

重力波天文学

理化学研究所 iTHES

(理論科学連携研究推進グループ)

久徳浩太郎

目次

1. 導入
2. 重力波と二体問題
3. 連星ブラックホールからの重力波
4. 中性子星連星からの重力波
5. まとめ

参考文献として

重力波のより包括的な議論(の今でも薦められそうなもの)

- 教科書

C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler “Gravitation” Sec 35-37

M. Maggiore “Gravitational Waves I: Theory and Experiments”

J. D. E. Creighton, W. G. Andersson

“Gravitational-Wave Physics and Astronomy”

- レビュー論文

E. E. Flanagan and S. A. Hughes, New J. Phys 7, 204 (2005)

B. Sathyaprakash, B. F. Schutz, Living Rev. Relativity 12, 2 (2009)

- 相対論全般のレビュー <http://relativity.livingreviews.org/>

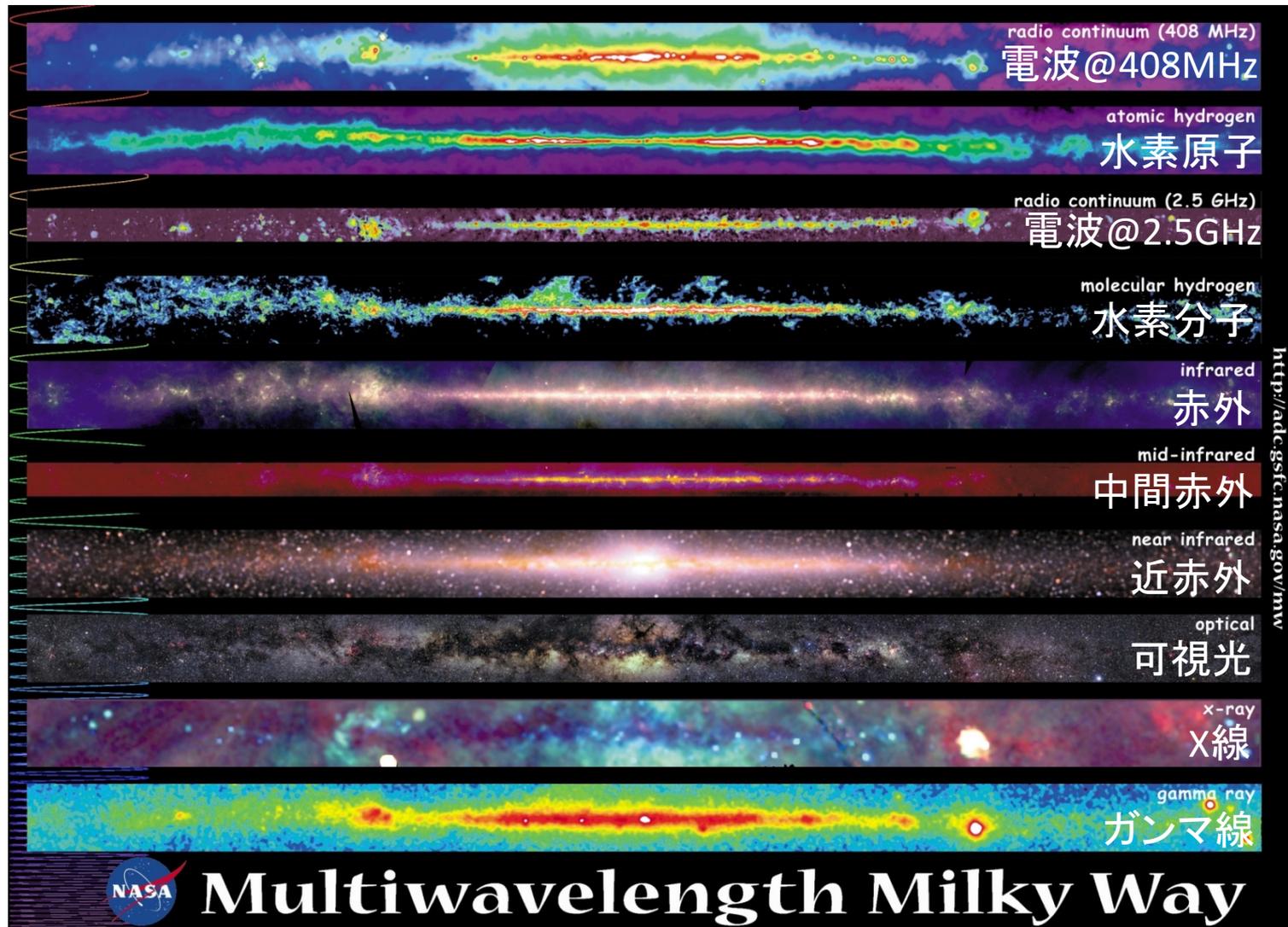
1. 導入

目で見える宇宙



<http://www.eso.org/public/images/potw1333a/>

多波長での宇宙



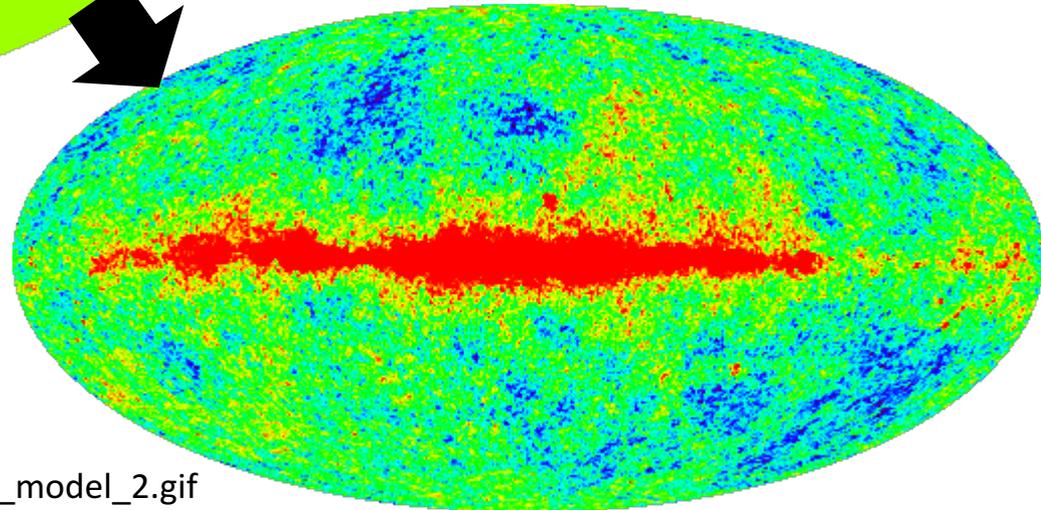
マイクロ波宇宙背景放射

宇宙が火の玉だった頃＝ビッグバンの名残

http://wmap.gsfc.nasa.gov/media/ContentMedia/map_model_0.gif

どっちの方向でも
ほとんど一様

よく見ると微妙に違う
初期宇宙の情報！



http://wmap.gsfc.nasa.gov/media/ContentMedia/map_model_2.gif

ガンマ線バースト

宇宙最大の爆発：宇宙は激しく変動している！



<http://www.icrr.u-tokyo.ac.jp/~cta/images/GRB.jpg>

多波長から多粒子へ

強い

強い相互作用(: 遠くまで届かない)

電磁相互作用: 電磁波

信号は強いがすぐに隠されてしまう

弱い相互作用: ニュートリノ(今日は省略)

電磁波と重力波との間、素粒子論的興味

重力相互作用: 重力波

信号は弱いがものすごく深くを見える

弱い

地上重力波望遠鏡

http://gwcenter.icrr.u-tokyo.ac.jp/wp-content/themes/lcgt/images/img_abt_lcgt.jpg

Advanced LIGO
(Hanford&Livingston, USA)

<https://www.advancedligo.mit.edu/graphics/summary01.jpg>

KAGRA (Kamioka, Japan)

Gifu Pre.
Hida city
Kamioka
Ikenoyama mt.

XMASS
Kamland
SG
Super Kamiokande
CLIO

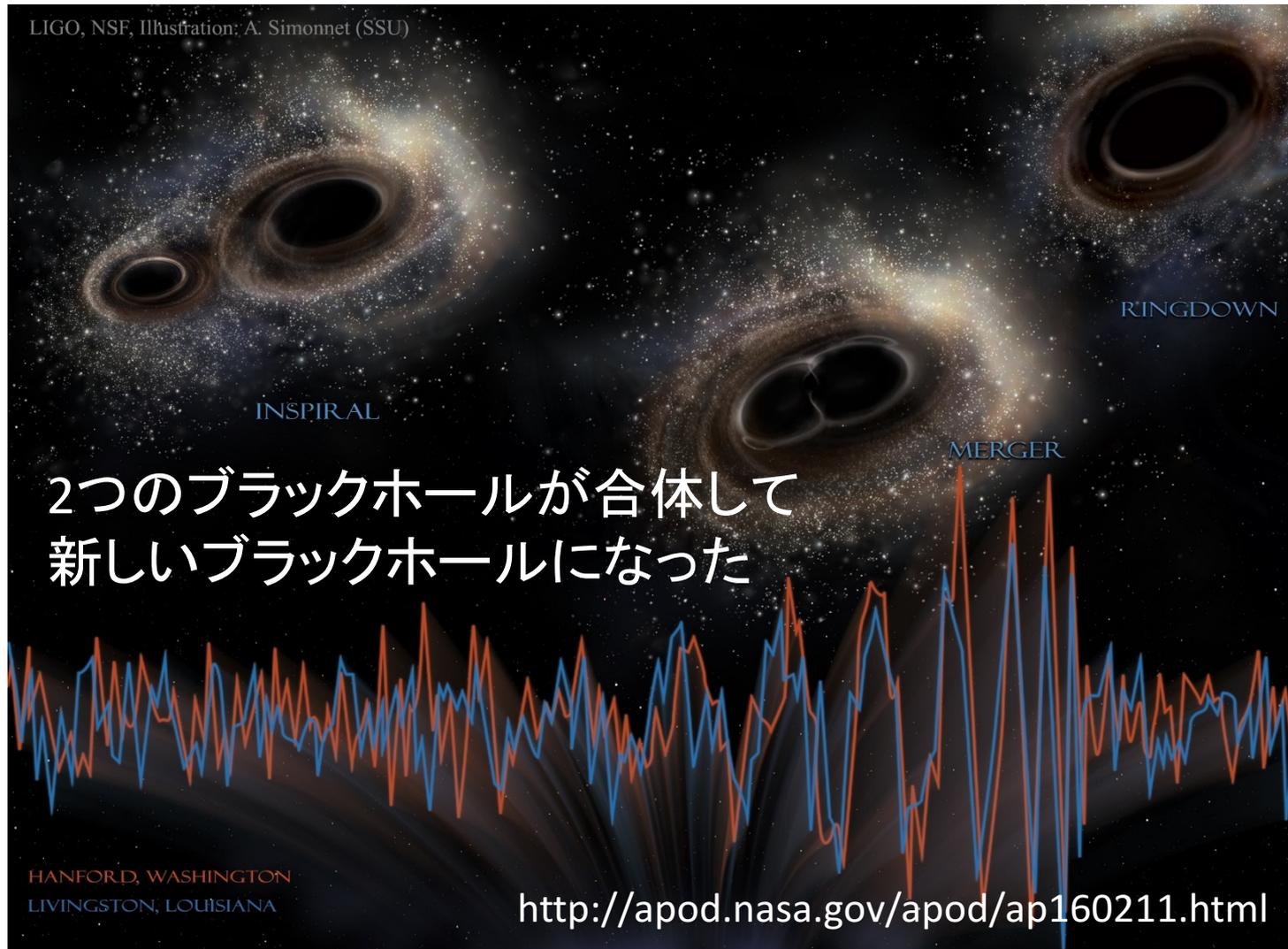
3 km

KAGRA Image

Advanced Virgo (Pisa, Italy)

<http://virgopisa.df.unipi.it/sites/virgopisa.df.unipi.it/virgopisa/files/banner/virgo.jpg>

初検出 : GW 150914



参考サイト

<http://www.soundsofspacetime.org/>

by Marc Favata (Montclair State University)

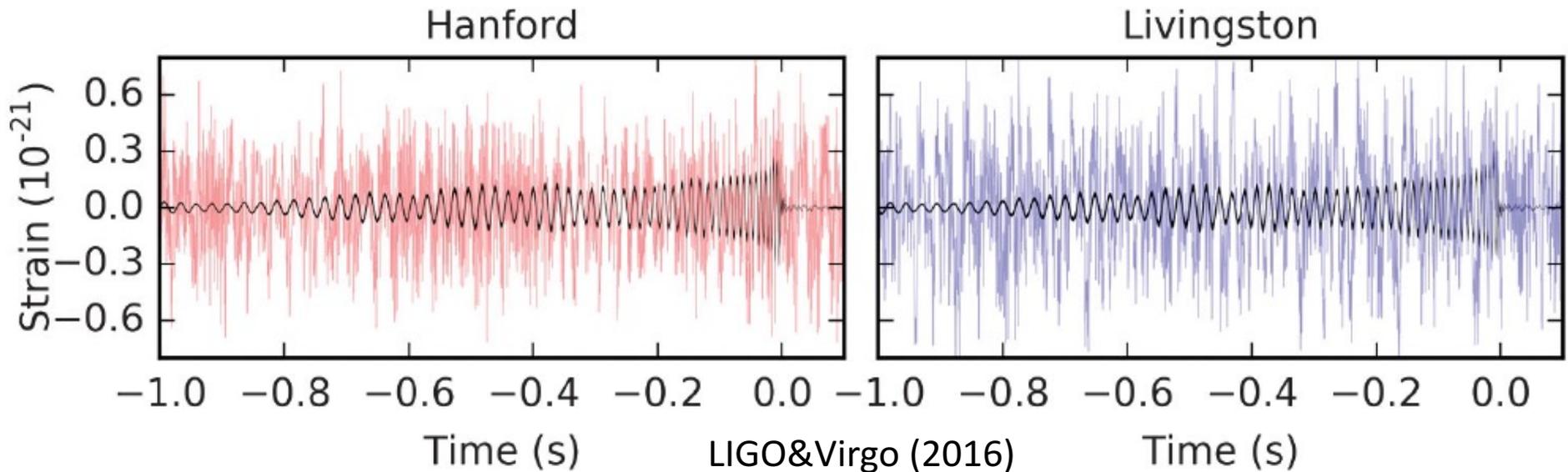
合体シミュレーションの動画と「可聴化」

- 重力波はしばしば音に喩えられる
- 地上検出器の感度領域も可聴域と重なる

Google by “sounds of spacetime”

二例目 : GW 151226

元のデータ(filtered to 30-600Hz)は赤/青の線で
その中に黒線の重力波があると言っている

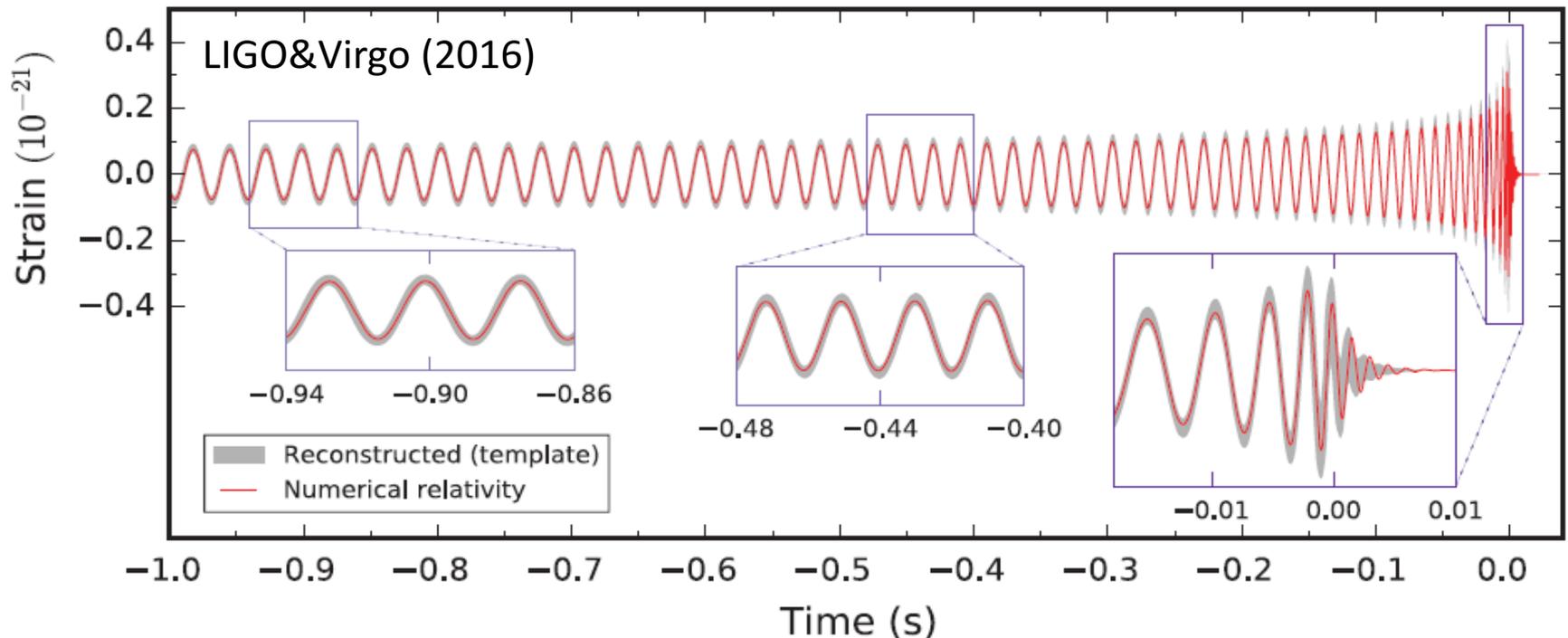


まともな神経なら全然信じられないのでは？

理論波形の重要性

観測データ vs 理論テンプレートの相関を取って
信号を本物と判断している(matched-filtering)

理論的理解が検出にも大きな役割を果たす



2. 重力波と 二体問題

一般相対論

現在までで最も成功している重力理論

$$\text{「時空」 } G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \text{ 「物質」}$$

太陽系テストの通過、GPSへの応用

重力レンズ、時間遅れなどの天文観測手段

膨張宇宙、ゆらぎの発展

ブラックホールの存在(+特異点)

重力波

重力波

光速で伝わる時空の歪みの波：時空のさざ波
一般相対論の最も本質的な予言の一つ

時空が平坦な状態から少しだけ歪むと

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \text{ (平坦 + 歪み)}$$

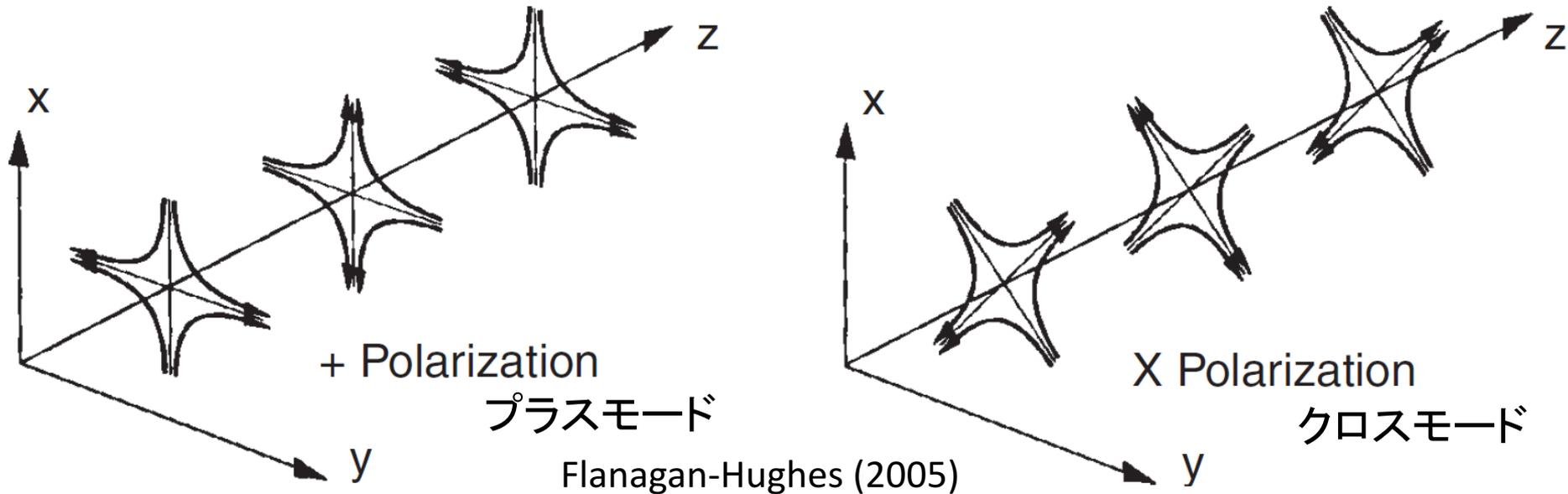
Einstein方程式曰く、歪みは光速度で伝わる

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \right) h_{\mu\nu} = 0$$

Maxwell方程式での電磁波と同様の現象

重力波の偏光

物理的なモード(ゲージ非依存)は2成分の横波



- 各々は180度回転で元に戻る
- 両者は45度回転で入れ替わる

電磁波との比較：伝播

電磁場と弱重力場とにはよい対応がある

- ポテンシャル(ゲージ依存) $A_\mu \leftrightarrow \bar{h}_{\mu\nu}$
- 場(ゲージ非依存) $F_{\mu\nu} \leftrightarrow R_{\mu\nu\alpha\beta}$

両者ともに光速度で伝播 (massless)

- これを見るためにはLorenzゲージが有用
偏光も2つ、ただしパターンは違う (spin 1 vs 2)

- では源 $J^\mu \leftrightarrow T^{\mu\nu}$ による放射の生成は？

重力波の放射源

四重極放射(電磁気学における双極子放射)

$$h_{ij}^{TT} = \frac{2G}{c^4 D} \frac{d^2 Q_{ij}^{TT}}{dt^2}, Q_{ij} = \int \rho \left(x_i x_j - \frac{x^2}{3} \delta_{ij} \right) d^3 x$$

D は天体までの距離、 Q_{ij} は換算四重極モーメント

“TT”=transverse-tracelessは横波の意(2成分)

次元解析では、振幅＝質量×(速度)²/距離

重いものが速く動くと重力波が強く放射される

→コンパクト天体が主要な放射源になる

電磁波との比較：生成

対称性が可能な放射を制限している

電磁波は電気・磁気双極子放射が主要

- 電気単極子放射は電荷保存で禁止される

重力波の場合は質量四重極放射が主要

- 「電気」単極子放射は質量保存で禁止

- 「電気」双極子放射は運動量保存で禁止

- 「磁気」双極子放射は角運動量保存で禁止

天体と一般相対論

重力の強さ $\sim GM/c^2R$ ($G = c = 1$ では M/R)

通常为天体: 地球 $\sim 7 \times 10^{-10}$, 太陽 $\sim 2 \times 10^{-6}$

Newton重力による取り扱いで大抵はOK

コンパクト天体: ブラックホール ~ 0.5

中性子星 ~ 0.2

一般相対論でないとは適切に記述できない

(あと宇宙全体も一般相対論の対象)

期待される重力波源

重い天体の高速な非軸対称運動が有望

- コンパクト天体連星の合体
- 星の重力崩壊（超新星爆発Ib, Ic, IIを含む）
- 歪んだ中性子星の回転

注意：球対称運動/軸対称回転では重力波なし

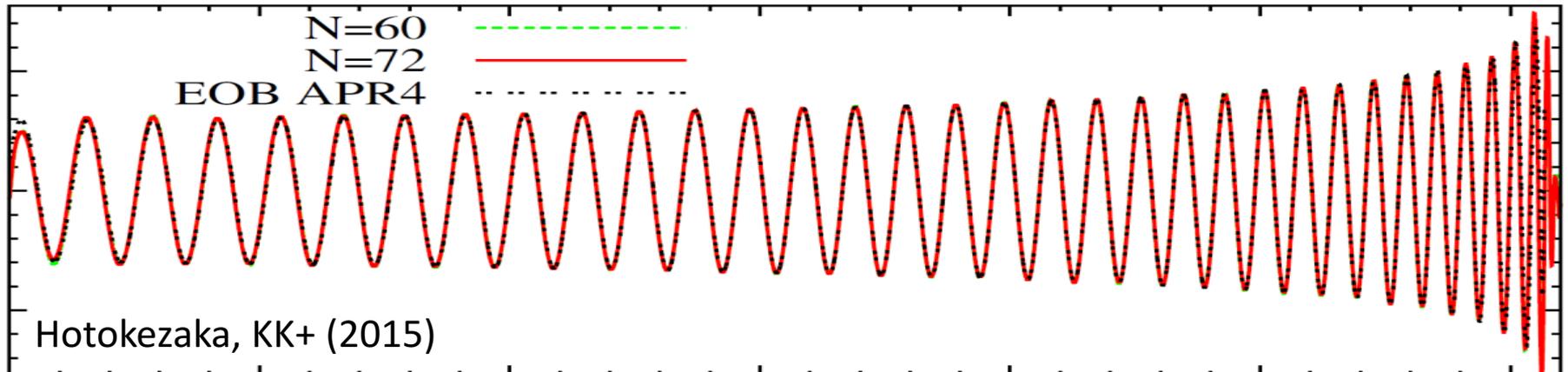
- 宇宙論的起源（インフレーション、相転移...）
- 将来的には“unknown unknown”を探したい

連星からの重力波の理論計算

本質的な問題設定は

「重力の影響下での二体問題を解きなさい」

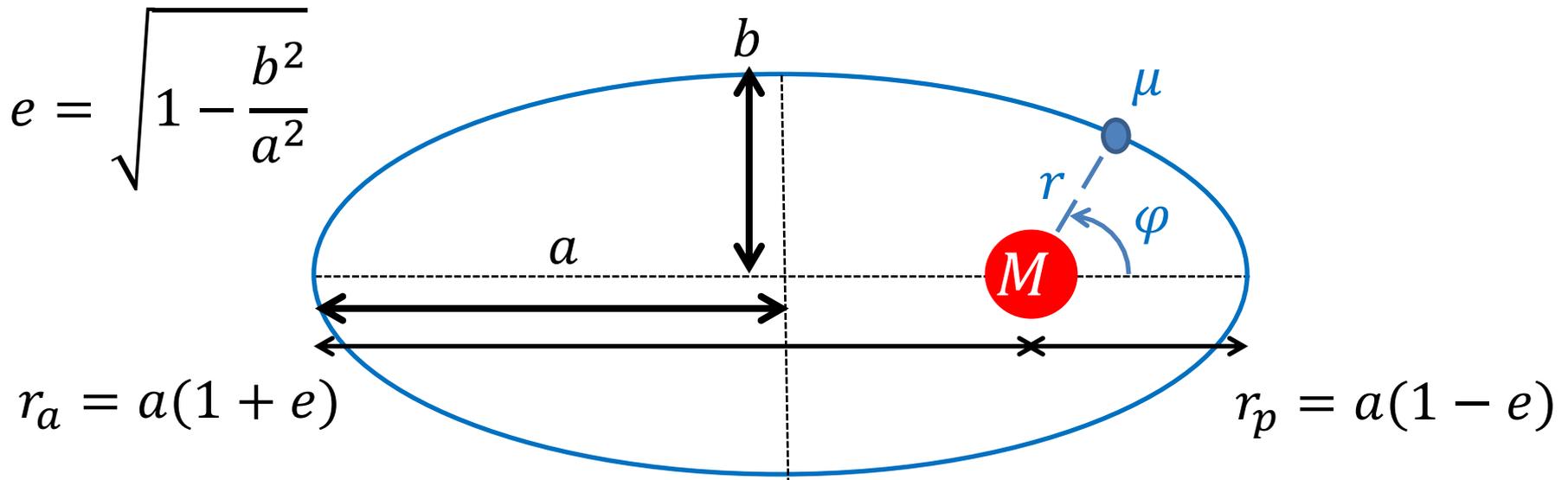
- 重力波は系の巨視的な運動を反映している
- 特に**重力波の位相**は重要な情報を持つ
- 正確な位相の計算 = 正確な軌道の計算



Newton重力での連星: Kepler運動

閉じた楕円軌道になり、 (a, e) で指定される

(より物理的にはエネルギーと角運動量)



注: 全質量 M の位置は見やすいように内側にずらしている

連星からの重力波

基本になるのは四重極公式とその反作用

(1) 軌道長半径 a は減少する ($a \propto |E|^{-1}$)

-> 軌道角振動数 $\Omega = \sqrt{GM/a^3}$ は増加する

-> 重力波の振幅・振動数はともに増加する

いわゆるチャープ信号(chirp signal)

(2) 軌道離心率 e はさらに早く減少する

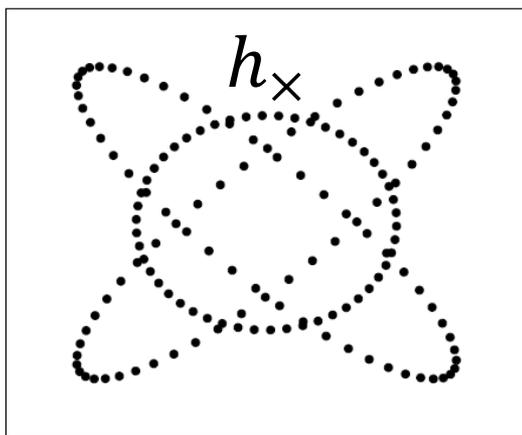
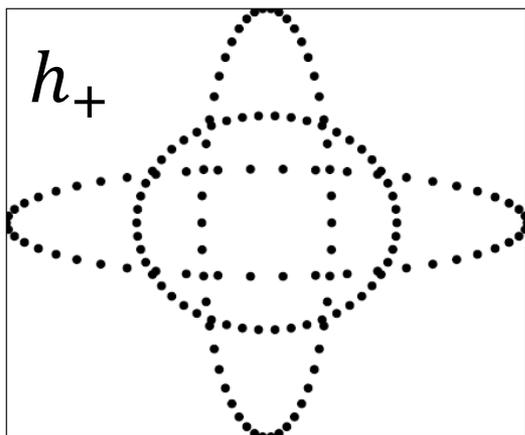
-> 現実の連星の合体直前は $e \approx 0$ の円軌道

重力波の検出原理

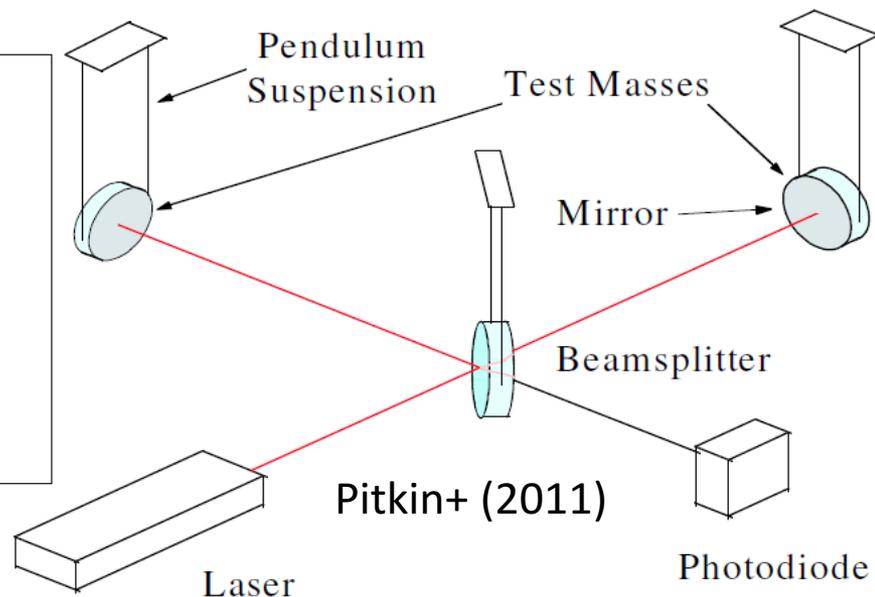
レーザー干渉計による距離の変化の差分検出

- 測地線偏差方程式が潮汐力の効果を記述

$$\frac{d^2 X^i}{dt^2} = -R^i{}_{0j0} X^j \approx \frac{1}{2} \ddot{h}_{ij}^{TT} X^j \quad (\text{Newtonian limit } \rightarrow -X^j \nabla_j \nabla^i \Phi)$$



Sathyaprakash&Schutz (2009)



Pitkin+ (2011)

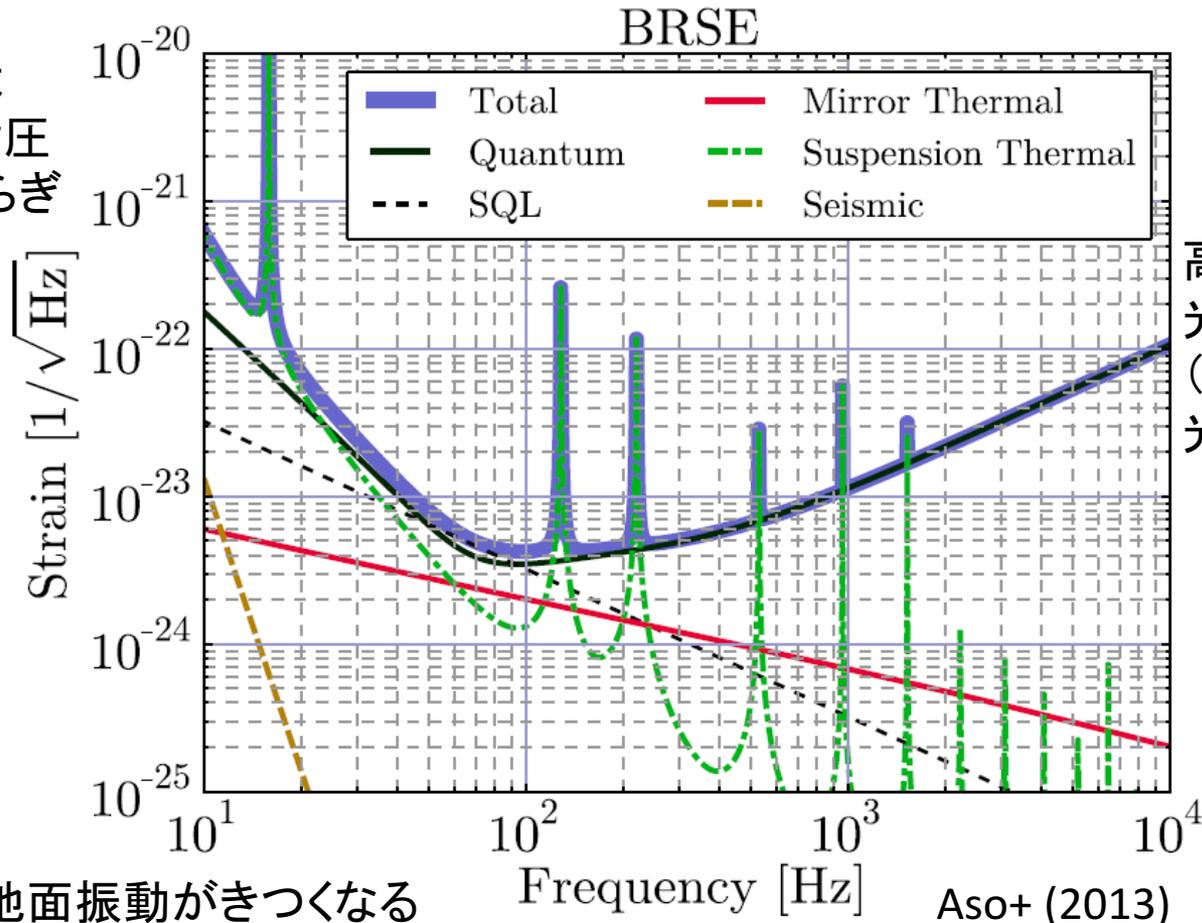
電磁波との比較：検出

- 天体のより深部を見通すことができる
- 天体の微視的状态を反映する電磁波と違い
天体の巨視的な運動を反映する (coherent)
- 重力波検出器は全方向に感度がある
 - ただし重力波は撮像や位置決定は苦手
- 距離の2乗で減るエネルギーを見るのではなく
距離の1乗でしか減らない振幅を見るので、
感度が一桁上がればイベント数は千倍に

重力波検出器の感度曲線

振動数での応答が理解しやすい: 10Hz-1kHz

低~中振動数は
レーザー放射圧
光子の振幅ゆらぎ



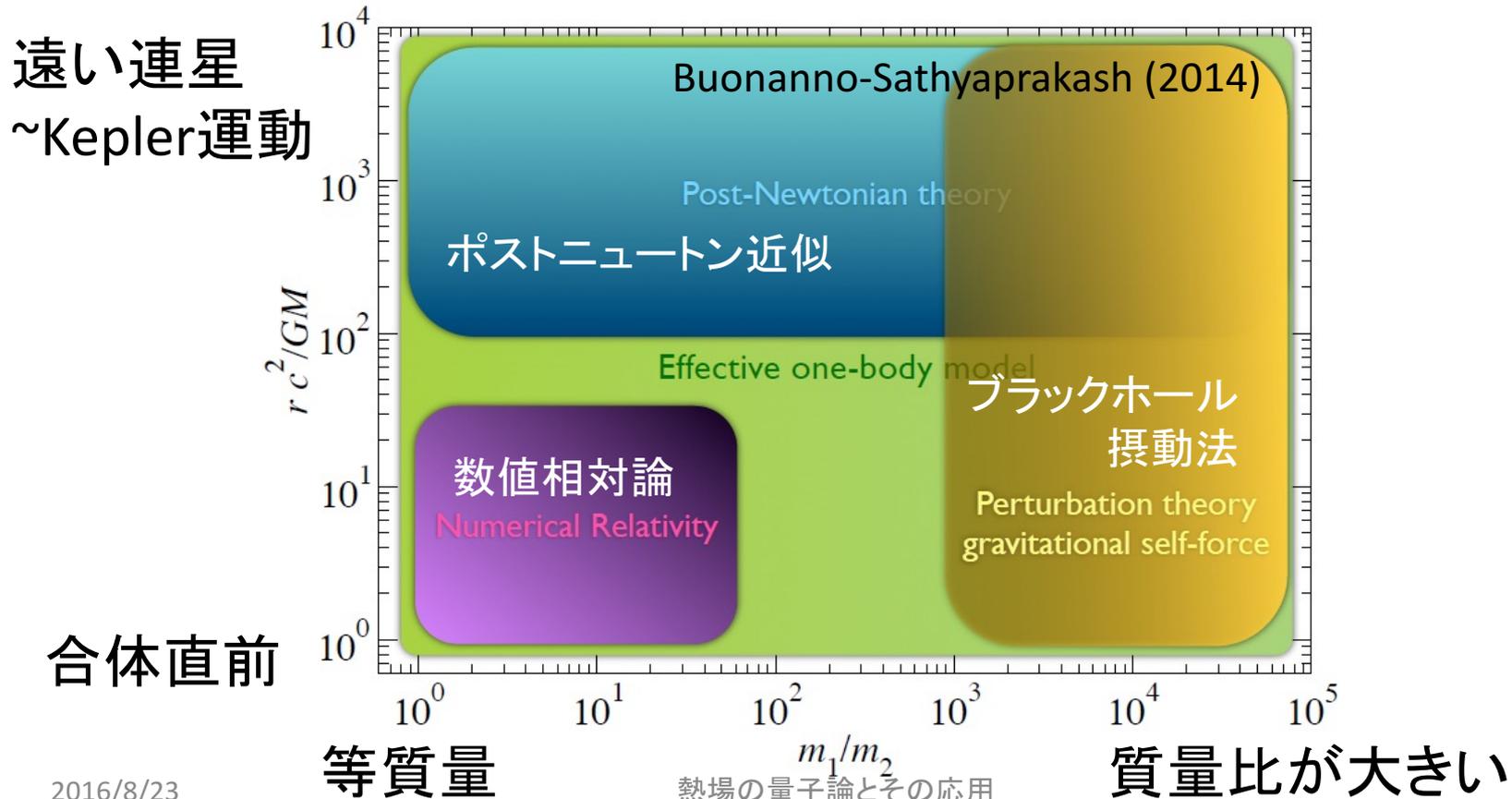
高振動数では
光子の散乱雑音
(ショットノイズ)
光子の位相ゆらぎ

10Hz以下では地面振動がきつくなる

Aso+ (2013)

一般相対論での二体問題

高振動数＝近い連星はNewtonでは扱えない
スピン、離心率、有限サイズを無視すると



ポストニュートン近似

連星が十分離れているときに有効な摂動展開

Newton重力からの相対論による摂動を扱う

展開パラメータは $x = GM/c^2 r \sim v^2/c^2$

(ビリアル定理により自己重力系では等価)

連星であればKepler運動からの摂動展開

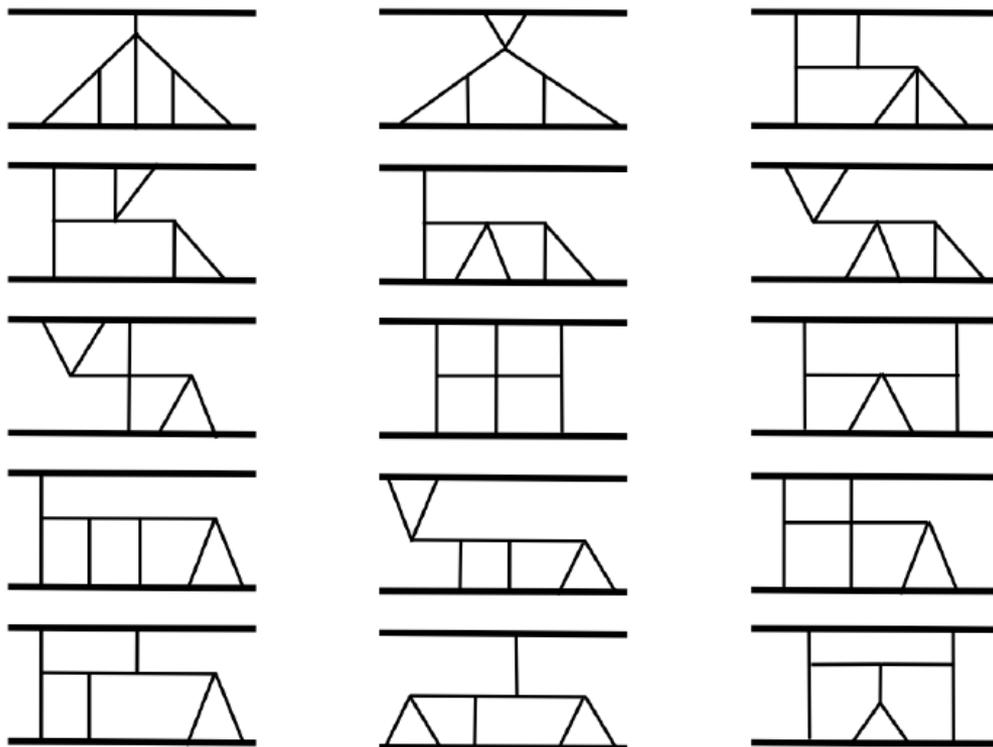
軌道角速度が便利 $x \equiv (GM\Omega/c^3)^{2/3}$

四重極モードの重力波とは $\Omega = \pi f$ の関係

余談：有効場理論

Post-Newton計算には色々な流儀が存在して、
摂動なのでdiagrammaticに計算する手法なども

(全然知らない)



これは4PN項の一部

今後はこの方向が
有望かもしれない

Porto (2016), from Foffa-Sturani (2013)

ブラックホール摂動法

ブラックホール周りの試験粒子なら測地線運動

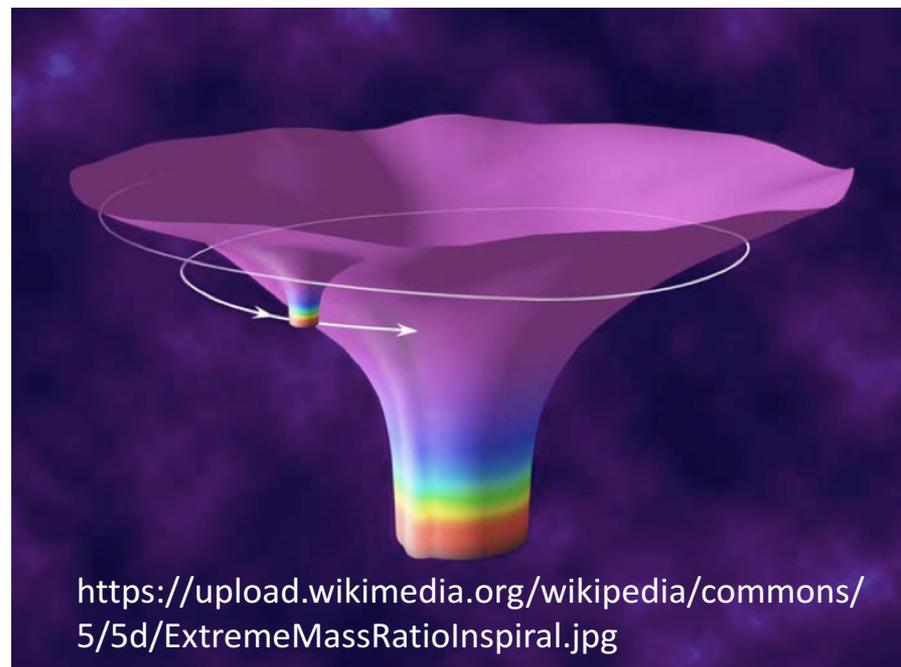
質量比 $q = m/M$ で

有限質量効果を展開

2次以上の効果は

計算されていないはず

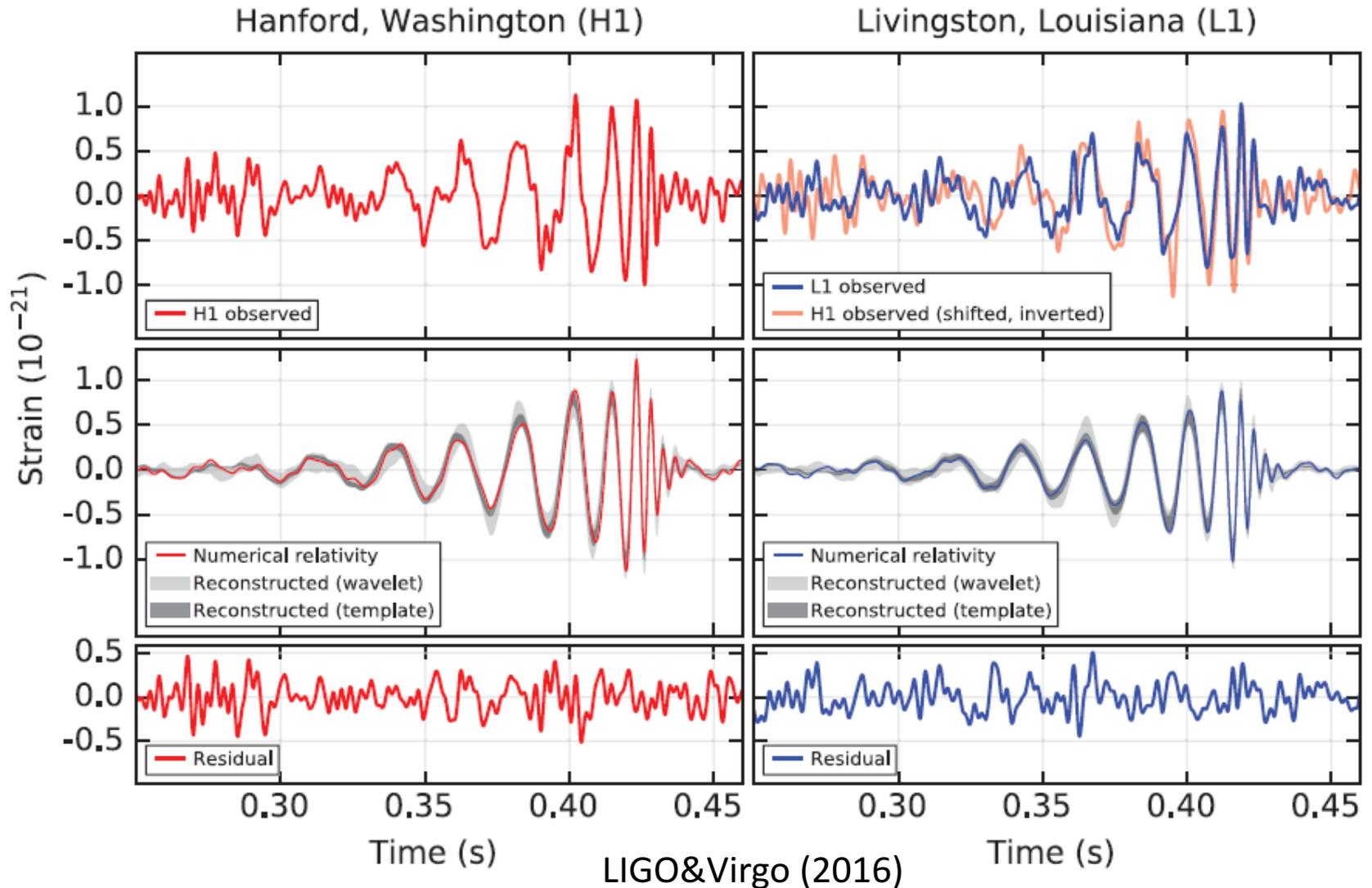
(かなり難しいらしい)



今後の宇宙重力波望遠鏡では重要になるので
計算できたら後々大いに役に立つかもしれない

3. 連星ブラック ホールからの 重力波

GW 150914

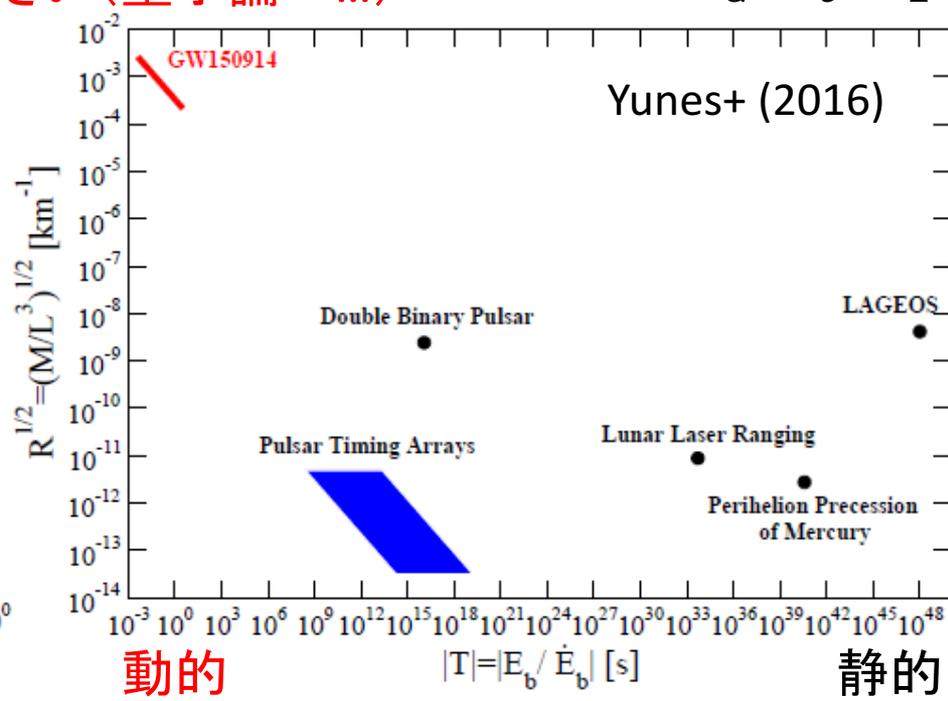
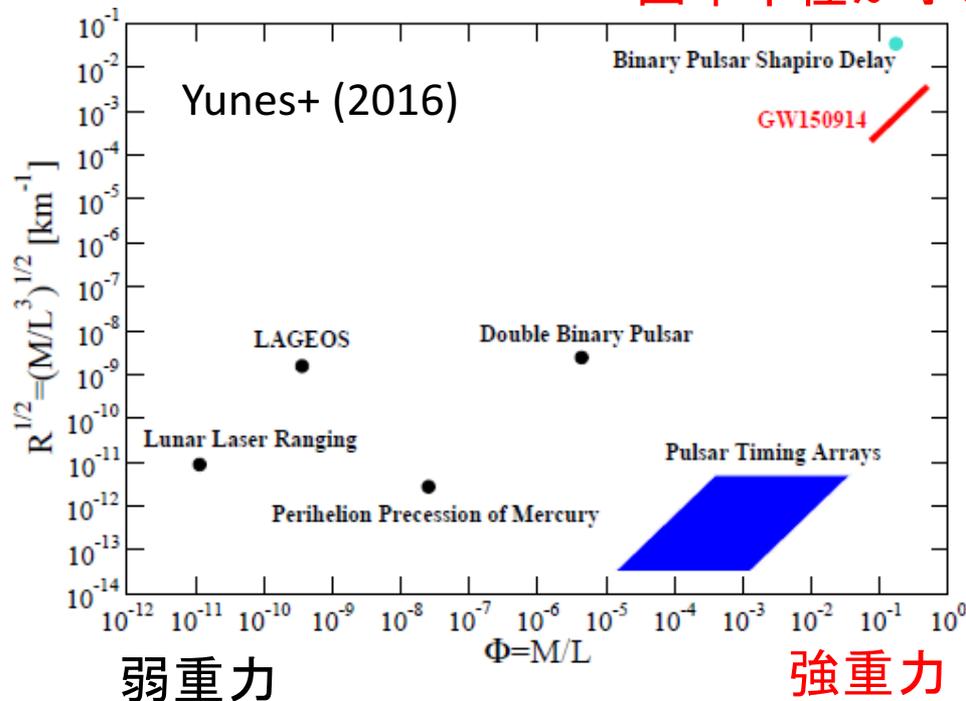


重力波観測の重要性

動的な強重力場を調べるための重要な手段

曲率半径が小さい(量子論へ...)

$G = c = 1$



曲率半径が大きい(古典)

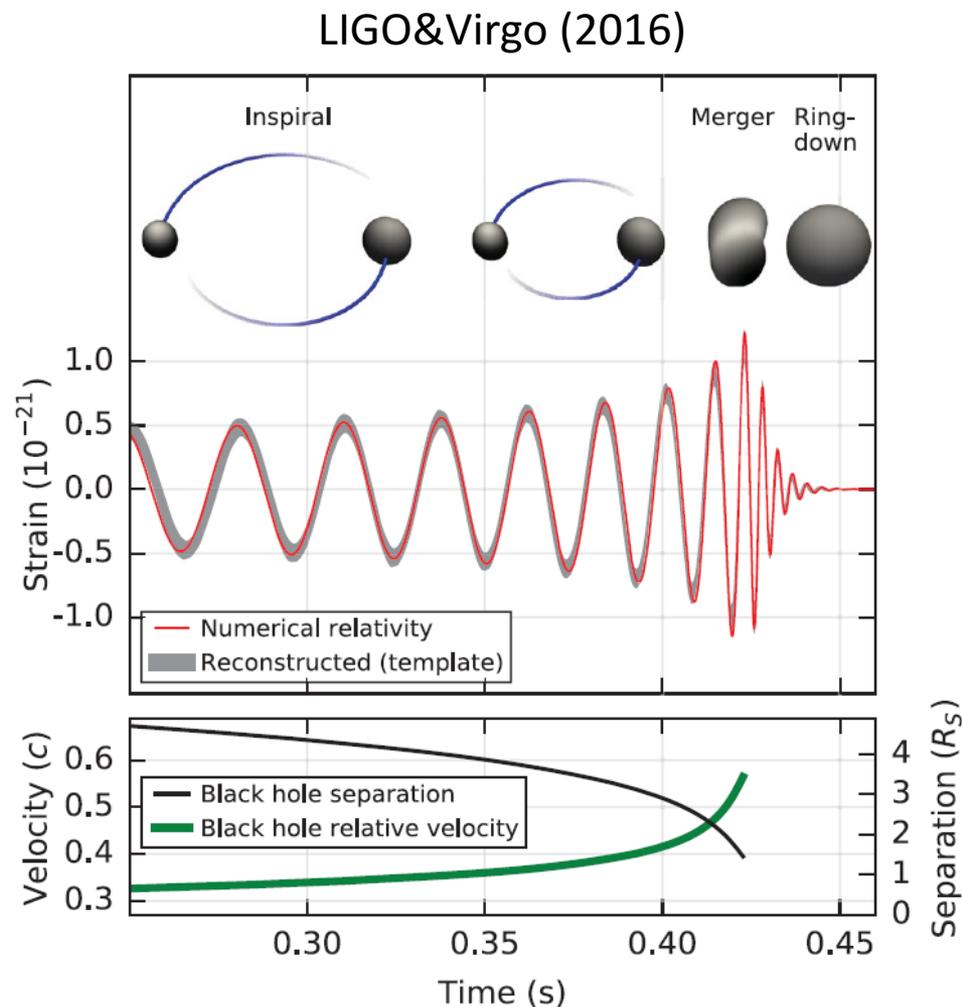
GW 150914の性質

振動数35Hz-250Hzを0.2秒で通り過ぎていった
30太陽質量でこんなに速く軌道運動できるのは
ブラックホールしかない(若干の留保あり)

Primary black hole mass		$36_{-4}^{+5} M_{\odot}$
Secondary black hole mass		$29_{-4}^{+4} M_{\odot}$
Final black hole mass		$62_{-4}^{+4} M_{\odot}$
Final black hole spin		$0.67_{-0.07}^{+0.05}$
Luminosity distance	100Mpc=3億光年= 3×10^{26} cm	410_{-180}^{+160} Mpc
Source redshift z	LIGO&Virgo (2016)	$0.09_{-0.04}^{+0.03}$

わかったこと

重力波は伝播する
ブラックホールはある
- 現在一番強い証拠
その連星はある
宇宙時間の中に
合体している
一般相対論が
破れる様子はない



振動数領域のpost-Newton波形

時間領域の重力波 $h(t) = A(t) \exp[i\Phi(t)]$ を
定常位相近似などでFourier変換

$$\tilde{h}(f) = \tilde{A}(f) \exp[i\Psi(f)]$$

中身は合体時刻 t_c 、合体時位相 Φ_c を用いて

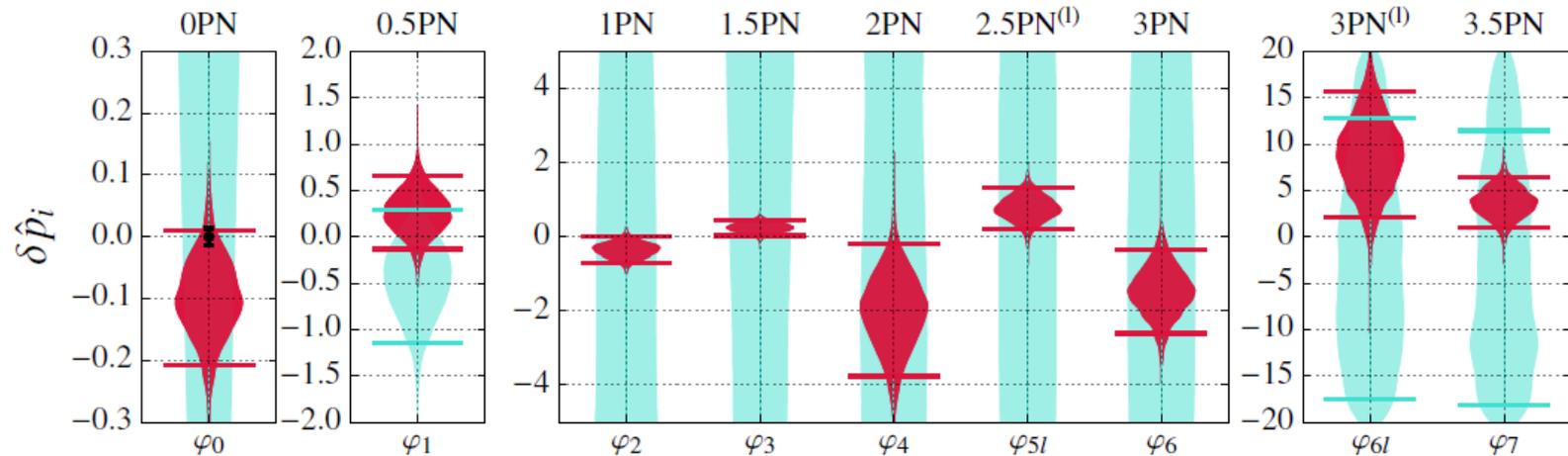
$$\Psi(f) = 2\pi f t_c - \Phi_c - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{128\eta x^{5/2}} \sum_i \phi_i x^i$$

$\eta = \mu/M$: symmetric mass ratioと呼ばれる

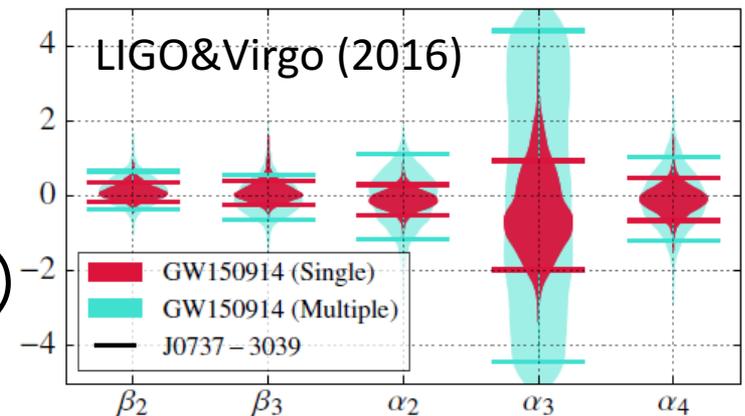
$\phi_0 = 1$ の項も含め、係数に系の情報が入る

post-Newton係数への制限

高次のPN効果に対する初めての有意な制限



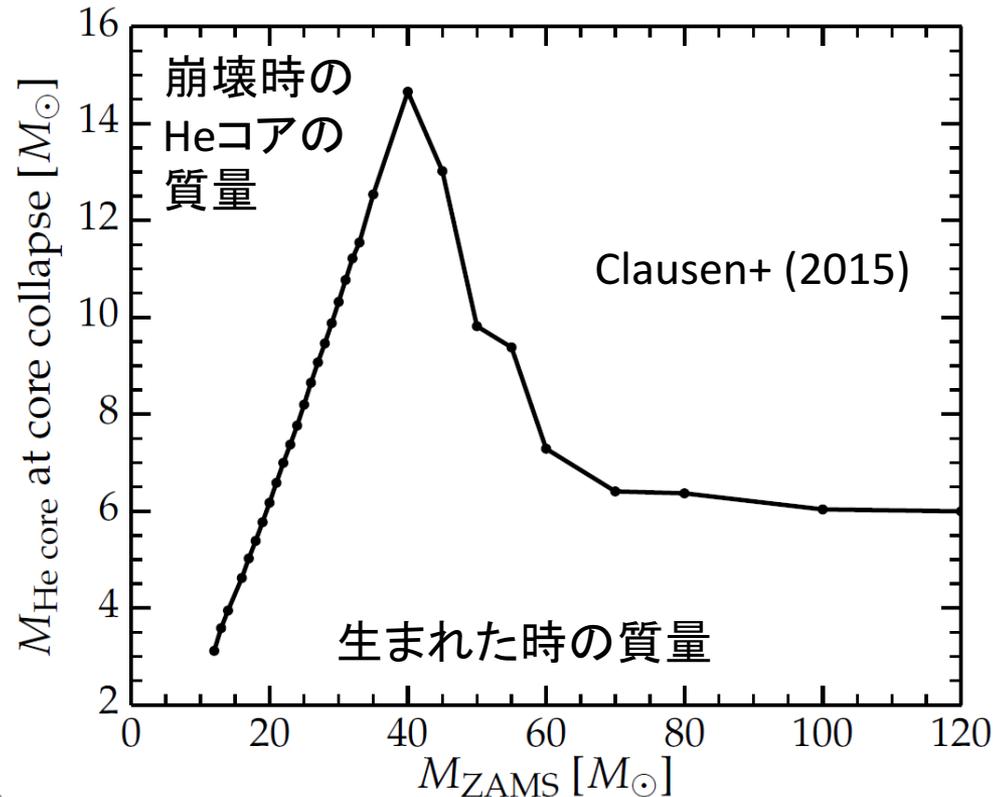
インスパイラル(上)に加え
合体(右)でも制限される
(理論値は数値相対論から)



よくわからないこと

30太陽質量以上のブラックホールがあるらしい
恒星は100太陽質量以上に重く生まれてもいい

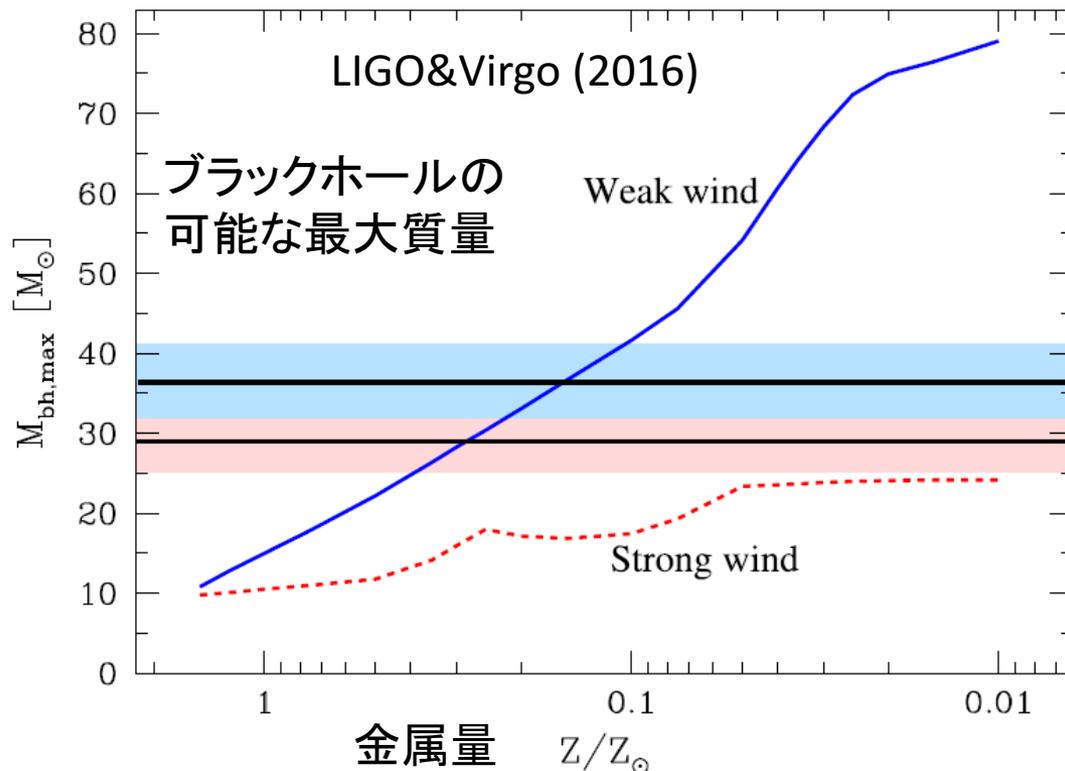
しかし燃える間に
その熱で恒星風が
吹き、外層を飛ばし
潰れる前に軽くなる



大質量ブラックホールを作るには

低金属量がほぼ絶対条件、かつ恒星風が弱い
低金属環境で生まれた古い星、初代星かも？

他にも
球状星団などでの
力学的相互作用
原始ブラックホール
(暗黒物質の候補)
など諸説あり



Was Einstein right?

見るところ標準的な見解は

「一般相対論は正しい、ブラックホールもある」
のようだが

- 今回本当に確かめられたのは $R_{\mu\nu} = 0$ だけ
- 準固有振動は複数モードが高精度で必要
- black hole alternativeがどのくらい死んだのか
判断しかねるところがある (e.g., gravastar)
- ただし重力波の伝播は割と制限できている

重力子の質量

質量があると分散関係が $E^2 = p^2 c^2 + m_g^2 c^4$

$$\frac{v_g^2}{c^2} \simeq 1 - \frac{m_g^2 c^4}{E^2} = 1 - \frac{h^2 c^2}{\lambda_g^2 E^2}$$

重力波の位相は距離に比例した補正を受ける

Compton波長 $\lambda_g > 5.8 \times 10^{12}$ km

重力子の質量 $m_g < 2.2 \times 10^{-22}$ eV

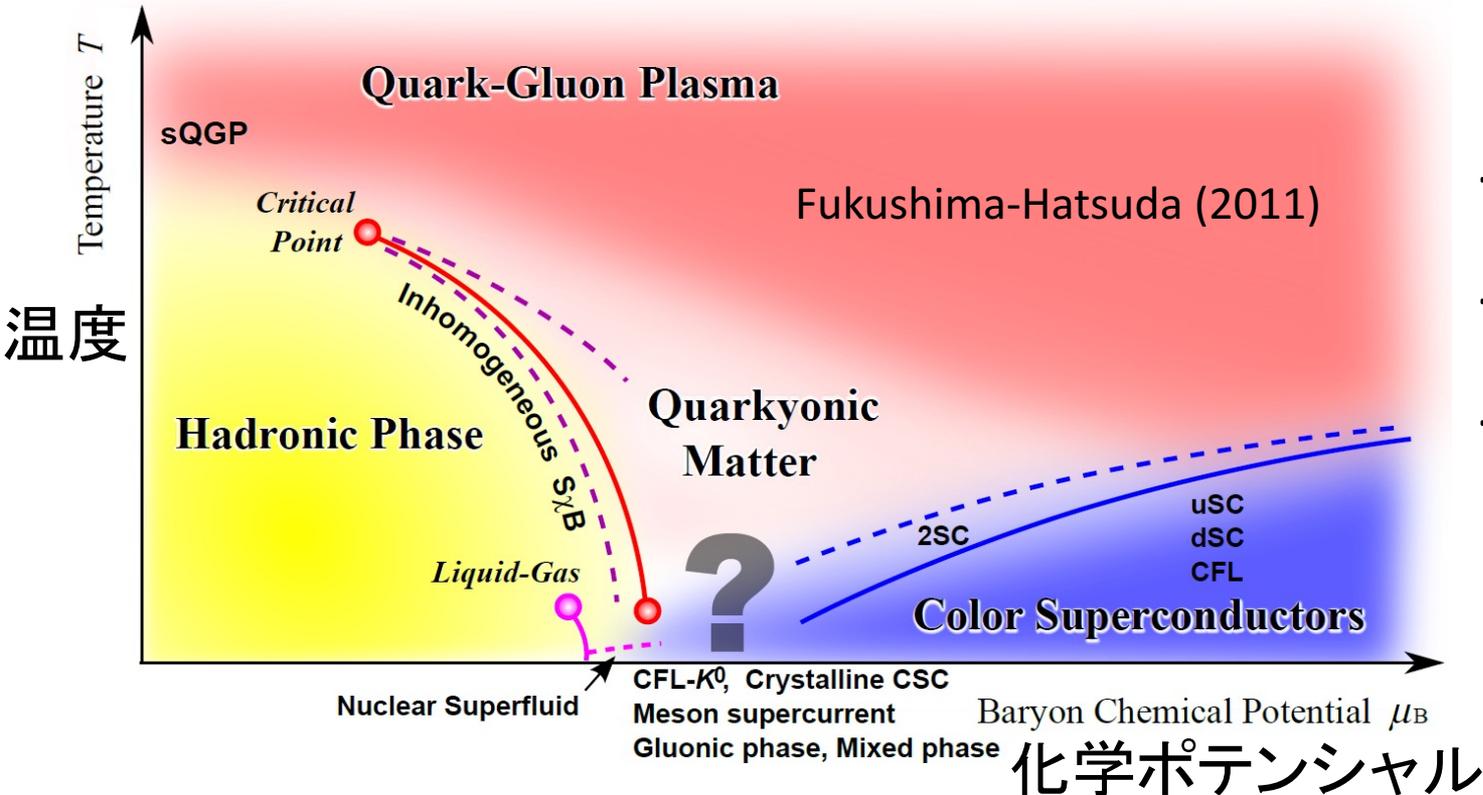
- モデルによらない制限としては一番に近い

4. 中性子星連星 からの重力波

中性子星-中性子星(連星中性子星)と
ブラックホール-中性子星連星とを
まとめてここでは中性子星連星と呼ぶ

中性子星

主に中性子でできている天体 or 巨大な原子核
 中性子の縮退圧で支えられているのではない



核力！

- 低温
- 高密度
- 非対称
($n \gg p$)

中性子星を含む連星の合体

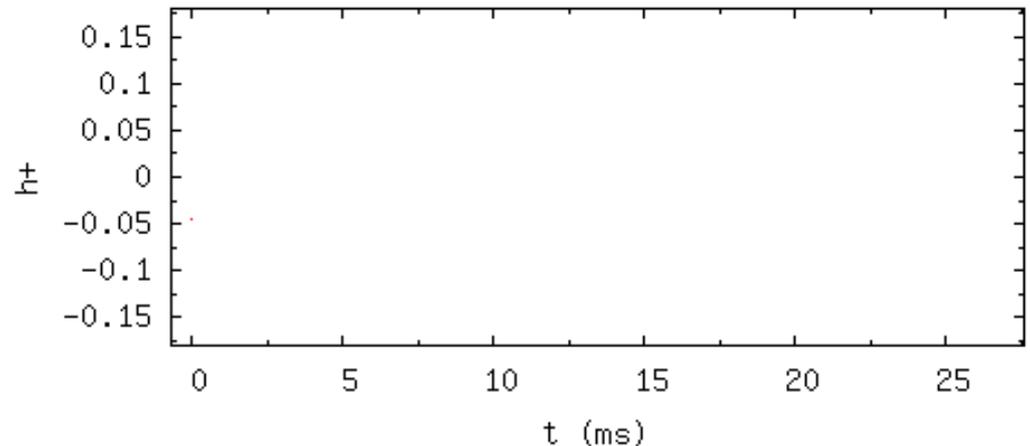
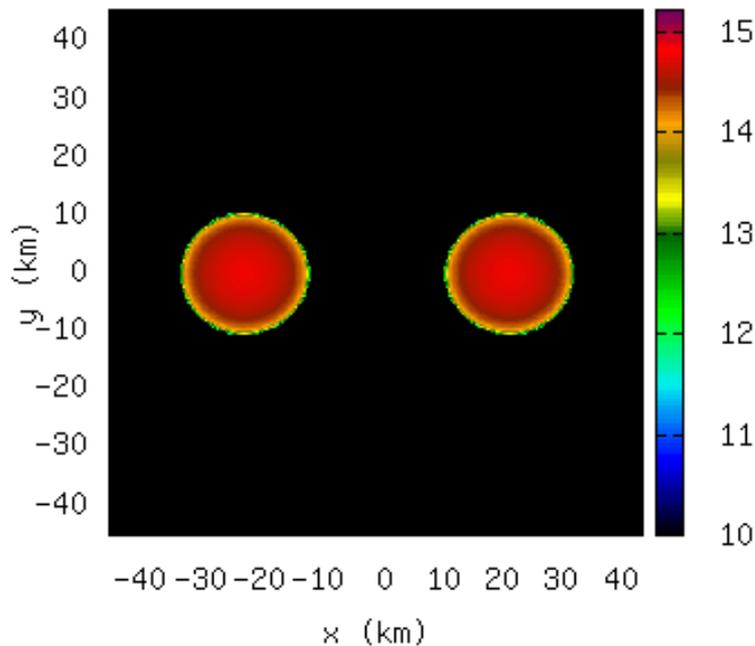
- 最も有望な重力波源
 - 非真空の時空での重力理論の検証
 - 中性子星の状態方程式へのプローブ
- ショートガンマ線バーストの起源天体候補
 - 宇宙物理における最大の謎の一つ
- 中性子過剰な物質の供給源候補
 - r過程元素合成(鉄より重い中性子過剰核)
 - 電磁波放射の引き金

連星中性子星の合体

左: 軌道面上の静止質量密度

右: プラスモードの重力波(真上から見たもの)

t=0 ms

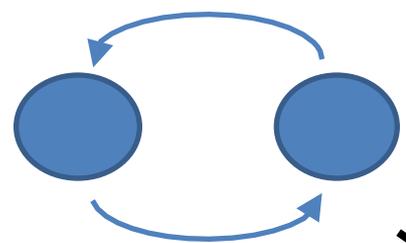


仏坂健太氏によるアニメーション
From Hotokezaka, KK+ (2011)

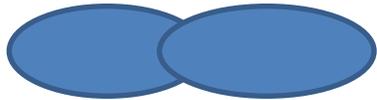
連星中性子星からの重力波

Early inspiral: 質量、スピン...

Postmerger: 極限状況の物理？

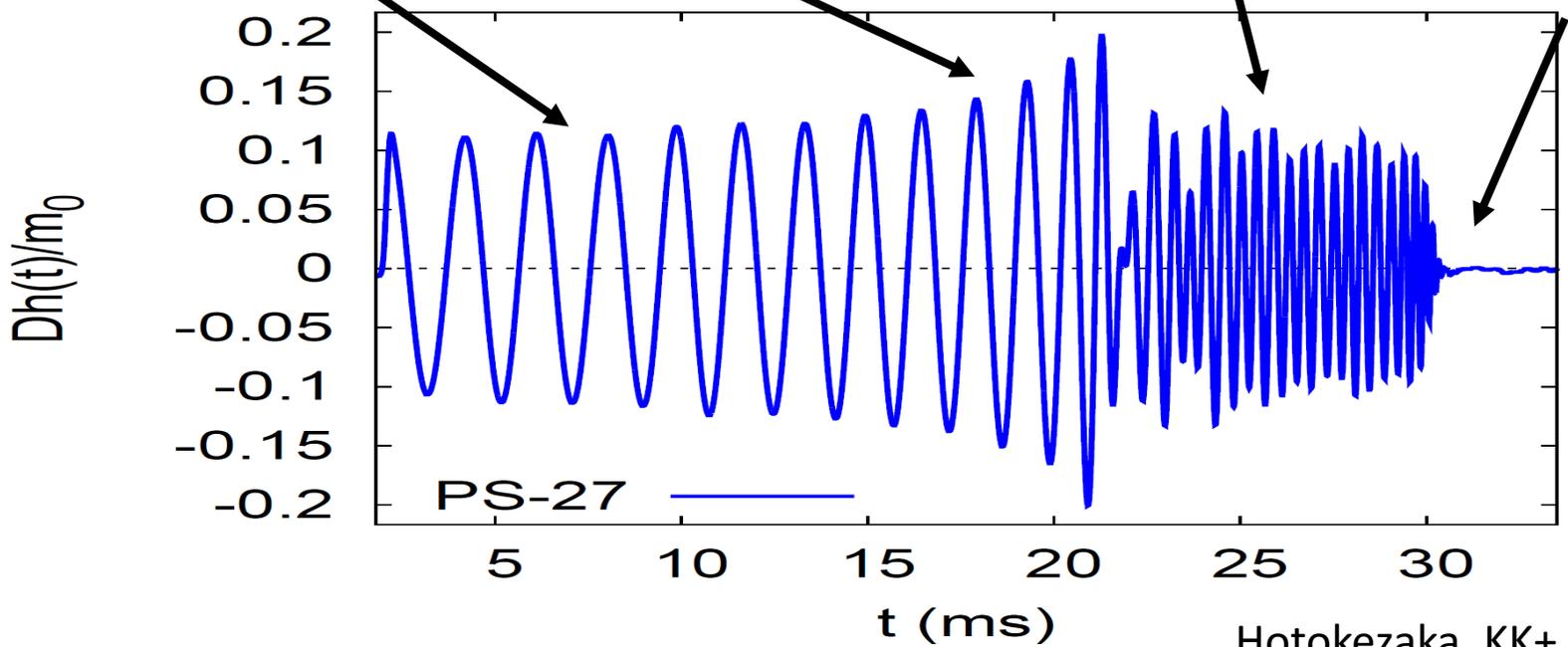
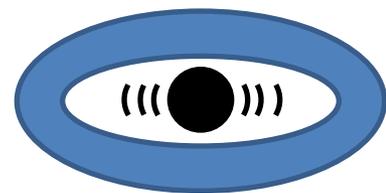


Late inspiral and merger: 潮汐変形、状態方程式



(H/S) MNS

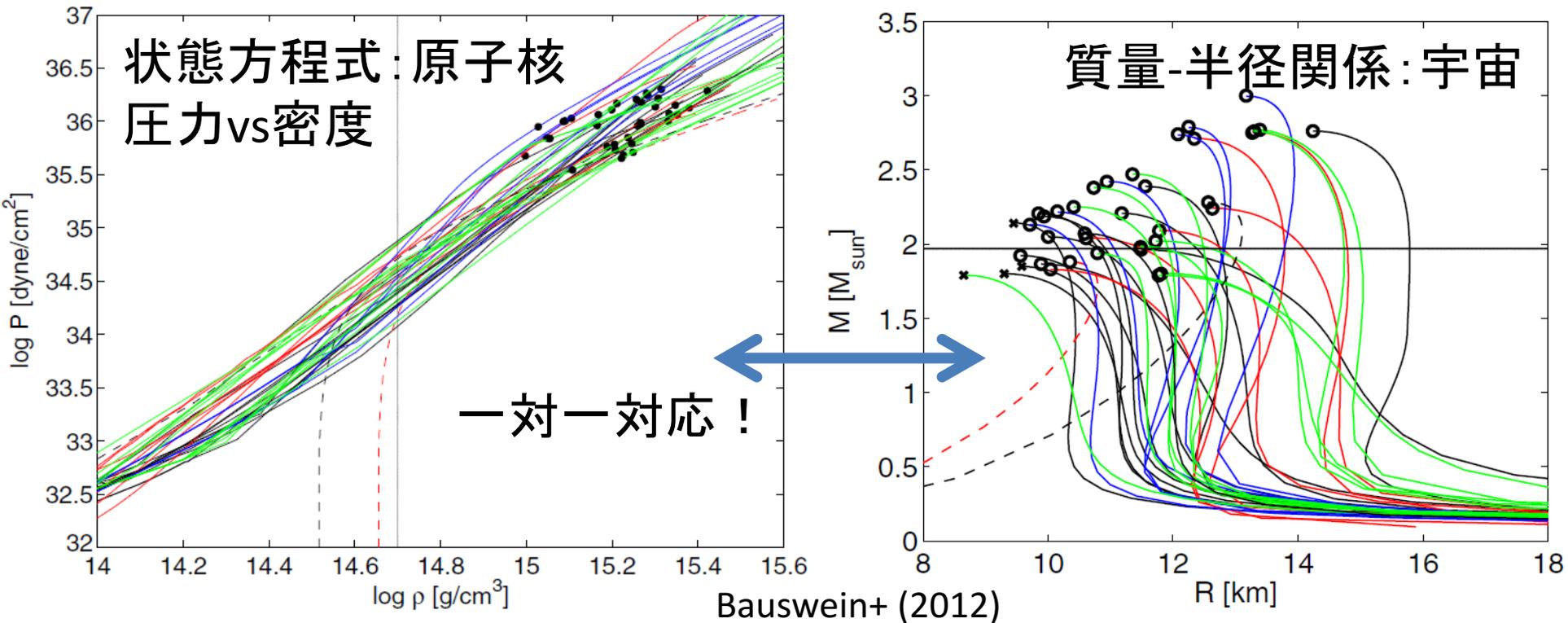
Ringdown: BH



Hotokezaka, KK+ (2011)

中性子星の状態方程式

状態方程式が質量-半径関係と一対一に対応することは過去に示されている (Lindblom 1992)



位相から読み取れる情報

0PN: チャープ質量 $\mathcal{M} = \mu^{3/5} M^{2/5}$

1PN: 質量比 (symmetric mass ratio) $\eta = \mu/M$

1.5PN: スピン角運動量の成分の一部

- スピンは全部で6成分あるのでややこしい
- かつ質量比と強く縮退してしまいがち
- 中性子星のスピンは無視できると考えられる

...

5PN: 潮汐変形率

潮汐変形率

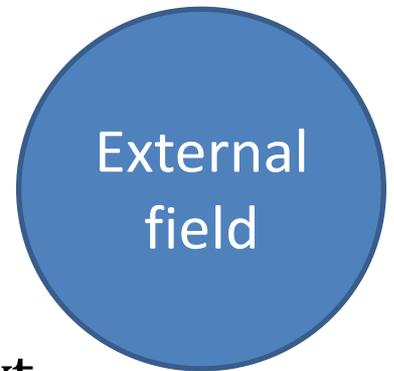
流体が軌道進化へ及ぼす影響を特徴付ける量
潮汐力への線形応答を表す、半径と強く相関

$$\Lambda = G\lambda \left(\frac{c^2}{GM} \right)^5 = \frac{2}{3} k \left(\frac{c^2 R}{GM} \right)^5$$

$k \sim 0.1$: (second) tidal Love number



$$Q_{ij} = -\lambda \varepsilon_{ij}$$



$$Q_{ij} \equiv \int \rho \left(x_i x_j - \frac{x^2}{3} \delta_{ij} \right) d^3 x$$

$$\varepsilon_{ij} \equiv \frac{\partial^2 \Phi_{\text{ext}}}{\partial x^i \partial x^j}$$

なぜあえて数値相対論？

5PN, 6PN項でそれぞれの潮汐変形率がわかるだろう、ということまで理解されている

現状問題な点：摂動計算では精度が不十分

5PNや6PNまでは点粒子効果の計算がない

- BH-BHの数値相対論計算に手で潮汐効果を付け加えるやり方はいえる(既にある)

またやはり合体直前では諸々の近似が破れる

- 断熱近似、中性子星の線形応答...

数値相対論

連星の合体段階ではほぼ唯一の定量的手法

Einstein方程式

$$G_{\mu\nu} = (8\pi G/c^4)T_{\mu\nu}$$

流体の方程式

$$\nabla_{\mu}(\rho u^{\mu}) = 0, \quad \nabla_{\nu}T^{\mu\nu} = 0$$

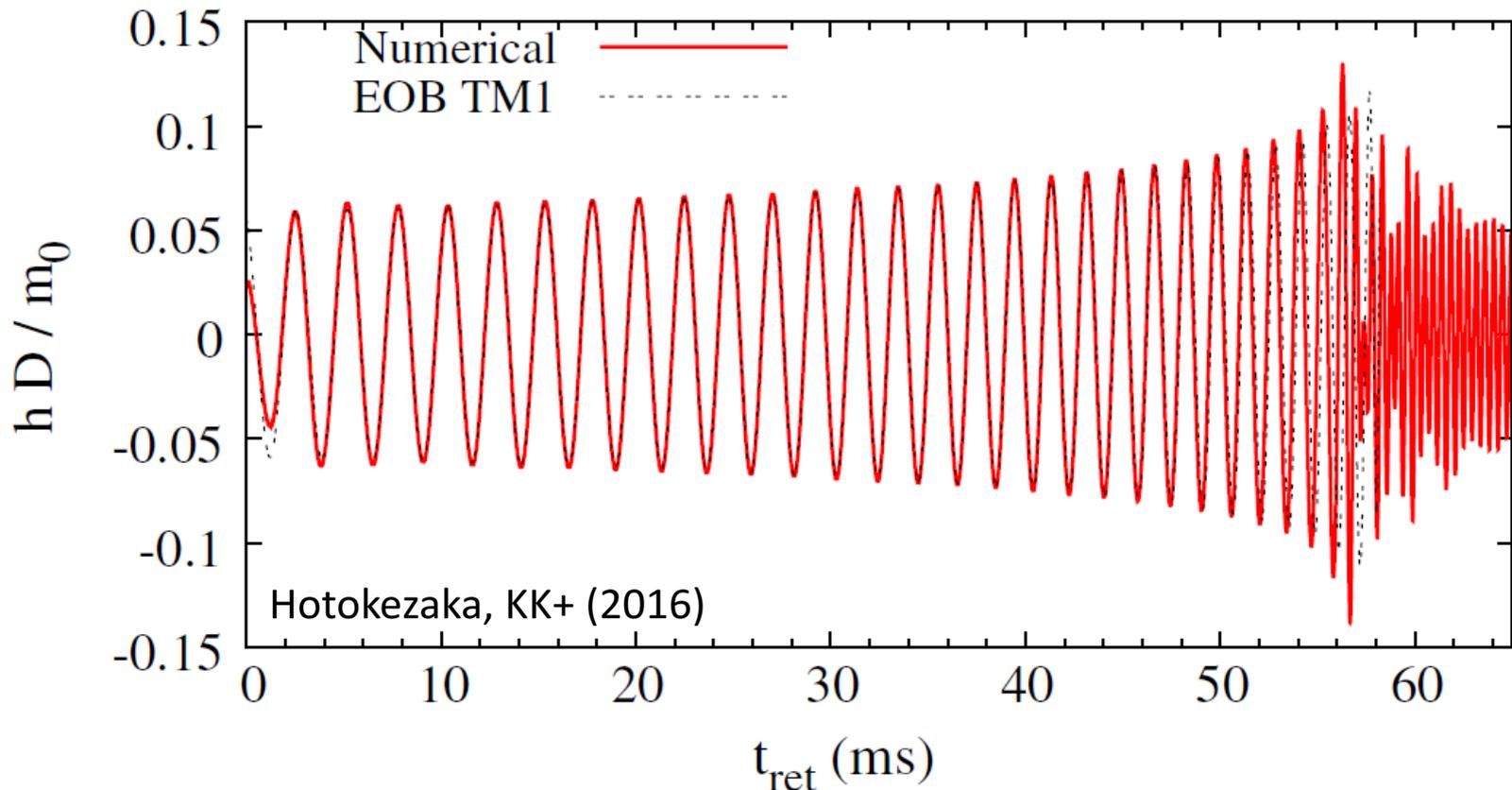
+状態方程式 $P = P(\rho)$, $P = P(\rho, T, Y_e) \dots$

これらを計算機上で数値的に解く

他にもMaxwell方程式、ニュートリノ輸送...

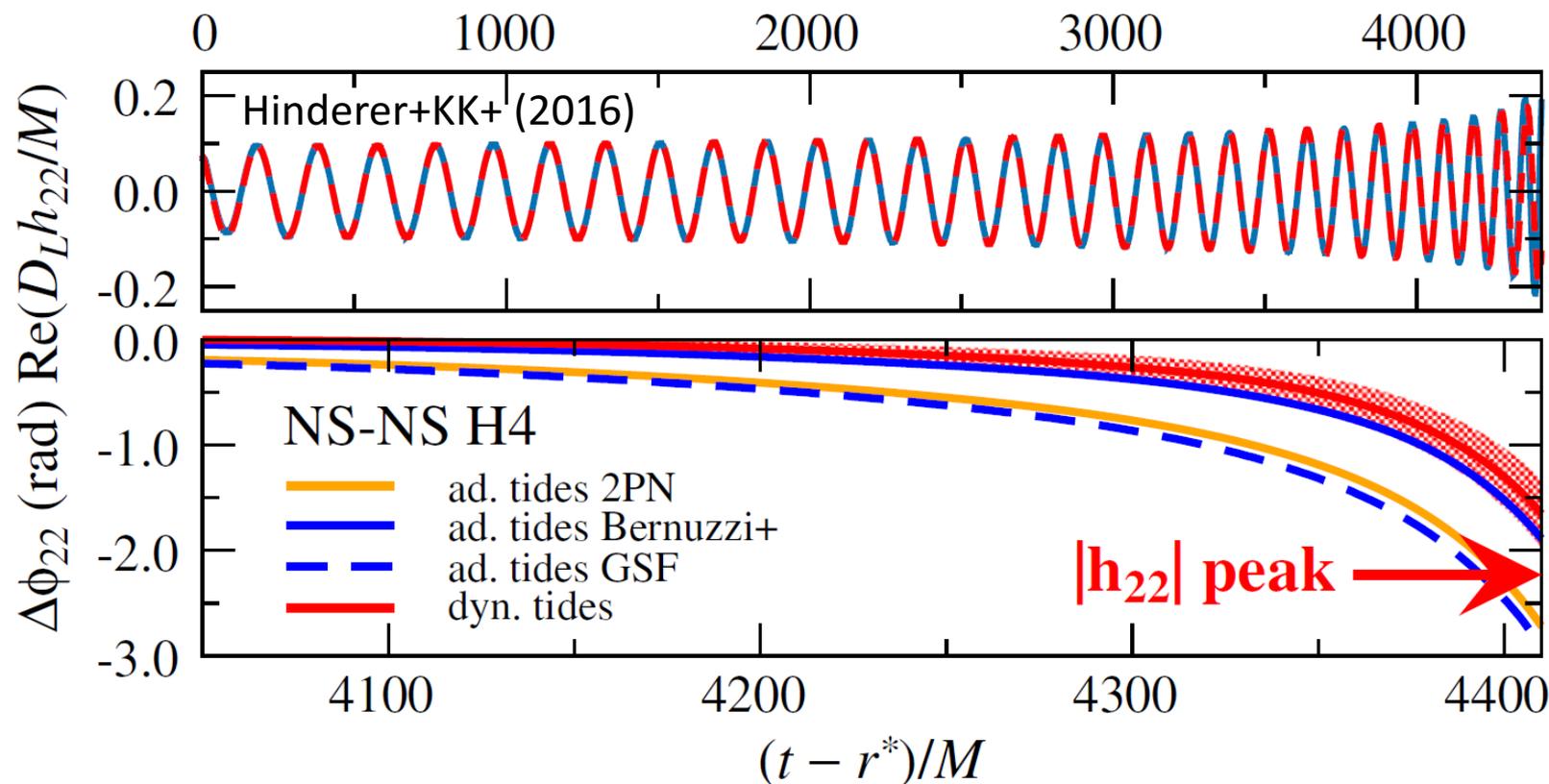
高精度波形の計算

合体前後では最も信頼できるが全パラメータは計算しきれない: 解析モデルの較正に使う



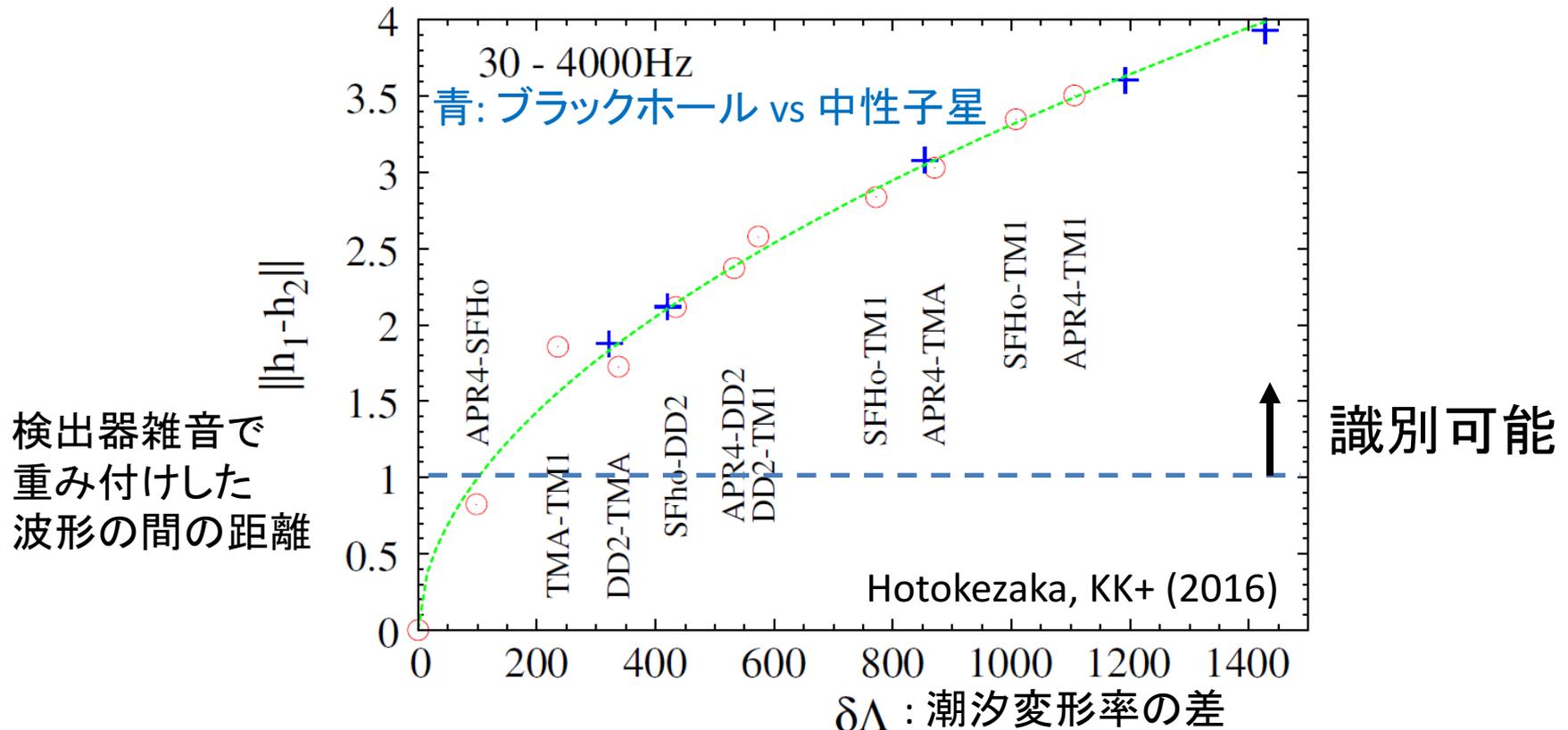
解析モデル側の最近の進展

諸々の近似を外したEffective one bodyモデルを
数値相対論と比較：合体直前だけはまだ微妙



状態方程式間の識別能力

期待できる距離からの重力波の観測によって
中性子星の半径を1km程度で判別できそう



5. まとめ

まとめ

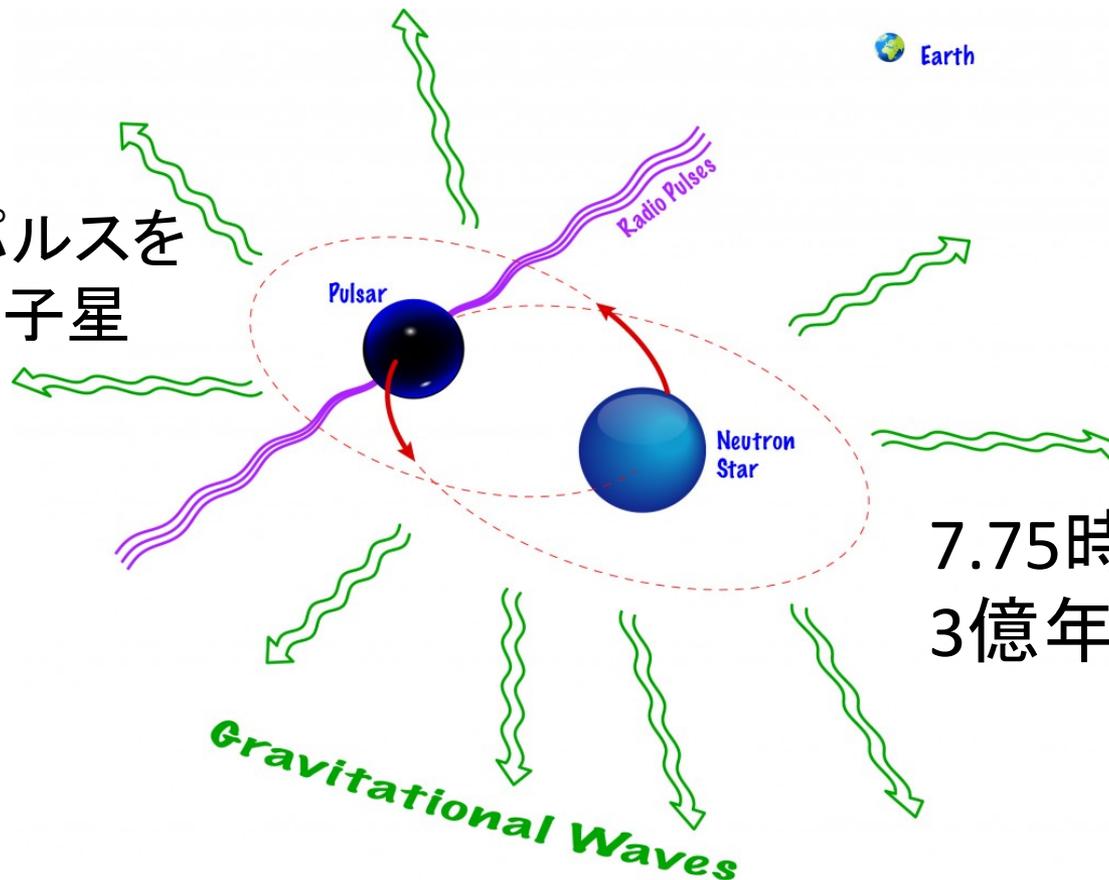
- 連星ブラックホールの合体からの重力波が観測され、重力波天文学が始まった
- 今後数年の間に、連星中性子星などからの重力波も観測が進むと期待される
- 連星中性子星からの重力波は中性子星の半径や状態方程式など、高密度でのQCDの手がかりになる情報への手がかりになる
- そのための理論モデルの精緻化や、新しい解析手法の考案がまだまだ必要

Appendix

連星パルサー PSR1913+16

Hulse-Taylor binaryとも(1974年に発見)

パルサー：
安定に電波パルス
放射する中性子星



7.75時間周期
3億年で合体

<http://asd.gsfc.nasa.gov/blueshift/wp-content/uploads/2016/02/htbinarypulsar-1024x835.jpg>

重力波放射の最初の観測的証拠

連星パルサーPSR B1913+16

重力波による軌道の減衰

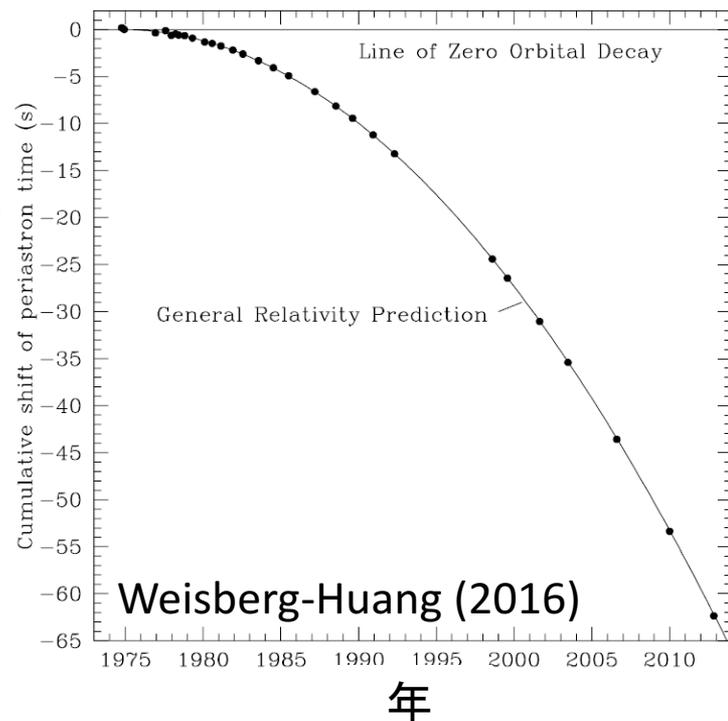
$$\frac{\dot{P}_b^{\text{intr}}}{\dot{P}_b^{\text{GR}}} = \frac{(-2.398 \pm 0.004) \times 10^{-12}}{(-2.40263 \pm 0.00005) \times 10^{-12}} = 0.9983 \pm 0.0016$$

P_b : 軌道周期

それが短くなるのを観測

(この例では離心率も重要)

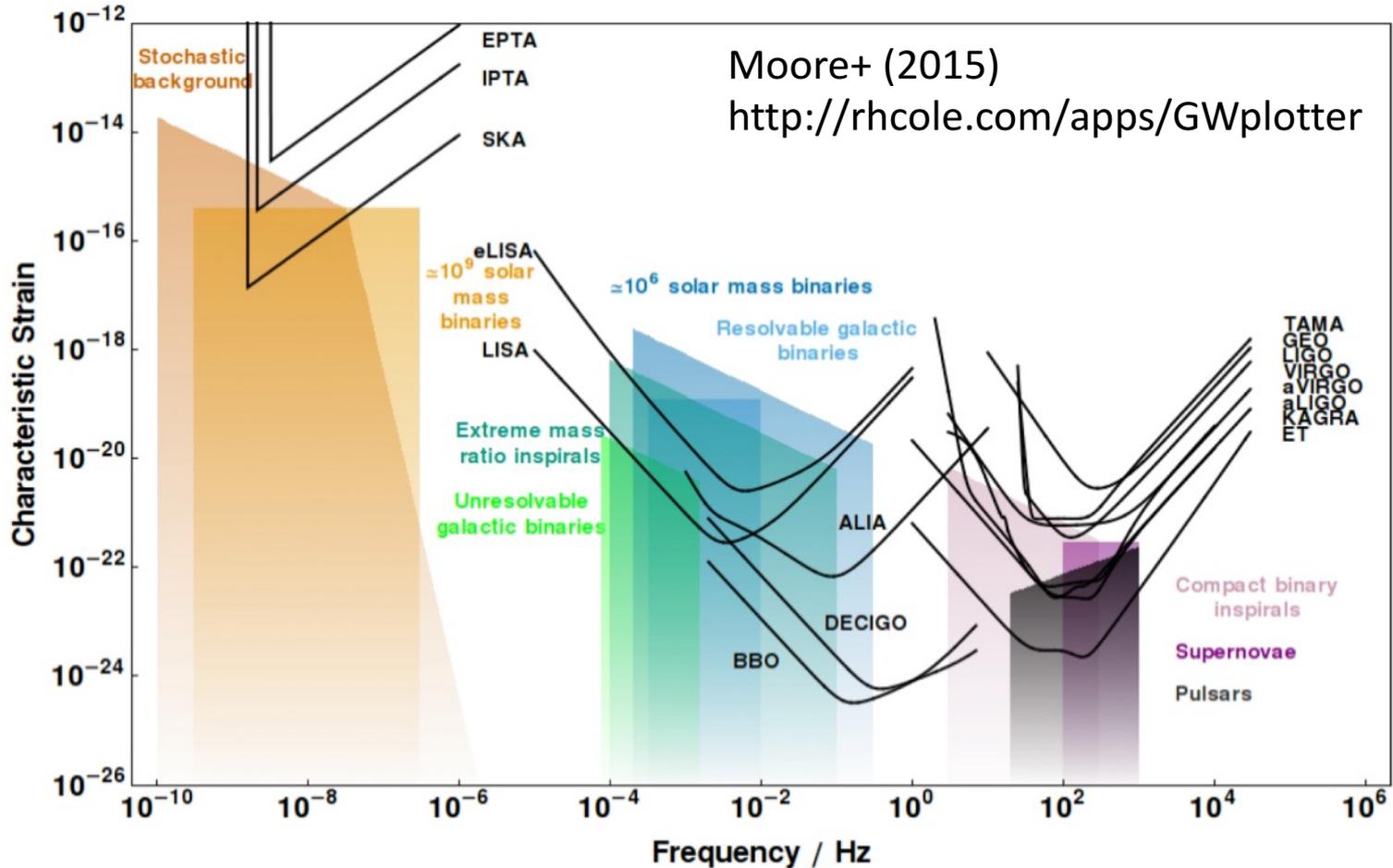
縦軸: 軌道周回数のずれの積算



直接検出はもっと重要: 伝播、重力波の速度...

色々な検出計画

これ以外にも共振型、原子干渉計、CMB...



第一世代での重要な成果

重力波が直接検出されなかった時代であってもそれ自体からいくつかの制限が得られている

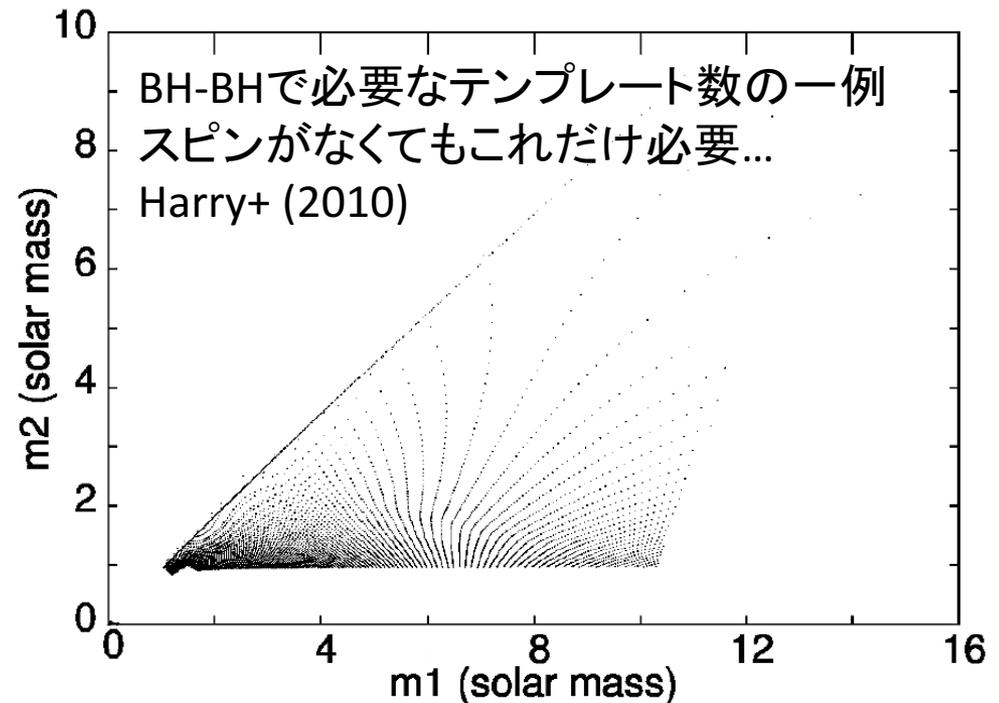
- 背景重力波への上限 (LIGO&Virgo 2009)
 - ビッグバン元素合成よりも厳しい制限
- パルサーへの上限 (LIGO 2009, LIGO&Virgo 2011)
 - Crab, Velaのスピンダウンは重力波ではない
- 連星の合体率への上限 (many by LIGO&Virgo)
 - 今もアップデートされている (e.g. arXiv:1607.07456)

重力波データ解析の観点から

最も正確なのは数値相対論とはいえど

- 周回数が稼げない(~ 10000 周 vs ~ 10 周)
- 全パラメータ領域で計算できるわけではない

解析的に書ける
波形のモデルが
重要ということに
変わりはない



やや詳細：断熱近似(1)

束縛エネルギーやエネルギー放射率を展開

$$E(x) = -\frac{\mu c^2 x}{2} \left(1 + e_1 x + e_{1.5} x^{3/2} \dots \right)$$

- Leadingは通常の1/rポテンシャル二体問題

$$\mathcal{F}(x) = \frac{32c^5}{5G} \frac{\mu^2}{M^2} x^5 \left(1 + f_1 x + f_{1.5} x^{3/2} + \dots \right)$$

- Leadingは四重極公式で決まっている

M は全質量、 μ は換算質量

やや詳細：断熱近似(2)

断熱近似：重力波放射による軌道進化の時間スケールが、軌道周期よりずっと遅いとすれば

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx/dE}{dt/dE} = \frac{F(x)}{dE(x)/dx}$$

として、先の表式から軌道進化が得られる
連星の位相進化は(重力波はこの二倍)

$$\frac{d\Phi}{dt} = \Omega(t) = \frac{c^3}{GM} x^{3/2}$$

- 軌道進化がなければ $\Phi = \Omega t = 2\pi f_{\text{orb}} t$

補足：なぜ逆べきになるか？

t_c, Φ_c を導入した上で、合体までの時刻が

$$t_c - t = \frac{5GM}{256c^3} \frac{1}{\eta x^4}$$

と x の逆べきで表わされるところから来ている

- ここでの議論は全て leading order term のみ

位相: $\Phi_c - \Phi(t) \propto -(t_c - t)^{5/8} \propto -x^{-5/2}$

Fourier kernel: $2\pi f t = 2\pi f t_c - 2\pi f (t_c - t)$

- 第二項の依存性も $x^{3/2} \times x^{-4} = x^{-5/2}$

GW 151226

軽め (~銀河系内)

スピンもあったようだ

Primary black hole mass

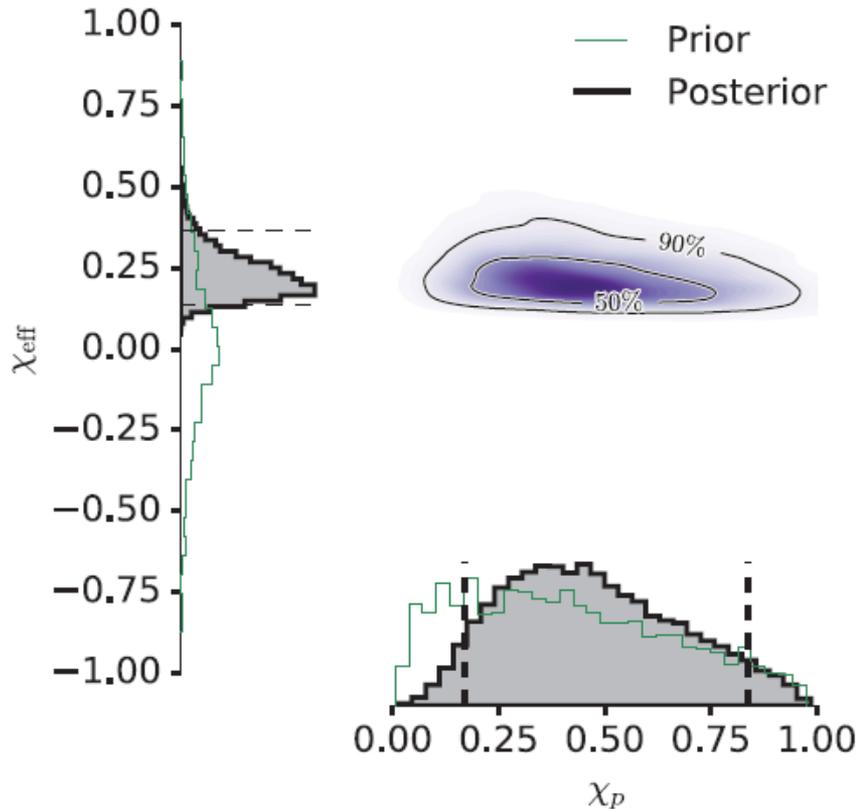
$$14.2^{+8.3}_{-3.7} M_{\odot}$$

Secondary black hole mass

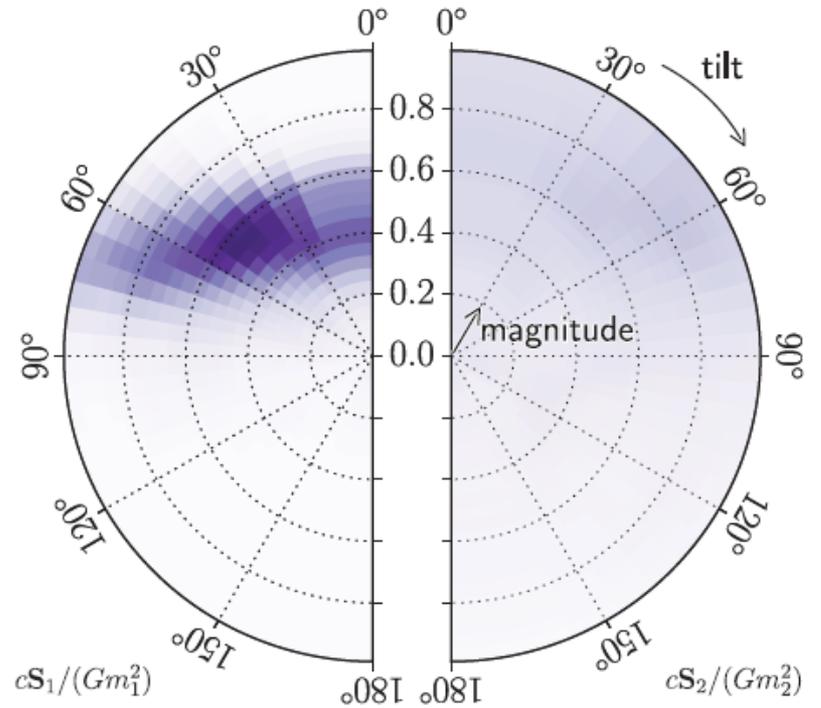
$$7.5^{+2.3}_{-2.3} M_{\odot}$$

Chirp mass

$$8.9^{+0.3}_{-0.3} M_{\odot}$$



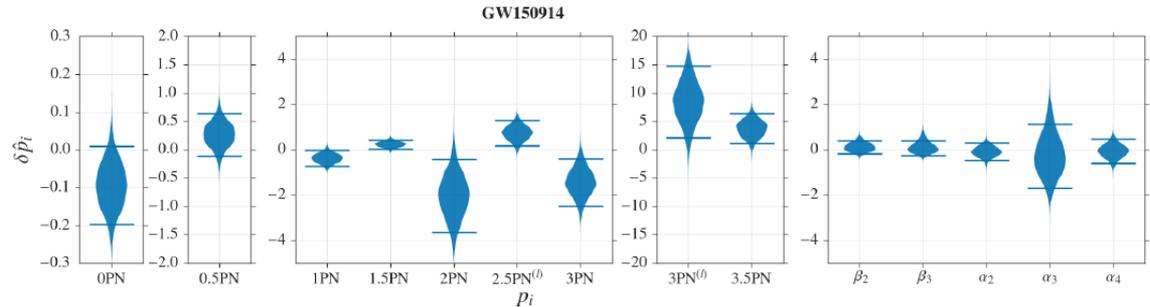
LIGO&Virgo (2016)



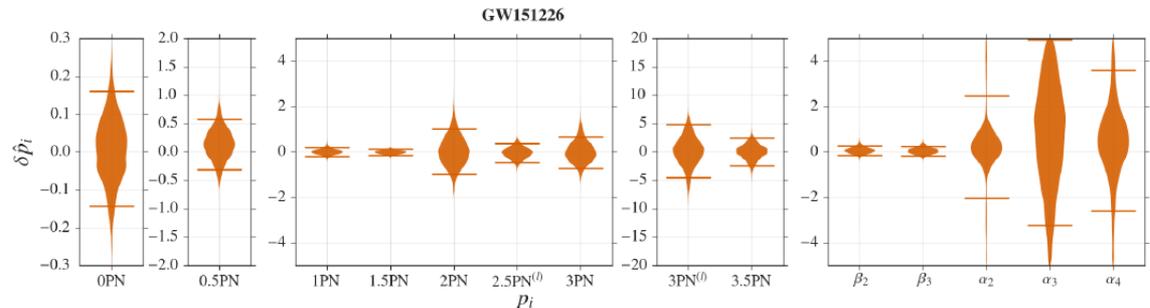
再: post-Newton係数

複数イベントを組み合わせて精度が向上

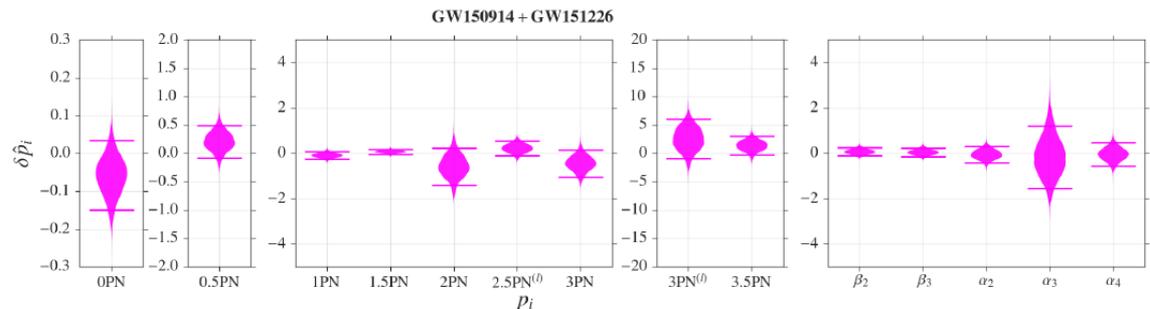
GW 150914



GW 151226

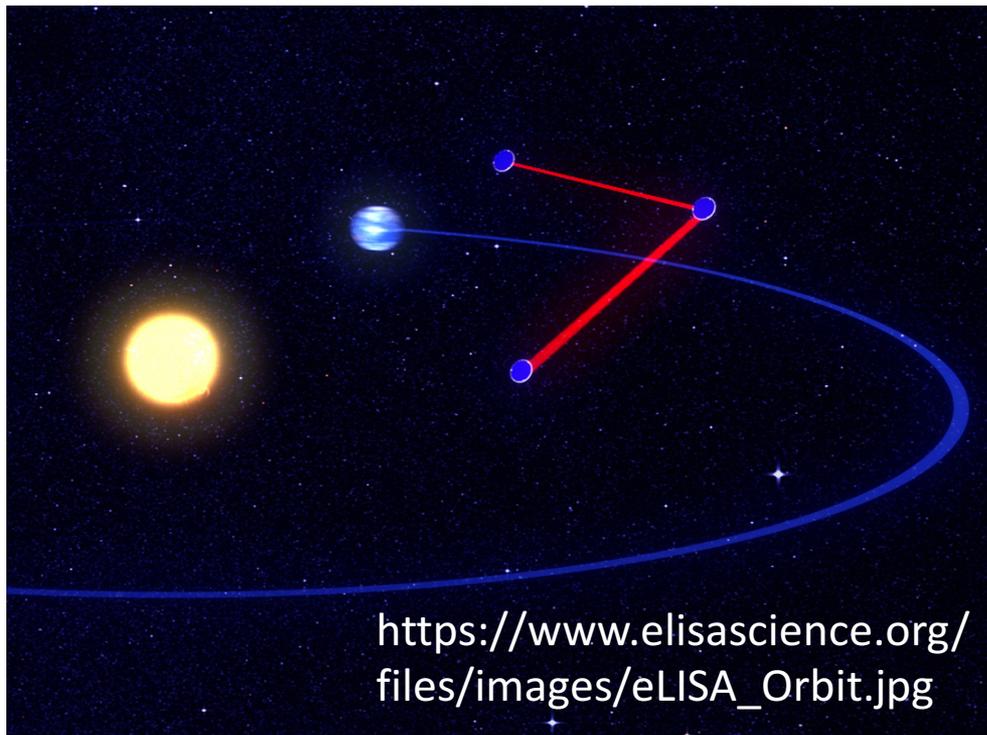


combined



重いブラックホールの起源は？

例えばeLISAで低振動数側を観測できたとしたら
離心率が測定できて、形成過程がわかるかも

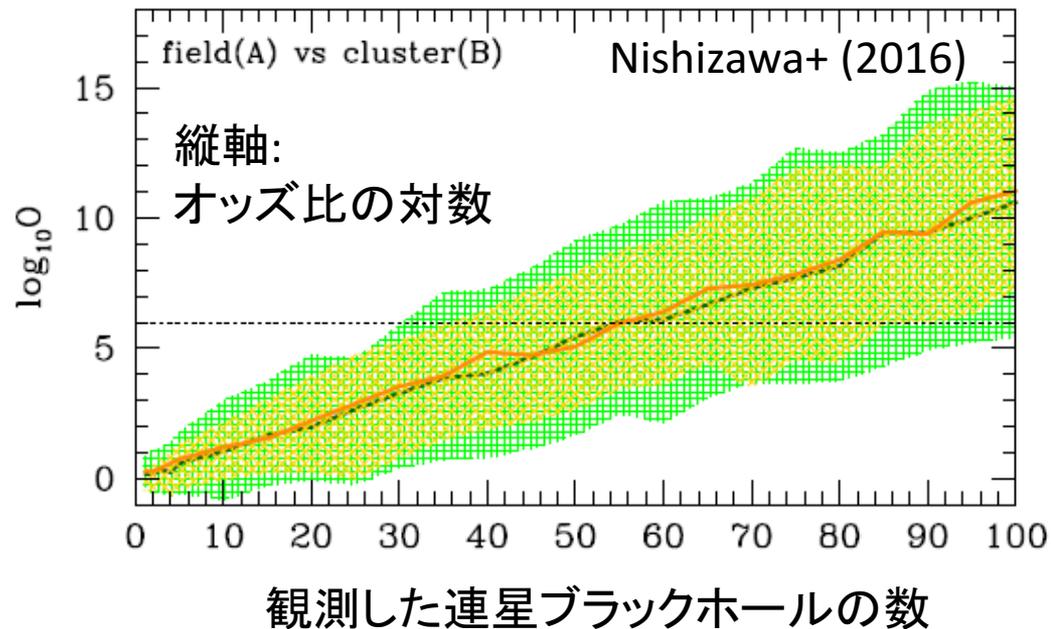
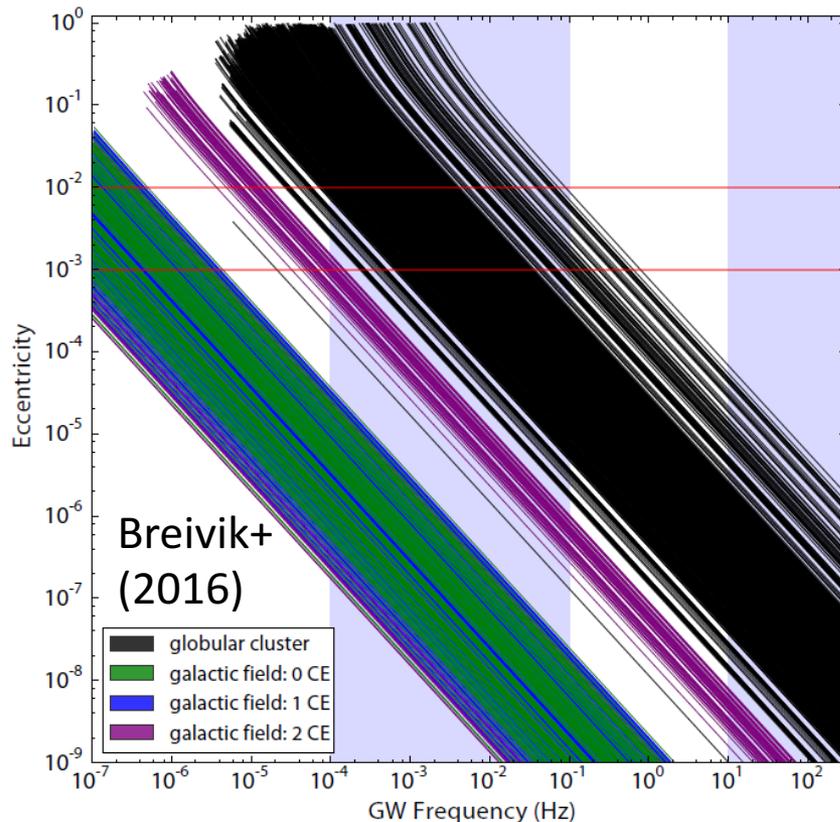


そもそも今までは
恒星質量くらいの
コンパクト天体の
連星としては
白色矮星を中心に
ほぼ系内のみ注目

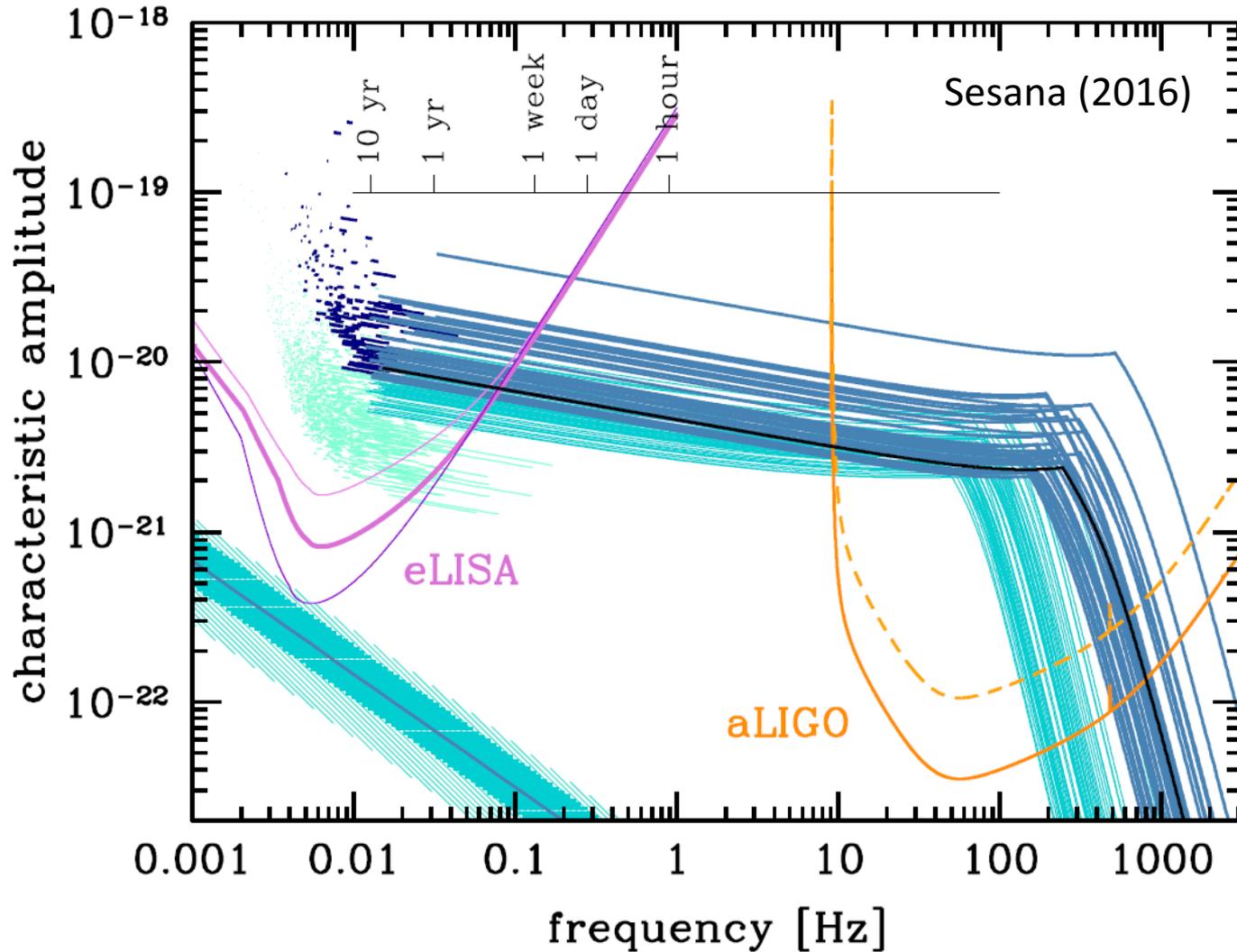
離心率によるシナリオ判別

球状星団などで作ると離心率が大きくなるので
100個も見れば統計的には十分に判別できそう

分布のモデル依存性...



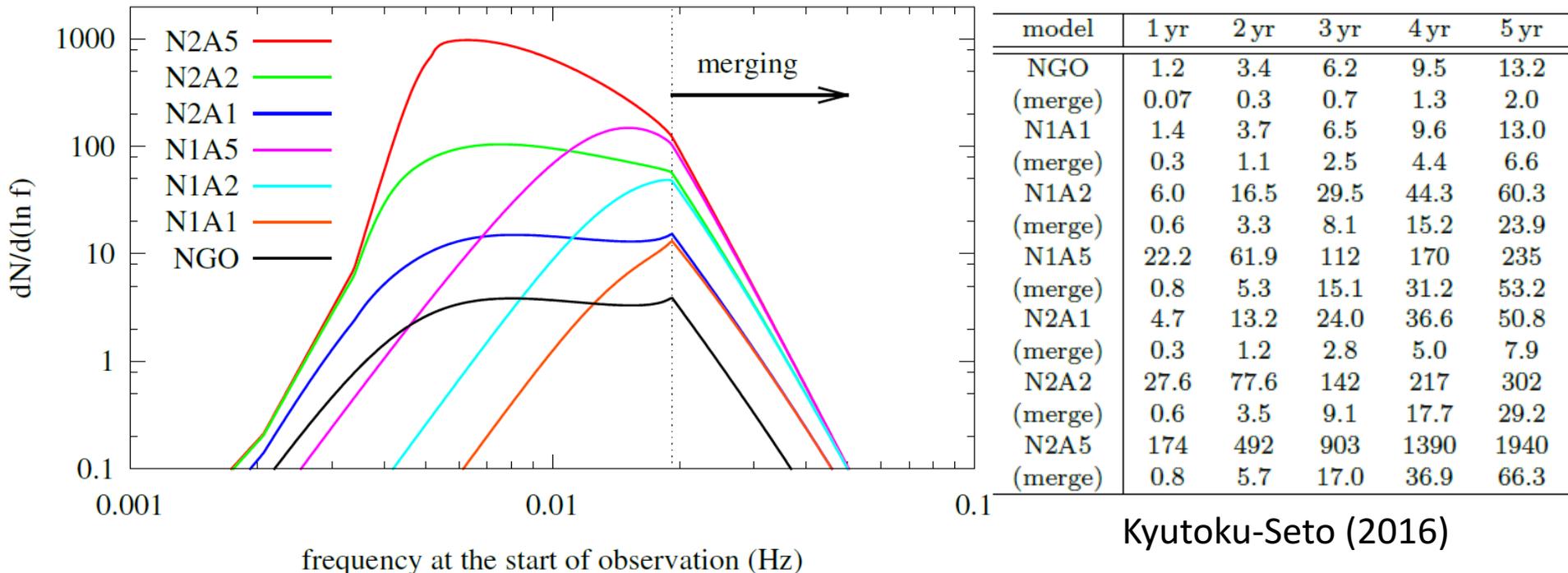
多波長重力波天文学？



支配的なのは合体しない連星

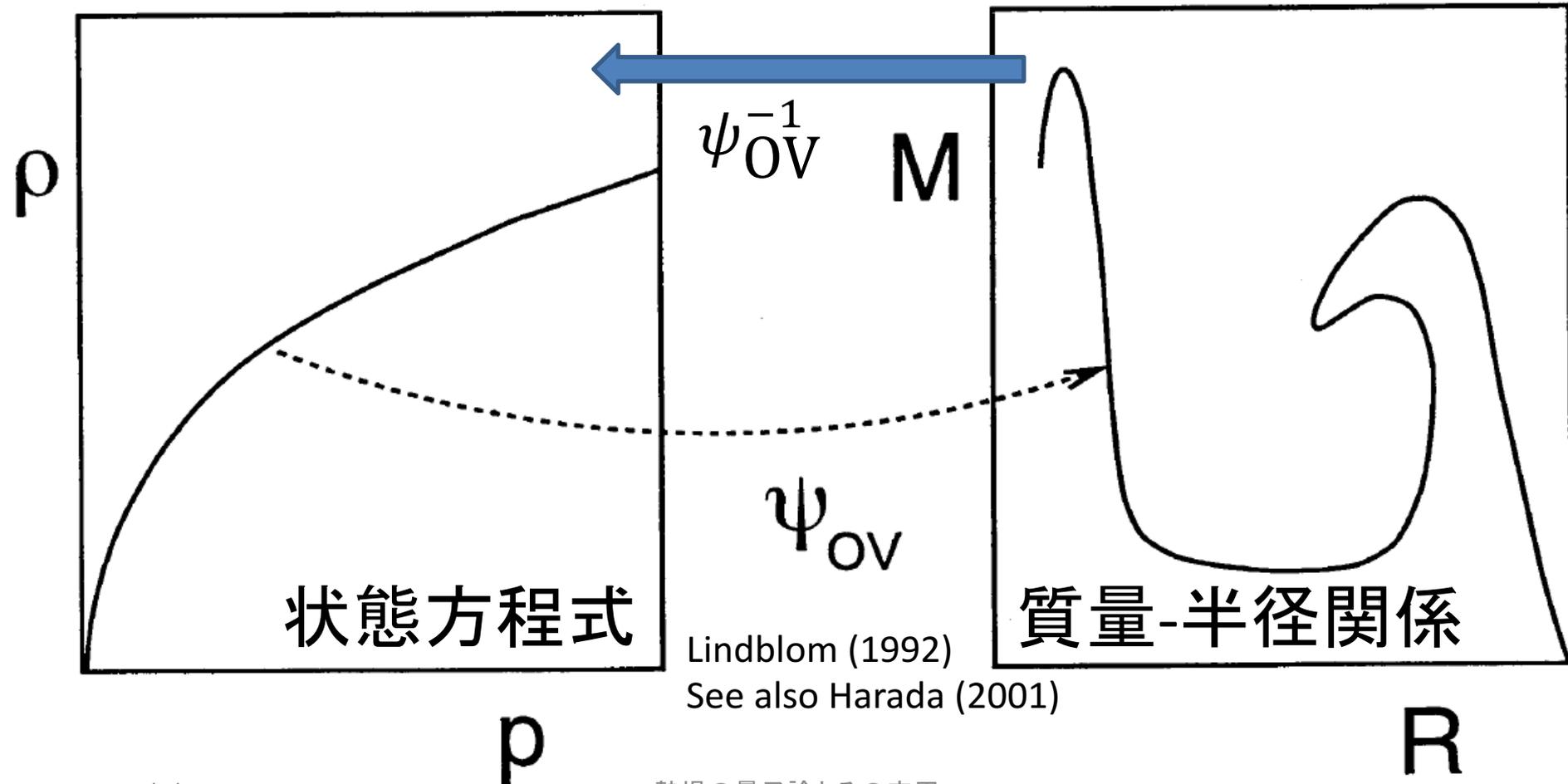
eLISAの腕が長いと合体する連星も多くなるが、
 半分以上は合体しないで延々回っている連星

- 単色波(非進化)近似がそこそこ有用



もう少し具体的には

Tolman-Oppenheimer-Volkoff方程式による写像



潮汐ポテンシャル

潮汐力は重力ポテンシャルの2階微分なので

$$\varepsilon_{ij} \propto \partial_i \partial_j (M/r) \propto M/r^3$$

よって誘起される四重極も $Q_{ij} \propto M/r^3$

- 本来この比例関係に先の $\lambda \sim kR^5$ が入る

四重極が作るポテンシャルは $\Phi \propto Q_{ij}/r^3$ で

重力ポテンシャルは最終的に“5PN”効果

$$\Phi_{\text{grav}} = -\frac{GM}{r} \left(1 + O(0.1 \sim 1) \frac{R^5}{r^5} \right)$$

補足:「5PN」について

この潮汐変形は明らかにNewton重力の効果
しかし $1/r$ の依存性を1PNと数える習慣なので
わざと c^2 などを導入して再展開することにより

$$\left(\frac{R}{r}\right)^5 = \left(\frac{Rc^2}{GM}\right)^5 \left(\frac{GM}{rc^2}\right)^5 = \frac{1}{C^5} x^5$$

非常に係数が大きい5PN効果と見ることがある

$C = GM/Rc^2$: コンパクトネス(無次元量)

単独の中性子星なら0.1-0.25くらいをとる

中性子星の宇宙論的応用

赤方偏移(z)による縮退があるために、近くて軽い連星と遠くて重い連星とは区別できない

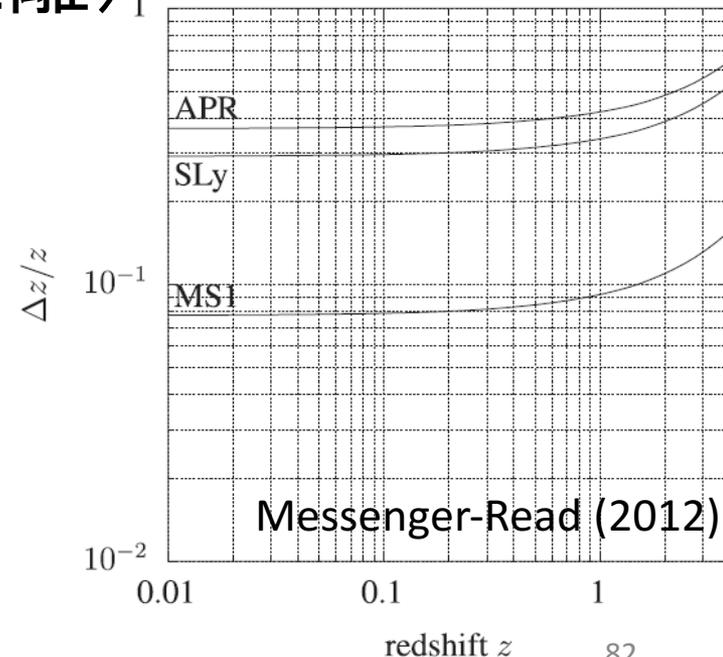
$$f \rightarrow f/(1+z), M \rightarrow M(1+z)$$

$$r \rightarrow r(1+z) = d_L \text{ (光度距離)}_1 \quad \text{将来的な} z \text{の観測精度}$$

中性子星の性質は勝手に
変えられず、縮退を解ける

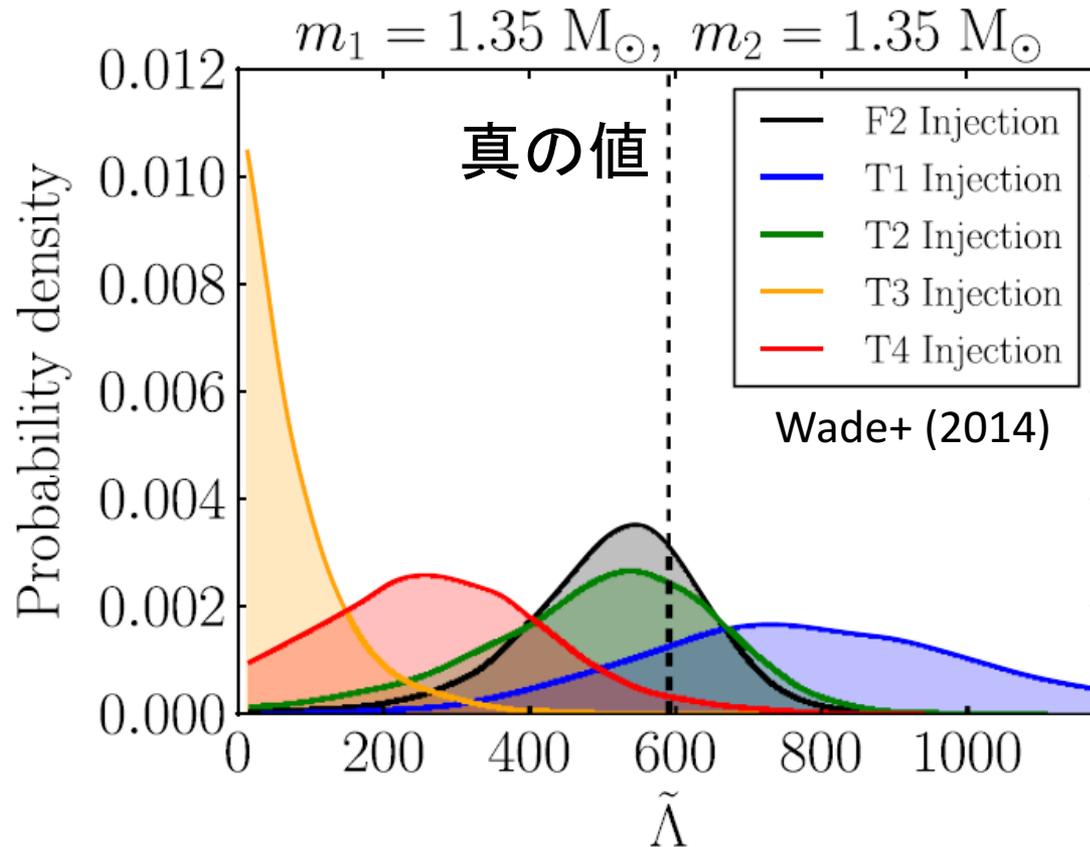
$$\Lambda(M) \rightarrow \Lambda(M(1+z))$$

光度距離 $d_L(z)$ の測定が可能



Post-Newtonでの系統誤差

少しずつ異なるpost-Newton波形で解析すると
系統誤差が見積もれて、大きい可能性がある



様々な波形モデル
(F2,T1,...T4)を用いて
検出器の雑音に
信号を手で加え、
常にF2で解析を行い
パラメータを当てる
模擬実験