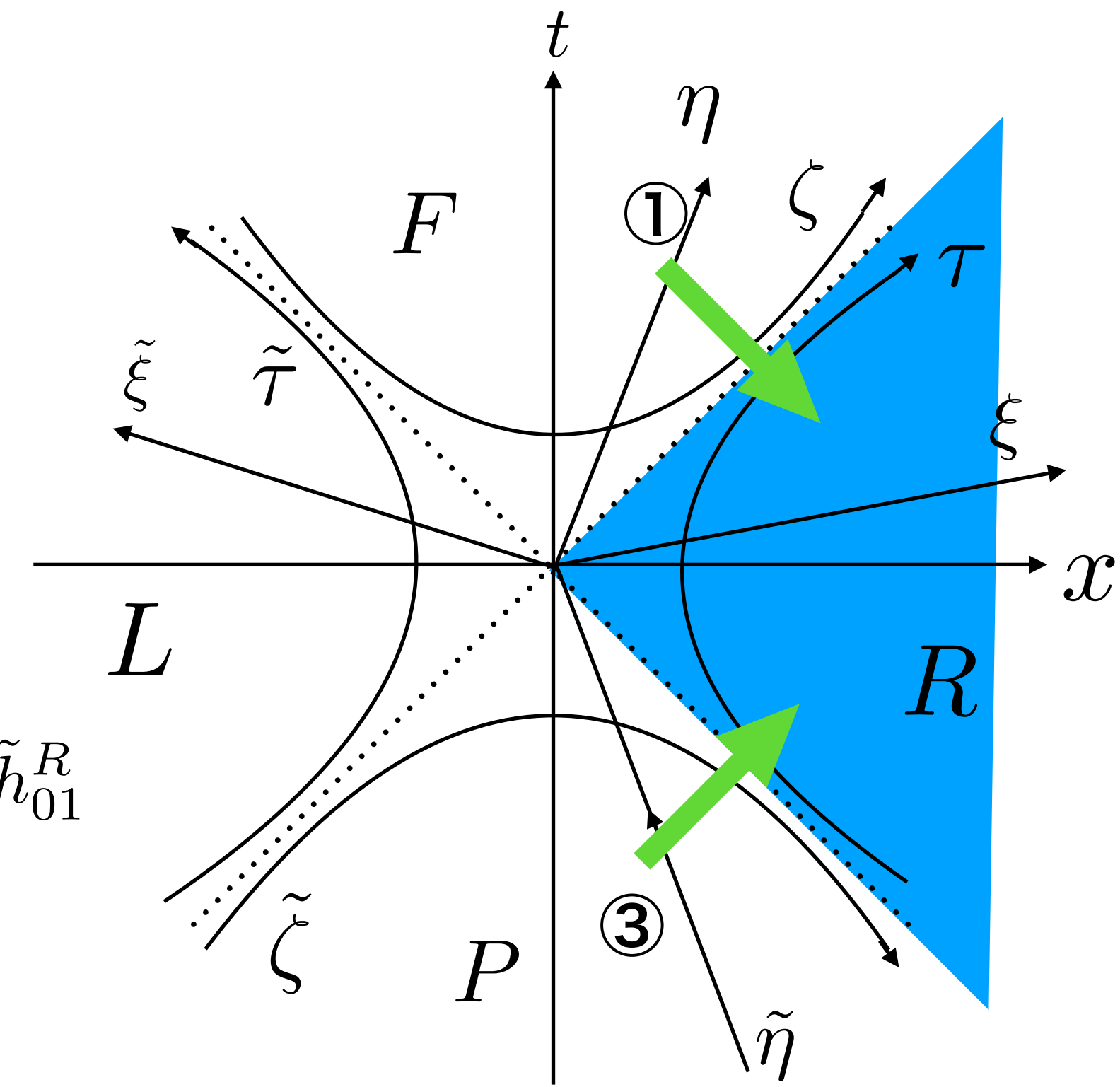
$$\rightarrow -e^{2a\xi} v_{k_x}^{R,e}(x^R) - \frac{2a}{\kappa^2} v_{k_x}^{'R,e}(x^R)_e + \frac{2}{\kappa^2} v_{k_x}^{''R,e}(x^R) = \tilde{h}_{00}^R$$

ODDモード $\tilde{h}_{02}^F = \frac{k_x k_z}{\kappa^2} v_{k_x < 0}^{F,o}(x^F) \rightarrow -\frac{k_x k_z}{\kappa^2} v_{k_x}^{R,o}(x^R) = \tilde{h}_{12}^R$

$$\tilde{h}_{03}^F = -\frac{k_x k_y}{\kappa^2} v_{k_x < 0}^{F,o}(x^F) \rightarrow \frac{k_x k_y}{\kappa^2} v_{k_x}^{R,o}(x^R) = \tilde{h}_{13}^R$$

$$\tilde{h}_{12}^F = -\frac{ik_z}{\kappa^2} \dot{v}_{k_x < 0}^{F,o}(x^F) \rightarrow -\frac{ik_z}{\kappa^2} v_{k_x}^{'R,o}(x^R) = \tilde{h}_{02}^R$$

$$\tilde{h}_{13}^F = \frac{ik_y}{\kappa^2} \dot{v}_{k_x < 0}^{F,o}(x^F) \rightarrow \frac{ik_y}{\kappa^2} v_{k_x}^{'R,o}(x^R) = \tilde{h}_{03}^R$$



アインシュタイン方程式から

$$v_{k_x}^{R''',\lambda}(x^R) + k^2(\xi) v_{k_x}^{R,\lambda}(x^R) = 0$$

$$k^2(\xi) = (k_x^2 - \kappa^2 e^{2a\xi})$$

P→Rも同様になる

EVENモード

$$\begin{aligned}\tilde{h}_{00}^F &= -\frac{k^2(\eta)}{\kappa^2} v_{k_x>0}^{F,e}(x^F) - \frac{k_x^2}{\kappa^2} v_{k_x>0}^{F,e}(x^F) - \frac{2a}{\kappa^2} \dot{v}_{k_x>0}^{F,e}(x^F) \\ &\rightarrow -\frac{(k_x^2 - e^{2a\xi} \kappa^2)}{\kappa^2} v_{-k_x}^{L,e}(x^L) - \frac{k_x^2}{\kappa^2} v_{-k_x}^{L,e}(x^L) - \frac{2a}{\kappa^2} v_{-k_x}^{'L,e}(x^L) = \tilde{h}_{11}^L\end{aligned}$$

$$\tilde{h}_{01}^F = \frac{2ik_x}{\kappa^2} (\dot{v}_{k_x>0}^{F,e}(x^F) - av_{k_x>0}^{F,e}(x^F)) \rightarrow -\frac{2ik_x}{\kappa^2} (v_{-k_x}^{'L,e}(x^L) - av_{-k_x}^{L,e}(x^L)) = \tilde{h}_{01}^L$$

$$\begin{aligned}\tilde{h}_{11}^F &= e^{2a\eta} v_{k_x>0}^{F,e}(x^F) - \frac{2a}{\kappa^2} \dot{v}_{k_x>0}^{F,e}(x^F) + \frac{2}{\kappa^2} \ddot{v}_{k_x>0}^{F,e}(x^F) \\ &\rightarrow -e^{2a\xi} v_{-k_x}^{L,e}(x^L) - \frac{2a}{\kappa^2} v_{-k_x}^{'L,e}(x^L) + \frac{2}{\kappa^2} v_{-k_x}^{''L,e}(x^L) = \tilde{h}_{00}^L\end{aligned}$$

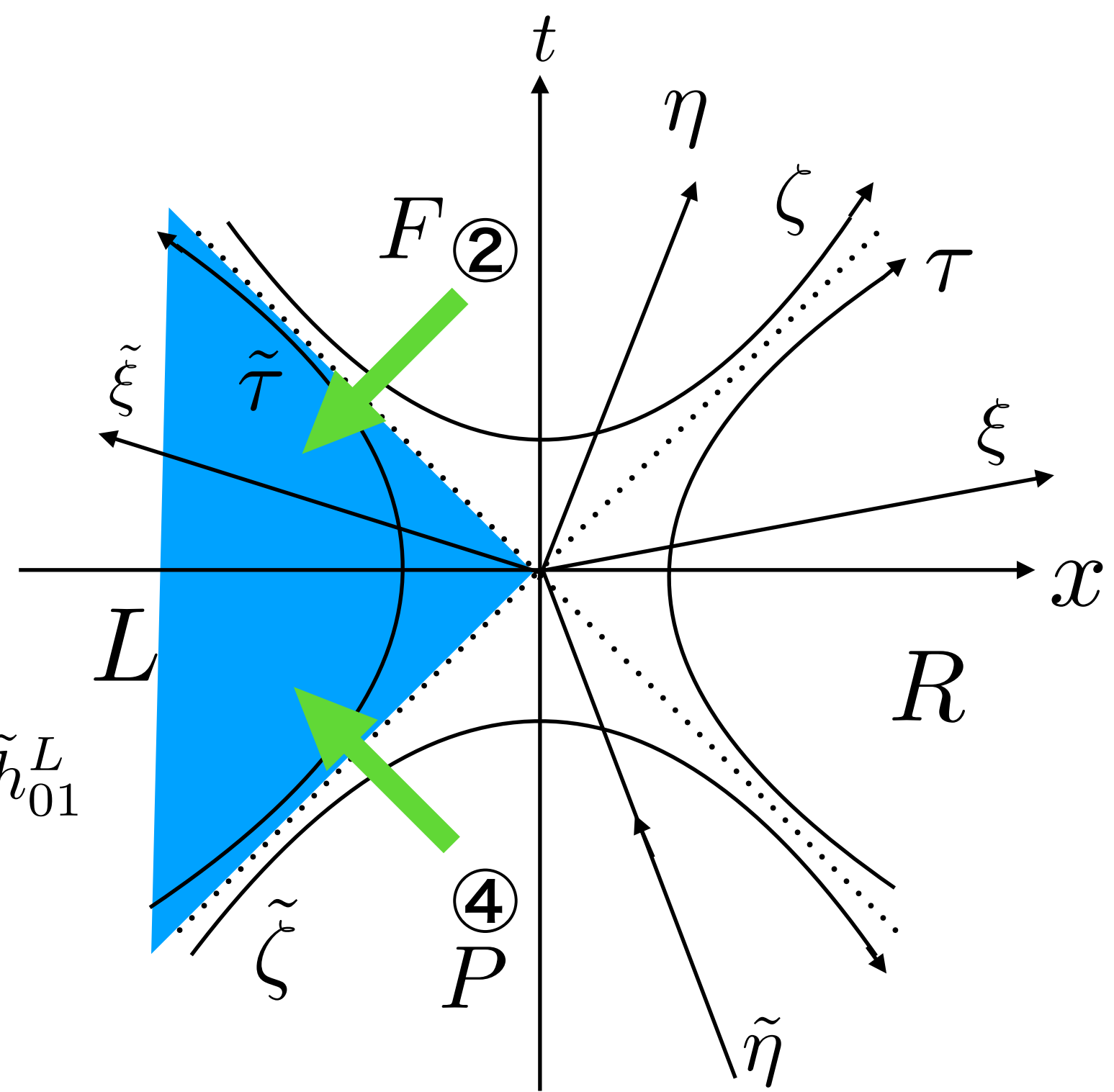
ODDモード

$$\tilde{h}_{02}^F = \frac{k_x k_z}{\kappa^2} v_{k_x>0}^{F,o}(x^F) \rightarrow -\frac{k_x k_z}{\kappa^2} v_{-k_x}^{L,o}(x^L) = \tilde{h}_{12}^L$$

$$\tilde{h}_{03}^F = -\frac{k_x k_y}{\kappa^2} v_{k_x>0}^{F,o}(x^F) \rightarrow \frac{k_x k_y}{\kappa^2} v_{-k_x}^{L,o}(x^L) = \tilde{h}_{13}^L$$

$$\tilde{h}_{12}^F = -\frac{ik_z}{\kappa^2} \dot{v}_{k_x>0}^{F,o}(x^F) \rightarrow -\frac{ik_z}{\kappa^2} v_{-k_x}^{'L,o}(x^L) = \tilde{h}_{02}^L$$

$$\tilde{h}_{13}^F = \frac{ik_y}{\kappa^2} \dot{v}_{k_x>0}^{F,o}(x^F) \rightarrow \frac{ik_y}{\kappa^2} v_{-k_x}^{'L,o}(x^L) = \tilde{h}_{03}^L$$



アインシュタイン方程式から

$$v_{-k_x}^{''L,\lambda}(x^L) + k^2(\tilde{\xi}) v_{-k_x}^{L,\lambda}(x^L) = 0$$

$$k^2(\tilde{\xi}) = (k_x^2 - \kappa^2 e^{2a\tilde{\xi}})$$

P→Rも同様になる

R、Lリンドラー時空の解を解析接続により求めた

5.結論と今後の課題

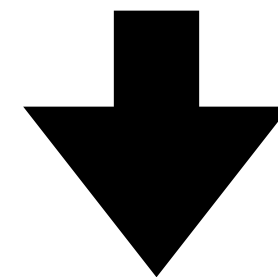
1.Regge-Wheelerゲージを用いてカスナー時空の重力波の自由度を抽出することができた

2.F、R、L、P各領域の粒子数期待値を計算し熱分布を確認し、ミンコフスキー真空をカスナー時空及びR、Lリンドラー時空の状態のエンタングル状態として記述できた

3.カスナー時空の解(計量テンソル)を解析接続によりRリンドラー、Lリンドラー時空へと接続することができた

今後の課題

1.RWゲージではカスナー時空、リンドラー時空の重力波としての性質を確認できていない



カスナー時空、リンドラー時空でTTゲージの解を構成する必要がある(上手くいってない)

2.具体的に物理量の計算を行う