#### 熱場の量子論とその応用(TQFT2016)







# 絶対零度近傍における 超流動フェルミ原子気体の 熱力学的性質と量子揺らぎ



慶大理工 田島裕之





共同研究者: P. van Wyk, 花井亮, 鏡原大地, 猪谷太輔, 堀越宗一, 大橋洋士

















フェルミ原子気体

・粒子間相互作用を自在に制御
 ・極低温超流動状態の実現





C. A. Regal, et al., PRL 92, 040403 (2004)







 $x = 1/k_{\rm F}a$ 

 $x = 1/k_{\rm F}a$ 

# 中性子星低密度領域のEOS に対して実験的に強い制限

Neutron Star

Neutron Star

d Atom

#### 相互作用の有効距離 高角運動量の対相関

. . .

Neutron Star

# フェルミ原子気体の実験を定量的に再現 する理論を用いて中性子星へアタック

heor

# 相互作用の有効距離高角運動量の対相関

. . .

# フェルミ原子気体の実験を定量的に再現 する理論を用いて中性子星へアタック

# そのためには超流動フェルミ原 子気体の測定結果を定量的に 説明できる強結合理論が必要

r meoirs

### **T-matrix approach**

フェルミ原子気体の実験に対して高い定量性を発揮





HT, R. Hanai, Y. Ohashi, Phys. Rev. A 93, 013610 (2016)





### 絶対零度の熱力学的性質



# 絶対零度の熱力学的性質



# 本研究の目的

### 絶対零度近傍における超流動フェルミ 原子気体の実験を定量的に説明できる 強結合理論を構築する

# 本研究の目的

### 絶対零度近傍における超流動フェルミ 原子気体の実験を定量的に説明できる 強結合理論を構築する

T-matrix approximation (TMA) に最小限の拡張を行うことで 目的達成を目指す

















http://www.astroarts.co.jp/news/2014/09/10sn1993j/index-j.shtml

http://html5.warnerbros.com/jp/interstellar/

ハミルトニアン

$$H = \sum_{p,\sigma} (\varepsilon_p - \mu) c_{p\sigma}^{\dagger} c_{p\sigma} - U \sum_{p,p',q} c_{p+q/2,\uparrow}^{\dagger} c_{-p+q/2,\downarrow}^{\dagger} c_{-p'+q/2,\downarrow} c_{p'+q/2,\uparrow}$$

フェルミ原子の消滅演算子  $c_{p\sigma}$   $\mu$ : 化学ポテンシャル 擬スピン(2成分)  $\sigma =\uparrow,\downarrow$ 



ハミルトニアン

$$H = \sum_{p} \Psi_{p}^{\dagger} [(\varepsilon_{p} - \mu)\tau_{3} - \Delta\tau_{1}]\Psi_{p} - \frac{U}{4} \sum_{q} [\rho_{1}(q)\rho_{1}(-q) + \rho_{2}(q)\rho_{2}(-q)]$$
  

$$\boxed{\Psi 3}$$

$$\boxed{\Psi 3}$$

$$\boxed{\Psi 3}$$

$$\boxed{\Psi 3}$$

$$\boxed{\Psi 3}$$

$$\boxed{\Psi 3}$$

フェルミ原子の消滅演算子  $c_{p\sigma}$   $\mu$ : 化学ポテンシャル 擬スピン(2成分)  $\sigma =\uparrow,\downarrow$   $\Delta$ : 超流動ギャップ 南部スピノル  $\Psi_p = \begin{pmatrix} c_{p,\uparrow} & c^{\dagger}_{-p,\downarrow} \end{pmatrix}^T$ 密度演算子  $\rho_i(q) = \sum_p \Psi_{p+q/2}^{\dagger} \tau_i \Psi_{p-q/2}$  Pauli行列  $\tau_{i=1,2,3}$ 



# *T*-matrix approximation (TMA)

















自己エネルギーシフト



### 数値計算のプロセス

#### 自己無撞着方程式

•Dyson方程式  $\hat{G}(p) = \hat{G}^{0}(p) + \hat{G}^{0}(p)\hat{\Sigma}(p)\hat{G}(p)$ 

•粒子数方程式  $n = T \sum_{p} \operatorname{Tr} \tau_3 \widehat{G}(p)$ 

・ギャップ方程式 (Gapless NG mode) det $\Gamma(\boldsymbol{q} = 0, i\nu_n = 0) = 0$ 

$$\mu/\varepsilon_{\rm F} \Delta/\varepsilon_{\rm F} \hat{\Sigma}(p)/\varepsilon_{\rm F}$$
  
熱力学関係式 $(S,T=0)$   
 $\mu = \frac{\partial E}{\partial n} \kappa = \frac{1}{n^2} \left( \frac{\partial n}{\partial \mu} \right)_{\rm etc...}$   
圧力P 内部エネルギーE  
圧縮率 $\kappa$  音速 $v_s$ 









http://www.astroarts.co.jp/news/2014/09/10sn1993j/index-j.shtml

http://html5.warnerbros.com/jp/interstellar/



化学ポテンシャル 1 0.5  $\mu/arepsilon_{
m F}$ 0 <sup>6</sup>Li (exp.) -0.5 TMA MF -0.5 0.5  $(k_{\rm F}a_{\rm s})^{-1}$ 弱結合 合

化学ポテンシャル







接触型引力相互作用を考えているため、Hartree項-Un/2はゼロ( $-U \rightarrow 0$ )



1粒子励起スペクトル  

$$A_{p}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G_{11}(p, \omega + i\delta) \times (k_{F}a_{S})^{-1} = -0.5$$
ETMA(our work)
$$\int_{0.5}^{1} \int_{-1}^{0} \int_{0.5}^{0} \int_{-1}^{10} \int_{0.5}^{10} \int_{0.5}^{10} \int_{-1}^{10} \int_{0}^{10} \int_{0.5}^{10} \int_{-1}^{10} \int_{0}^{10} \int_{0.5}^{10} \int_{-1}^{10} \int_{0}^{10} \int_{0.5}^{10} \int_{-1}^{10} \int_{0}^{10} \int_{0.5}^{10} \int_{1.5}^{10} \int_{0}^{10} \int_{0}^{$$

1粒子励起スペクトル  

$$A_{p}(\omega) = -\frac{1}{\pi} Im G_{11}(p, \omega + i\delta) \times (k_{F}a_{S})^{-1} = -0.5$$
(10) (k\_{F}a\_{S})^{-1} = -0.5)
(10) (k\_{F}a\_{S})^{-1} = -0.5)
(10) (k\_{F}a\_{S})^{-1} = -0.5)
(k\_{F}a\_{S})^{-1} = -0

### 絶対零度の熱力学的性質



### 絶対零度の熱力学的性質





$$\kappa = \frac{1}{n^2} \left( \frac{\partial n}{\partial \mu} \right) \implies \boxed{\frac{\kappa}{\kappa_0}} = \left[ \frac{\mu}{\varepsilon_F} - \frac{(k_F a_s)^{-1}}{2} \frac{d(\mu/\varepsilon_F)}{d(k_F a_s)^{-1}} \right]$$





Maki-Thompson (MT) diagram

 $\kappa_{\rm ETMA}^{\rm MT} \simeq \Gamma_{\rm eff} \kappa_{\rm DOS}^2 + \Gamma_{\rm eff}^2 \kappa_{\rm DOS}^3 + \cdots$ 





# ETMA

























J. Joseph, et al., PRL 98, 170401 (2007) W. Weimer, et al., PRL, 114, 095301 (2015).

強い超流動揺らぎによって化学ポテンシャルが減少→クロスオーバー全域でソフト化







上の微分方程式をEについて数値的に解く





$$\mu = \frac{\partial E}{\partial n} \quad \Longrightarrow \quad$$

$$\frac{\mu}{\varepsilon_{\rm F}} = \frac{E}{nE_{\rm FG}} - \frac{(k_{\rm F}a_s)^{-1}}{5} \frac{d(E/nE_{\rm FG})}{d(k_{\rm F}a_s)^{-1}}$$

上の微分方程式をEについて数値的に解く



### 絶対零度の熱力学的性質



### 絶対零度の熱力学的性質



コンタクト



Y. Sagi, et al., PRL, 114, 075301 (2015).

### 絶対零度の熱力学的性質



### 絶対零度の熱力学的性質



超流動ギャップ



QMC: J. Carlson and S. Reddy, Phys. Rev. Lett. **100**, 150403 (2008) EXP: A. Schirotzek, Y.-il Shin, C. H. Schunck, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **101**, 140403 (2008)

# Neutron matterとの比較

- ・低密度領域ではNeutron matterのQMCとも定量的に一致
- 高密度になると相互作用の有効距離の影響が重要に







http://www.astroarts.co.jp/news/2014/09/10sn1993j/index-j.shtml

http://html5.warnerbros.com/jp/interstellar/

まとめ

- 拡張T行列近似(ETMA)を用いて、超流動フェルミ原子気体の絶対零度近傍における熱力学量の実験結果を弱結合領域からユニタリー極限まで定量的に再現することに成功した。
- ・超流動揺らぎによる量子補正は、「圧力、密度、圧縮率の上昇」および「内部エネルギー、化学ポテンシャル、音速、超流動ギャップの減少」として現れる。



### Appendix

# Thermodynamic properties at T=0

Entropy S = 0 Specific heat  $C_V = 0$  Spin susceptibility  $\chi = 0$ 



### Vertex corrections for $\kappa$



### Vertex corrections for $\kappa$



This is negligible in the BCS side







BEC領域ではETMAはボソン-ボソンの散乱長が $a_{\rm B} = 2a_s$ の結果と一致(厳密計算では $a_{\rm B} = 0.6a_s$ )

理論、実験ともに今後の課題

J. Joseph, et al., Phys. Rev. Lett. 98, 170401 (2007)

### Condensate fraction

In the BCS side, many-body effects on the condensate fraction appears via self-energy shift of  $\mu$ 



密度に対する補正

#### <u>化学ポテンシャルµ</u>の減少=<u>密度n</u>の増大



### 中性子星低密度領域への応用



FIG. 11.  ${}^{1}S_{0}$  pairing gap,  $\Delta$ , in the thermodynamic and continuum limits, resulting from the LO (solid circles) and NLO (open circles) calculations. The neutron density is denoted in terms of the Fermi momentum  $k_{F}$ . The BCS calculation of Ref. [54] ( solid curve) and a higher order calculation including polarization effects of Ref. [55] (dashed curve) are also shown for comparison. For a more detailed comparison, see Fig. 17 in Sec. VII B.

T. Abe and R. Seki, Phys. Rev. C 79, 054002 (2009).



Effective rangeの影響を取り入れるとさらに減少?

### コンタクトの比較



### 運動量分布のコンタクト



### NG mode (GRPA)

