

有限サイズ系におけるゼロモード の量子及び熱揺動と不安定性

熱場の量子論とその応用 理化学研究所

2016年8月23日

早稲田大学基幹理工学部

山中 由也

共同研究者

中村祐介、高橋淳一、川口拓磨、永井康裕、吉岡良、鳥居優作
大久保茂男(高知県立大、阪大RCNP)

トラップされ粒子間に斥力相互作用するボソン場
 =有限サイズの場の量子論系

Bose-Einstein 凝縮 (BEC) 自発的対称性の破れ

- トラップされた冷却ボソン中性原子系
- 原子核 α クラスタ状態 ^{12}C

ゼロモードの量子揺らぎは無視できない

⇔ 一様系 (無限サイズ系) の Bogoliubov 近似

$$\begin{pmatrix} \hat{\varphi} \\ \hat{\varphi}^\dagger \end{pmatrix} = -i\hat{Q}\mathbf{y}_0 + \hat{P}\mathbf{y}_{-1} + \sum_{\ell} \left[\hat{a}_{\ell}\mathbf{y}_{\ell} - \hat{a}_{\ell}^\dagger\mathbf{z}_{\ell} \right]$$

離散和において完全性に必要な
ゼロモード部分を見捨てる
場の交換関係を破る

$$\hat{H}_2 = \frac{I\hat{P}^2}{2} + \sum_{\ell} \omega_{\ell}\hat{a}_{\ell}^\dagger\hat{a}_{\ell}$$

⇔

$$\hat{\varphi} = \hat{a}_0 \frac{1}{\sqrt{V}} + \int_{\mathbf{k} \neq 0} d^3k \left\{ c_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{k}} - s_{\mathbf{k}}\hat{a}_{-\mathbf{k}}^\dagger \right\} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$$

$$\hat{H}_2 = \frac{gN}{2V} \left(\hat{a}_0 + \hat{a}_0^\dagger \right)^2 + \int_{\mathbf{k} \neq 0} d^3k \omega_{\mathbf{k}}\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger\hat{a}_{\mathbf{k}}$$

自由粒子型ハミルトニアン（連続スペクトル） 問題

不確定性関係や波束の崩壊 \Rightarrow ゼロモード演算子の分散を有限に保てない
最低エネルギー状態を選択できない

Y. Nakamura, J. Takahashi and Y. Yamanaka, Phys. Rev. A **89**, 013613 (2014)

相互作用に含まれるゼロモード演算子も非摂動Hamiltonianへ

$$\hat{H}_2 \rightarrow \hat{H}_u = \hat{H}_u^{QP} + \sum_{\ell} \omega_{\ell} \hat{a}_{\ell}^{\dagger} \hat{a}_{\ell}$$

冷却原子系

$$\hat{H}_u^{QP} = \frac{I - 4D}{2} P^2 + 2BQPQ + 2DP^3 + \frac{1}{2}AQ^4 - 2BQ^2 + CQP^2Q + \frac{1}{2}EP^4 \sim \frac{I}{2}P^2 + \frac{1}{2}AQ^4$$

$$A = g \int d^3x \xi^4, \quad B = g \int d^3x \xi^3 \eta, \quad C = g \int d^3x \xi^2 \eta^2,$$

$$D = g \int d^3x \xi \eta^3, \quad E = g \int d^3x \eta^4$$

$$\xi \sim \sqrt{N}, \quad \eta \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$$

- 質的变化：束縛型 \rightarrow 離散準位 \Rightarrow 発散無し、ユニークに基底状態選定
- 正準交換関係 OK
- 全Hamiltonianに変更なし

Gross-Pitaevskii equation、Bogoliubov-de Gennes equationに加えて

zero mode equation

$$\hat{H}_u^{QP} |\Psi_{\nu}\rangle = \mathcal{E}_{\nu} |\Psi_{\nu}\rangle \quad (\nu = 0, 1, \dots)$$

$\nu = 0$ 基底状態 \rightarrow 真空
 $\nu = 1, 2, \dots$ zero mode 励起

仮想的1次元量子力学系

ゼロモード量子揺らぎの励起の効果

- 有限温度冷却原子系 \Rightarrow 比熱などに効果みられる
- 原子核 α クラスタ状態 \Rightarrow ^{12}C などのスペクトル
全く新しい立場から良く合うスペクトル導出
- 複数のゼロモード ゼロモード間相互作用
- **Zero mode equation**での新たな不安定性
例 上に凸のポテンシャル、負の”質量”

Y. Nakamura, J. Takahashi, and Y. Yamanaka, Phys. Rev. **A89**, 013613 (2014)

J. Takahashi, Y. Nakamura, and Y. Yamanaka, Phys. Rev. **A92**, 023627 (2015)

Y. Nakamura, J. Takahashi, Y. Yamanaka, and S. Ohkubo, Phys. Rev. **C94**, 014314 (2016)

Y. Nakamura, T. Kawaguchi, Y. Torii, and Y. Yamanaka, arXiv:1604.05900 [cond-mat.quant-gas]