Bose-Einstein凝縮体の動的生成現象について

筒井翔一朗 (京大理)

共同研究者
八田佳孝 (YITP)
Jean-Paul Blaizot (IPhT, Saclay)

メッセージ

- Bose-Einstein凝縮体(BEC)の生成過程を、
  非摂動的に解析した

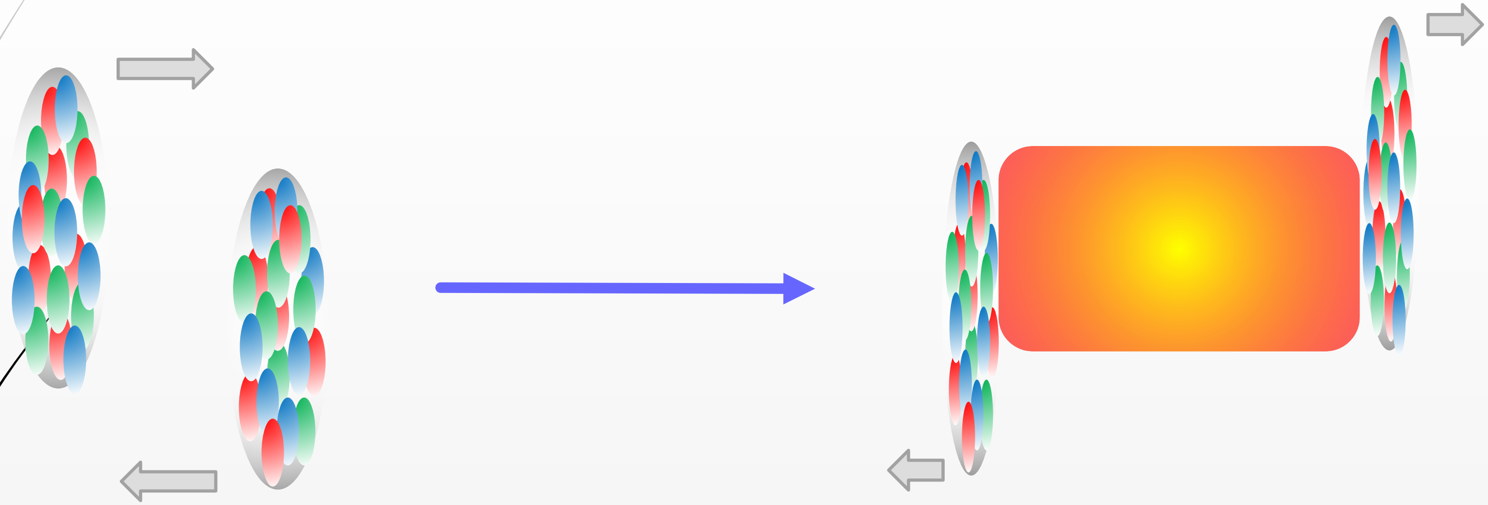
- 高エネルギー重イオン衝突において、
  グルーオンのBECが存在する可能性を示唆

メッセージ

- Bose-Einstein凝縮体(BEC)の生成過程を、非摂動的に解析した
- 高エネルギー重イオン衝突において、グルーオンのBECが存在する可能性を示唆

キーワード１　重イオン衝突

高エネルギー重イオン衝突

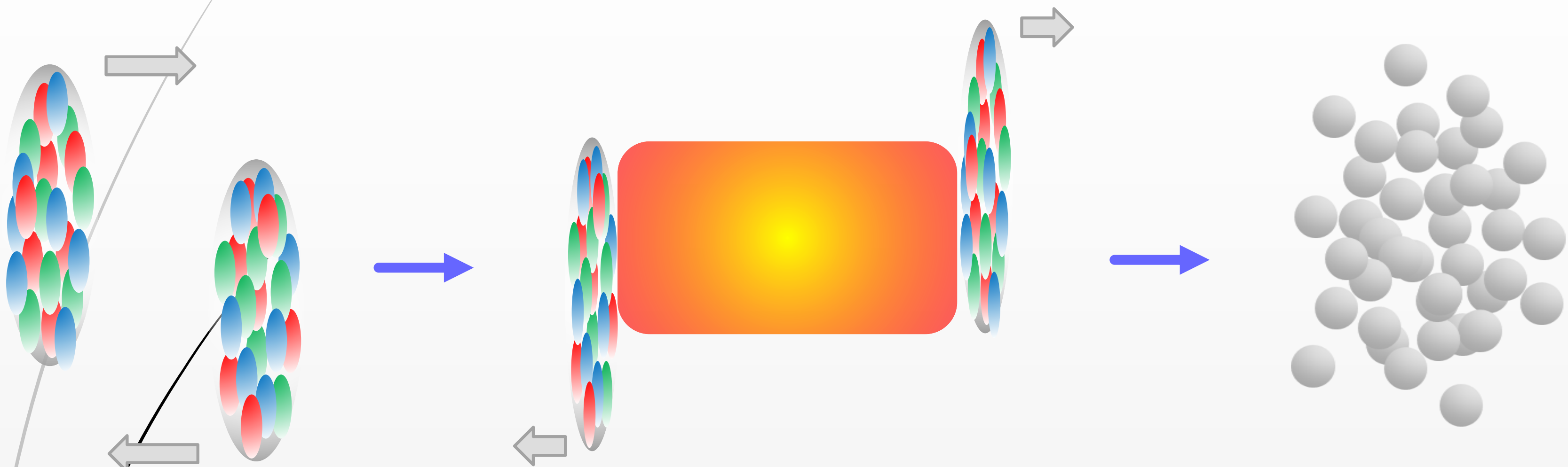


重イオン
（Au, Pb等）

Quark-Gluon Plasma (QGP)

QCDが予言する極限状態, QGP を生成する実験手段

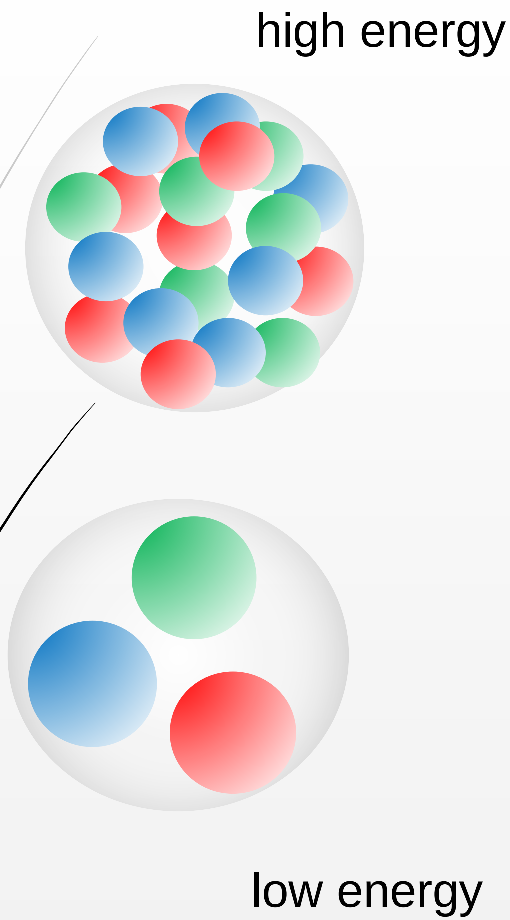
高エネルギー重イオン衝突



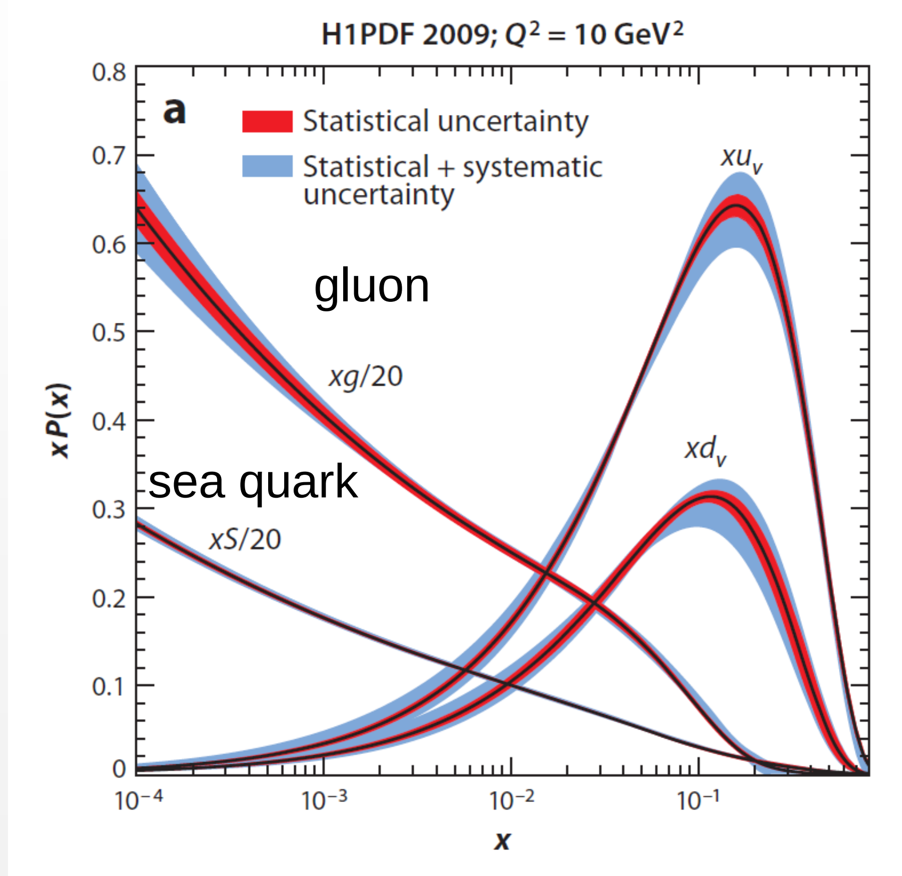
QGPを直接観測することは困難

ダイナミクスの理論計算＋観測量 から、QGPの情報を再構成する必要がある

ハドロンの内部構造

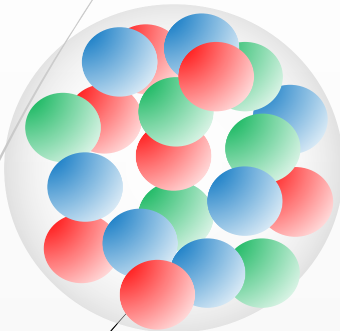


パートン分布関数



高エネルギーでは、ハドロンの構成要素は、ほとんどグルーオン

Saturation scale



typical size of parton $1/Q_s$

/

number of gluons $\sim 1/\alpha_s$

単位面積あたりのグルーオンの数

$$n \sim \frac{xG(x,Q^2)}{\pi R^2}$$

グルーオン結合過程 g-gg の断面積

$$\sigma \sim \frac{\alpha_s}{Q^2}$$

グルーオン再結合が顕著になるような
運動量スケール（saturation scale）

$$n\sigma \sim 1 \quad Q_s^2 \sim \frac{\alpha_s xG(x,Q_s^2)}{\pi R^2}$$

saturation scale における
グルーオンの位相空間での密度

$$\frac{dN}{d^2x_\perp d^2p_\perp} \sim \frac{xG(x,Q_s^2)}{\pi R^2 Q_s^2} \sim \frac{1}{\alpha_s}$$

重イオン衝突の特徴

saturation scale $Q_s = 1 \sim 2\mathrm{GeV}$

強い相互作用の結合定数 $\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi} = 0.3$

ゲージ結合定数 $g \sim 2$

初期のグルーオン数密度 $\sim 1/\alpha_s > 1$

粒子数の”多い”強結合系

キーワード2　Bose-Einstein凝縮

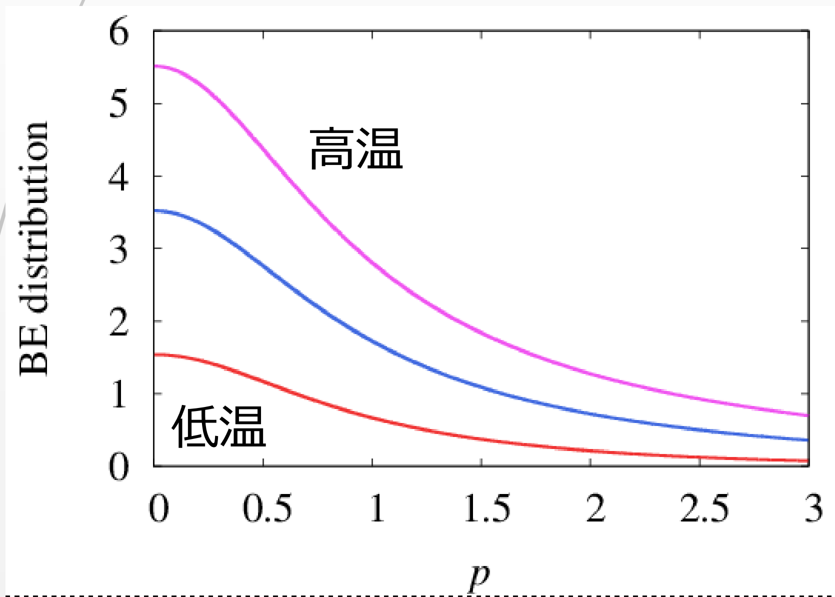
ボース統計

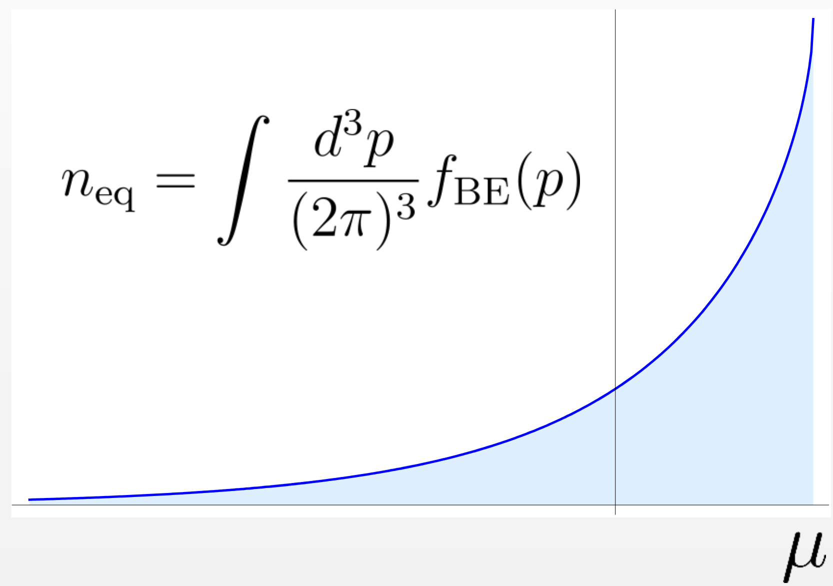
BE分布

$$f_{\mathrm{BE}}(p) = \frac{1}{e^{\beta(\omega_p - \mu)} - 1}$$

化学ポテンシャル

$$\mu \leq \omega_p$$

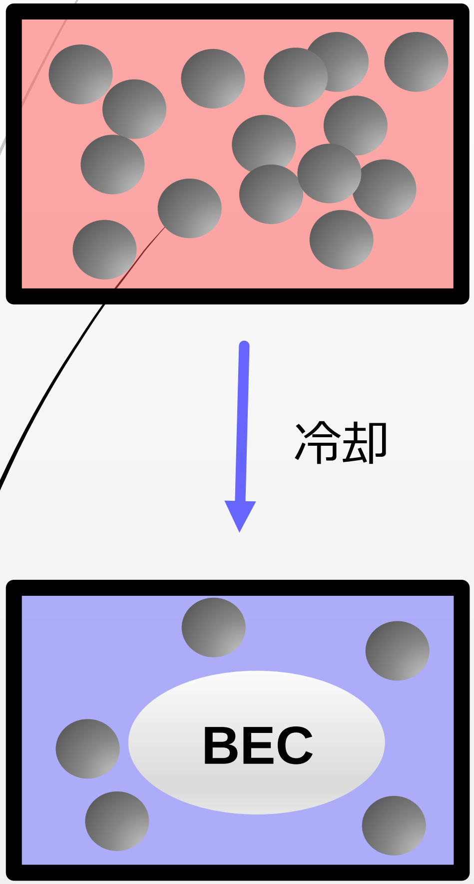




温度・化学ポテンシャル大　⇒　粒子数大

BECの作り方 I

粒子数密度を固定



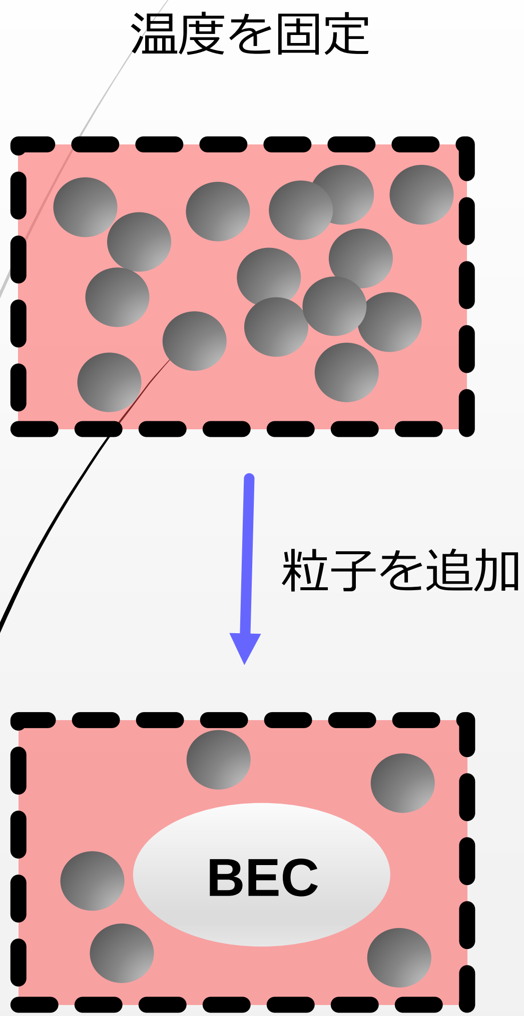
冷却

$$n = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{\mathrm{BE}}(T,\mu)$$

$$n = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{\mathrm{BE}}(T_c,0)$$

$$n = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{\mathrm{BE}}(T,0) + n_{\mathrm{cond}}$$

BECの作り方 II



$$n = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{\mathrm{BE}}(T, \mu)$$

$$n_c = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{\mathrm{BE}}(T, 0)$$

$$n = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{\mathrm{BE}}(T, 0) + n_{\mathrm{cond}}$$

BEC形成の条件

T (n) を固定して、n (T) を変化させたときに、

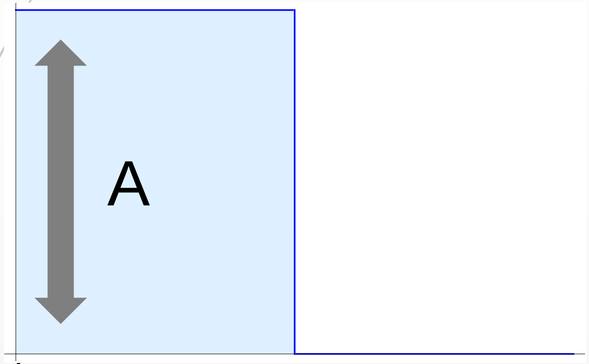
$$n = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_{\mathrm{BE}}(T, \mu)$$

を満たすようなμが存在しなくなると、凝縮が起きる

BECができるのは、「低温」とは限らない

BEC形成と初期条件

$$(n_{\rm ini}, \epsilon_{\rm ini})$$



Q_s

ある初期状態（非平衡）が与えられたとき、その後の過程でBECが形成されるか否かを判定したい

$$n_{\rm ini} \sim AQ_s^3$$

$$\epsilon_{\rm ini} \sim AQ_s^4$$

熱平衡状態に対しては、 $n_{\rm eq} \sim T^3,\ \epsilon_{\rm eq} \sim T^4$

エネルギー保存則から、 $T \sim Q_s A^{1/4}$

$$n_{\rm ini}/n_{\rm eq} \sim A^{1/4}$$

BEC形成と初期条件

J.P. Blaizot, F. Gelis, J. Liao, L. McLerran, R. Venugopalan (2012)

overpopulation：

$$n_{\mathrm{ini}}/n_{\mathrm{eq}} \sim A^{1/4} > 1$$

のとき、すべての粒子を熱分布に収容することはできない
⇒凝縮体の形成

重イオン衝突の初期は、
overpopulated

$$A \sim 1/\alpha_s \qquad \alpha_s = \frac{g^2}{4\pi} = 0.3$$

ただし、重イオン衝突では、終状態においてμ=0
BECがあるとすれば、それは非平衡状態

Population parameter

粒子の”多さ”を特徴づける無次元パラメータ

平衡状態での値 (relativistic, massless)

$$n\epsilon^{-3/4}\big|_{\mathrm{eq}} = \frac{30^{3/4}\zeta(3)}{\pi^{7/2}} \simeq 0.28$$

初期状態のpopulation

$$n\epsilon^{-3/4}\big|_{\mathrm{ini}} = \frac{2^{5/4}}{3\pi^{1/2}}A^{1/4}$$

Aの臨界値 $A_c \simeq 0.15$

キーワード3
ダイナミクスの非摂動的な定式化

時間発展の記述

第ゼロ近似：古典場のEOM

$$\left(\partial_t^2 + p^2 + m^2\right)\phi(t,p) = \cdots$$

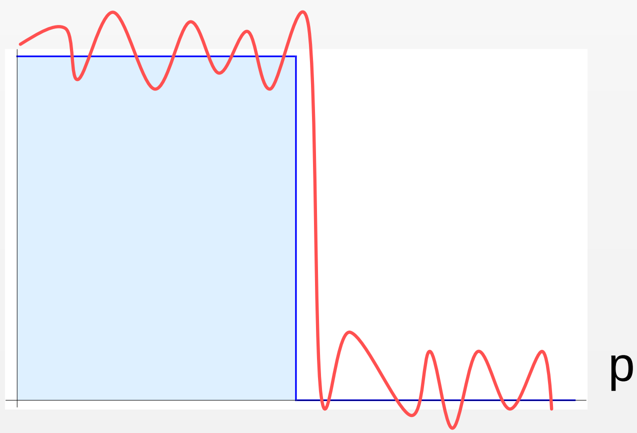
初期分布

時間発展の記述

半古典的近似（classical statistical approximation）

$$\left(\partial_t^2 + p^2 + m^2\right)\phi(t,p) = \cdots$$

初期分布



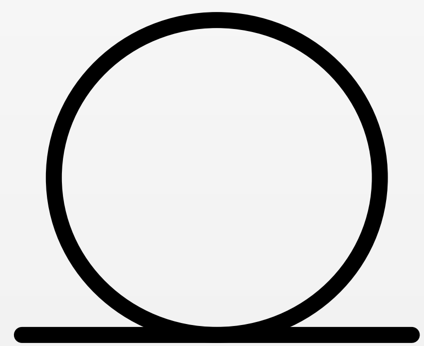
ゆらぎのある初期分布について解き、統計平均をとる

時間発展の記述(Kinetic theory)

平均場近似（Vlasov方程式）

$$\left(\partial_t^2 + p^2 + M^2(t)\right) F(t, t', p) = 0$$

$$M^2(t) = m^2 +$$

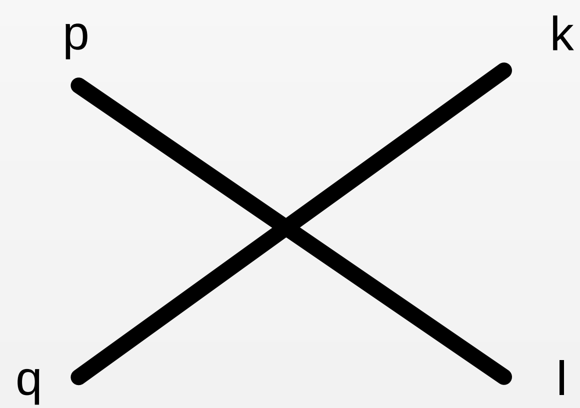


時間発展の記述(Kinetic theory)

Boltzmann方程式　（準粒子描像を仮定）

$$\left(\partial_t^2 + p^2 + M^2(t)\right) F(t,t',p)$$

$$= \int dqdkdl$$



時間発展の記述(full quantum)

Kadanoff-Baym方程式

$$\left(\partial_t^2 + p^2 + M^2(t)\right) F(t,t',p) = \cdots$$

$$\left(\partial_t^2 + p^2 + M^2(t)\right) \rho(t,t',p) = \cdots$$

far-from-equilibriumでは、
スペクトル関数の時間発展も同時に追う必要がある

2PI 有効作用

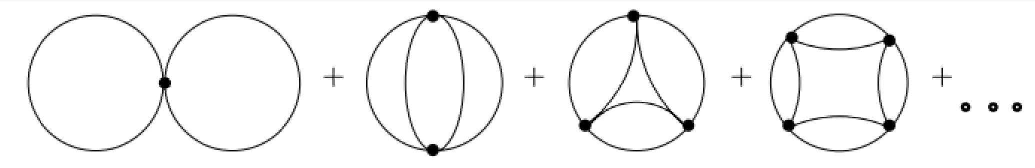
Luttinger, Ward (1960)
Kadanoff, Baym (1962)
Cornwall, Jackiw, Tomboulis (1974)

Kadanoff-Baym方程式の相互作用項は、diagrammaticに導くことができる

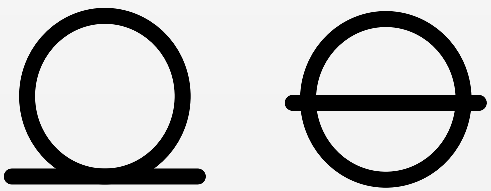
$$\left(\partial_t^2 + p^2 + M^2(t)\right) F(t,t',p) = \cdots$$

例） O(N) scalar field theory

$$\Phi[\phi, G] =$$



$$\delta\Phi/\delta G =$$



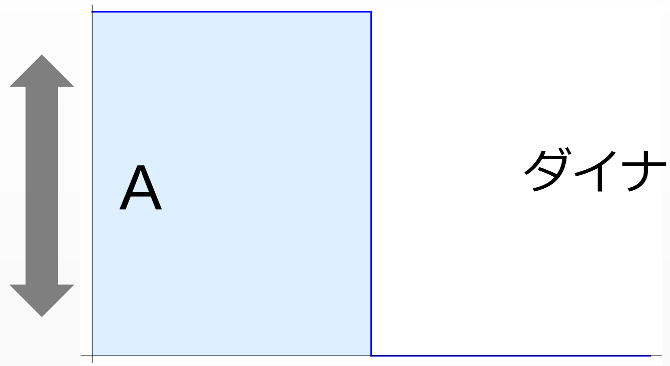
$$\cdots$$

O(N) scalar field theory では、1/N展開のNLOのダイアグラムを解析的に足し上げることができる。 ⇒ 非摂動的な定式化

J. Berges (2002)
G. Aarts, D. Ahrensmeier, R. Baier, J. Berges, J. Serreau (2002)

setup

初期分布

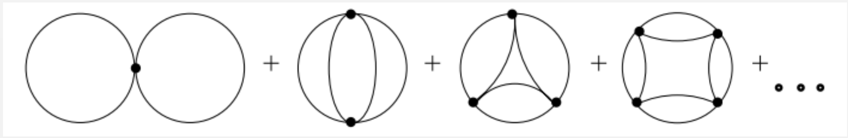


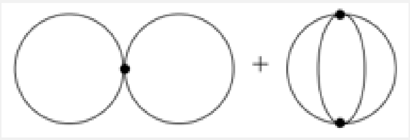
ダイナミクスのA依存性を調べる

O(N)対称性をもつスカラー場の理論
3+1次元、一様、等方系
symmetric phase
λ = 10, N = 4

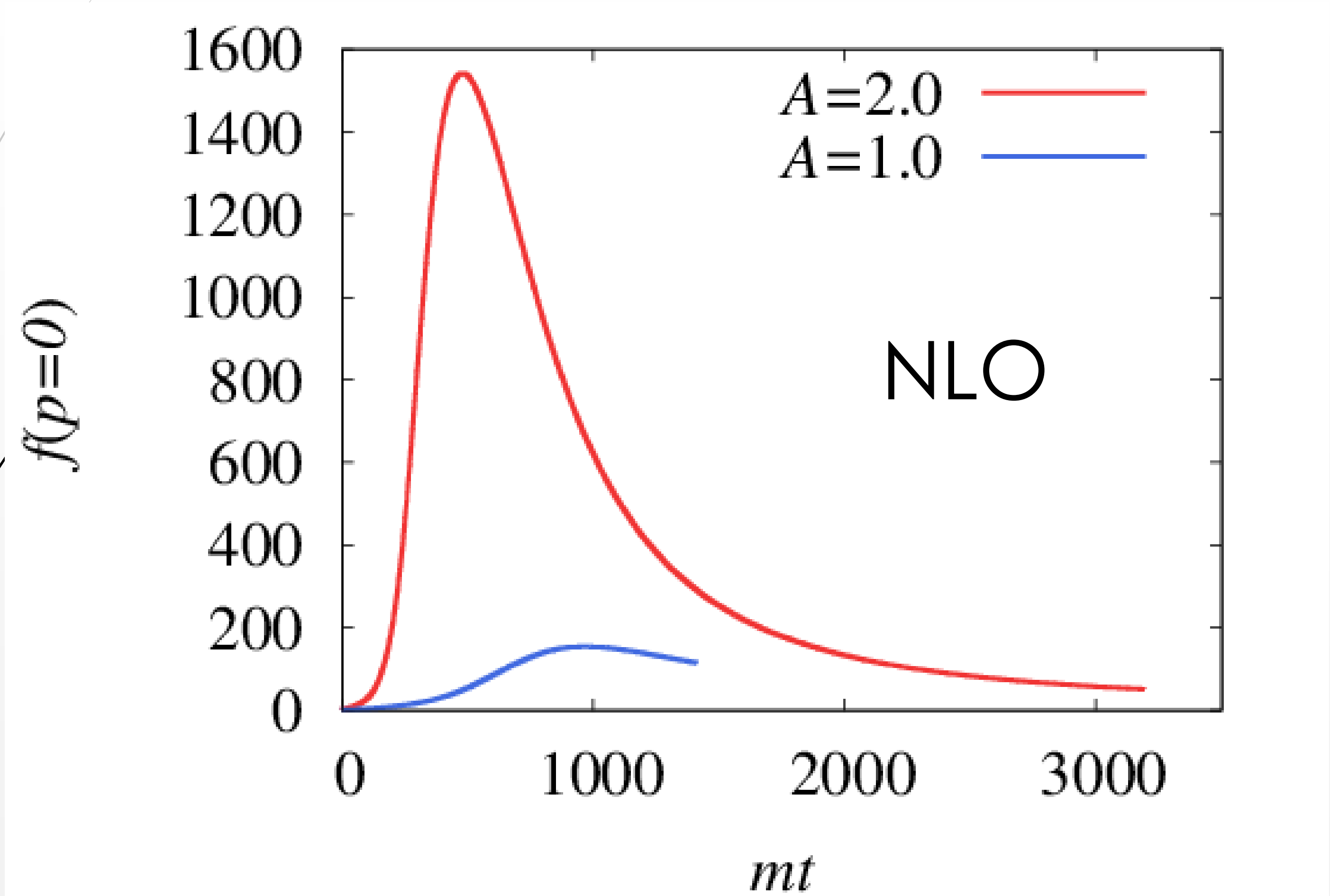
$$S[\varphi] = \int d^4x \left[\frac{1}{2}\partial_\mu \varphi_a \partial^\mu \varphi_a - \frac{1}{2} m^2 \varphi_a \varphi_a - \frac{\lambda}{4!N} (\varphi_a \varphi_a)^2 \right]$$

近似スキーム
(1) 1/N 展開のNLO
(2) 3-loop



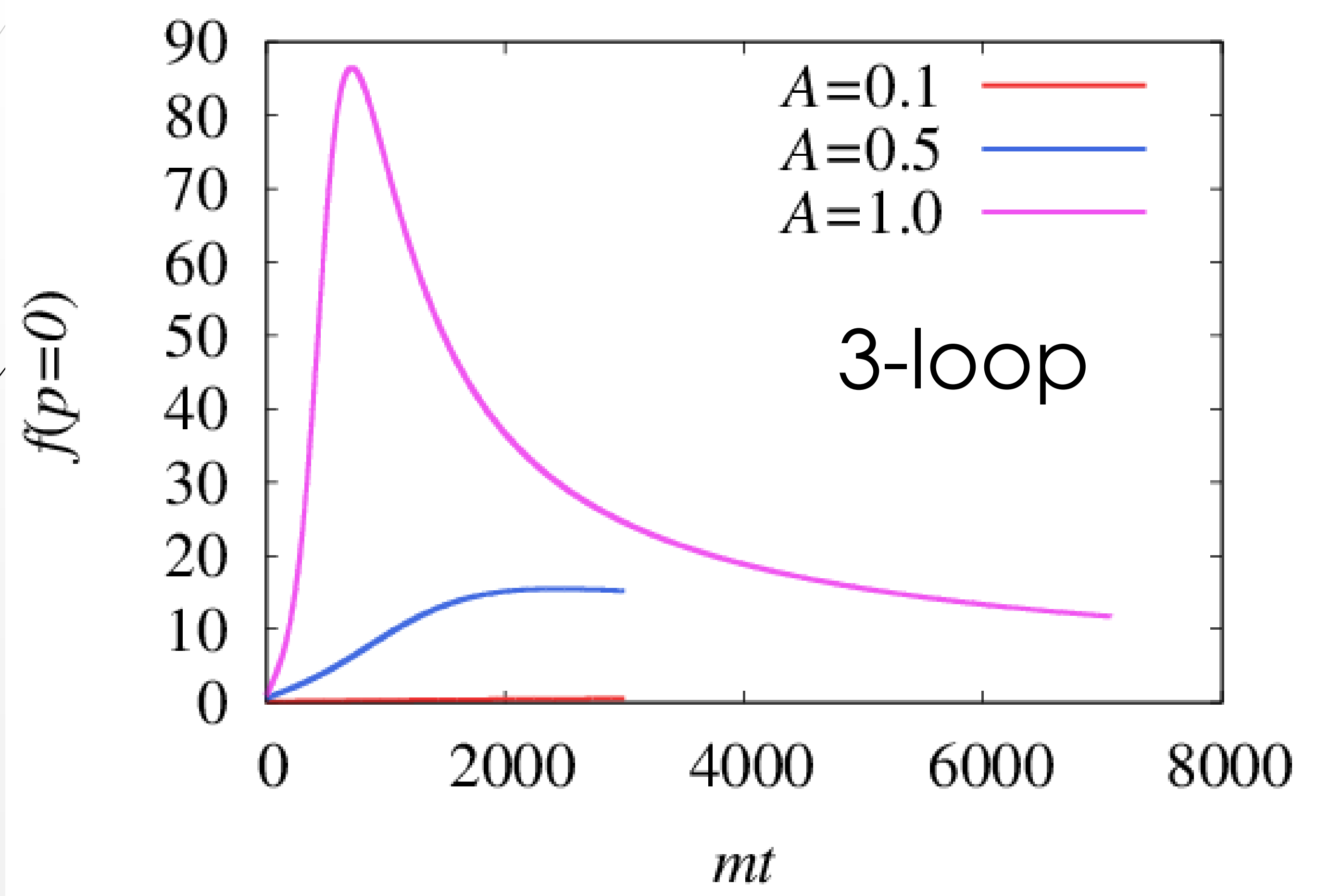


ゼロ運動量モード数の時間発展



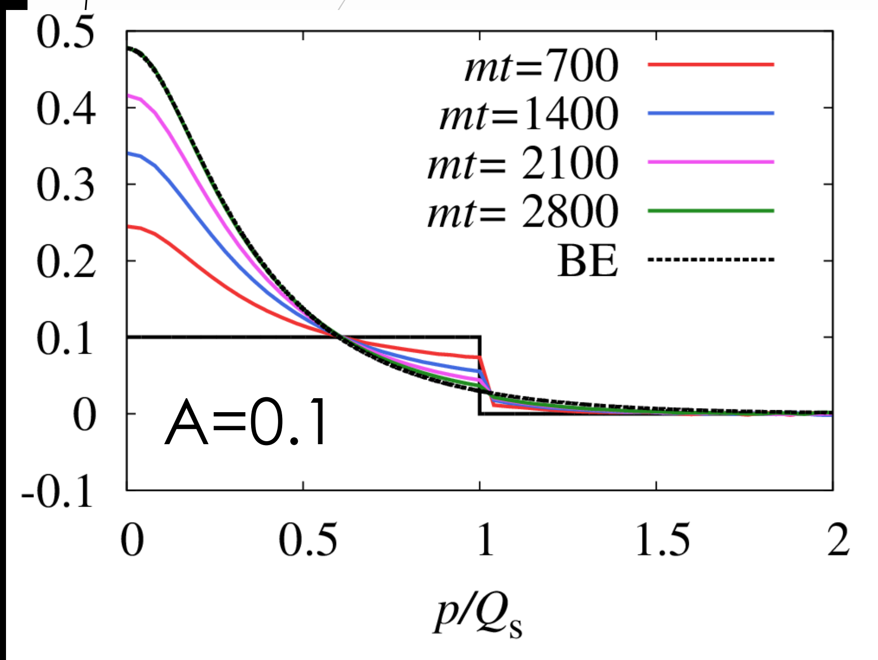
A>1のとき、ゼロモード数の増大が見られた

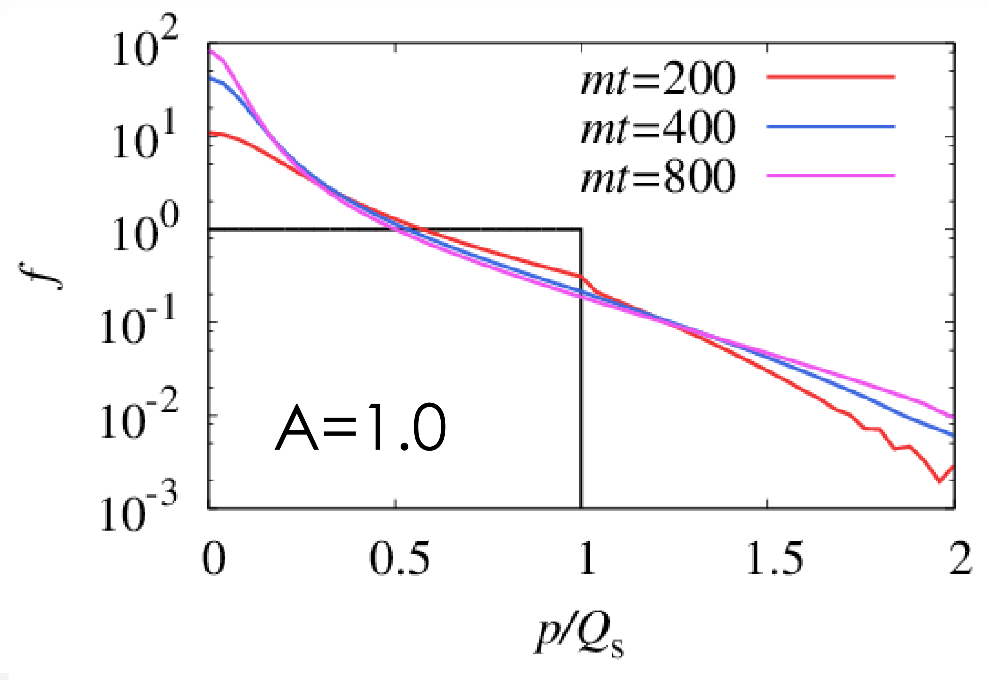
ゼロ運動量モード数の時間発展



分布関数の時間発展

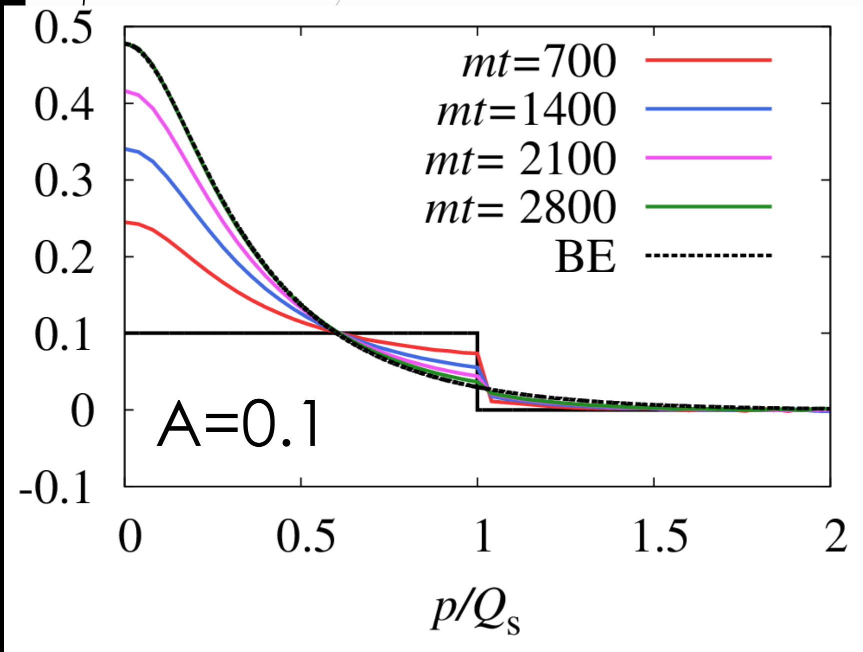
3-loop

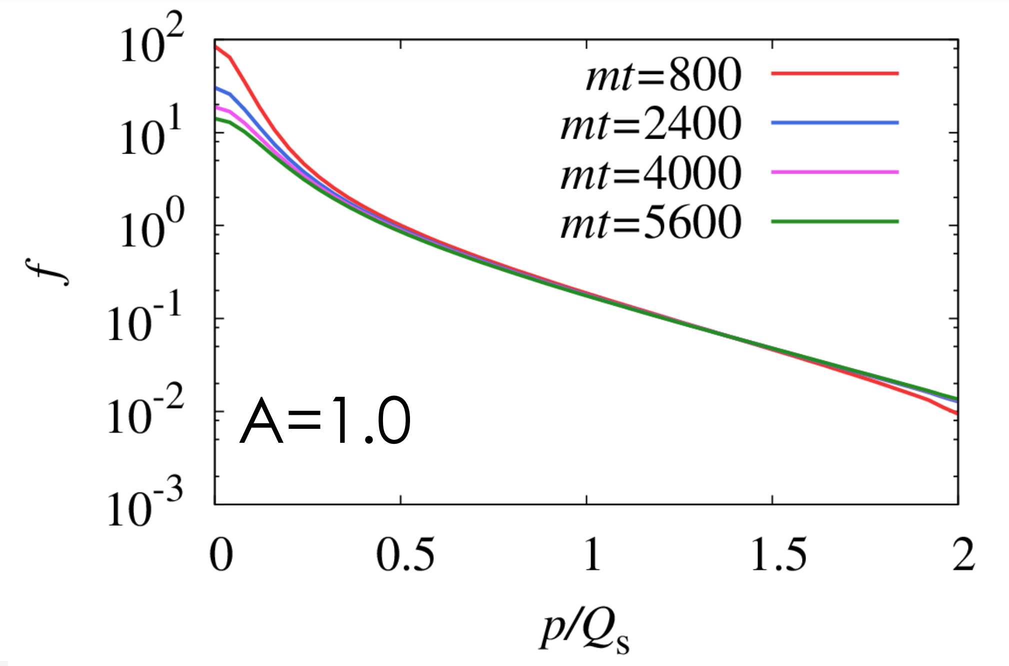




分布関数の時間発展

3-loop

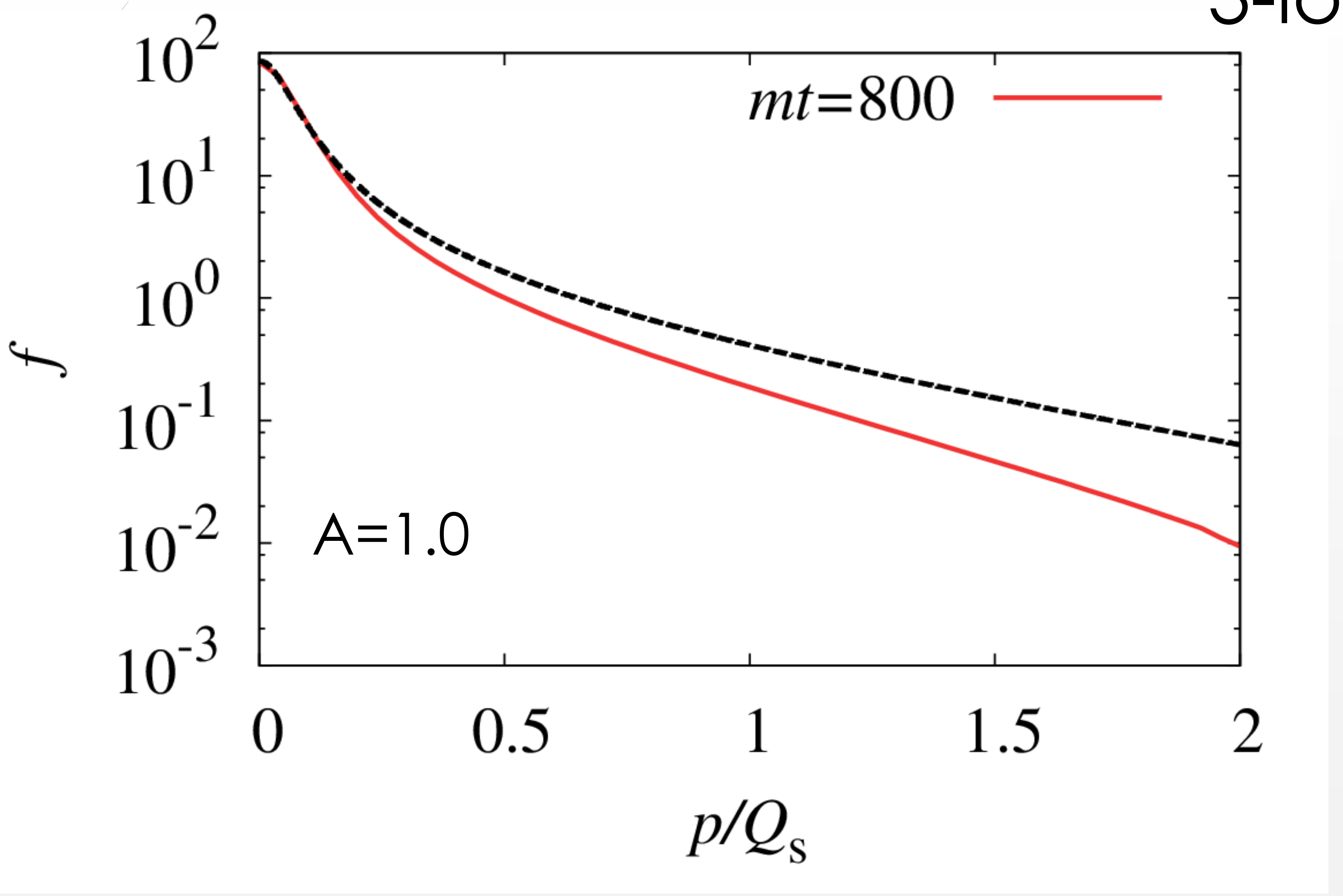




いずれの場合も、BE分布へ収束している

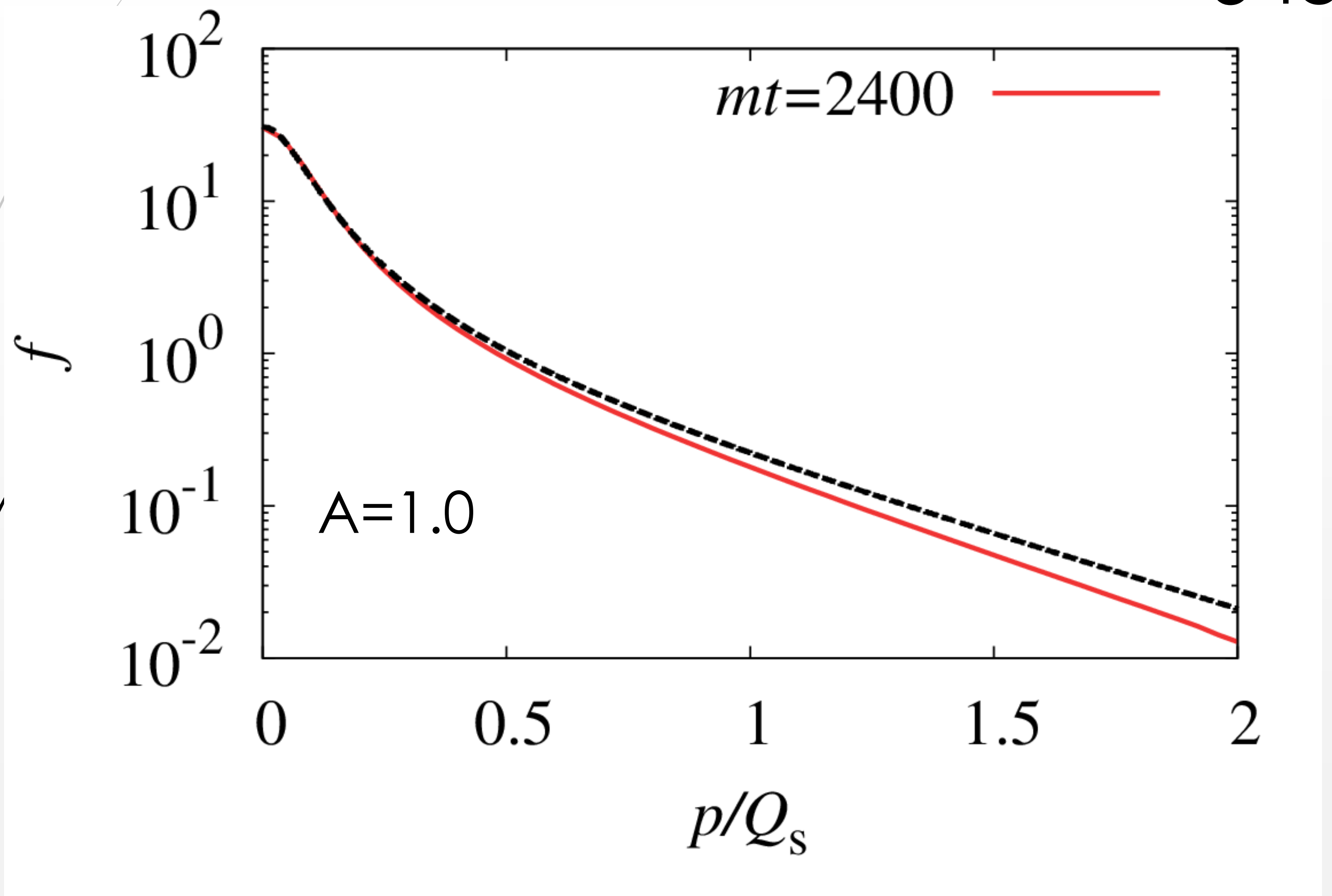
BE分布との比較

3-loop



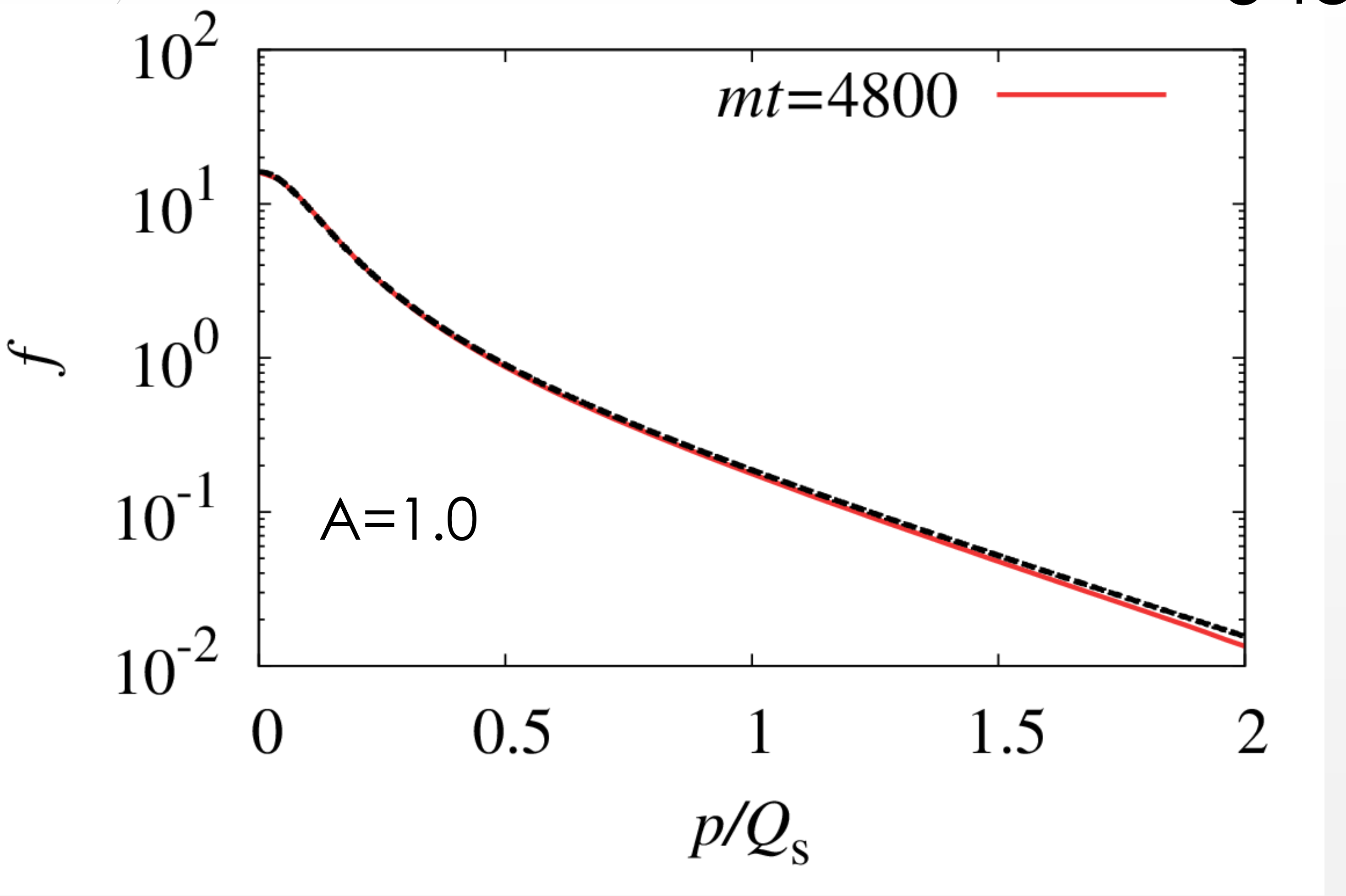
BE分布との比較

3-loop



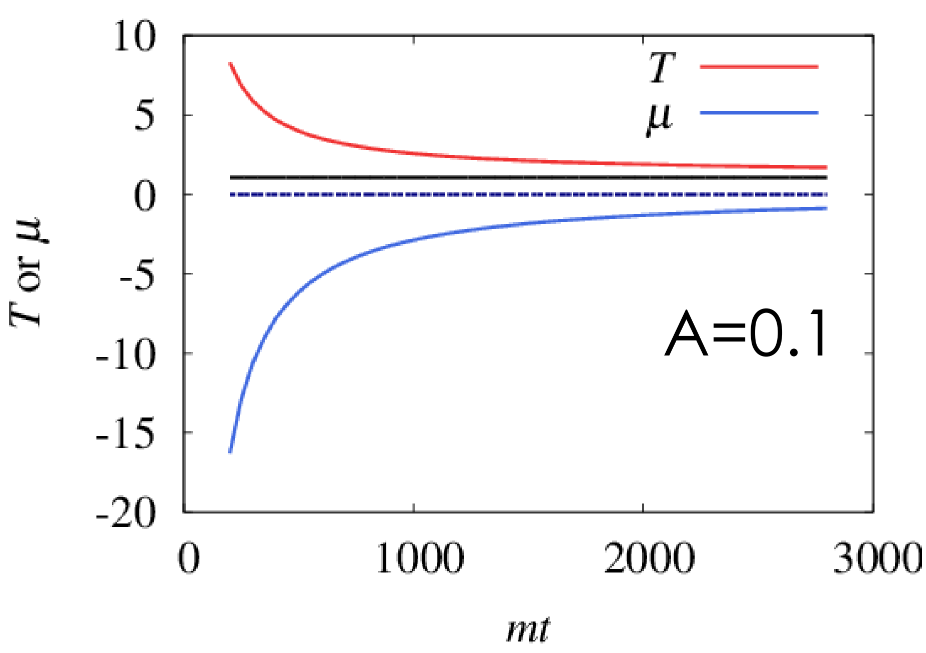
BE分布との比較

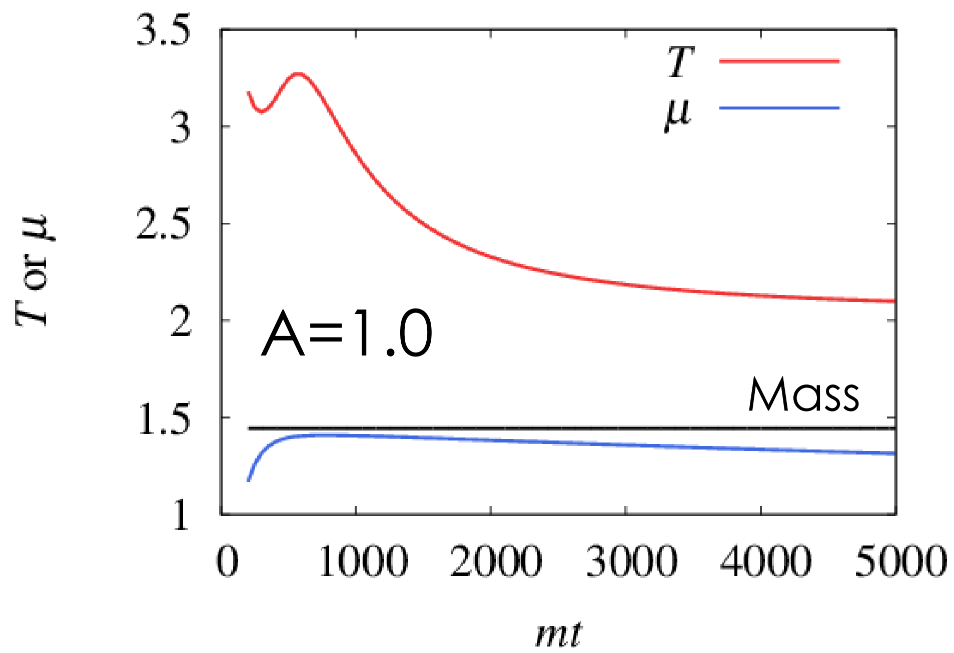
3-loop



温度・化学ポテンシャルの時間発展

3-loop





ゼロモードの増大は、μ→m となることの帰結と解釈できる

まとめ

- Bose-Einstein凝縮体(BEC)の生成過程を、非摂動的に解析した
- 高エネルギー重イオン衝突において、グルーオンのBECが存在する可能性を示唆

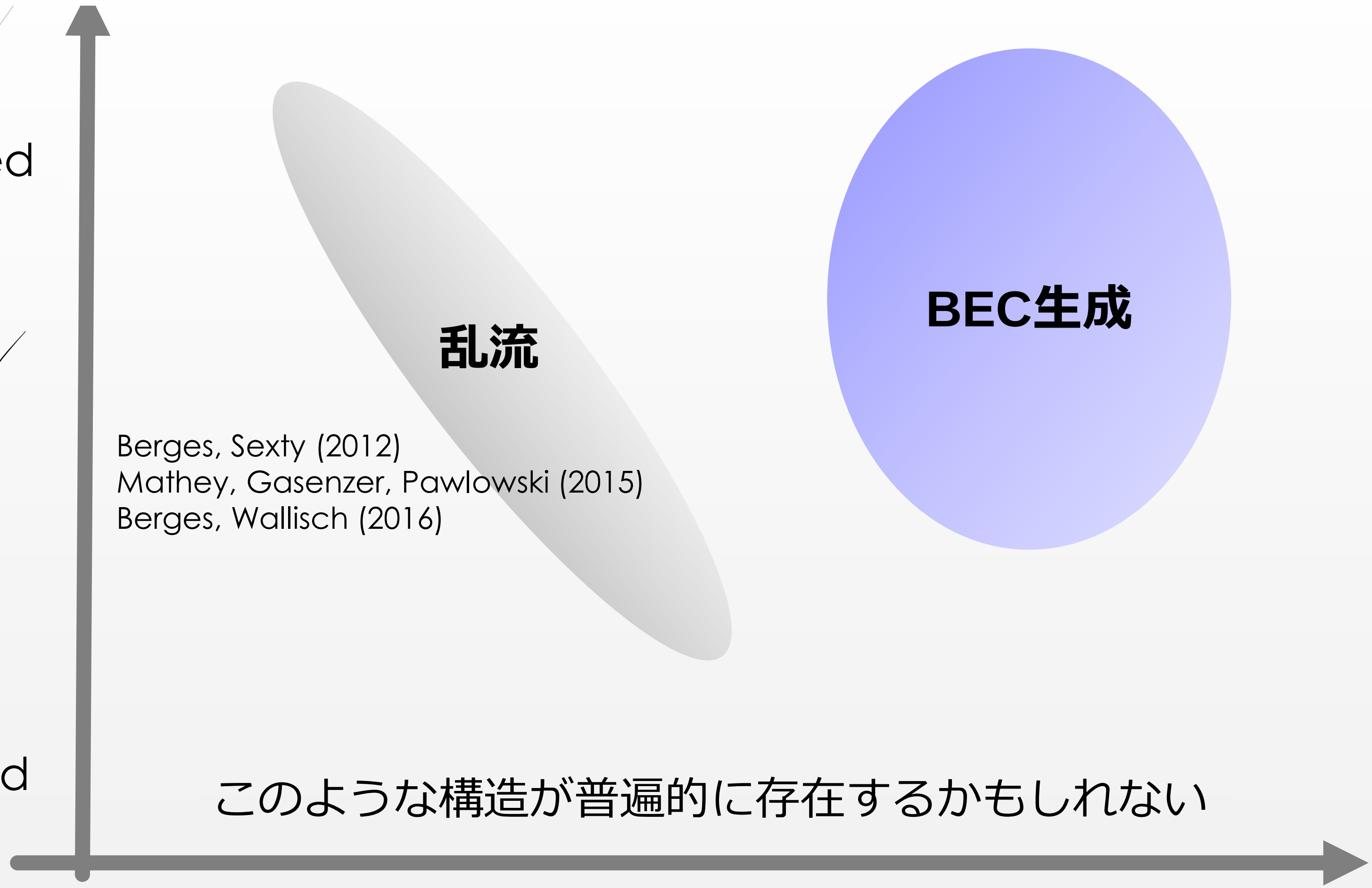
今回無視した効果：

- 系が膨張する効果
- フェルミオンとの結合

非平衡状態の「相図」

初期の粒子数以外にも、結合定数の大きさも、ダイナミクスの様相を変化させる

overpopulated



Berges, Sexty (2012)
Mathey, Gasenzer, Pawlowski (2015)
Berges, Wallisch (2016)

underpopulated

このような構造が普遍的に存在するかもしれない

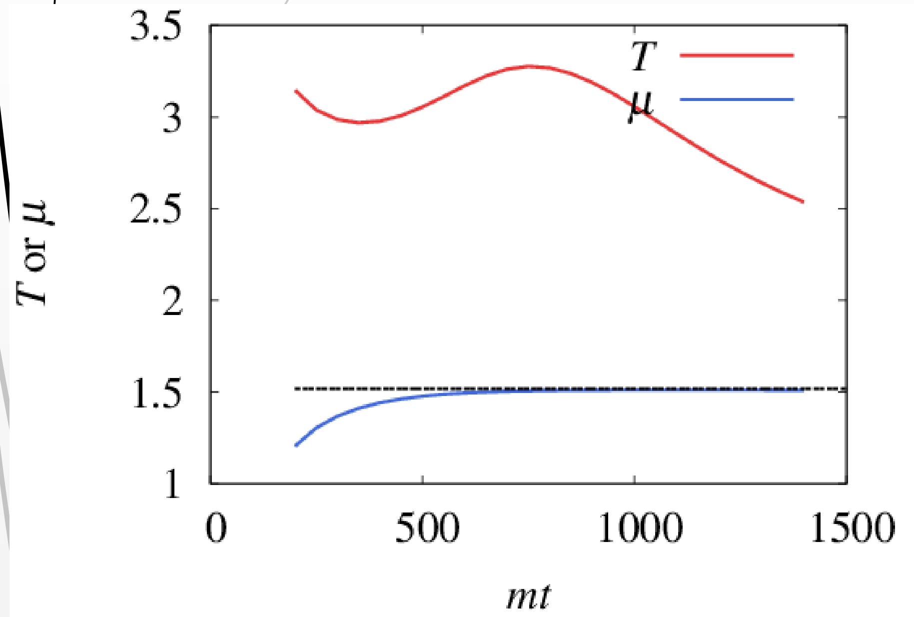
弱結合

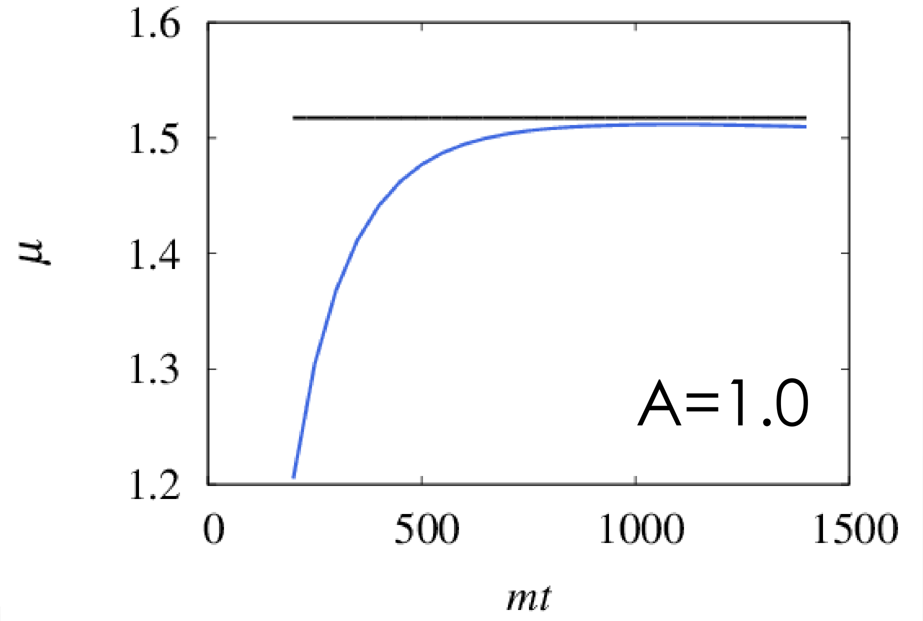
強結合

back up

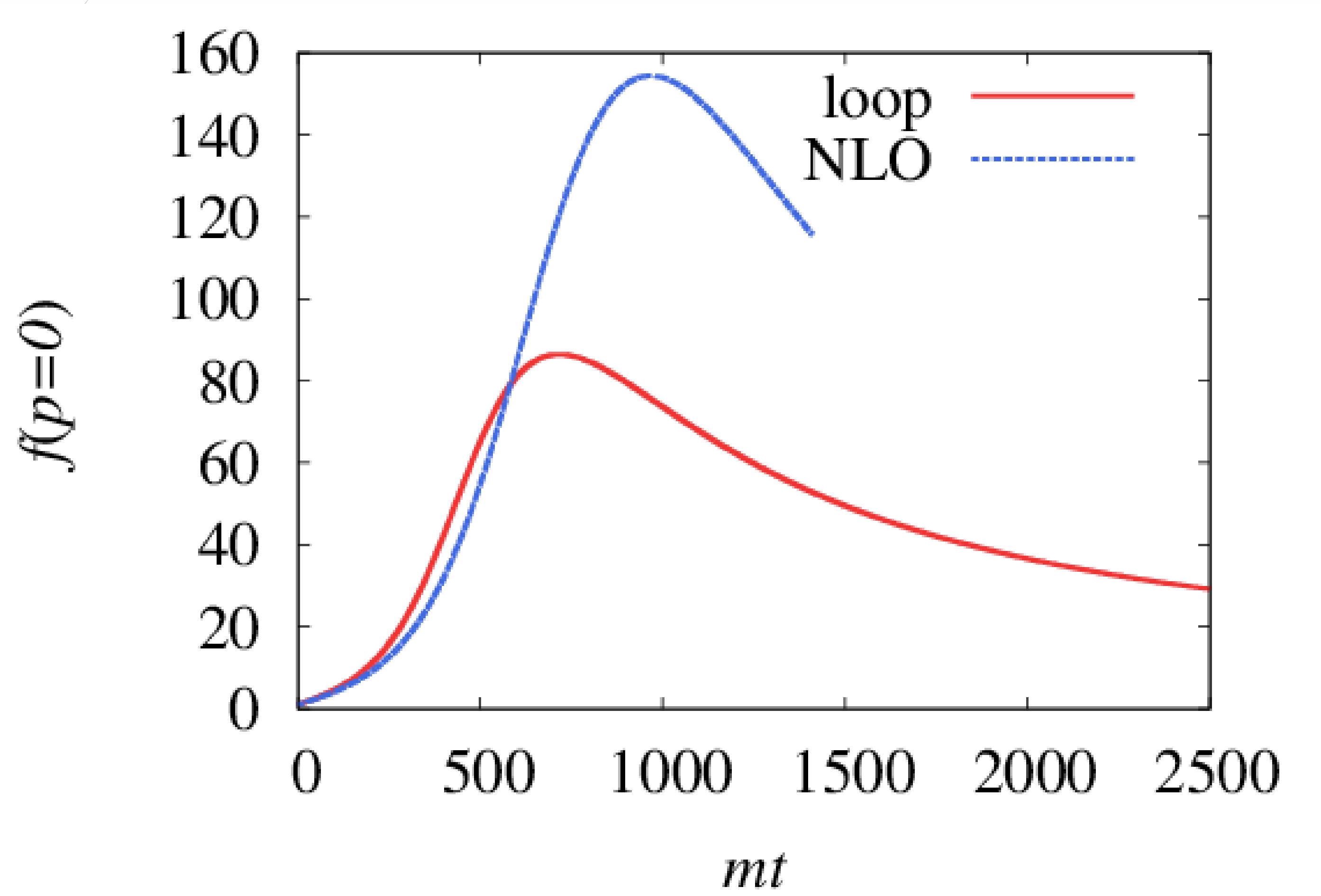
化学ポテンシャルの時間発展

NLO

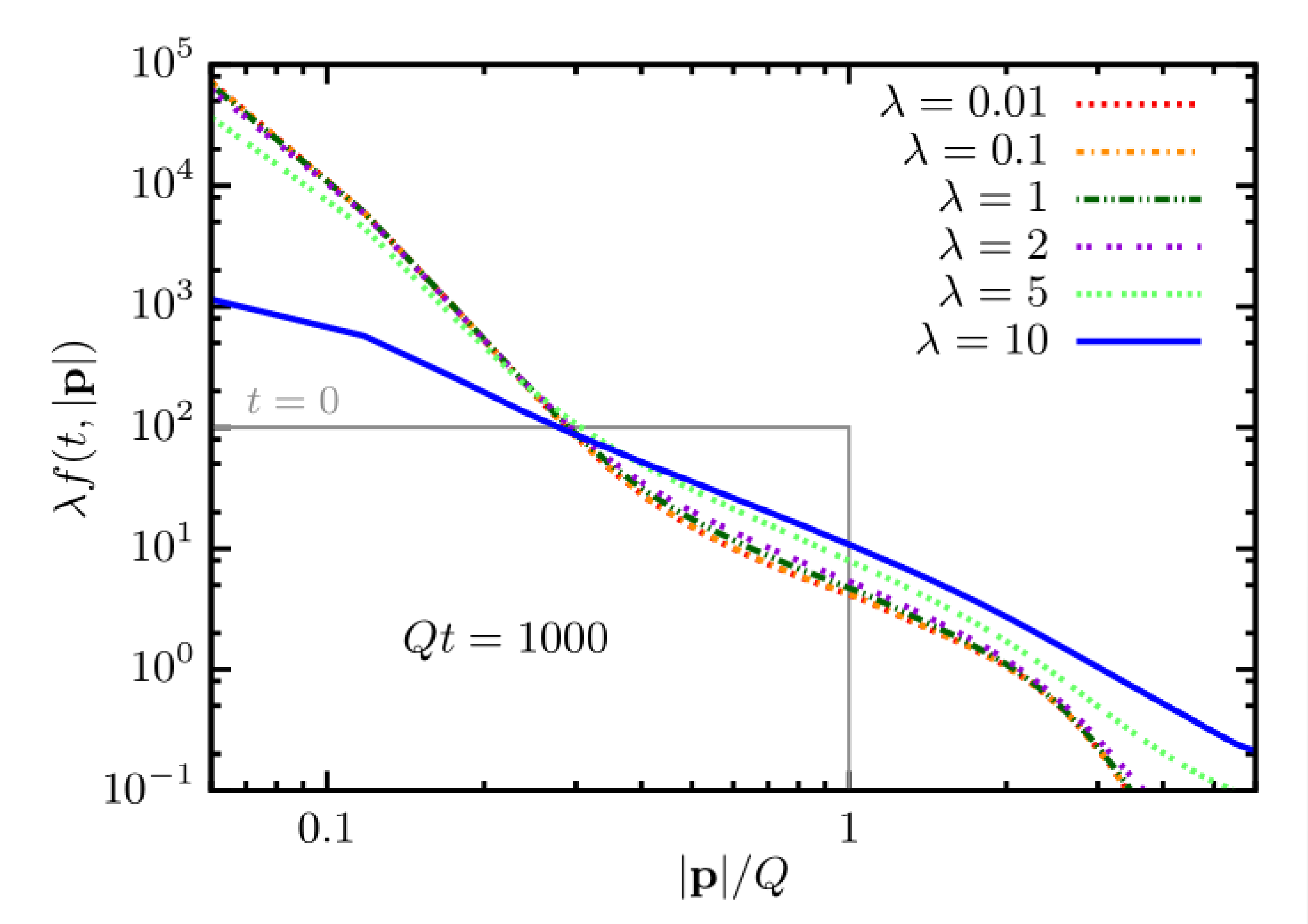




3-loop vs. 1/N NLO



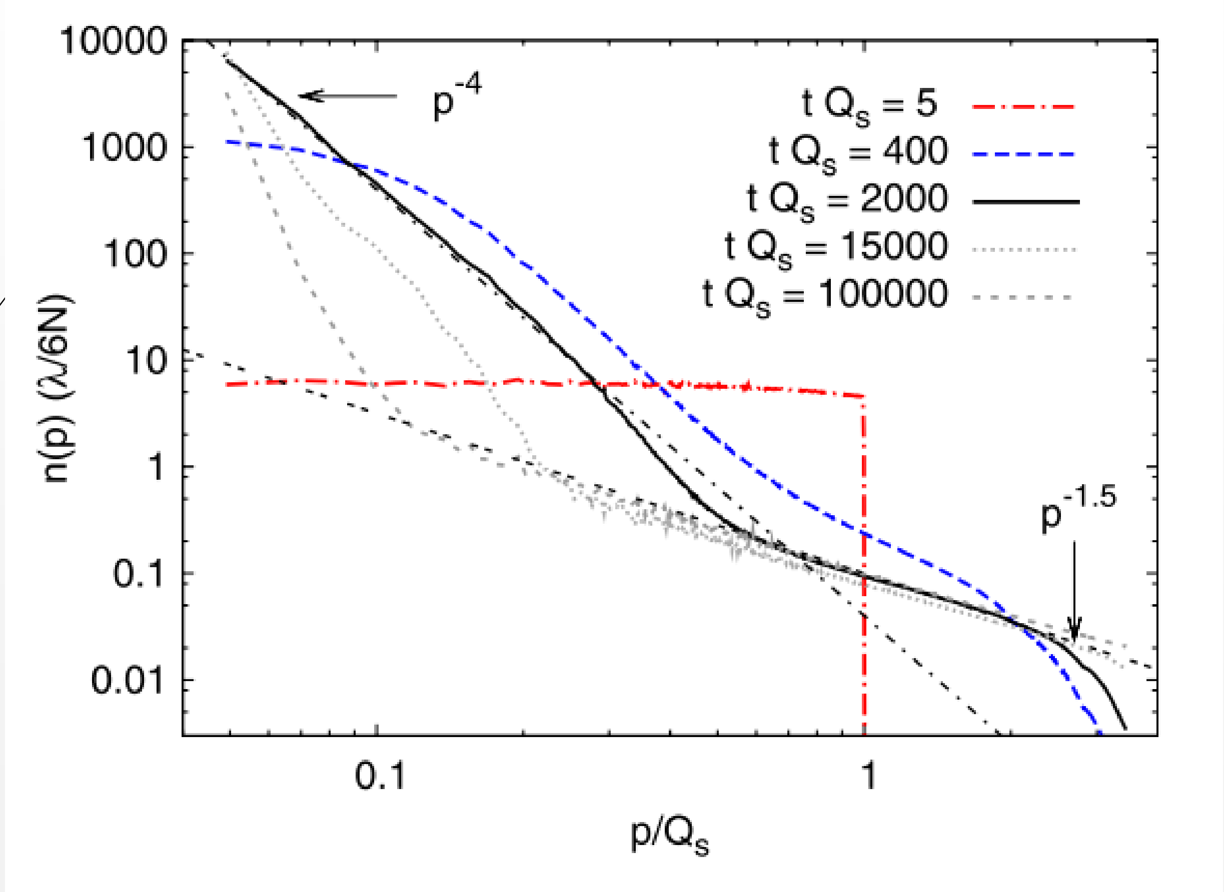
dual cascade



Berges, Wallisch (2016)

dual cascade

results obtained by semi-classical simulation
(relativistic scalar field theory)



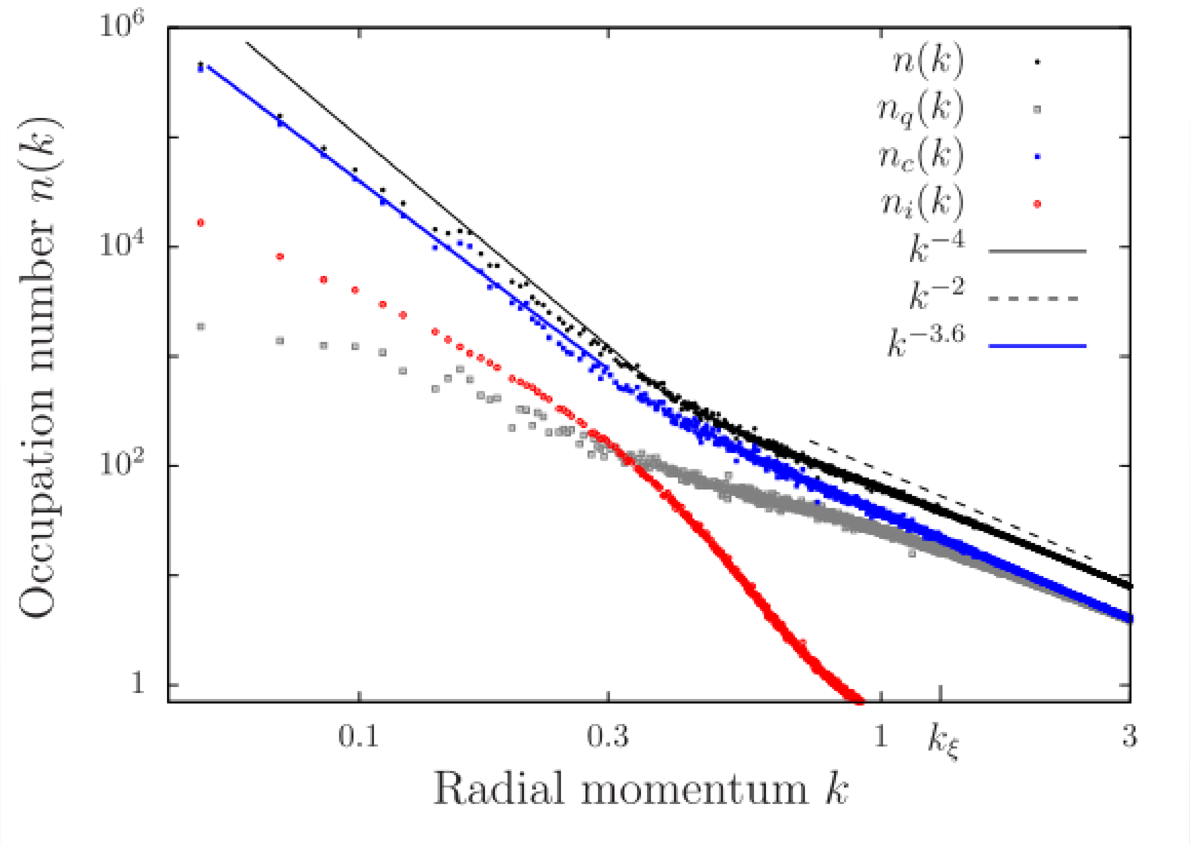
universal cascades are observed

distribution function becomes self-similar

Berges, Sexty (2012)

dual cascade

d=3 dilute superfluid Bose gas



BEC formation is observed in non-relativistic system

critical exponents are not fully understood

Mathey, Gasenzer, Pawlowski (2015)

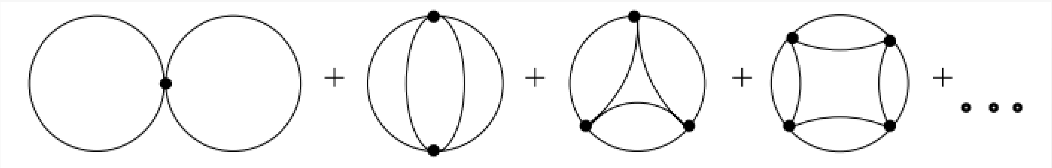
2PI effective action

2PI effective action for O(N) scalar field theory

$$\Gamma[\phi, G] = S[\phi] - \frac{i}{2}\,\mathrm{Tr}\ln G + \frac{i}{2} G_0^{-1} G + \Phi[\phi, G]$$

1-loop

$$\Phi[\phi, G] =$$



higher loops

consists of full propagator

1/N展開のNLOのdiagramは足し上げが実行できる

J. Berges (2002)
G. Aarts, D. Ahrensmeier, R. Baier, J. Berges, J. Serreau (2002)

2PI formalism

Luttinger, Ward (1960)
Kadanoff, Baym (1962)
Cornwall, Jackiw, Tomboulis (1974)

2 Particle Irreducible (2PI) effective action (defined on Keldysh contour)

$$\Gamma[A,G] = W[J,R] - \int \frac{\delta W[J,R]}{\delta J} J - \int \frac{\delta W[J,R]}{\delta R} R$$

$$Z[J,R] = \int \mathcal{D}a \exp i \left(S[a] + \int J_a(x) a^a(x) + \frac{1}{2} \int R^{ab}(x,y) a^a(x) a^b(y) \right)$$

$$Z[J,R] = e^{iW[J,R]}$$

Defined as Legendre transform of generating functional with respect to the sources J, R

2PI effective action

2PI effective action for O(N) scalar field theory

$$\Gamma[\phi, G] = S[\phi] - \frac{i}{2}\,\mathrm{Tr}\ln G + \frac{i}{2} G_0^{-1} G + \Phi[\phi, G]$$

1-loop

classical action

$$S[\varphi] = \int d^4x \left[\frac{1}{2}\partial_\mu \varphi_a \partial^\mu \varphi_a - \frac{1}{2} m^2 \varphi_a \varphi_a - \frac{\lambda}{4!N} (\varphi_a \varphi_a)^2 \right]$$

bare propagator

$$iG_{0,ab}^{-1}(x,y) = -\left(\partial^2 + m^2 + \frac{\lambda}{6N}\phi_c(x)\phi_c(x) \right) \delta_{ab}\delta(x-y) - \frac{\lambda}{3N}\phi_a(x)\phi_b(x)\delta(x-y)$$

Quantum evolution equations

EOM of classical background field

$$\frac{\delta \Phi[\phi, G]}{\delta \phi} = 0$$

Kadanoff-Baym equation = real time Schwinger-Dyson eq.

$$\frac{\delta \Gamma[\phi, G]}{\delta G} = 0 \longrightarrow G_0^{-1} G - \Sigma G = 1$$

self energy $\Sigma = 2i \dfrac{\delta \Phi[\phi, G]}{\delta G}$

Statistical and spectral function

decompose the Keldysh Green function

$$G(x,y) = \mathcal{F}(x,y) - \frac{i}{2}\rho(x,y)\left(\theta_C(x^0 - y^0) - \theta_C(y^0 - x^0)\right)$$

spectral function $\rho(x,y) \equiv i\langle [a(x), a(y)] \rangle$

statistical function $\mathcal{F}(x,y) \equiv \frac{1}{2}\langle \{a(x), a(y)\} \rangle$

statistical function has information about ***particles***

$$\mathcal{F} \sim \frac{\cos(x^0 - y^0)\omega_{\boldsymbol{p}}}{\omega_{\boldsymbol{p}}}\left(n(\boldsymbol{p}) + \frac{1}{2}\right)$$

occupation number
(converge to the BE distribution)

Quantum evolution equation

$$\left(\partial_t^2 + p^2 + M^2(t)\right) F(t,t',p) = -\int_{t_0}^{t} dt'' \Sigma_\rho(t,t'',p) F(t'',t',p) + \int_{t_0}^{t'} dt'' \Sigma_F(t,t'',p) \rho(t'',t',p)$$

$$\left(\partial_t^2 + p^2 + M^2(t)\right) \rho(t,t',p) = -\int_{t'}^{t} dt'' \Sigma_\rho(t,t'',p) \rho(t'',t',p)$$