

応力テンソルによるクオーク間相互作用 の微視的伝達機構の探索

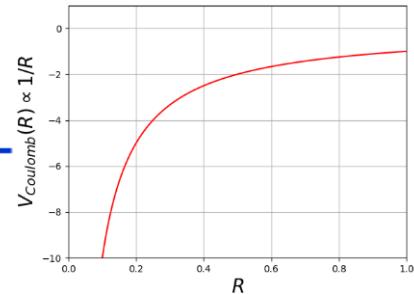
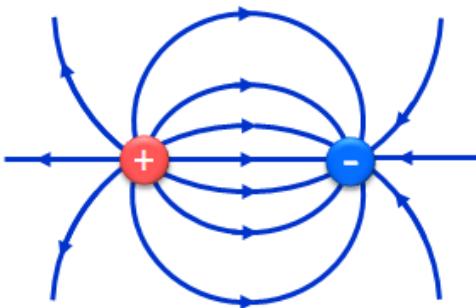
柳原 良亮 (阪大理)

Special thanks to

入谷 匠、北沢 正清、浅川 正之、初田 哲男

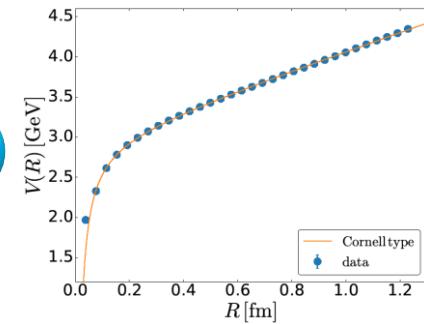
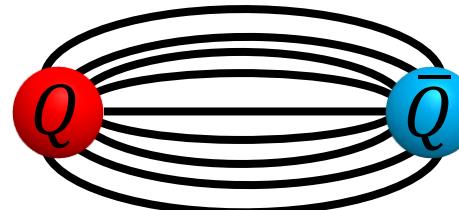
電磁気学とQCD

QED



- ✓ 電場は空間全体に広がる
- ✓ Coulomb potentialの形成

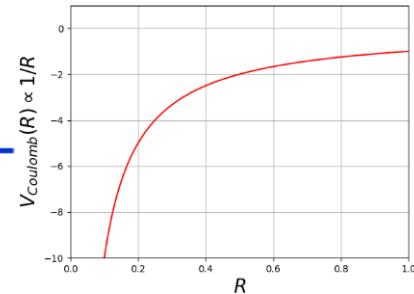
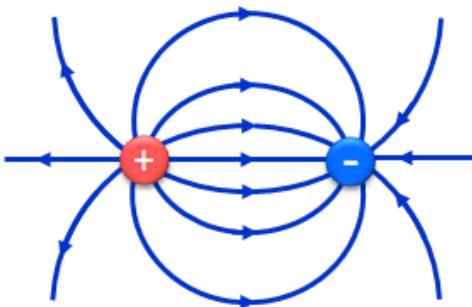
QCD



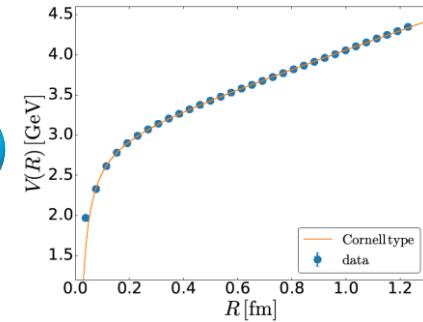
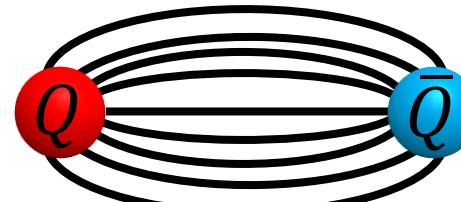
- ✓ Flux tube, squeezed one-dimensionally
- ✓ Confinement potential

電磁気学とQCD

QED



QCD



- ✓ 電場は空間全体に広がる
- ✓ Coulomb potentialの形成

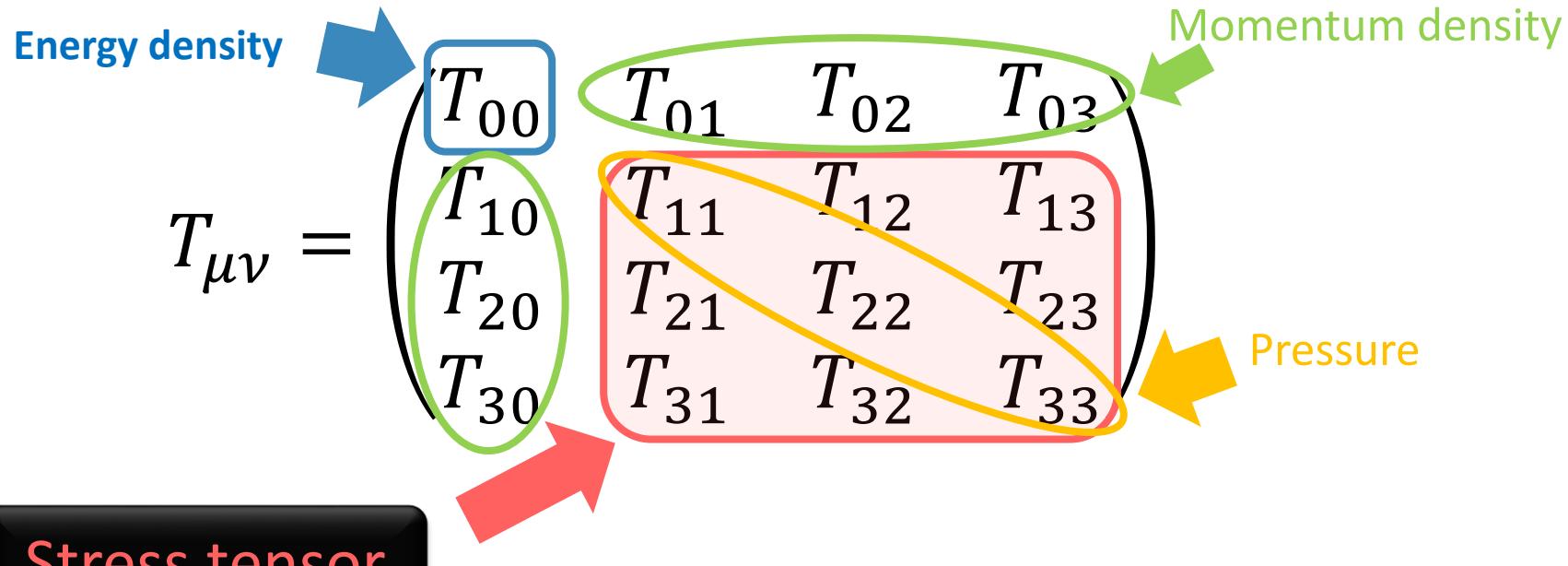
- ✓ Flux tube, squeezed one-dimensionally
- ✓ Confinement potential



近接作用描像

Maxwell 応力

エネルギー運動量テンソル (EMT)

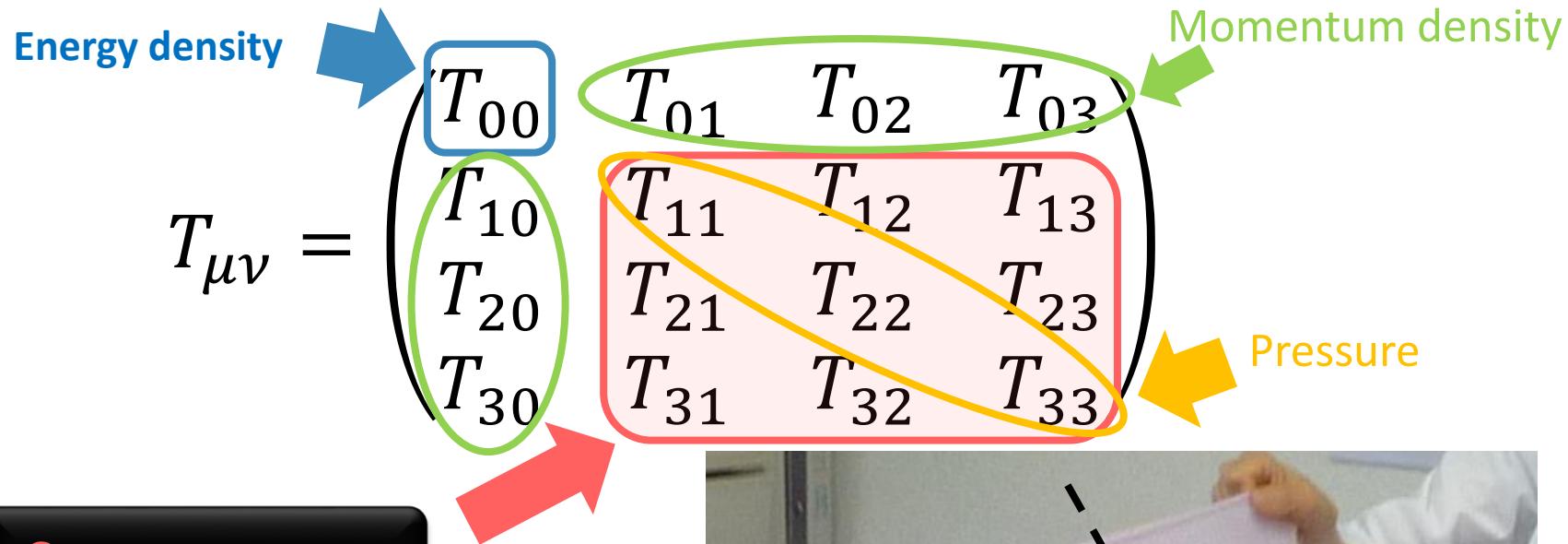


✓ Stress is force per unit area

$$f_i = \sigma_{ij} n_j ; \quad \sigma_{ij} = -T_{ij}$$

Landau and Lifshitz

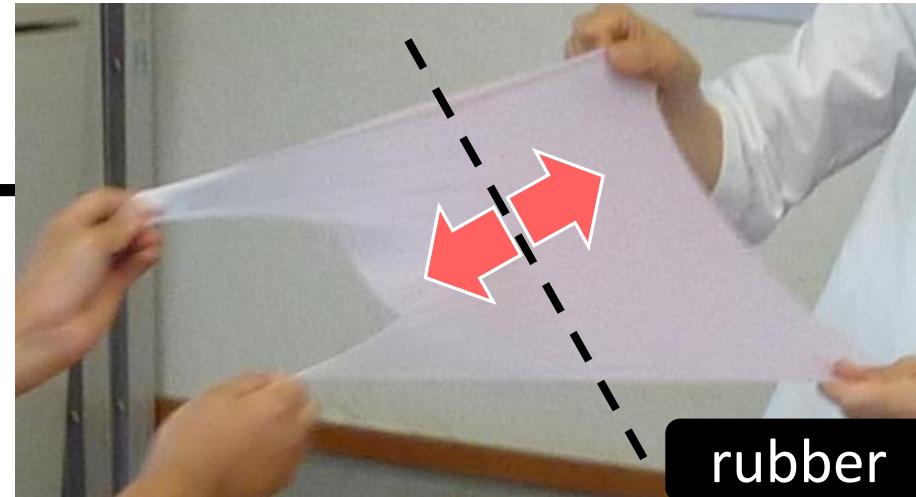
エネルギー運動量テンソル (EMT)



✓ Stress is force per unit area

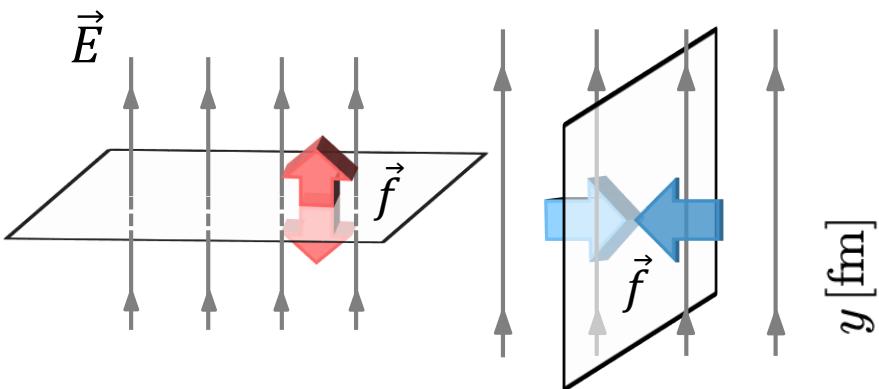
$$f_i = \sigma_{ij} n_j ; \quad \sigma_{ij} = -T_{ij}$$

Landau and Lifshitz



Maxwell 応力

$$T_{ij} = \epsilon_0 \left(E_i E_j - \frac{\delta_{ij}}{2} E^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \left(B_i B_j - \frac{\delta_{ij}}{2} B^2 \right)$$

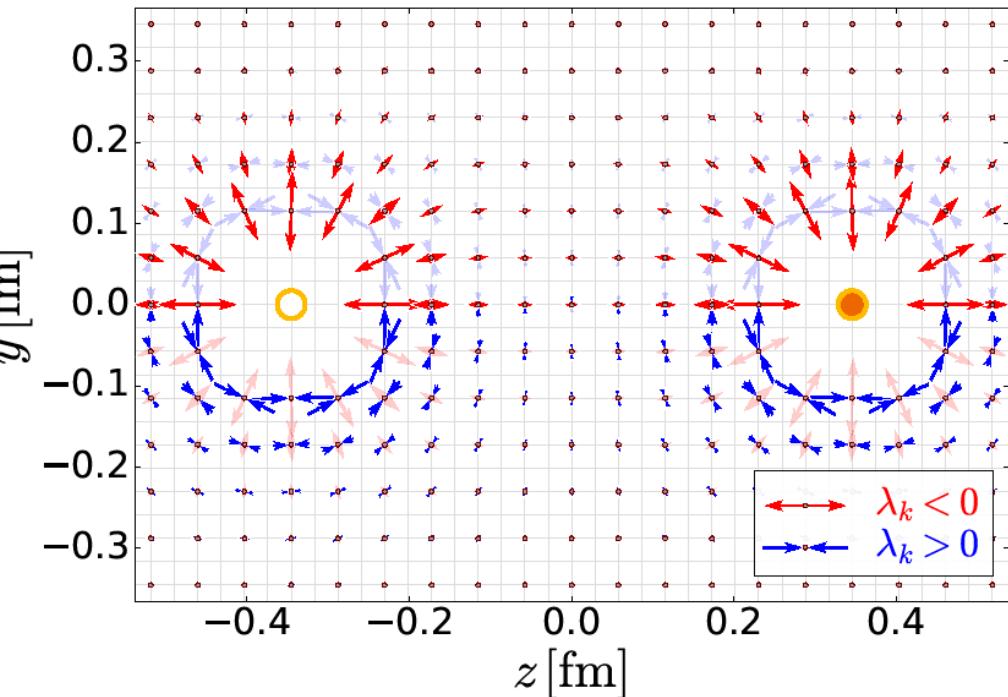


- ✓ Perpendicular plane: $\lambda_k < 0$
- ✓ Parallel plane: $\lambda_k > 0$

✓ 応力テンソル

$$T_{ij} n_j^{(k)} = \lambda_k n_i^{(k)}$$

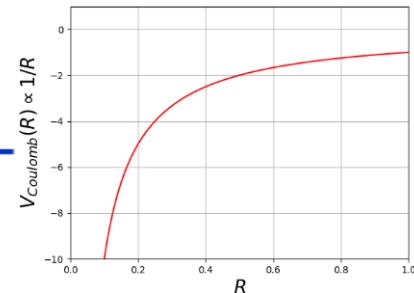
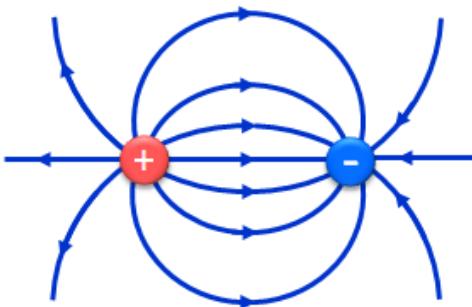
$$(i, j = 1, 2, 3 ; k = 1, 2, 3)$$



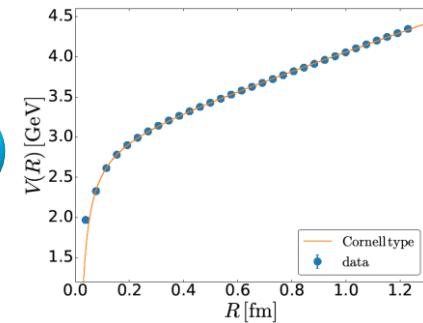
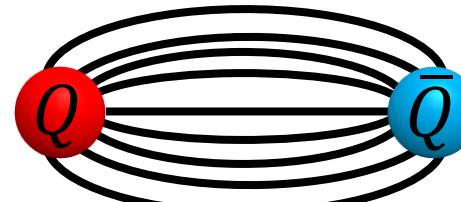
〔矢印の長さ = $\sqrt{|\lambda_k|}$ 〕

電磁気学とQCD

QED



QCD



- ✓ 電場は空間全体に広がる
- ✓ Coulomb potentialの形成

- ✓ Flux tube, squeezed one-dimensionally
- ✓ Confinement potential



近接作用描像

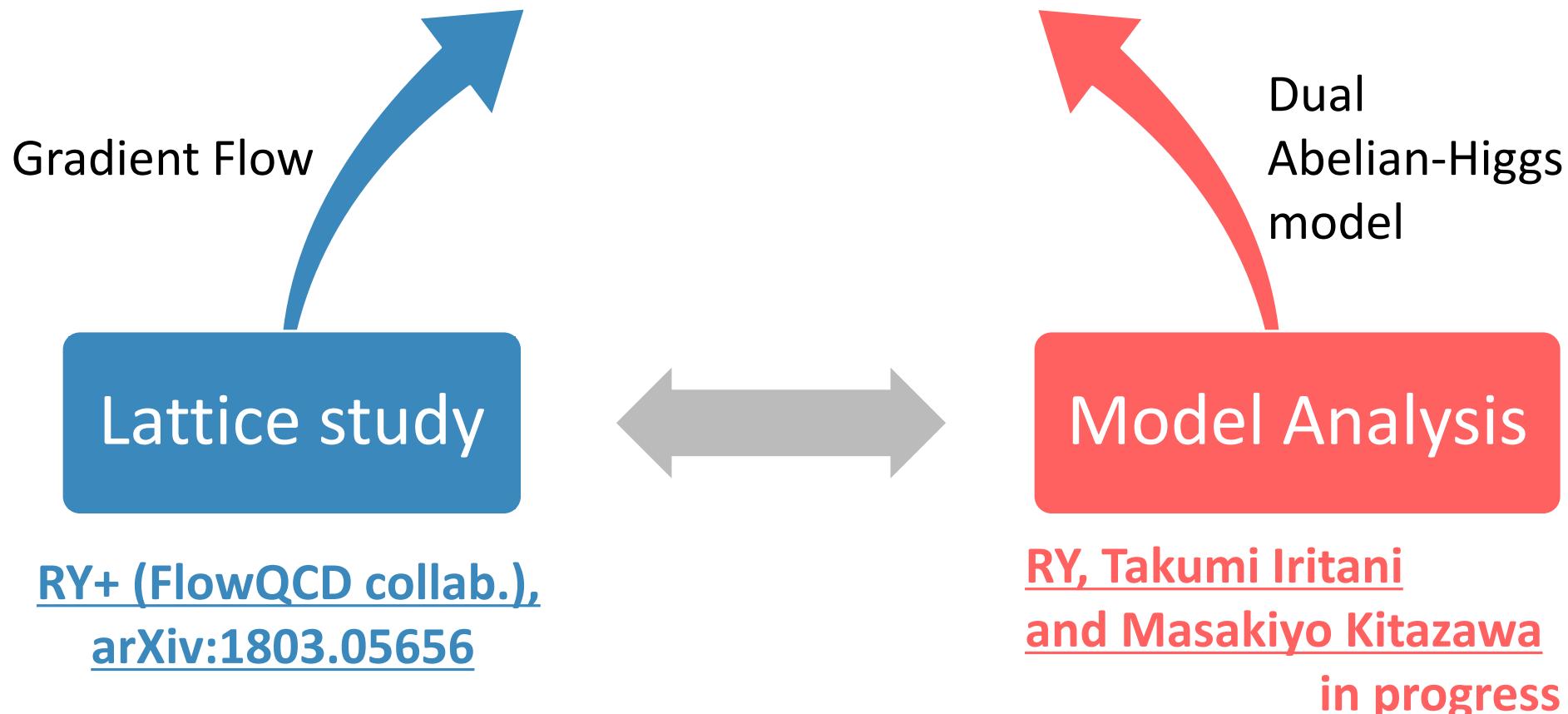
Maxwell 応力



目的と手段

goal

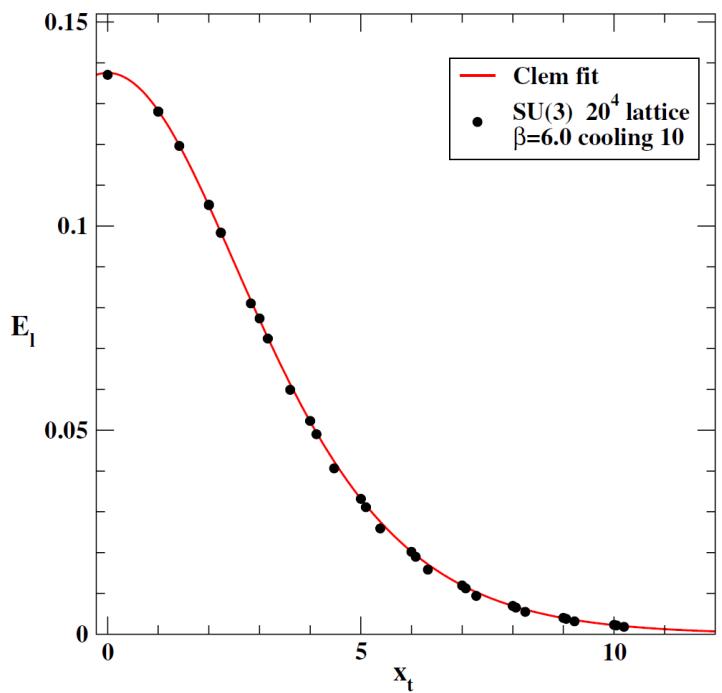
近接作用描像に基づく $Q\bar{Q}$ 系の応力分布探索



勾配流法を用いた格子数値解析による クオーク・反クオーク系の応力分布の解析

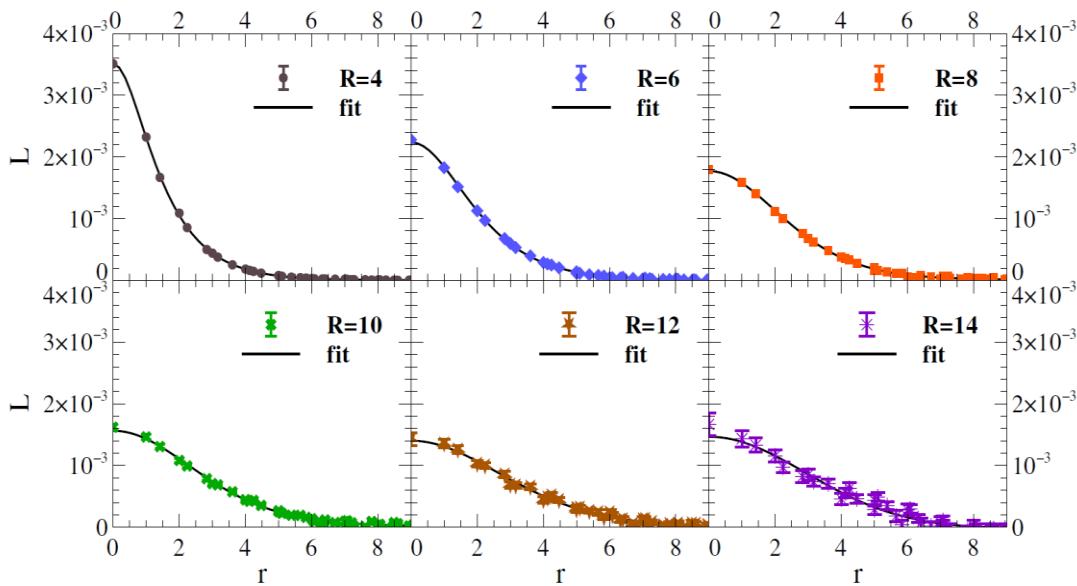
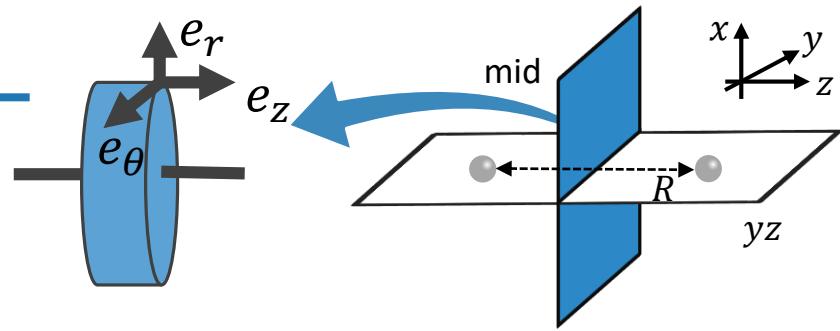
[RY+ \(FlowQCD collab.\), arXiv:1803.05656](#)

先行研究



Color electric field

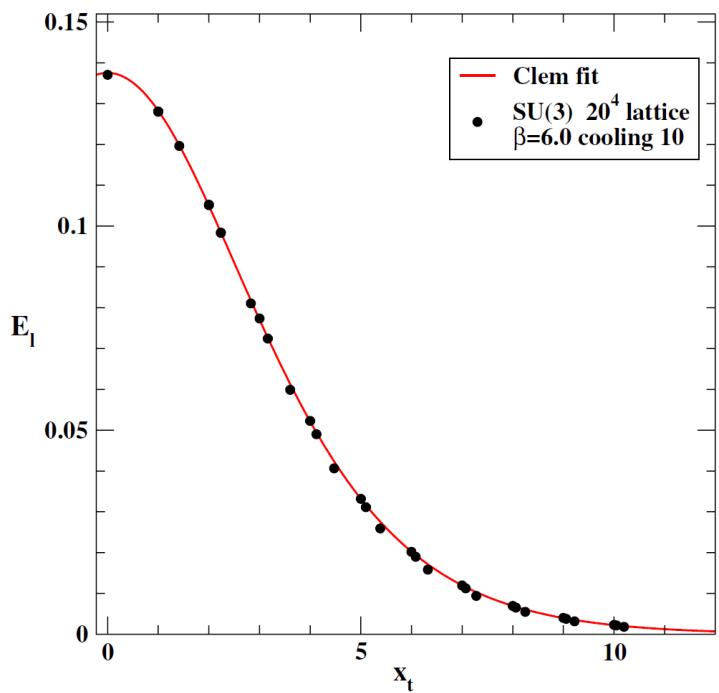
Cea *et al.*, PRD88 (2012) 054504.



Action density

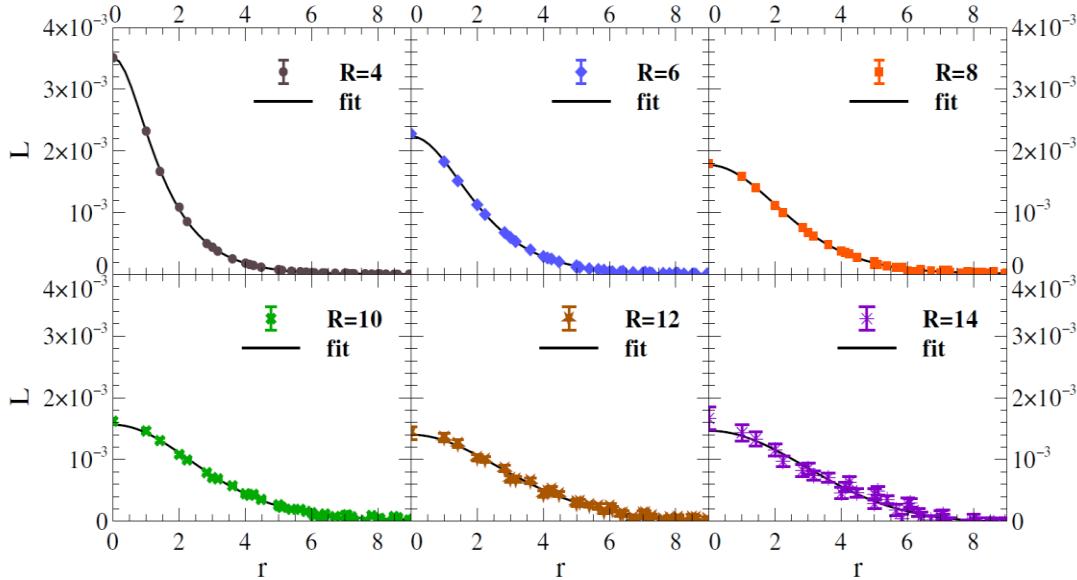
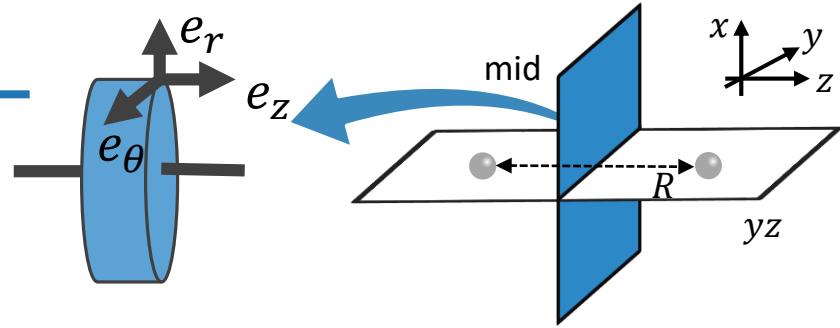
Cardoso *et al.*, PRD86 (2013) 054501.

先行研究



Color electric field

Cea *et al.*, PRD88 (2012) 054504.



Action density

Cardoso *et al.*, PRD86 (2013) 054501.

More direct physical quantity : Stress tensor !!

格子上での測定

すべきこと

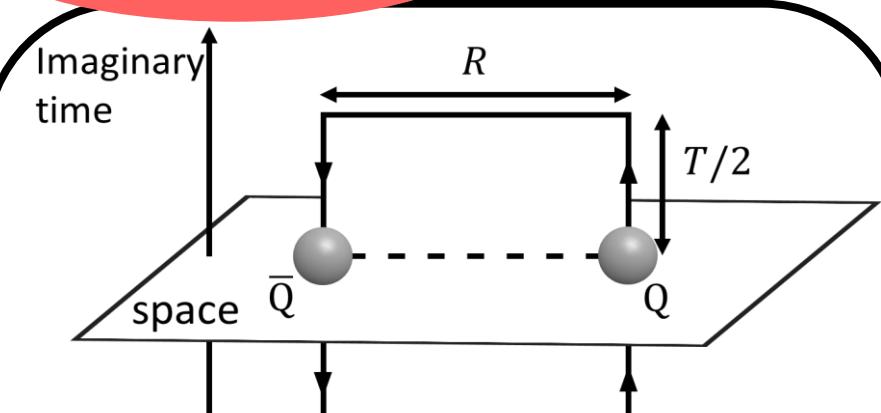
- ①格子上に $Q\bar{Q}$ を用意
- ② $Q\bar{Q}$ の周辺でEMTを測定

格子上で測定

すべきこと

- ①格子上に $Q\bar{Q}$ を用意
- ② $Q\bar{Q}$ の周辺でEMTを測定

Wilson Loop

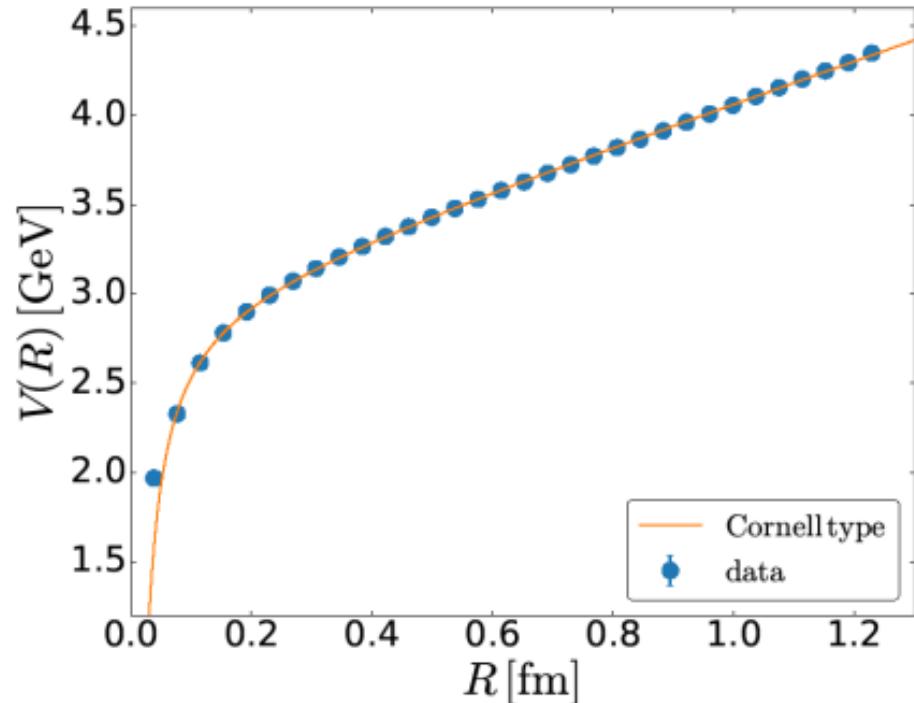


$$\langle W(R, T) \rangle = C_0 \exp[-V(R)T] + C_1 \exp[-V_1(R)T] + \dots$$

$$V(R) = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \log \langle W(R, T) \rangle$$

Ground state potential

Confinement potential



- ✓ quenched SU(3) Yang-Mills
- ✓ $\beta = 6.600$ ($a = 0.038$ fm)

格子上で測定

すべきこと

- ①格子上に $Q\bar{Q}$ を用意
- ② $Q\bar{Q}$ の周辺でEMTを測定

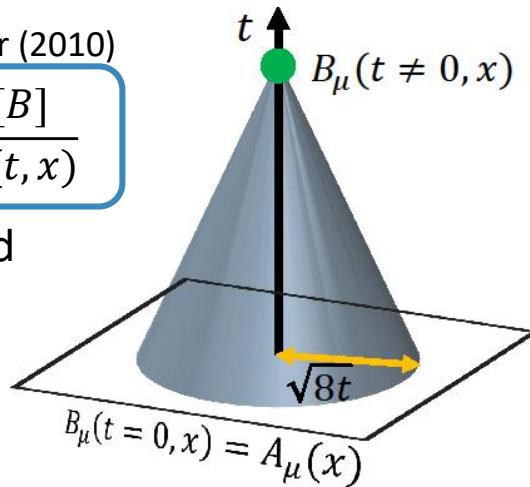
Gradient flow

Flow eq.

Lüscher (2010)

$$\frac{\partial B_\mu(t, x)}{\partial t} = -g_0^2 \frac{\delta S[B]}{\delta B_\mu(t, x)}$$

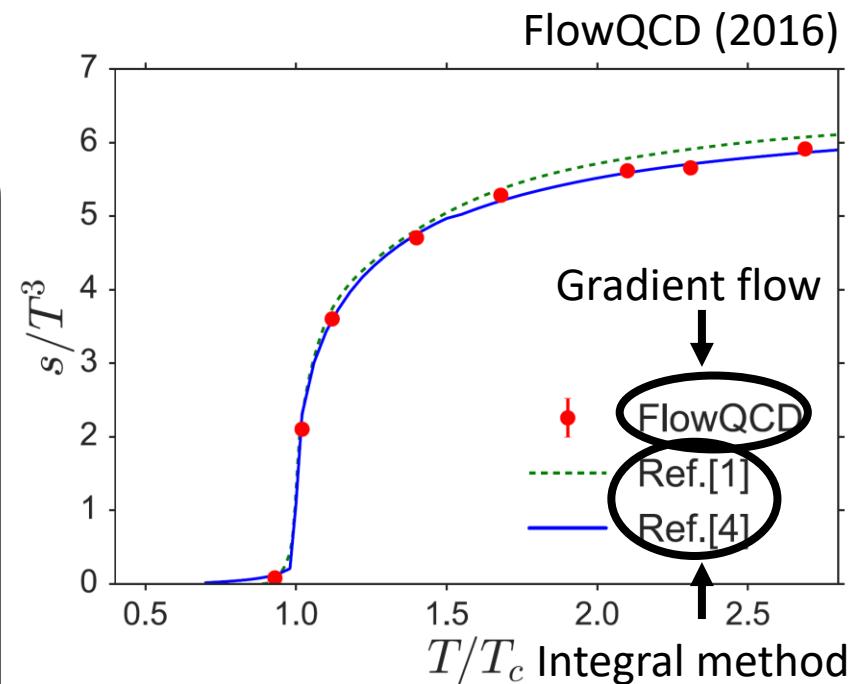
B_μ : smeared field



EMT defined via gradient flow

Suzuki (2013)

$$T_{\mu\nu}(t, x) = \frac{1}{\alpha_U(t)} U_{\mu\nu}(t, x) + \frac{\delta_{\mu\nu}}{4\alpha_E(t)} [E(t, x) - \langle E(t, x) \rangle] + O(t)$$



Entropy density vs. temperature

格子上での測定

すべきこと

- ①格子上に $Q\bar{Q}$ を用意
- ② $Q\bar{Q}$ の周辺でEMTを測定

Gradient flow

FlowQCD (2016)

Visit poster presentations by WHOT-QCD collab. !!

6. 谷口 裕介 (筑波大学計算科学研究センター)

QGP粘性係数導出に向けた $N_f=2+1$ QCD エネルギー運動量テンソル相関関数の研究

8. 金谷 和至 (筑波大宇宙史センター)

グラジエントフローによる2+1フレーバーQCDの状態方程式 -- 格子間隔依存性の検証

19. 白銀 瑞樹 (新潟大自然)

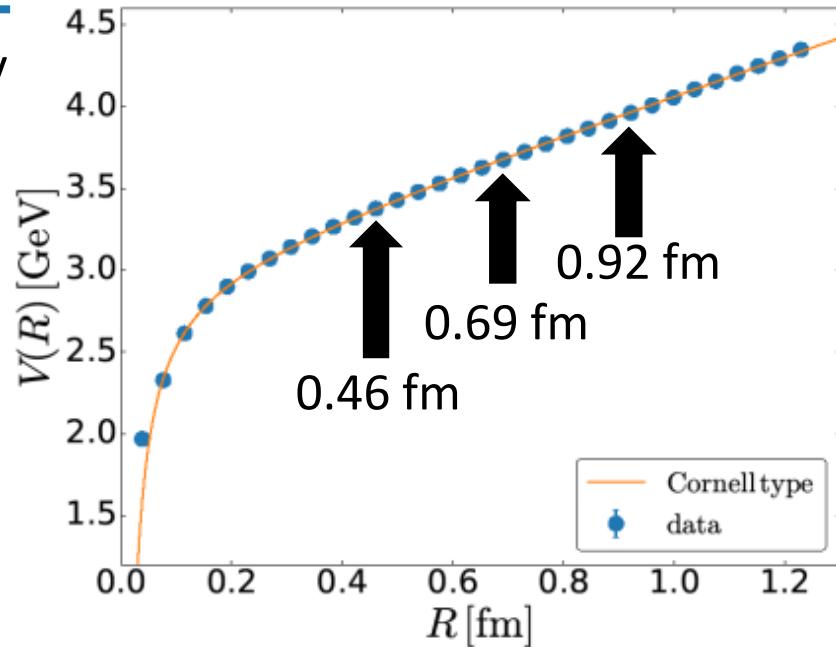
gradient flowで粗視化した有効作用における有限温度相転移点

28. 馬場 慎 (筑波大数理)

Gradient flowを用いたカイラル感受率の測定

セットアップ

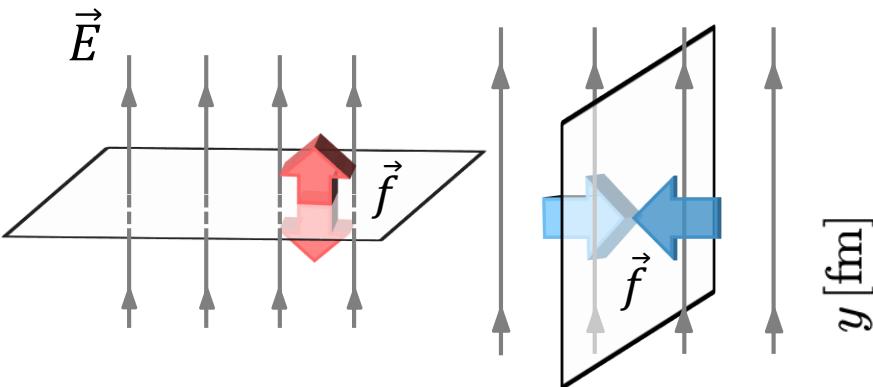
- ✓ Quenched SU(3) Yang-Mills gauge theory
- ✓ Wilson gauge action
- ✓ Clover operator
- ✓ Continuum limit
- ✓ APE smearing for spatial links
- ✓ Multihit improvement in temporal links
- ✓ Simulation using BlueGene/Q @ KEK



β	Lattice spacing	Lattice size	# of statistics
6.304	0.057 fm	48^4	140
6.465	0.046 fm	48^4	440
6.513	0.043 fm	48^4	600
6.600	0.038 fm	48^4	1500
6.819	0.029 fm	64^4	1000

応力分布 – Maxwell 理論 – (再)

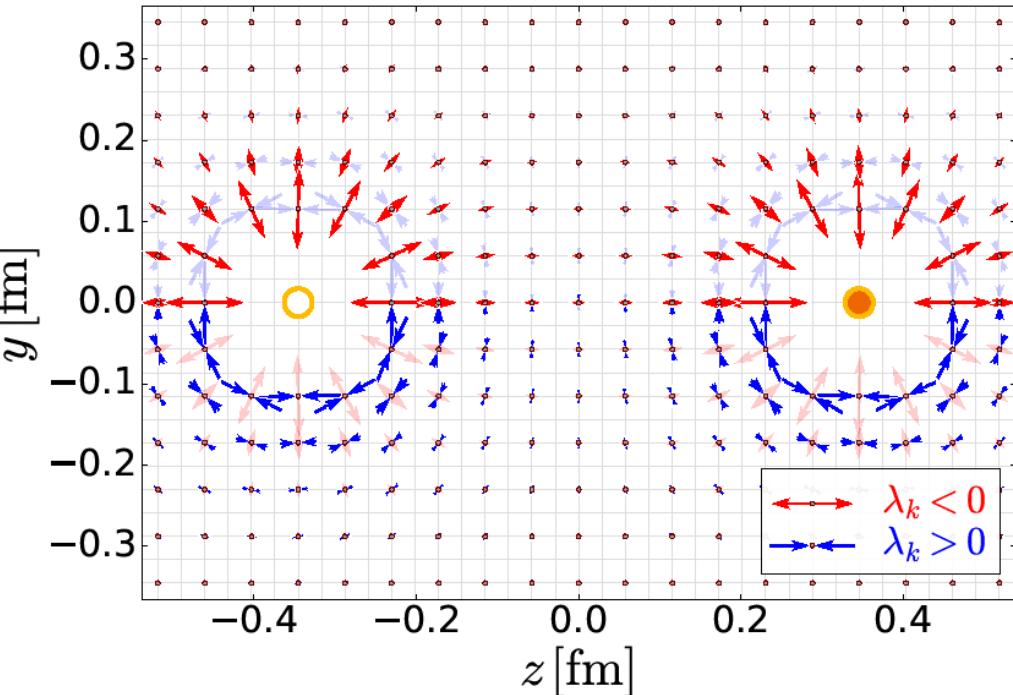
$$T_{ij} = \epsilon_0 \left(E_i E_j - \frac{\delta_{ij}}{2} E^2 \right) + \frac{1}{\mu_0} \left(B_i B_j - \frac{\delta_{ij}}{2} B^2 \right)$$



- ✓ Perpendicular plane: $\lambda_k < 0$
- ✓ Parallel plane: $\lambda_k > 0$

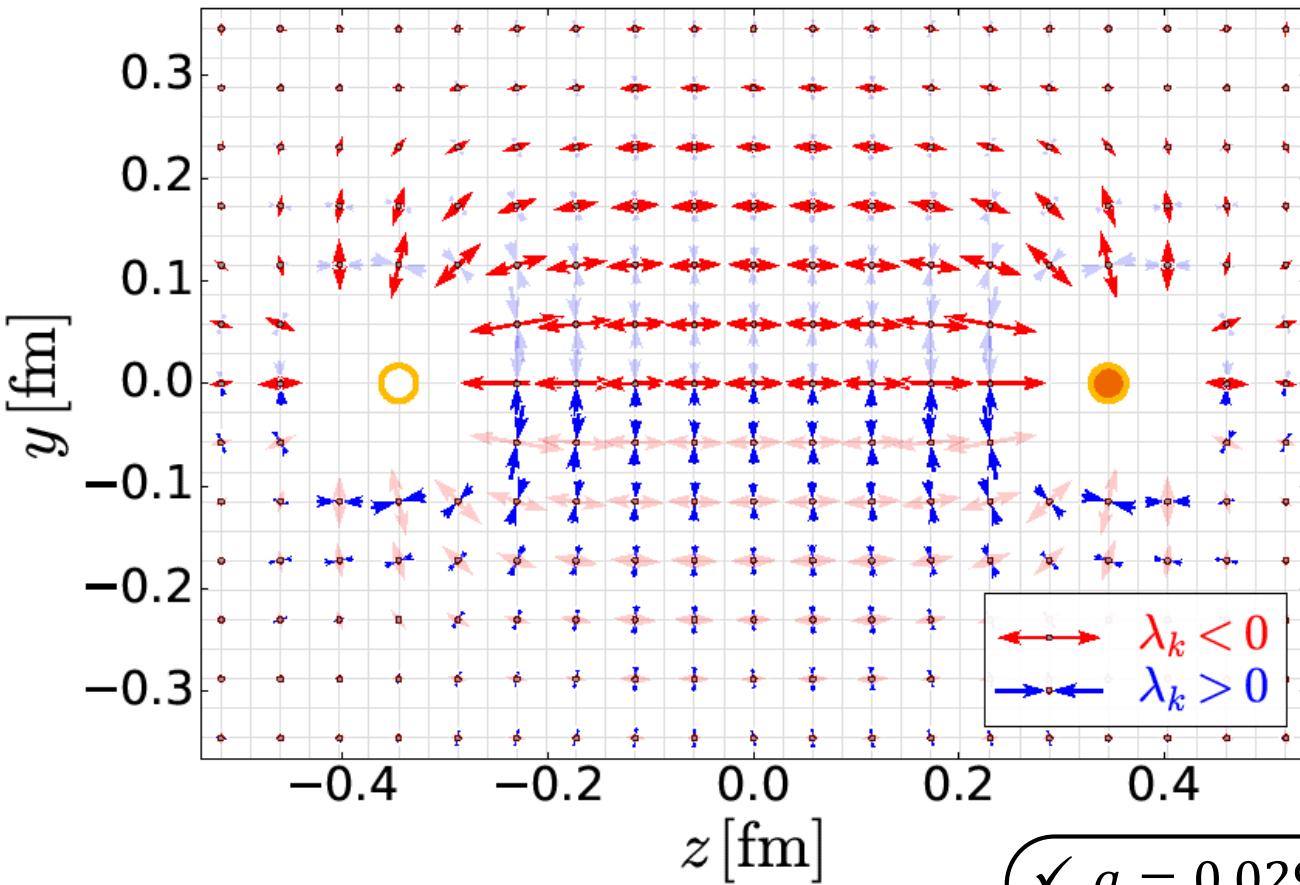
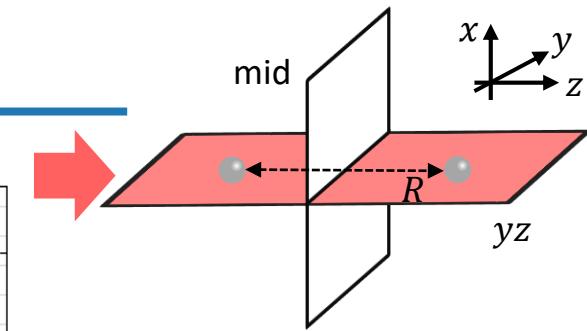
✓ 応力テンソル

$$T_{ij} n_j^{(k)} = \lambda_k n_i^{(k)}$$
$$(i, j = 1, 2, 3 ; k = 1, 2, 3)$$



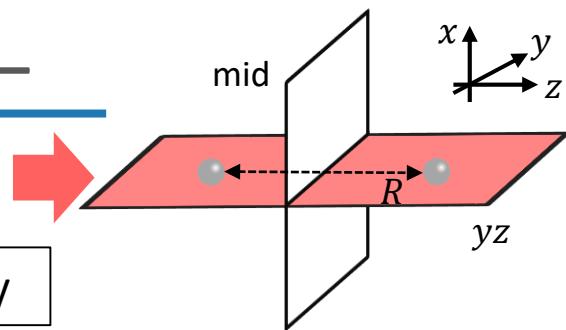
〔矢印の長さ = $\sqrt{|\lambda_k|}$ 〕

応力分布 – SU(3) YM 理論 –

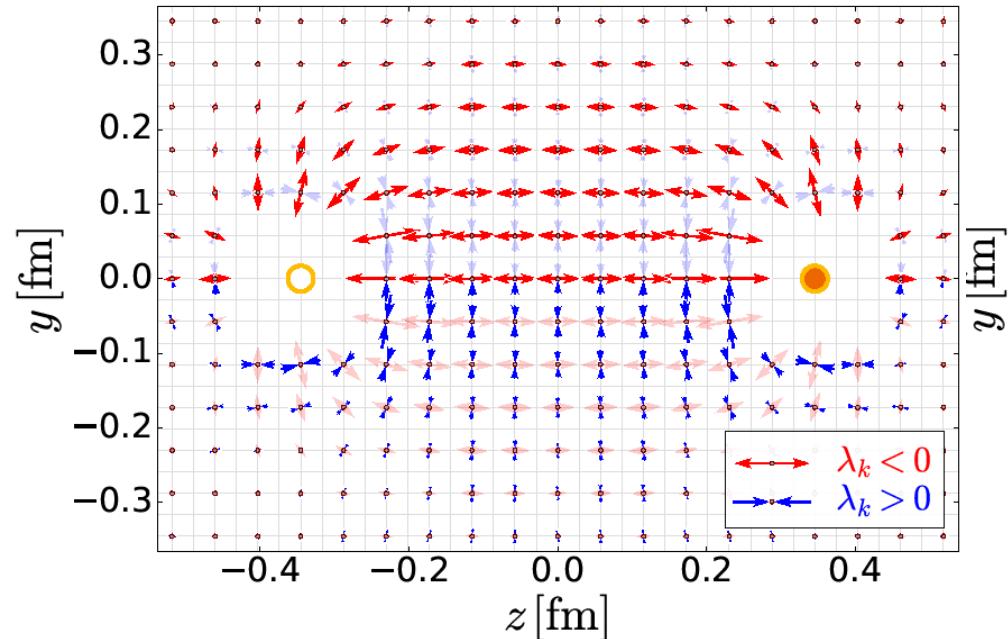


- ✓ $a = 0.029$ fm (no continuum limit)
- ✓ $t/a^2 = 2.0$ (no $t \rightarrow 0$ limit)
- ✓ $R = 0.69$ fm
- ✓ 矢印の長さ = $\sqrt{|\lambda_k|}$

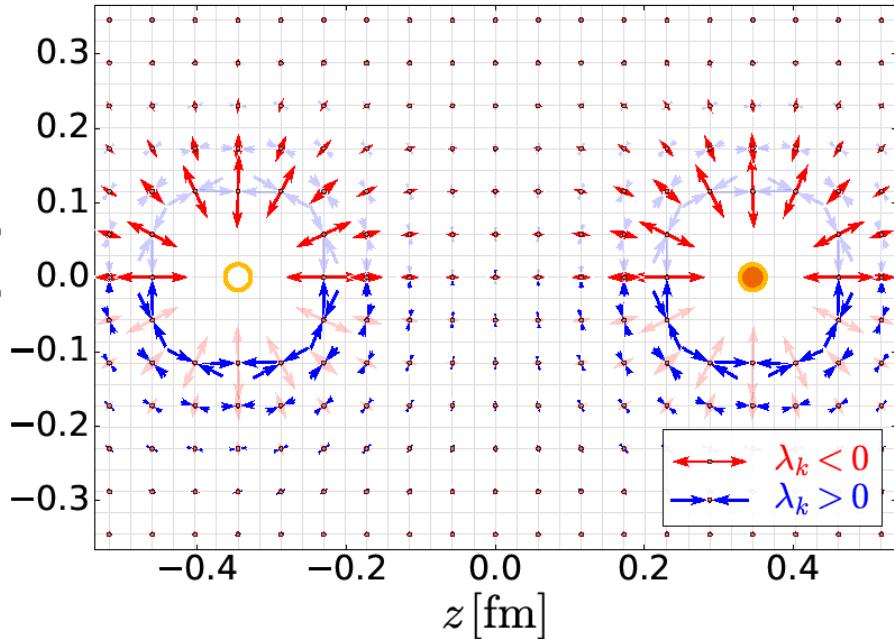
応力分布 – SU(3) YM 理論 vs. Maxwell 理論 –



SU(3) YM theory

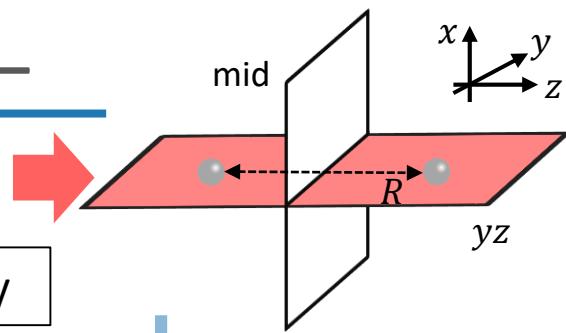


Maxwell theory

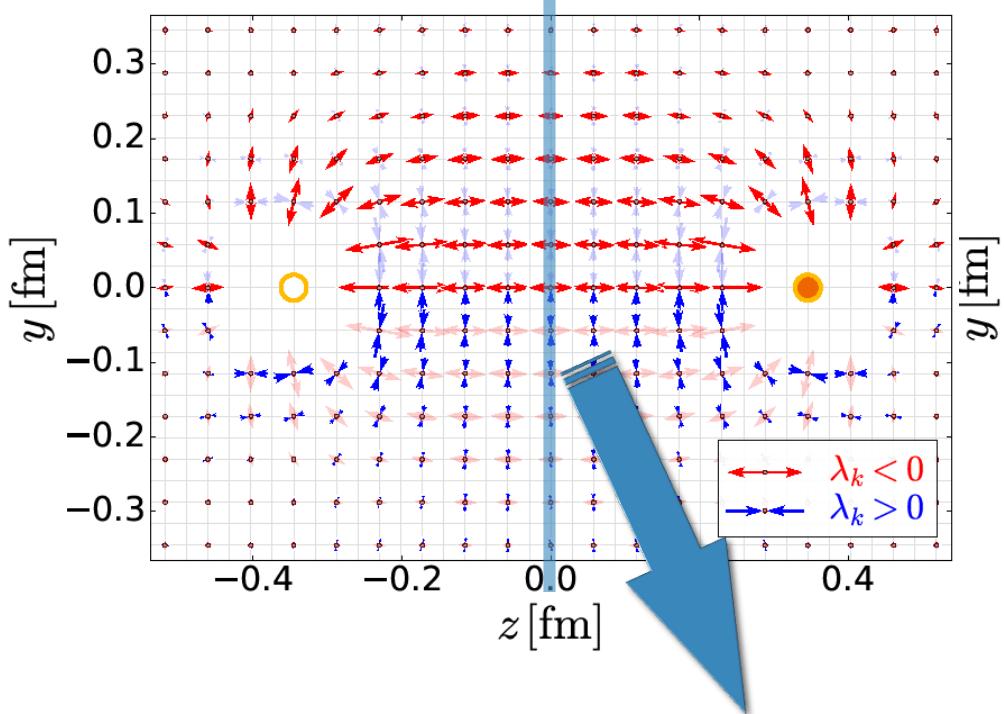


- ✓ ゲージ不变
- ✓ 近接作用描像
- ✓ 力の伝搬: squeezed vs. spreading

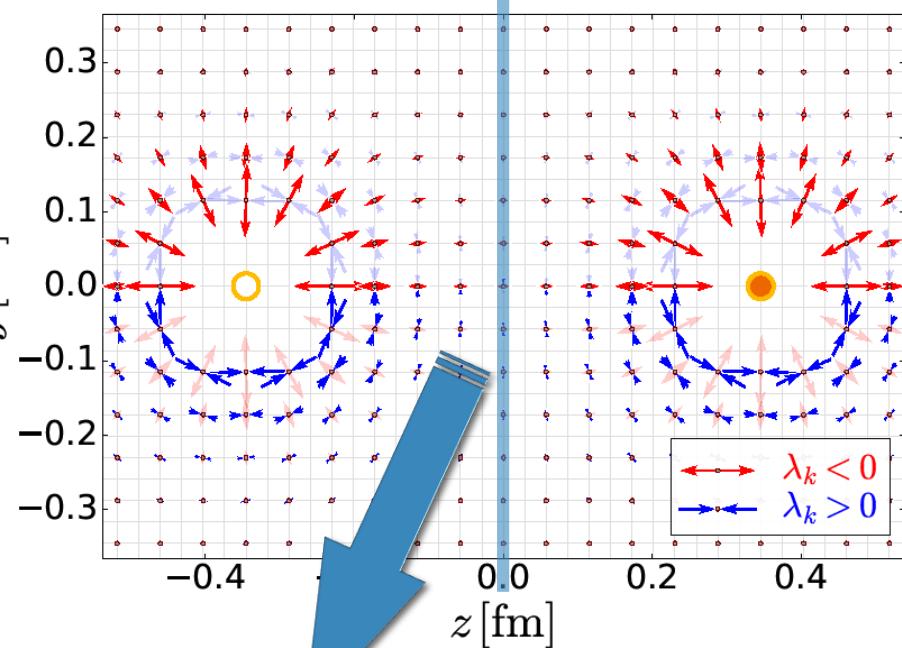
応力分布 – SU(3) YM 理論 vs. Maxwell 理論 –



SU(3) YM theory



Maxwell theory

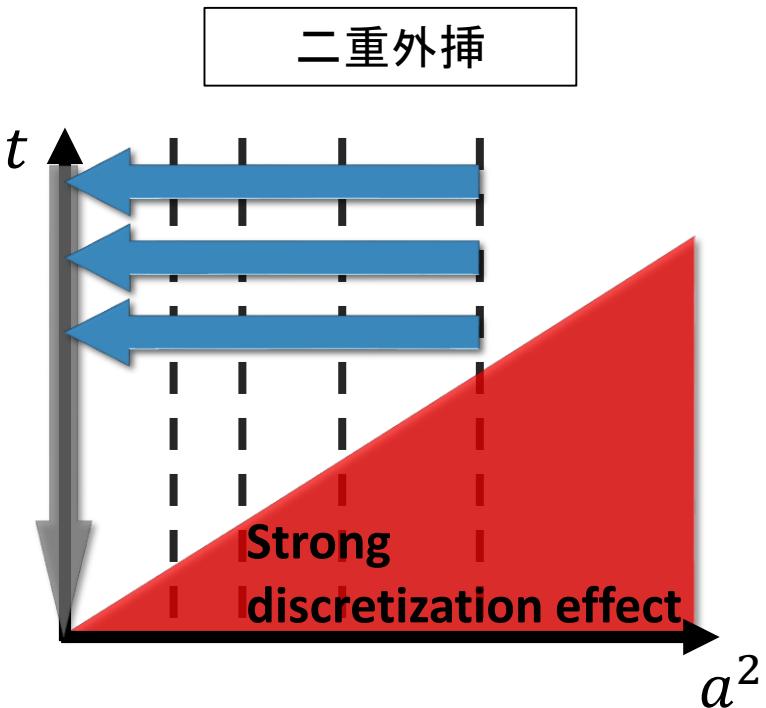
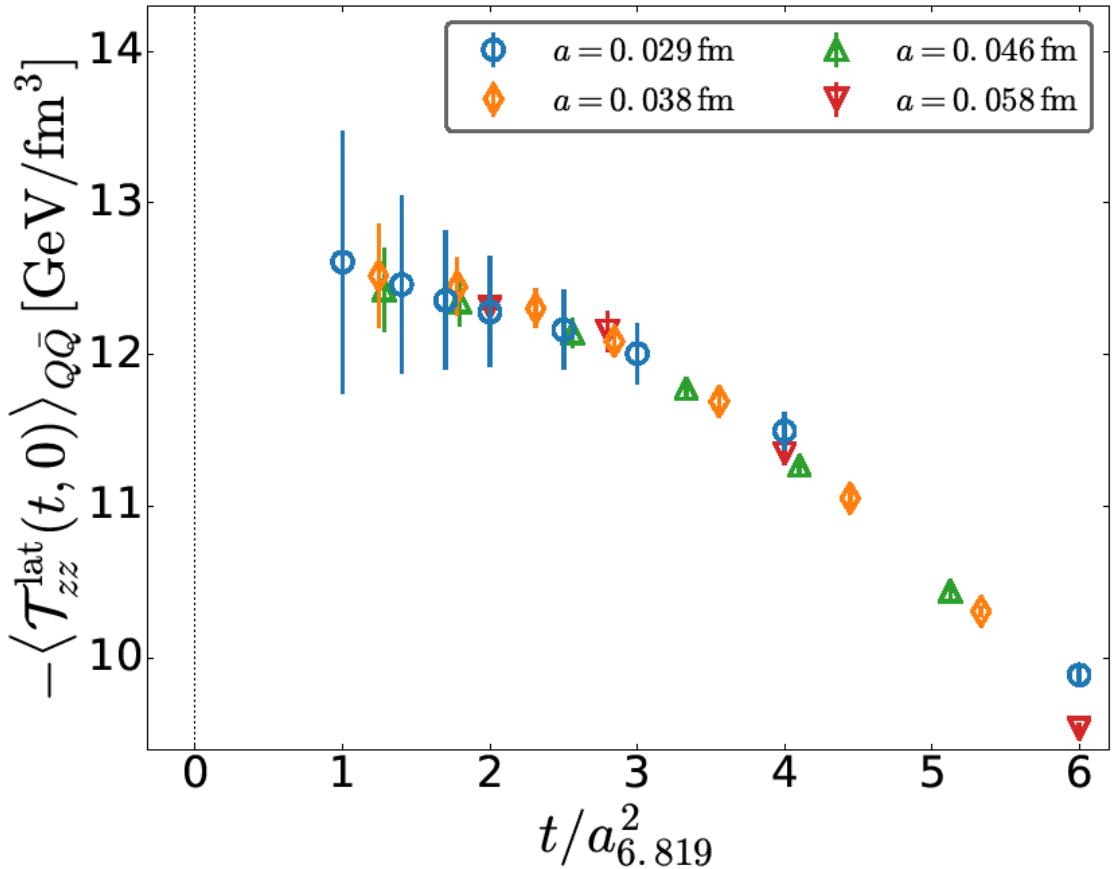
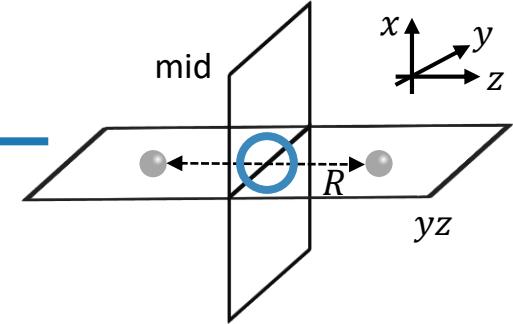


NEXT

Mid平面におけるより定量的解析: 二重外挿

二重外挿 @ mid point

FlowQCD (2016)



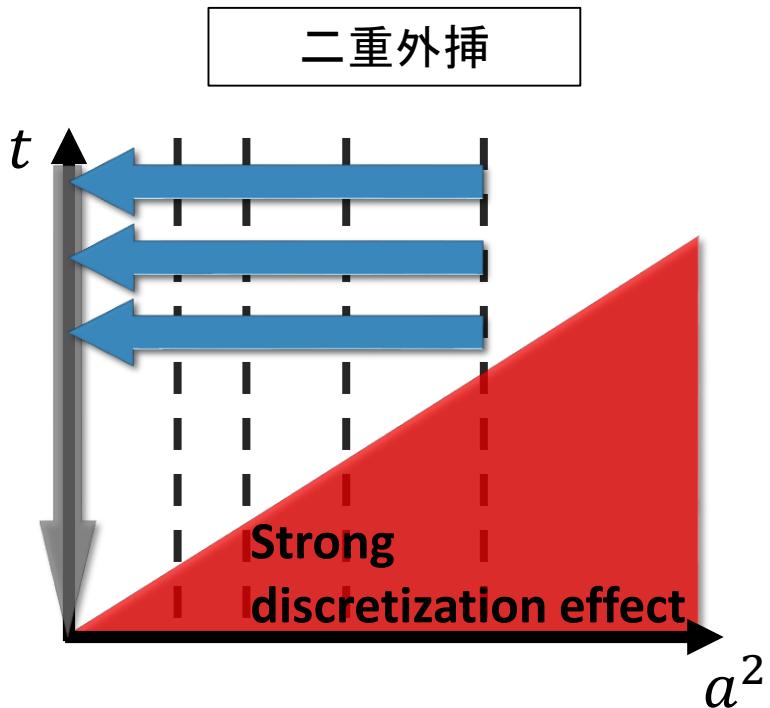
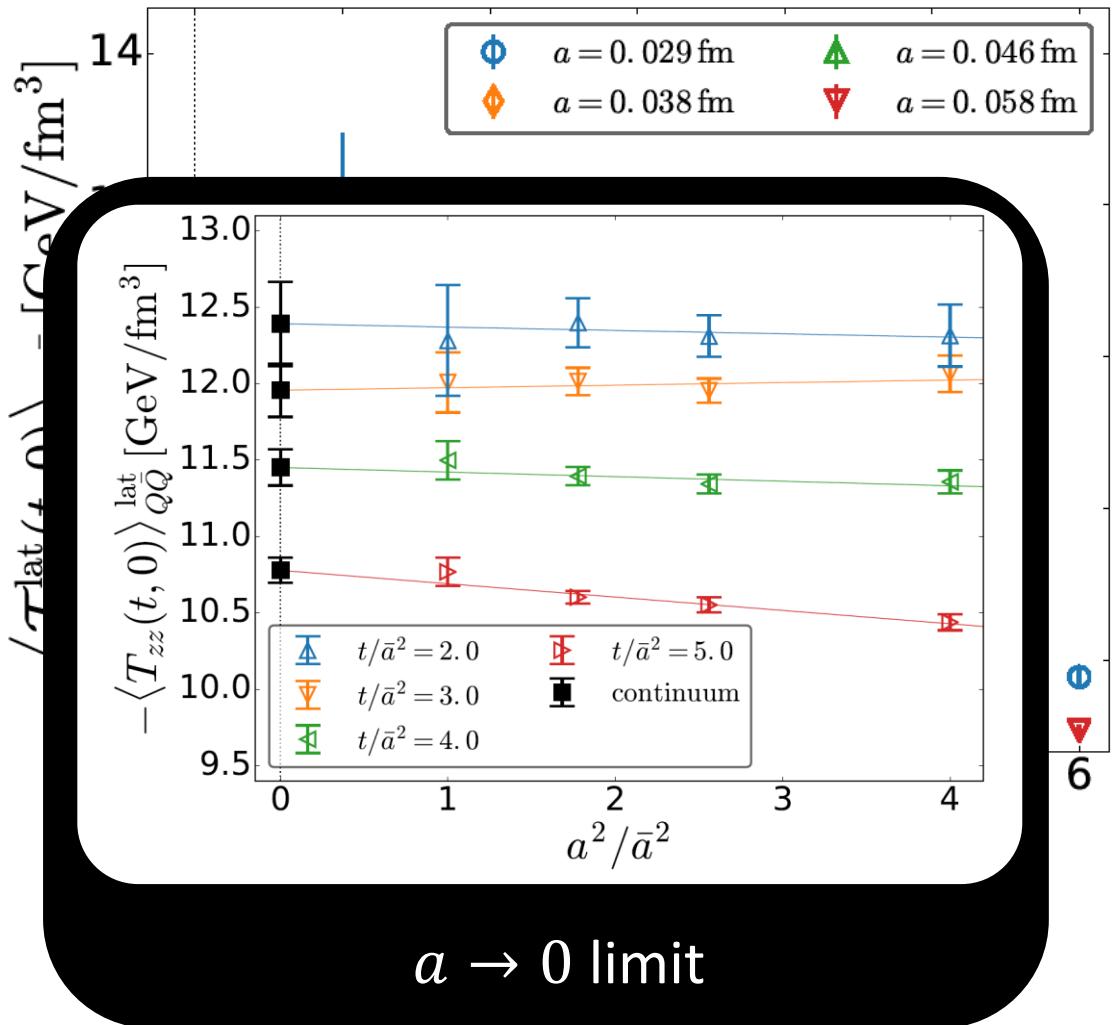
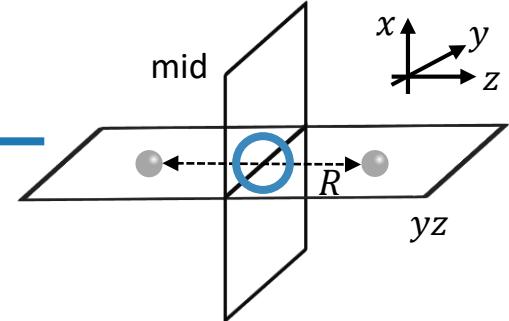
$$\mathcal{O}_{\text{lat}} = \mathcal{O}_{\text{cont}} + A_0 t + A_1(t) a^2 + \dots$$

②

①

二重外挿 @ mid point

FlowQCD (2016)



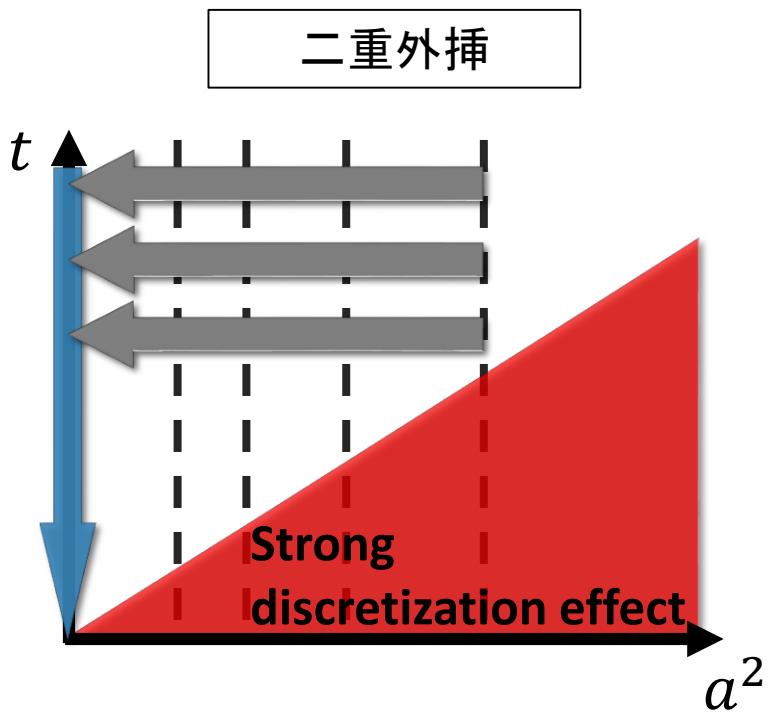
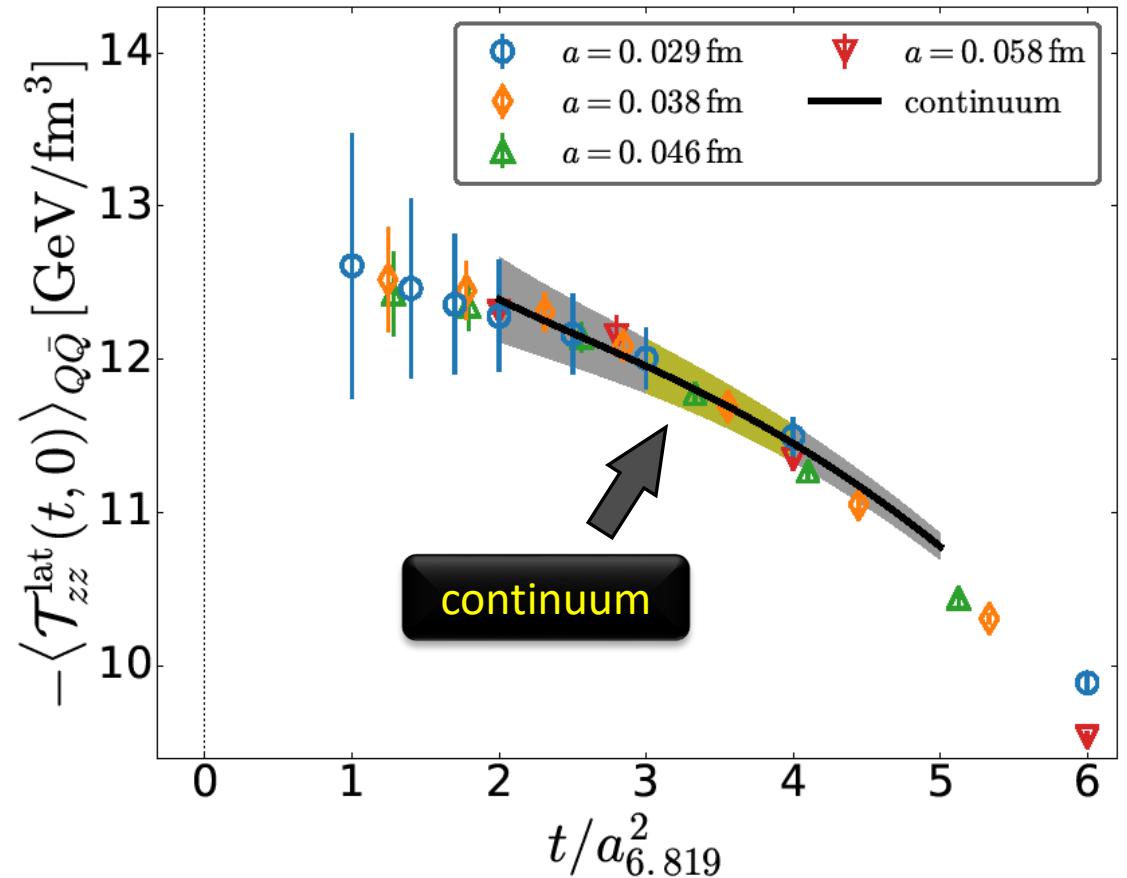
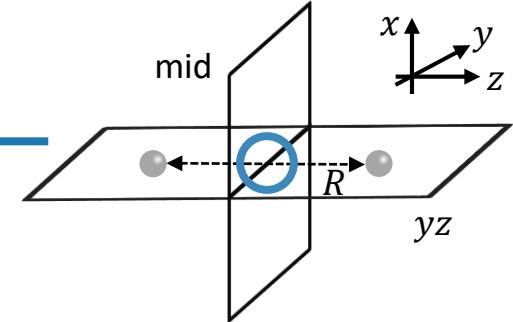
$$O_{\text{lat}} = O_{\text{cont}} + A_0 t + A_1(t) a^2 + \dots$$

②

①

二重外挿 @ mid point

FlowQCD (2016)



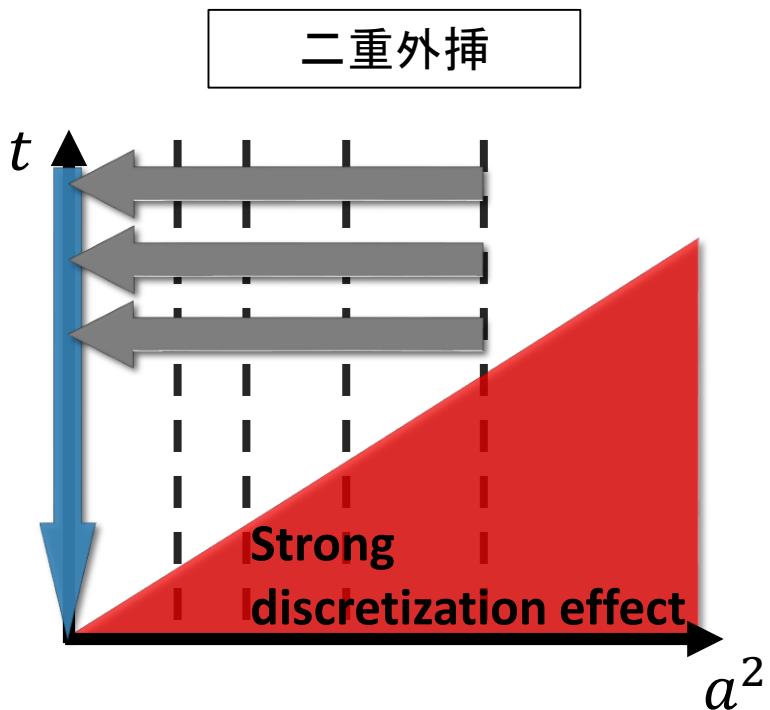
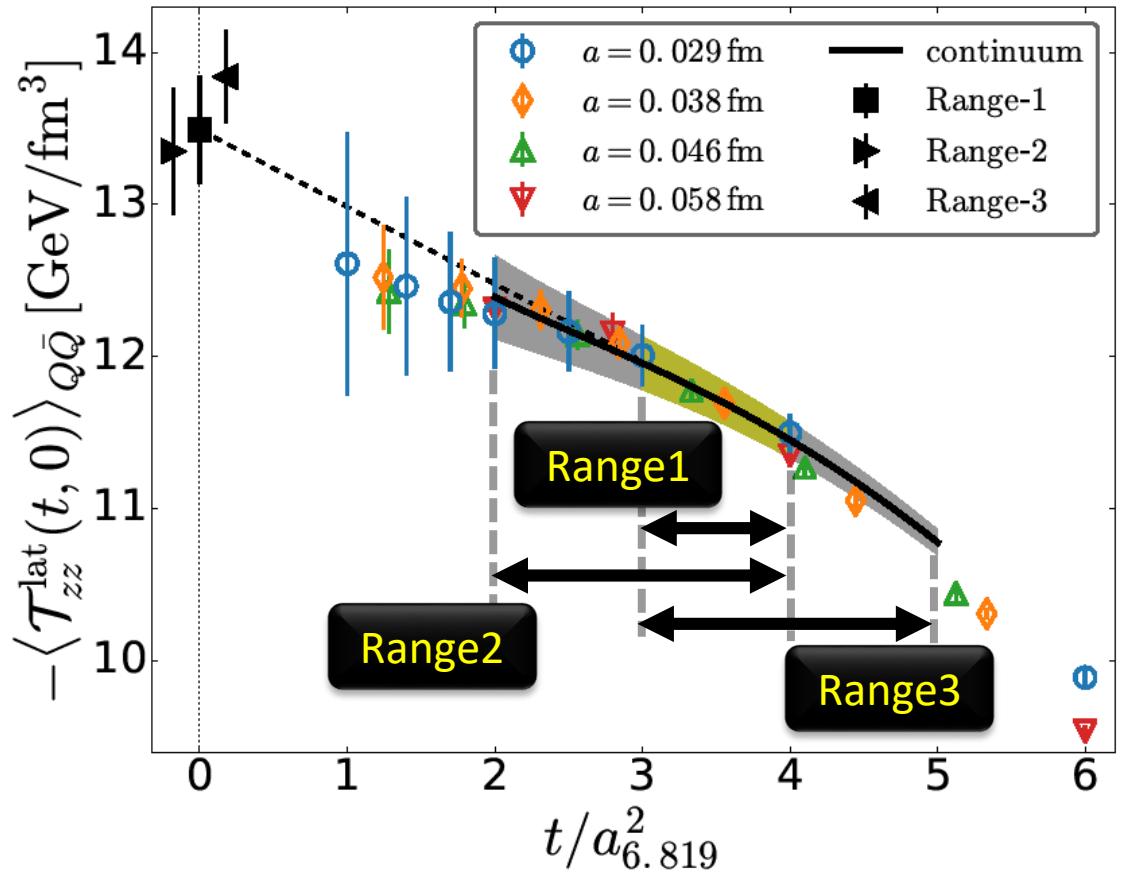
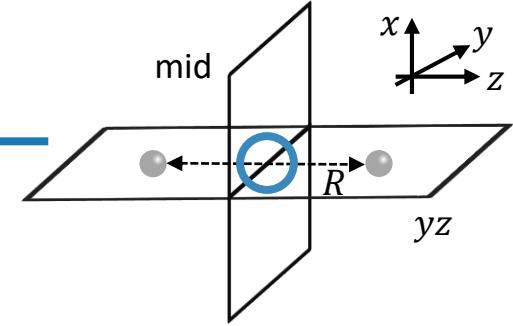
$$O_{\text{lat}} = O_{\text{cont}} + A_0 t + A_1 a^2 + \dots$$

②

①

二重外挿 @ mid point

FlowQCD (2016)

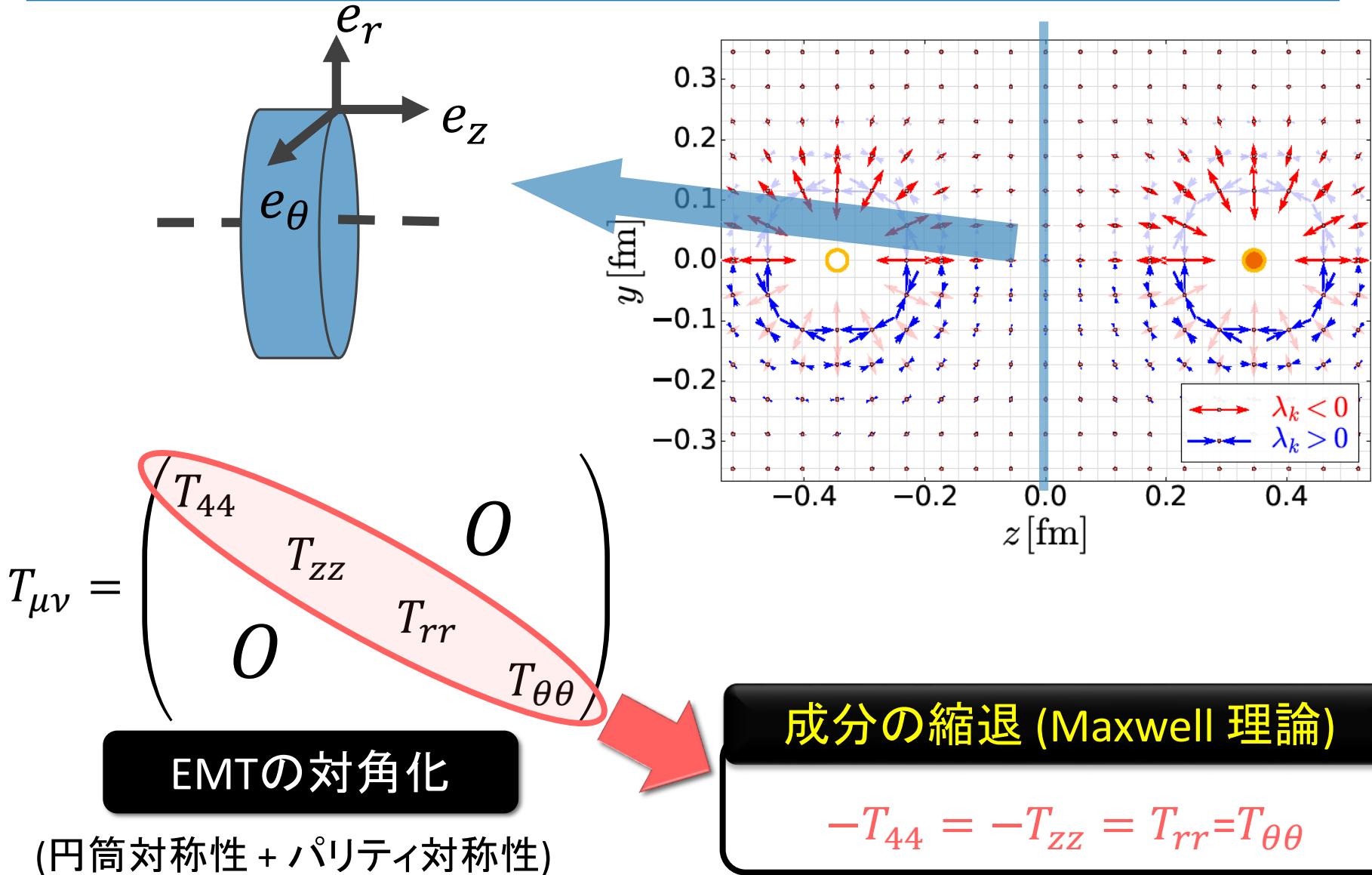


$$O_{\text{lat}} = O_{\text{cont}} + A_0 t + A_1 a^2 + \dots$$

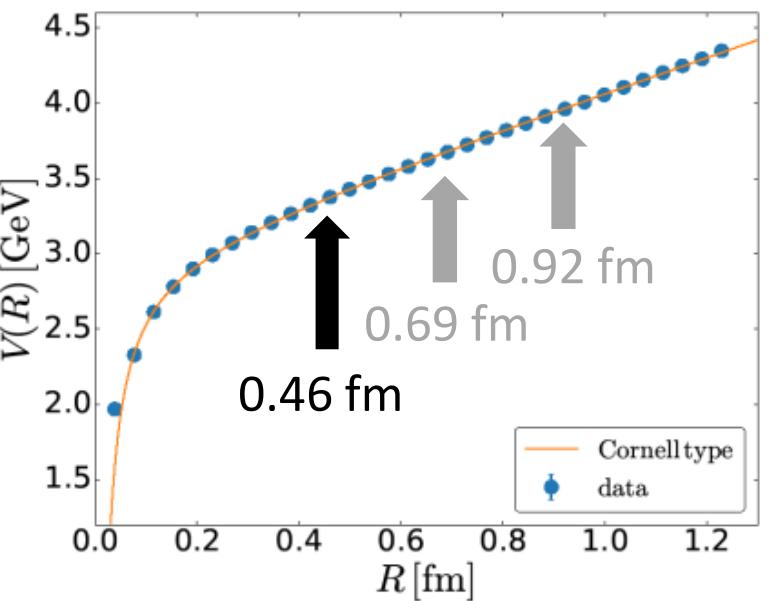
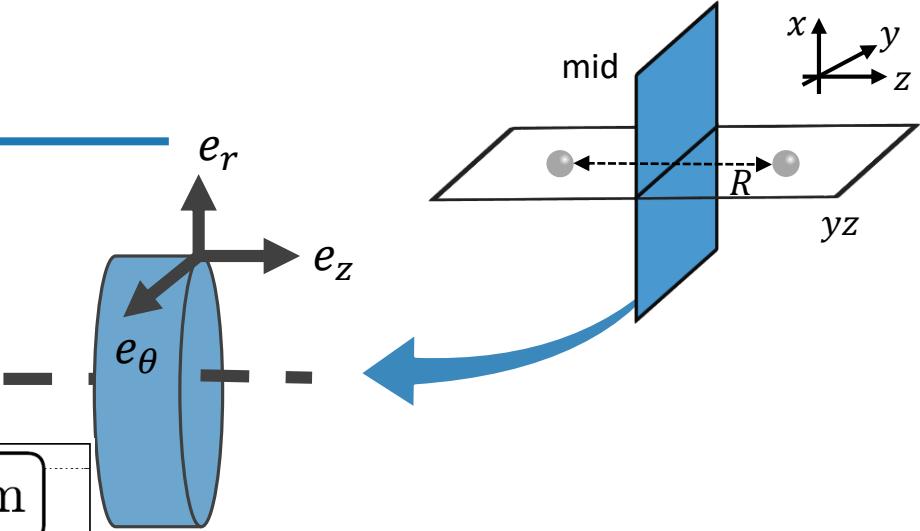
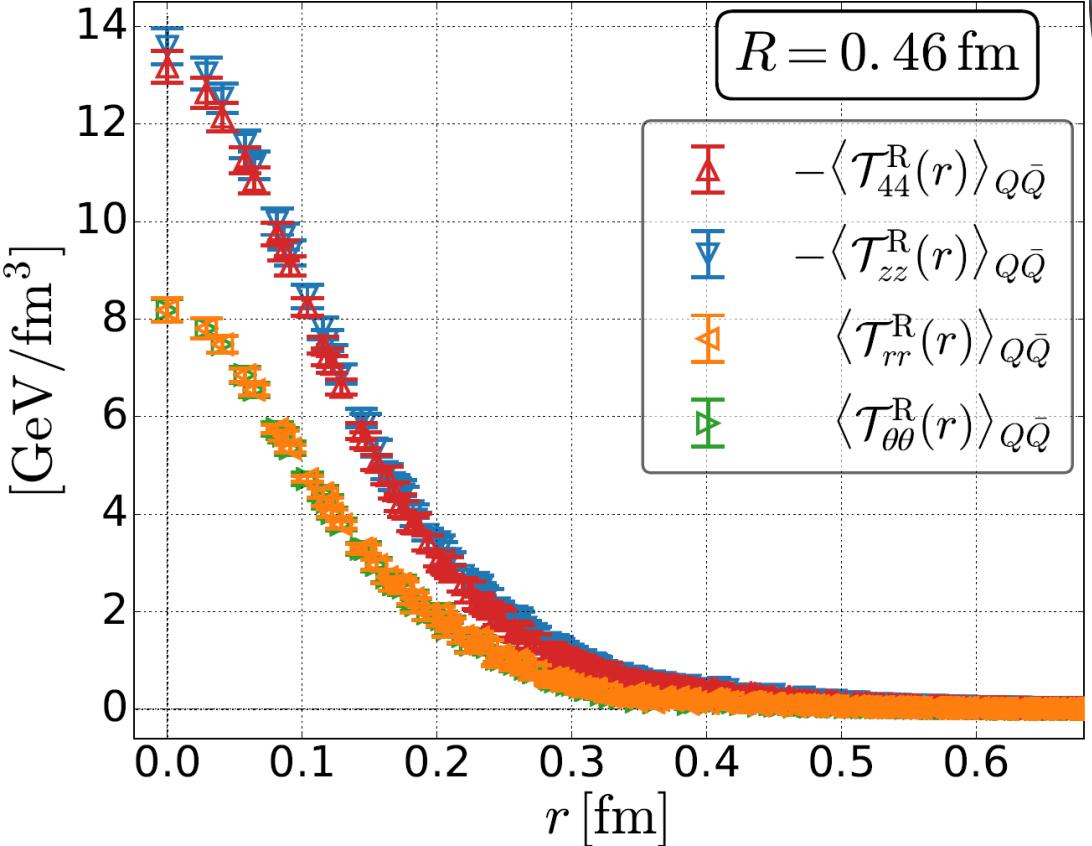
②

①

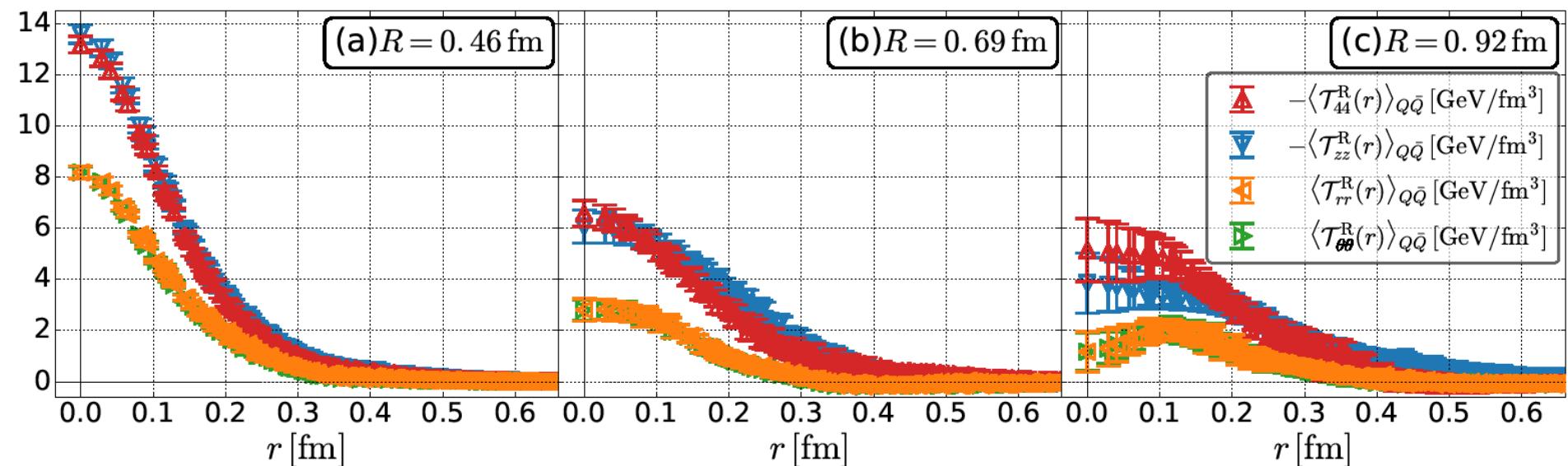
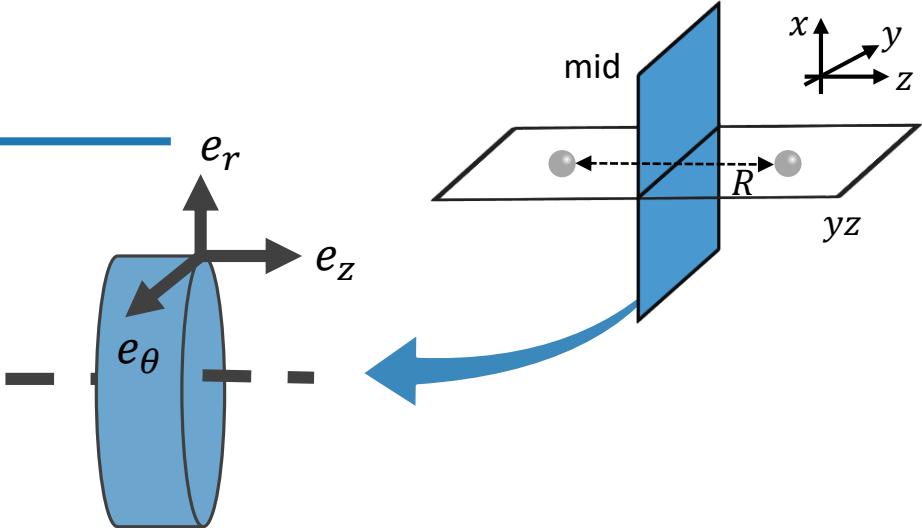
円筒座標系



EMT分布 in mid plane



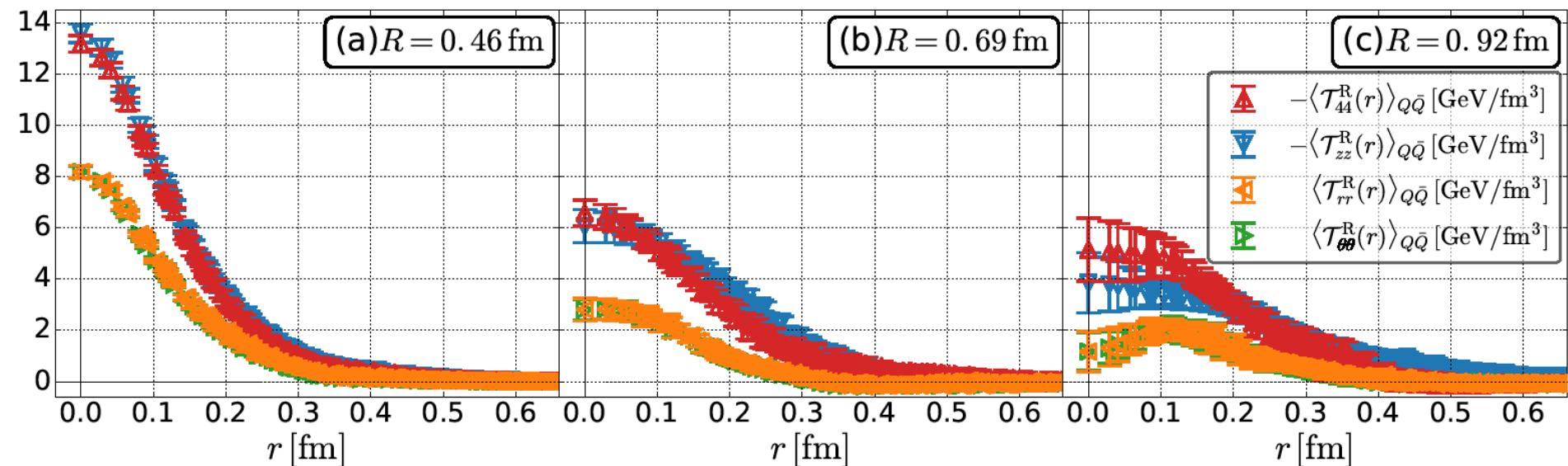
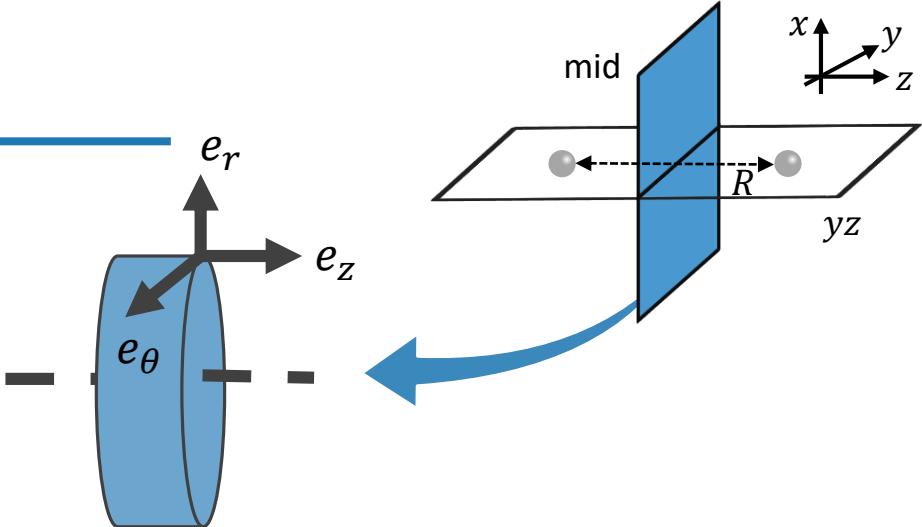
EMT分布 in mid plane



EMT分布 in mid plane

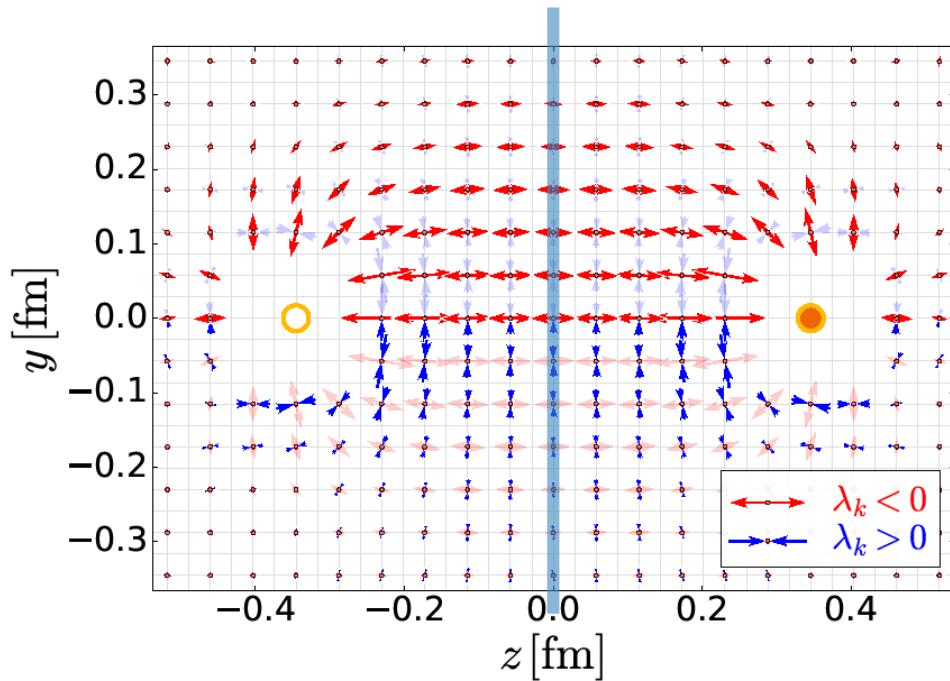
Properties in non-Abelian theory

- ✓ $T_{44} \approx T_{zz}, T_{rr} \approx T_{\theta\theta}$ (縮退)
- ✓ $T_{44} \neq T_{rr}$ (分離)
- ✓ $\sum_\mu T_{\mu\mu} \neq 0$ (トレースアノマリー $\neq 0$)

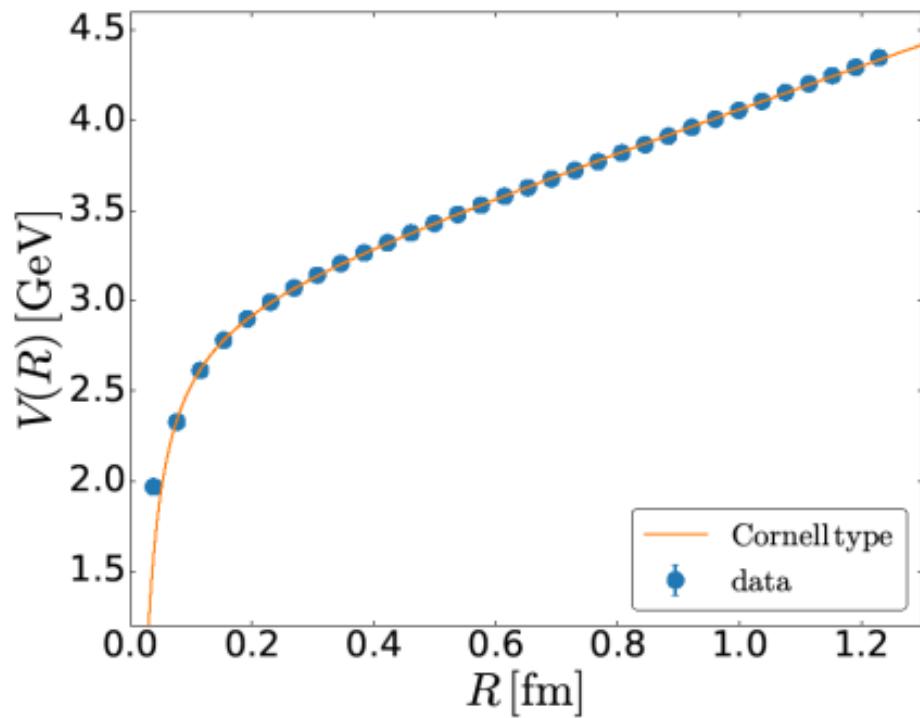


近接作用 vs. 遠隔作用

EMT (近接作用)



confinement potential (遠隔作用)



$$F_{\text{stress}} := \int_{\text{mid}} \langle T_{zz} \rangle_{Q\bar{Q}} d^2x$$

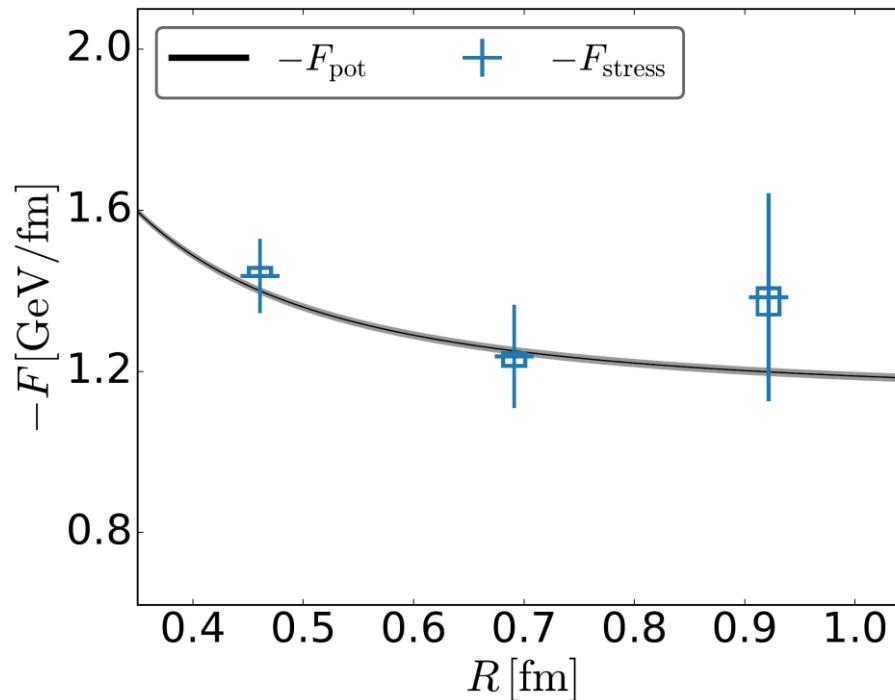
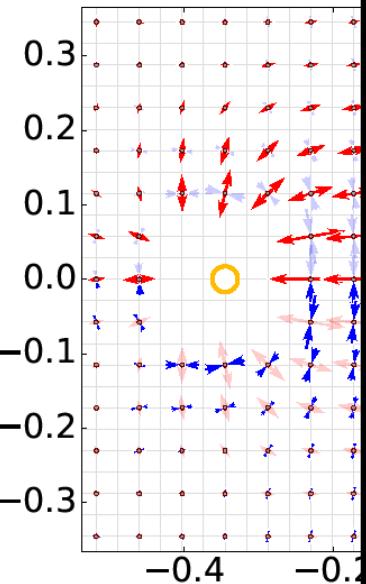
$$V(R) = a + bR + c/R$$

$$F_{\text{pot}} := -\frac{dV(R)}{dR}$$

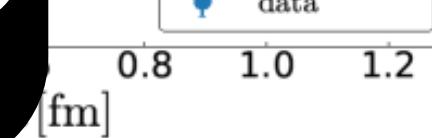
近接作用 vs. 遠隔作用

EMT (近接作用)

y



Potential (遠隔作用)



Good agreement !!

$$V(R) = a + bR + c/R$$

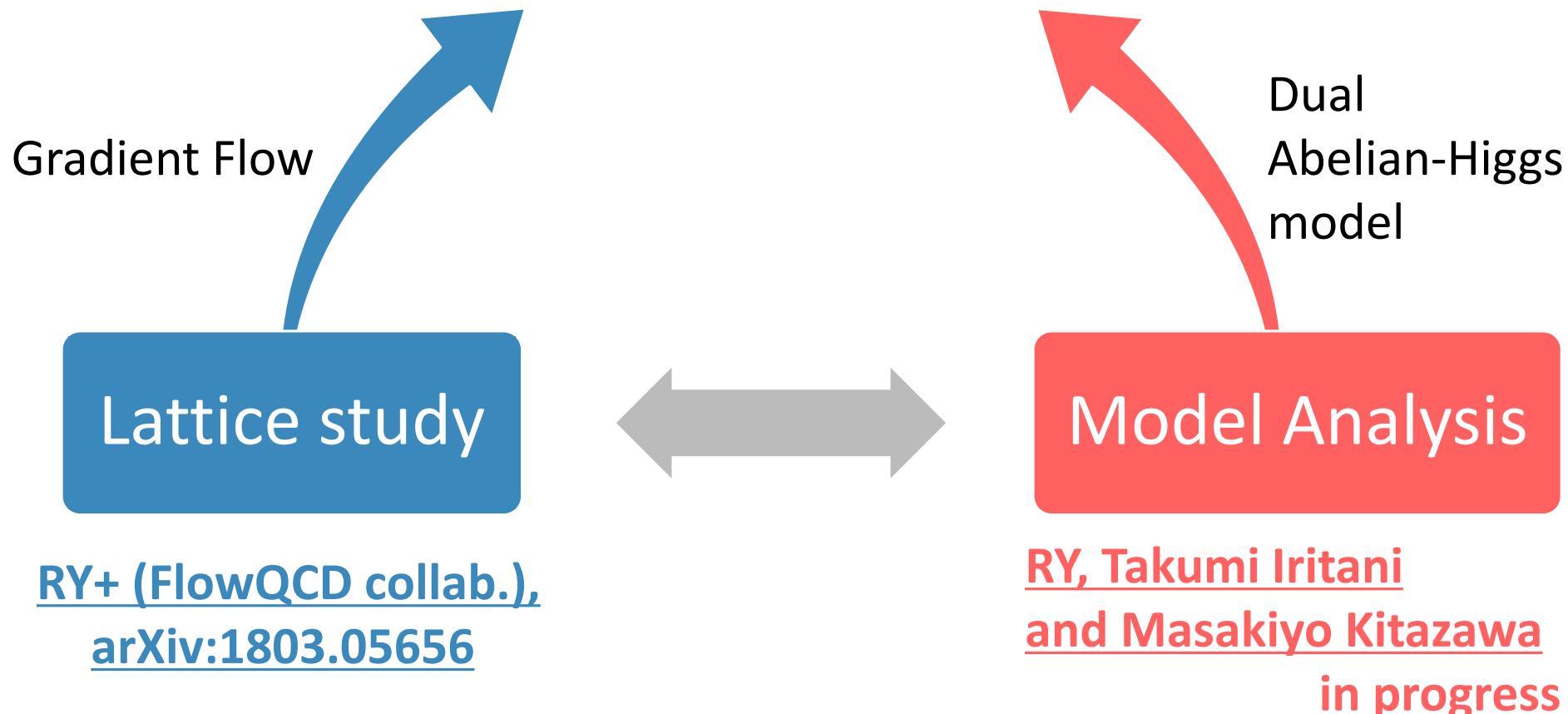
$$F_{\text{stress}} := \int_{\text{mid}} \langle T_{zz} \rangle_{Q\bar{Q}} d^2x$$

$$F_{\text{pot}} := -\frac{dV(R)}{dR}$$

目的と手段

goal

近接作用描像に基づく $Q\bar{Q}$ 系の応力分布探索



Dual Abelian–Higgsモデルを用いた クオーク・反クオーク系における 応力分布の解析

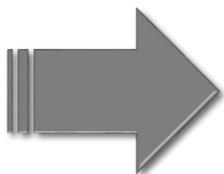
RY, Takumi Iritani and Masakiyo Kitazawa
in progress

Dual Abelian-Higgs (DAH) Model

$$\mathcal{L}_{DAH} = -\frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 + |(\partial_\mu + igB_\mu)\phi|^2 - \lambda(\phi^2 - v^2)^2$$

- ✓ Flux tubeを記述する解を持つ

Nielsen and Olesen, Nucl. Phys. B61, 45 (1973).



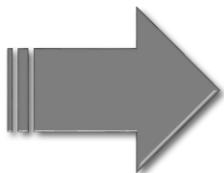
- ✓ 遠方での真空の破れと中心付近での対称性の回復
- ✓ “トレースアノマリー” ($\sum_\mu T_{\mu\mu} \neq 0$)
- ✓ QCD真空の現象論的モデル (Dual Ginzburg-Landau model)

Dual Abelian-Higgs (DAH) Model

$$\mathcal{L}_{DAH} = -\frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 + |(\partial_\mu + igB_\mu)\phi|^2 - \lambda(\phi^2 - v^2)^2$$

- ✓ Flux tubeを記述する解を持つ

Nielsen and Olesen, Nucl. Phys. B61, 45 (1973).



- ✓ 遠方での真空の破れと中心付近での対称性の回復
- ✓ “トレースアノマリー” ($\sum_\mu T_{\mu\mu} \neq 0$)
- ✓ QCD真空の現象論的モデル (Dual Ginzburg-Landau model)

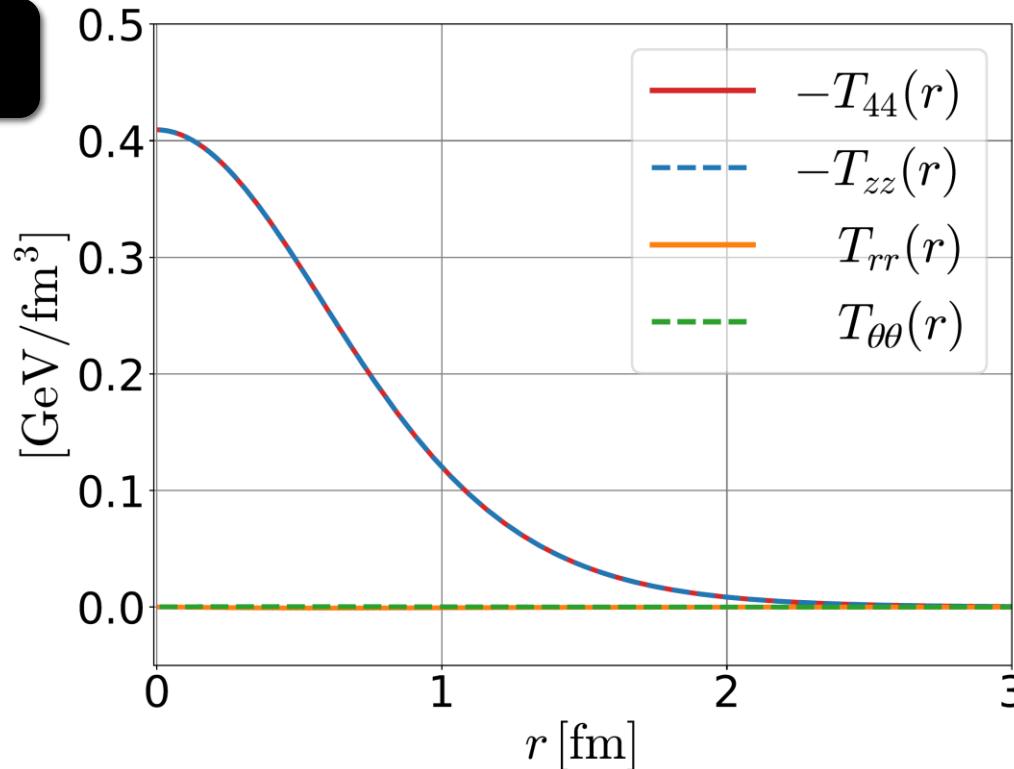
すること

- ✓ 無限に長い(並進対称)近似の下で解き、EMTを構成
- ✓ DAH模型は、格子数値解析の結果を説明しうるか??

並進対称系のEMT分布

GLパラメータ $\kappa = \sqrt{\lambda}/g$: $\kappa < 1/\sqrt{2}$ (I), $\kappa > 1/\sqrt{2}$ (II)

$$\kappa = 1/\sqrt{2}$$

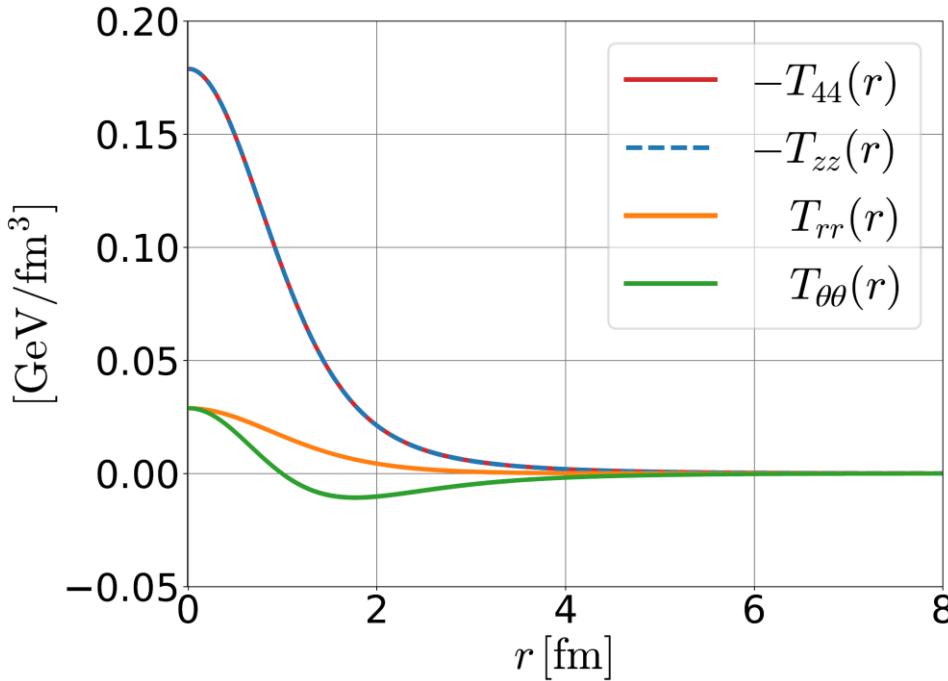


- ✓ $T_{44}(r) = T_{zz}(r)$ (κ によらず必ず縮退)
- ✓ Flux tube に横方向の力がはたらかない (Bogomol'nyi bound)

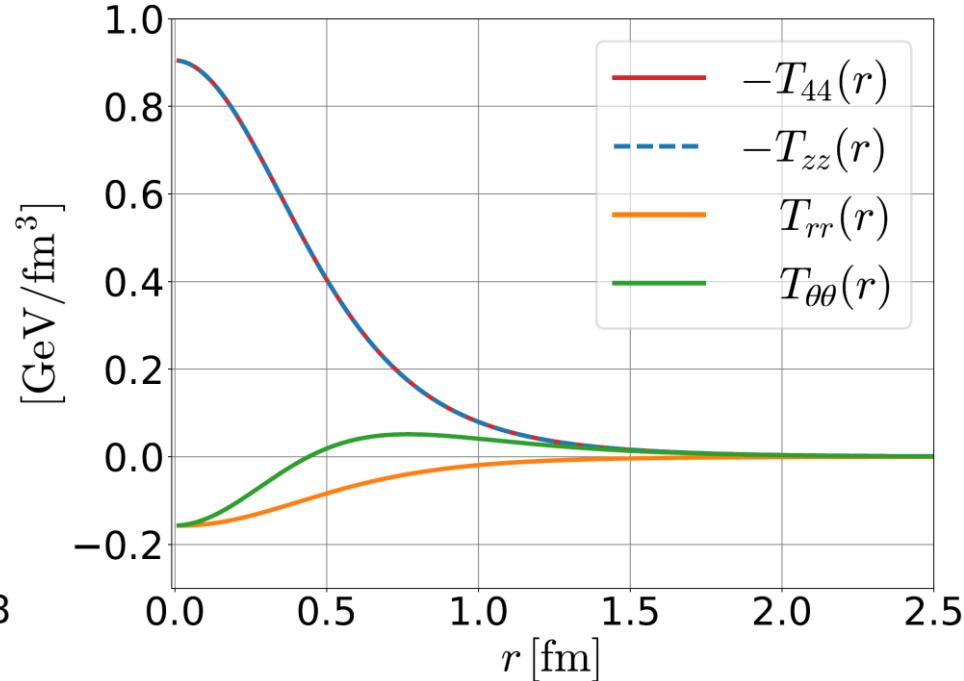
de Vega *et al.*, PRD**14**, 1100 (1976).

並進対称系のEMT分布

$\kappa = 0.20$ (type I)



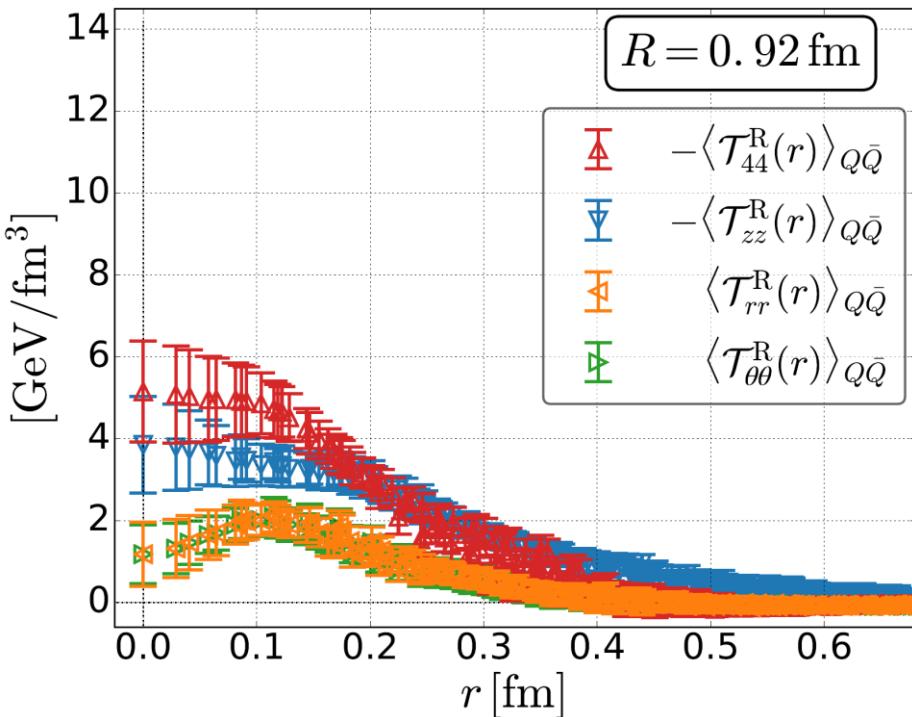
$\kappa = 2.0$ (type II)



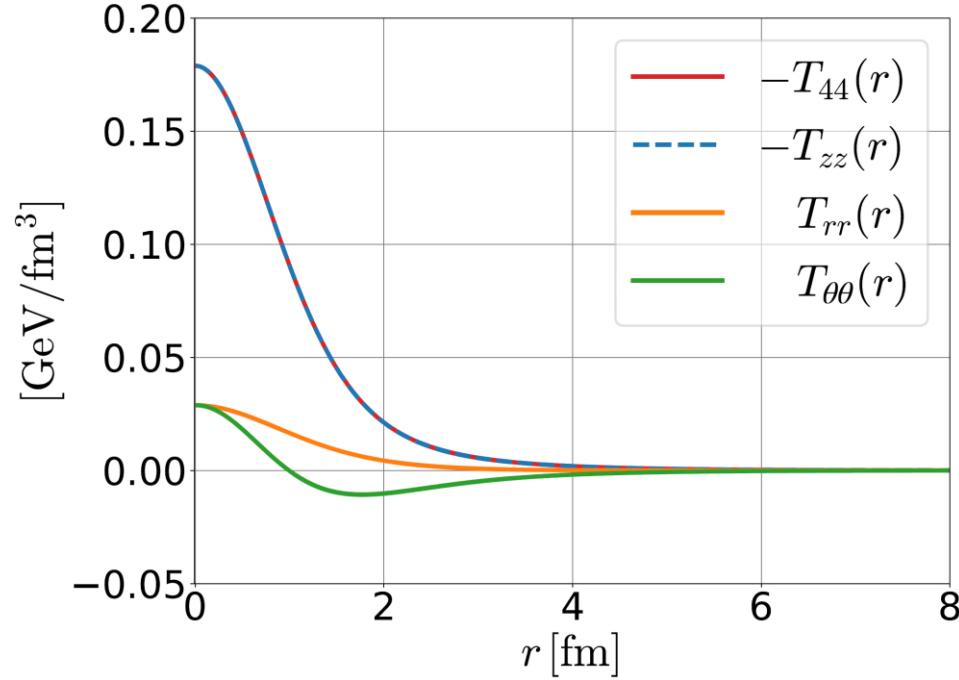
- ✓ $T_{rr}(r)$ の符号 : 常に正(type I), 常に負(type II)
- ✓ 保存則 $\frac{\partial}{\partial r}(rT_{rr}) = T_{\theta\theta}$: $T_{\theta\theta}$ の符号変化
- ✓ $T_{rr}, T_{\theta\theta}$ に明確な分離 (保存則)

格子数値解析 vs. DAHモデル解析

格子数値解析



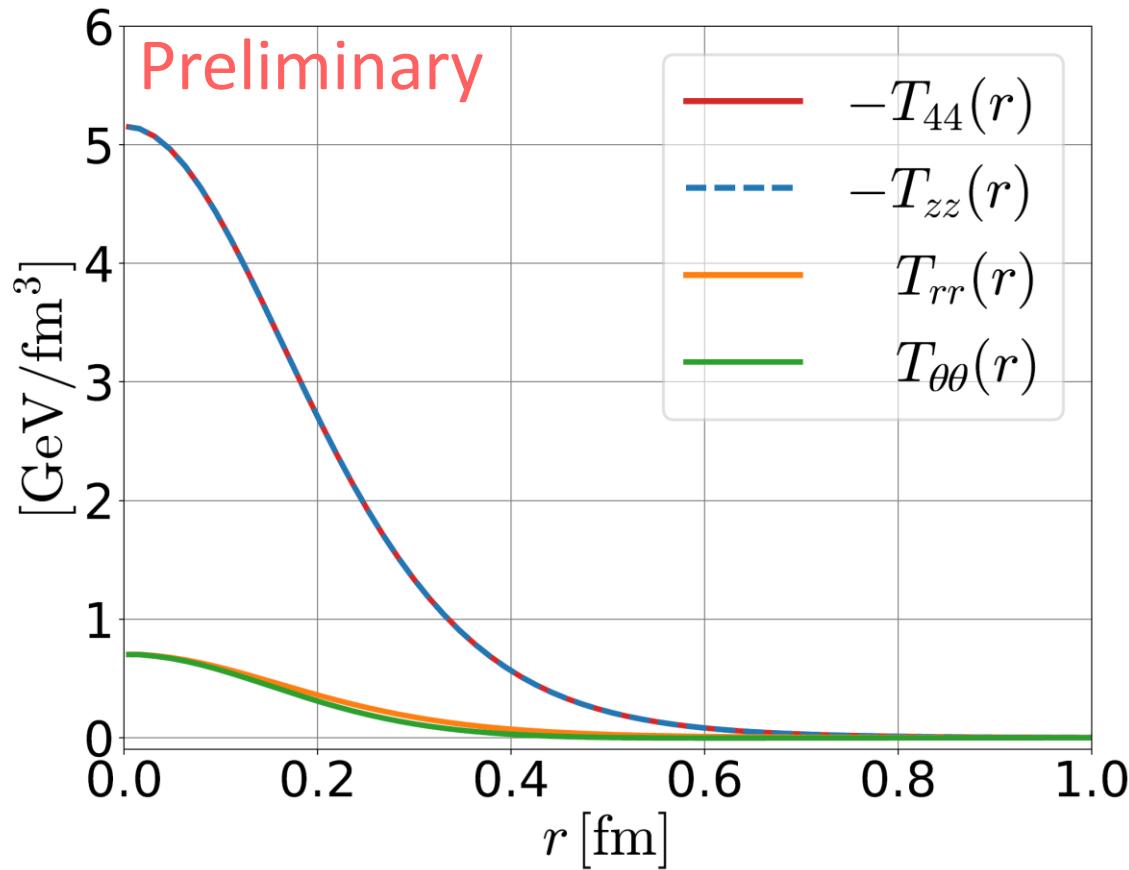
DAHモデル解析 (type I)



並進対称なflux tubeが形成されていない?? ⇒ 有限長さの解析

有限長さ系におけるEMT分布

$\kappa = 0.60$
(type I)

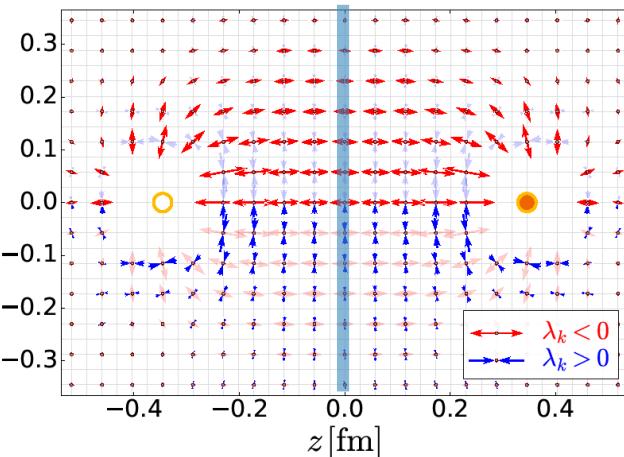


- ✓ $R = 0.91 \text{ fm}, \xi_B = 0.22 \text{ fm}, \xi_\phi = 0.26 \text{ fm}$
- ✓ 有限長さ系解析の必要性!!

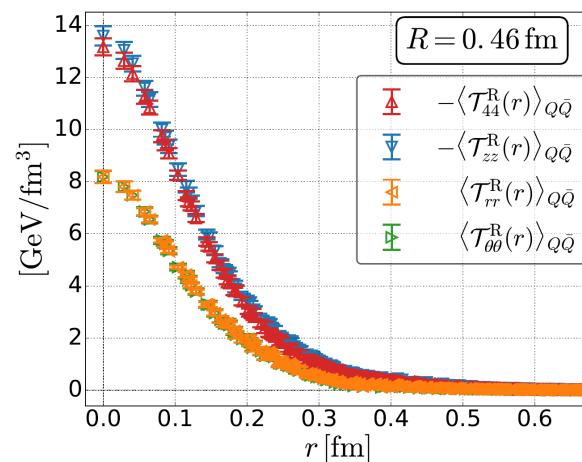
まとめと展望

まとめ

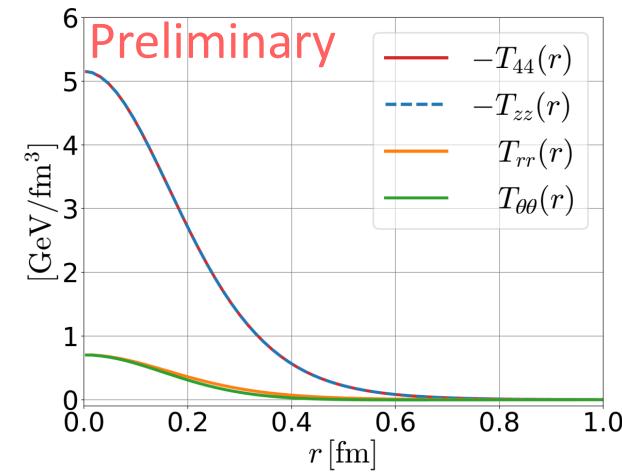
- ✓ 格子数値計算により $Q\bar{Q}$ 系の応力分布を初めて解析!!
- ✓ DAHモデル解析による $Q\bar{Q}$ 系の応力分布の解析



$Q\bar{Q}$ 系の応力分布



Mid平面のEMT分布



DAHモデル解析

展望

- ✓ DAHモデルの定性的・定量的な妥当性・適用限界
- ✓ 応用: 有限温度 $Q\bar{Q}$ 系の応力分布、full QCD数値解析...

Back up

Ground state saturation

