ウンルー放射は存在するのか？

広島大学大学院理学研究科
山本一博

共同研究　大下翔誉、張森、達川瑠美

1. イントロダクション
2. 粒子とスカラー場の模型
3. 粒子と電磁場の模型
4. Detectorとスカラー場の模型
5. まとめと結論

熱場の量子論とその応用 2016/8/24

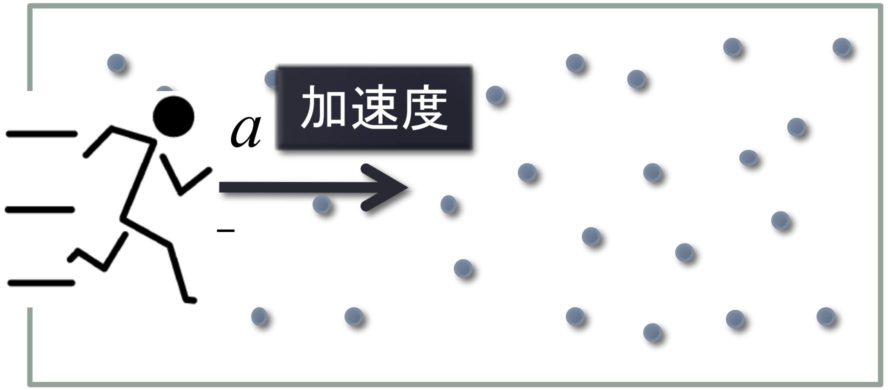
1.イントロダクション

ウンルー効果とは

- 一定加速する観測者から見るミンコフスキー真空状態は加速度に比例する温度で熱的励起した状態に見える。

(Unruh 1976)

a 加速度



ウンルー温度

$$T_U = \frac{a}{2\pi} = \frac{\hbar a}{2\pi c k_B} = 4\times 10^{-20}\,\mathrm{K}\left(\frac{a}{9.8\,\mathrm{m/s^2}}\right)$$

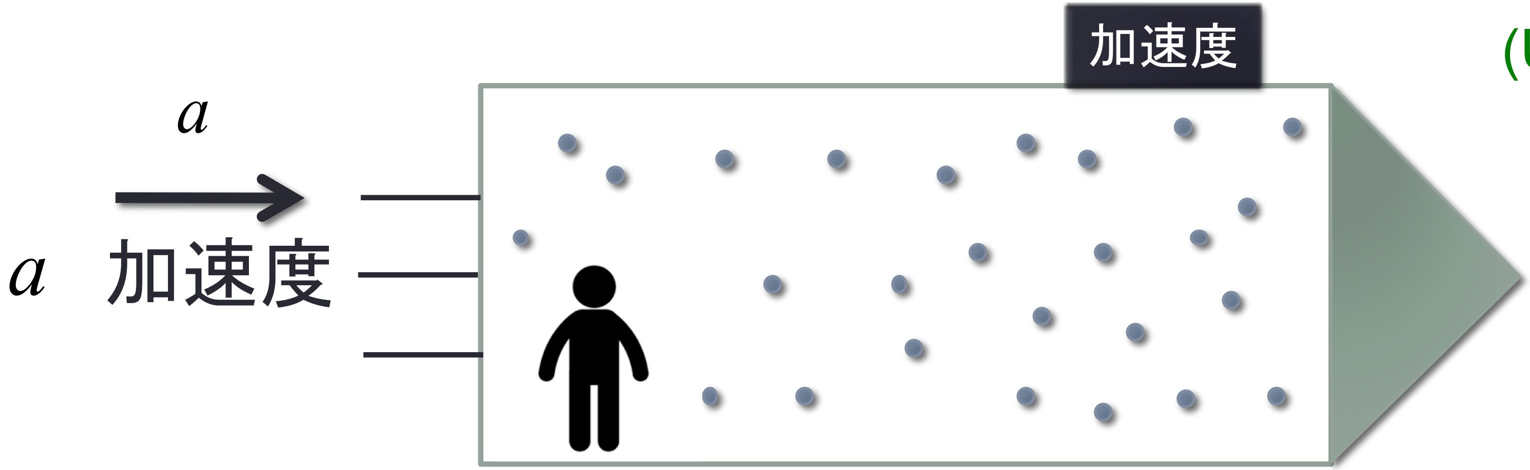
$c = \hbar = k_B = 1$

効果は極めて小さい

1.イントロダクション

ウンルー効果とは

- 一定加速する観測者から見るミンコフスキー真空状態は加速度に比例する温度で熱的励起した状態に見える。



(Unruh 1976)

ウンルー温度

$$T_U = \frac{a}{2\pi} = \frac{\hbar a}{2\pi c k_B} = 4\times 10^{-20}\mathrm{K}\left(\frac{a}{9.8\mathrm{m/s^2}}\right)$$

$c = \hbar = k_B = 1$

効果は極めて小さい

ウンルー効果の実験的検証の可能性

レーザーの強い電場による電子加速度

電場の強さ　$eE = 10^{13}\,\mathrm{eV/cm}$

Chen Tajima (99)

Schutzhold, et al (06)

Iso, et al (11)

$$T_U = \frac{\hbar a}{2\pi c k_B} = 7\times 10^5\,\mathrm{K}\left(\frac{eE}{10^{13}\,\mathrm{eV/cm}}\right)$$

加速度運動する自由度（原子、電子）は、ウンルー効果による励起状態

ウンルー効果に由来する放射(ウンルー放射)？

存在するかどうかわかっていない

cf. Sokolov-Ternov効果（加速器中の電子のスピン偏極の破れ）
中心力による加速は、本来のウンルー効果とは異なる

ウンルー効果の関連する物理

- ✓ 高強度レーザーの実験物理
- ✓ ブラックホールからのホーキング輻射とのアナロジー

⇕

ホライズンの存在
ミンコフスキー時空において一定加速度運動する
観測者がまわりにはる時空: リンドラー時空
曲がった時空での量子場のアナロジーとして
ホライズンがつくりだす量子効果の検証

- ✓ 真空のエンタングルメント
- ✓ 相対論と量子力学の接点として最も基本的な系

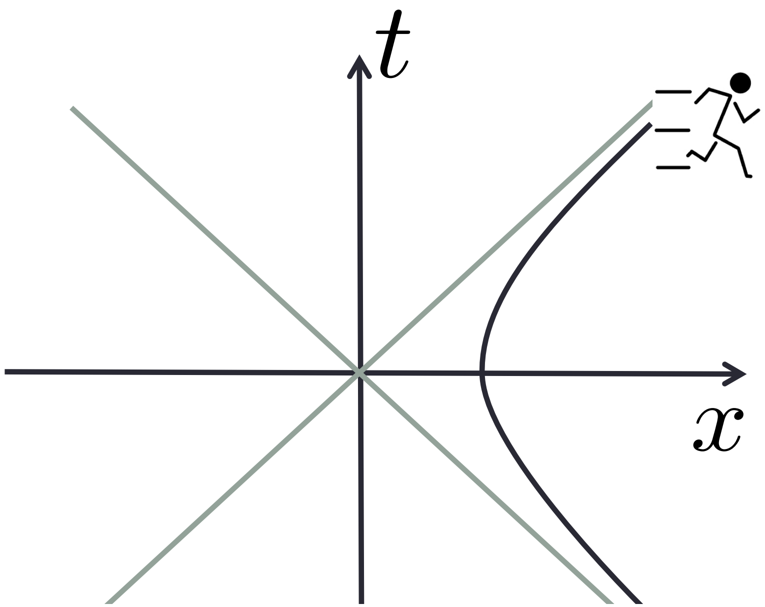
ミンコフスキー時空で一定加速度で運動する観測者が周りにはる座標

リンドラー時空 (Rindler spacetime)

一定加速度aの（観測者の）軌跡

(+,−,−,−)

$$\begin{cases} x^\mu = z^\mu(\tau) \\ v^\mu = \dot{z}^\mu(\tau) \longrightarrow v^\mu v_\mu = 1 \longrightarrow \\ a^\mu = \ddot{z}^\mu(\tau) \longrightarrow a^\mu a_\mu = -a^2 \longrightarrow \end{cases} \begin{cases} \dot{t} = \sqrt{1+\dot{x}^2} \\ \ddot{t}^2 - \ddot{x}^2 = -a^2 \end{cases}$$

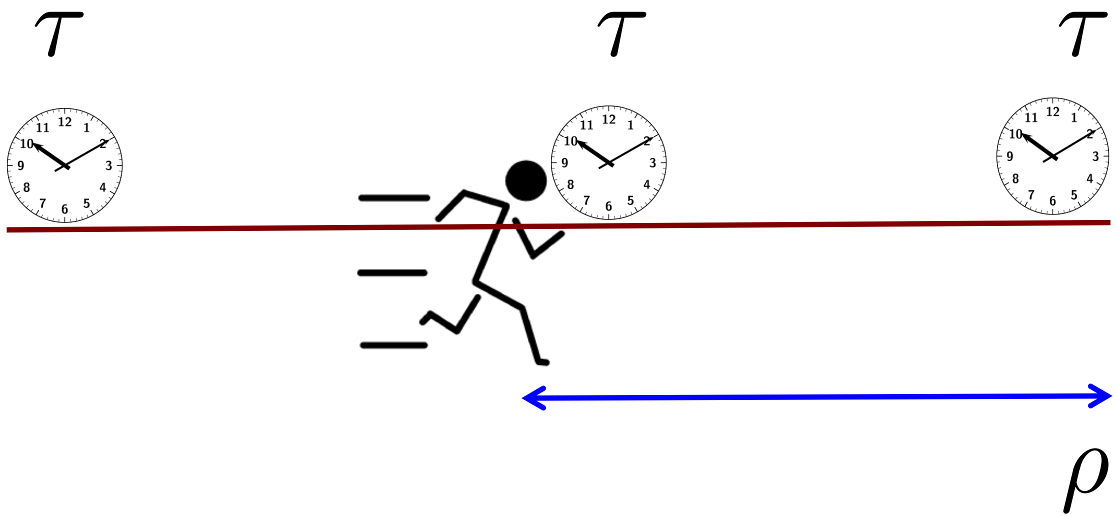


$$t = \frac{1}{a}\sinh a\tau$$

$$x = \frac{1}{a}\cosh a\tau$$

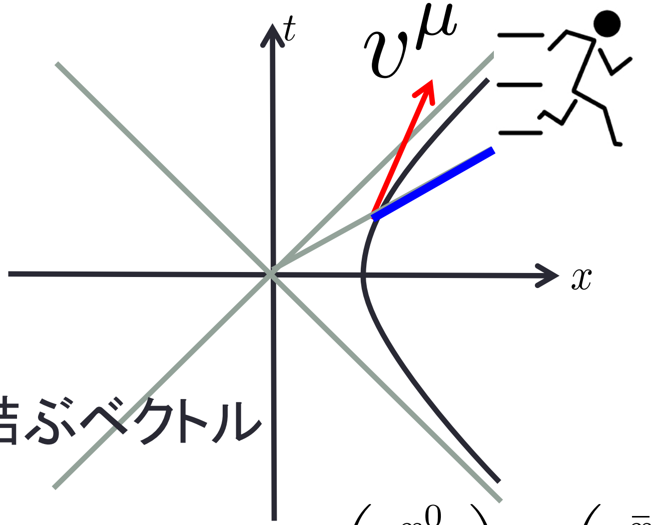
一定加速度運動する観測者の座標

一定加速度aで運動する観測者
長さρ の棒
を持たせて周りに座標をはる



Rindler space-time

観測者の時刻 τでの4-vector v^μ



$$\begin{pmatrix} v^0 \\ v^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\bar{x}}^0(\tau) \\ \dot{\bar{x}}^1(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh a\tau \\ \sinh a\tau \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x}^0(\tau) \\ \bar{x}^1(\tau) \end{pmatrix}$$

観測者静止系で原点と棒の先（長さρ）を結ぶベクトル

$$s^\mu_{\mathrm{comov.}} = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \end{pmatrix}$$

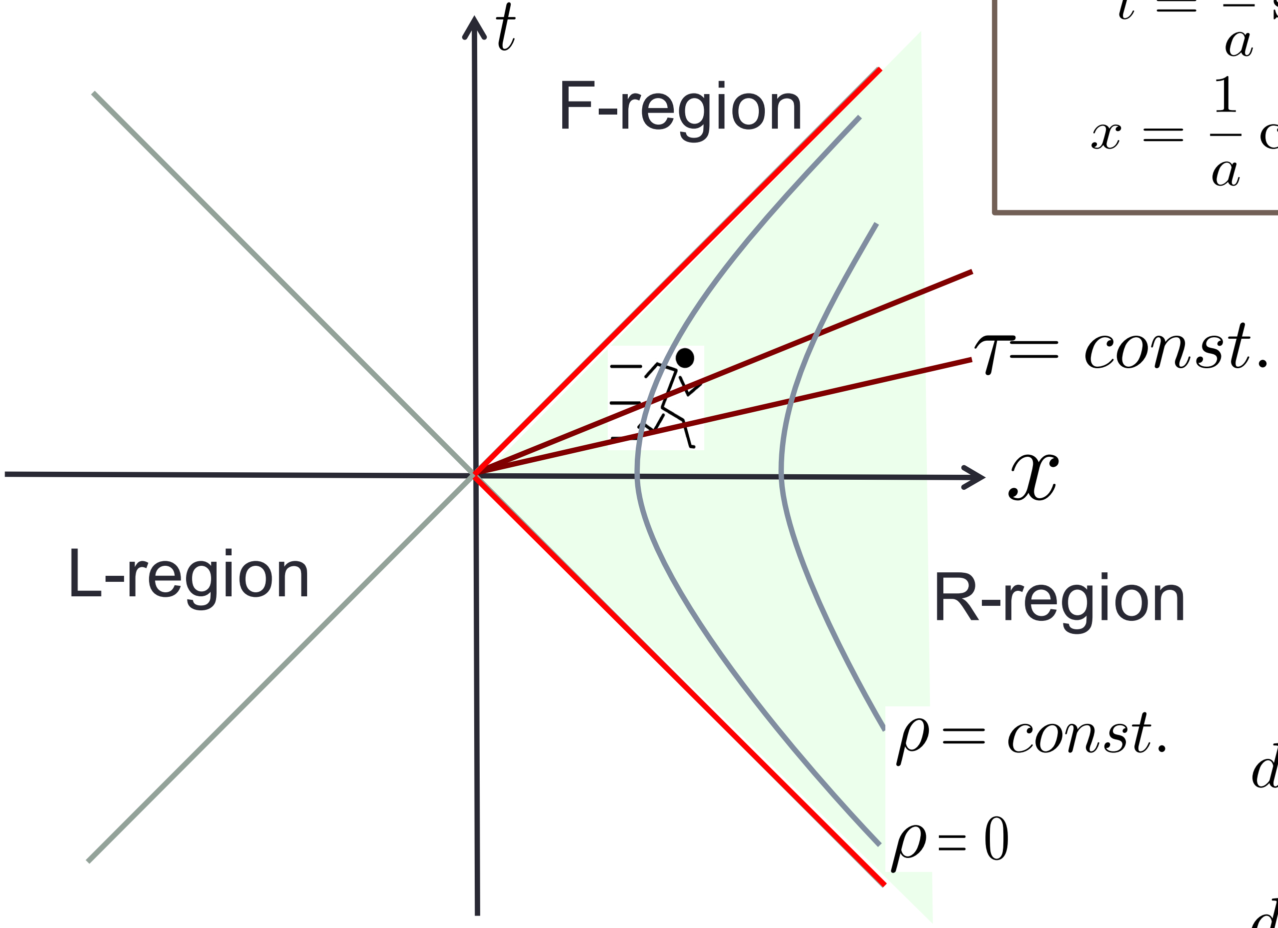
実験室系とのローレンツ変換

$$\begin{pmatrix} s^0_{\mathrm{lab.}} \\ s^1_{\mathrm{lab.}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^0 & v^1 \\ v^1 & v^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^1 \rho \\ v^0 \rho \end{pmatrix}$$

$$t(\tau, \rho) = \bar{x}^0(\tau) + s^0_{\mathrm{lab.}} = \frac{1}{a} \sinh a\tau + \rho \sinh a\tau$$

$$x(\tau, \rho) = \bar{x}^1(\tau) + s^1_{\mathrm{lab.}} = \frac{1}{a} \cosh a\tau + \rho \cosh a\tau$$

$$t = \frac{1}{a}\sinh a\tau + \rho \sinh a\tau$$
$$x = \frac{1}{a}\cosh a\tau + \rho \cosh a\tau$$



$$-\frac{1}{a} < \rho < \infty$$

↑

棒の目盛りが取れる範囲

無限大の加速度 ⟶ $-\frac{1}{a} < \rho < \infty$

$$ds^2 = dt^2 - dx^2$$

↓

$$ds^2 = (1 + a\rho)^2 d\tau^2 - d\rho^2$$

$$\xi = \frac{1}{a}\ln(1 + a\xi\rho$$

$$ds^2 = e^{2a\xi}(d\tau^2 - d\xi^2)$$

リンドラー時空はミンコフスキー時空の
R-regionのみをはる座標、
L-region, F-regionから情報を受け取れない
ホライズン

Massless scalar field in the Rindler spacetime

$$S[\phi] = \frac{1}{2}\int d^2x\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi$$

Minkowski -spacetime

$$ds^2 = dt^2 - dx^2$$

$$S = \frac{1}{2}\int dtdx\left((\partial_t\phi)^2 - (\partial_x\phi)^2\right)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right]\phi = 0$$

$$[\hat{\phi}(t,x), \hat{\Pi}(t,x')] = i\delta(x-x')$$

$$\downarrow$$

$$\hat{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{1}{\sqrt{2|k|}}\left(e^{-i|k|t+ikx}\hat{a}_k + e^{i|k|t-ikx}\hat{a}_k^\dagger\right) \qquad [\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^\dagger] = \delta(k-k')$$

Rindler-spacetime

$$ds^2 = e^{2\xi}(d\tau^2 - d\xi^2)$$

$$S = \frac{1}{2}\int d\tau d\xi\left((\partial_\tau\phi)^2 - (\partial_\xi\phi)^2\right)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right]\phi = 0$$

ミンコフスキー時空の量子場

$$\hat{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{1}{\sqrt{2|k|}} \left(e^{-i|k|t+ikx} \hat{a}_k + e^{i|k|t-ikx} \hat{a}_k^\dagger \right)$$

Minkowski真空

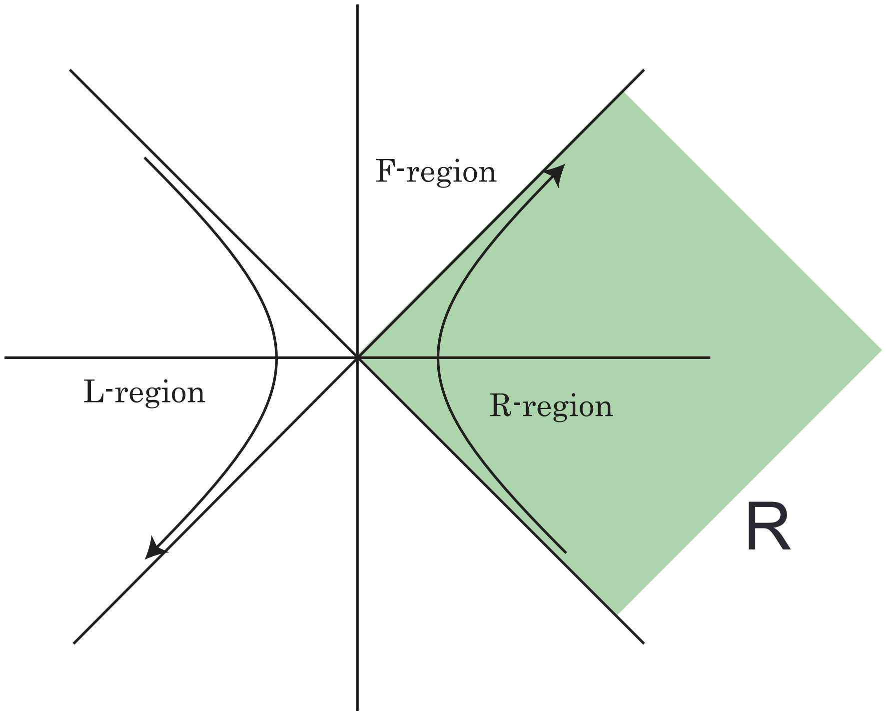
$$\hat{a}_k \Big| 0_M \Big\rangle = 0$$

リンドラー時空の量子場

$$\hat{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dp \frac{1}{\sqrt{2|p|}} \left(e^{-i|p|\tau+ip\xi} \hat{b}_p + e^{i|p|\tau-ip\xi} \hat{b}_p^\dagger \right)$$

Rindler真空

$$\hat{b}_p \Big| 0_R \Big\rangle = 0$$



$$|0_M\rangle \neq |0_R\rangle$$

Bogoliubov変換

$$\hat{b}_p = \int dk \left(\alpha_{kp} \hat{a}_k + \beta_{kp} \hat{a}_k^\dagger \right)$$

$$\beta_{kp} = e^{-\pi p/a} \alpha_{kp}$$

ミンコフスキー時空の量子場

$$\hat{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \frac{1}{\sqrt{2|k|}} \left(e^{-i|k|t+ikx} \hat{a}_k + e^{i|k|t-ikx} \hat{a}_k^\dagger \right)$$

Minkowski真空

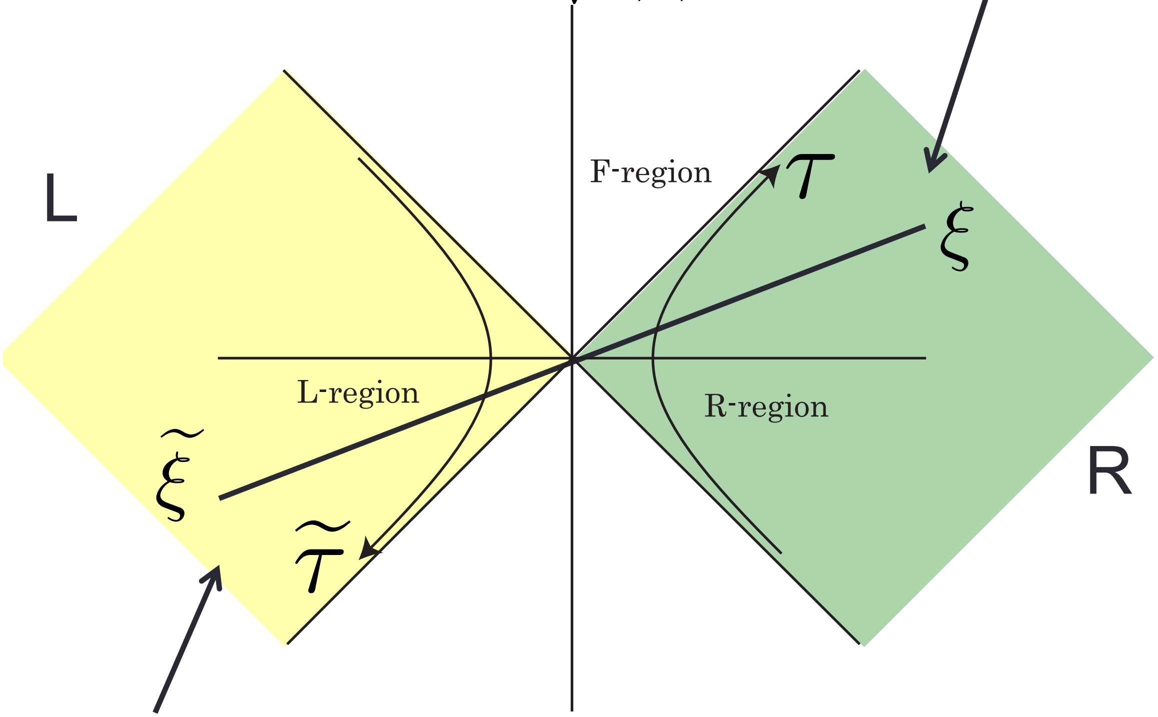
$$\hat{a}_k \Big| 0_M \Big\rangle = 0$$

リンドラー時空の量子場

$$\hat{\phi}_R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dp \frac{1}{\sqrt{2|p|}} \left(e^{-i|p|\tau+ip\xi} \hat{b}_p + e^{i|p|\tau-ip\xi} \hat{b}_p^\dagger \right)$$

Rindler真空

$$\hat{b}_p \Big| 0_R \Big\rangle = 0$$

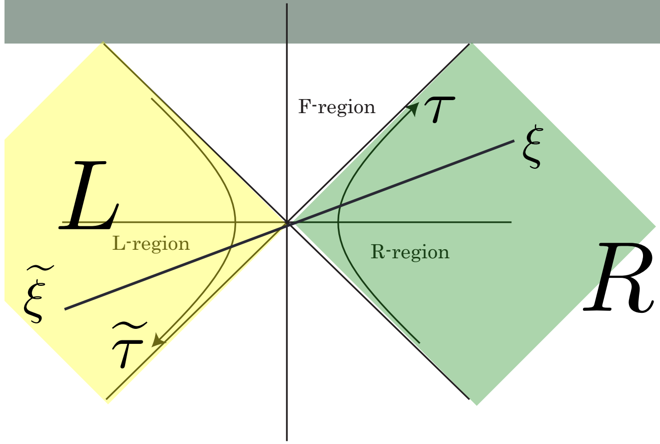


$$|0_M\rangle \neq |0_R\rangle$$

Left-Rindler真空

$$\hat{c}_p |0_L\rangle = 0$$

$$\hat{\phi}_L = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{1}{\sqrt{2|p|}} \left(e^{i|p|\tilde{\tau}-ip\tilde{\xi}} \hat{c}_p + e^{-i|p|\tilde{\tau}+ip\tilde{\xi}} \hat{c}_p^\dagger \right)$$



Unruh and Wald (84)

$$\hat{\phi} = \hat{\phi}_{\mathrm{R}}(\tau, \xi)\theta(-u) + \hat{\phi}_{\mathrm{L}}(\widetilde{\tau}, \widetilde{\xi})\theta(u)$$

$$N_j = \sqrt{1 - e^{-2\pi\omega_j/a}}$$ j : mode

$$|0, \mathrm{M}\rangle = \prod_j N_j \exp\left[e^{-\pi\omega_j/a}\hat{b}_j^\dagger \hat{c}_j^\dagger\right] |0_{\mathrm{R}}\rangle \otimes |0_{\mathrm{L}}\rangle$$
$$= \prod_j \left[N_j \sum_{n_j=0}^{\infty} e^{-\pi n_j \omega_j/a} |n_j, \mathrm{R}\rangle \otimes |n_j, \mathrm{L}\rangle\right]$$

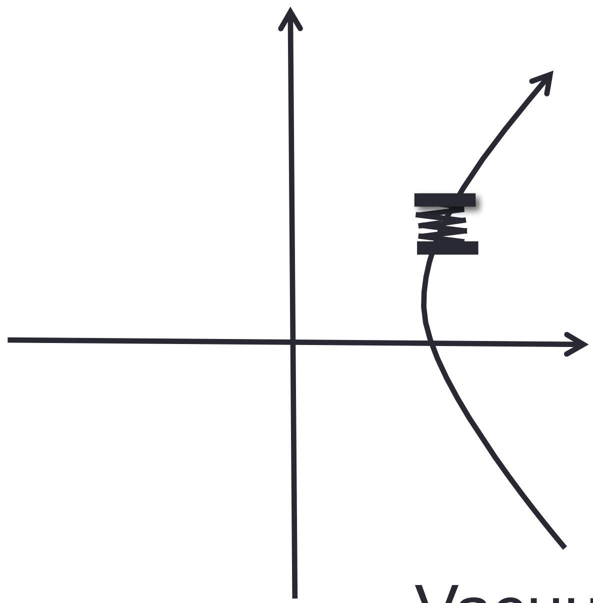
→ RとLの対で励起した状態の重ね合わせ：
ミンコフスキー真空のもつれ状態

$$\rho_{\mathrm{R}} = \mathrm{Tr}_{\mathrm{L}}(|0, \mathrm{M}\rangle\langle 0, \mathrm{M}|) = \prod_j \left[N_j^2 \sum_{n_j=0}^{\infty} e^{-2\pi n_j \omega_j/a} |n_j, \mathrm{R}\rangle\langle n_j, \mathrm{R}|\right]$$

$$\mathrm{Tr}[\rho_{\mathrm{R}} a_R^\dagger(u_j) a_R(u_j)] = \frac{1}{e^{2\pi\omega_j/a} - 1} = \frac{1}{e^{\omega_j/T_U} - 1} \qquad T_U = \frac{a}{2\pi}$$

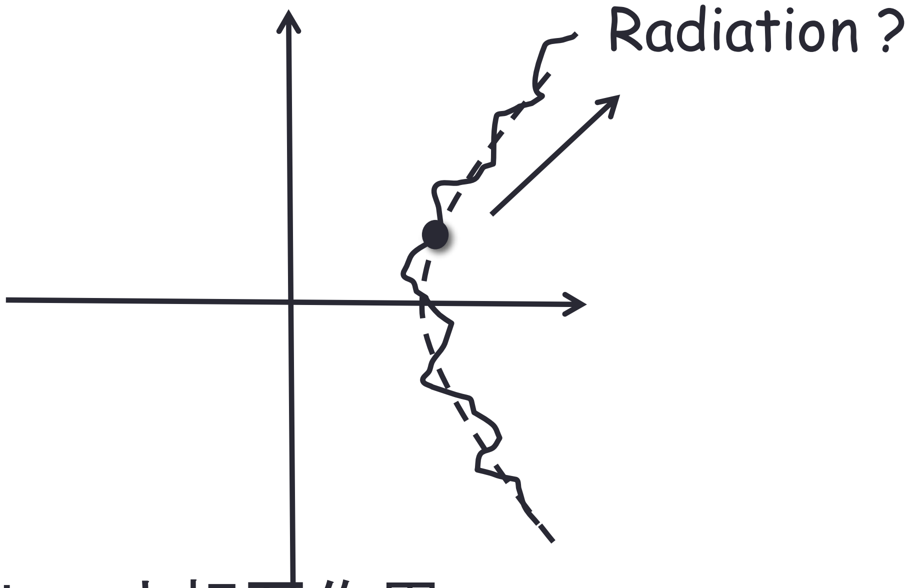
一定加速度運動する力学自由度とウンルー効果

調和振動子
（Detector）



粒子　　Iso et al. (2011)

古典軌道からの位置のズレ



Vacuum fluctuationsと相互作用

Detectorの励起、ランダム運動　熱的性質を持つ

放射（ウンルー放射）があるのか？

これまではっきりした結論が得られていない問題

Lin, Hu (2006)
Iso, et al. (2011)
Oshita, YK, Zhang (2015)

2. 粒子とスカラー場の模型

$$S[z,\phi] = -m\int d\tau\sqrt{\eta_{\mu\nu}\dot{z}^\mu\dot{z}^\nu} + \int d^4x\frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi + S_{int}(z,\phi)$$

$$S_{int}(z,\phi) = e\int d\tau d^4x\sqrt{g_{\mu\nu}(x)\dot{z}^\mu\dot{z}^\nu}\phi(x)\delta^4\left(x-z(\tau)\right)$$

$$= e\int d\tau\sqrt{\eta_{\mu\nu}\dot{z}^\mu\dot{z}^\nu}\phi(z(\tau))$$

3.粒子と電磁場の模型

Oshita, YK, Zhang (2016)

$$S[z,A] =-m\int d\tau\sqrt{\eta_{\mu\nu}\dot{z}^\mu\dot{z}^\nu} \; -\frac{1}{4}\int d^4xF^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \; +S_{\rm int}(z,A)$$

$$S_{\rm int}(z,A) = -e\int d\tau\int d^4x\delta^4_D\left(x-z(\tau)\right)\dot{z}^\mu(\tau)A_\mu(x)$$

$$= -e\int d\tau\dot{z}^\mu(\tau)A_\mu(z(\tau))$$

粒子とスカラー場の模型

Iso, et al. (2011)

☑ $$\partial^\mu\partial_\mu\phi(x) = e\int d\tau\sqrt{\eta_{\mu\nu}\dot{z}^\mu\dot{z}^\nu}\delta^4(x-z(\tau))$$

$$\phi(x) = \phi_{inh}(x) + \phi_h(x)$$

→ ④ ２点相関関数→EMテンソル

①

$$\phi_{\rm inh}(x) = \int d^4x' G_R(x,x')e\int d\tau'\sqrt{\eta_{\mu\nu}\dot{z}^\mu\dot{z}^\nu}\delta^4(x'-z(\tau'))$$
$$= e\int d\tau' G_R(x-z(\tau'))$$

③

☑ $$m\ddot{z}^\mu = e\left(\ddot{z}^\mu\phi + \dot{z}^\mu\dot{z}^\alpha\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha} - \eta^{\mu\alpha}\frac{\partial\phi}{\partial x^\alpha}\right)\Bigg|_{x=z(\tau)} + F^\mu$$

②

$$m\ddot{z}^\mu = \frac{e^2}{12\pi}\left(\dddot{z}^\mu + \dot{z}^\mu\left(\ddot{z}\right)^2\right) + e\left(\ddot{z}^\mu\phi_{\rm h} + \dot{z}^\mu\dot{z}^\alpha\frac{\partial\phi_{\rm h}}{\partial x^\alpha} - \eta^{\mu\alpha}\frac{\partial\phi_{\rm h}}{\partial x^\alpha}\right)\Bigg|_{x=z(\tau)} + F^\mu$$

放射反作用による摩擦　　量子ゆらぎによる揺動力

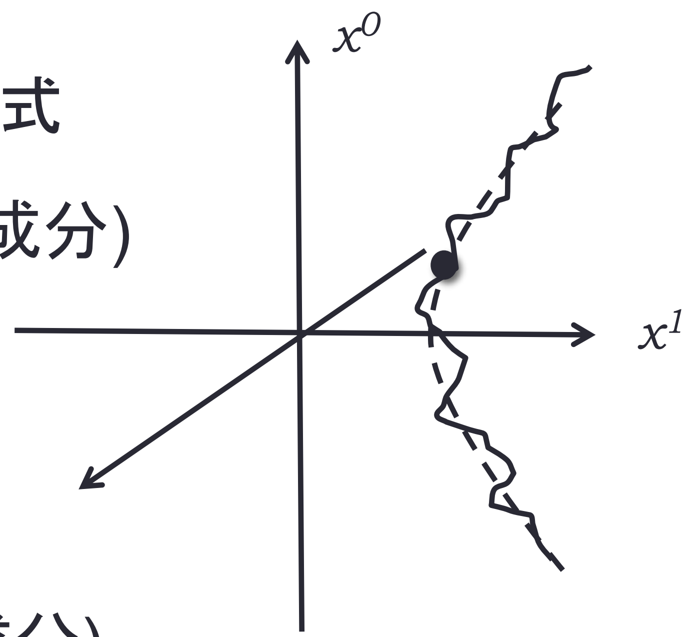
②粒子の運動方程式

$$m\ddot{z}^\mu = \frac{e^2}{12\pi}\left(\dddot{z}^\mu + \dot{z}^\mu\left(\ddot{z}\right)^2\right) + e\left(\ddot{z}^\mu\phi_{\mathrm{h}} + \dot{z}^\mu\dot{z}^\alpha\frac{\partial\phi_{\mathrm{h}}}{\partial x^\alpha} - \eta^{\mu\alpha}\frac{\partial\phi_{\mathrm{h}}}{\partial x^\alpha}\right)\Bigg|_{x=z(\tau)} + F^\mu$$

放射反作用による摩擦　　　量子場による揺力

$$F^\mu = ma(\dot{z}^1, \dot{z}^0, 0, 0)$$

$$z^\mu(\tau) = z^\mu_{\mathrm{cl}}(\tau) + \delta z^\mu(\tau)$$



δz^μ　の線形方程式

Transverse 成分　：（x^0,x^1面に垂直成分）

$$v^i = \delta\dot{z}^i$$

$$m\dot{v}^i = \frac{e^2}{12\pi}(\ddot{v}^i - a^2 v^i) + e\frac{\partial\phi_h}{\partial x^i}\Big|_{x=z(\tau)}$$

Longitudinal 成分：（x^0,x^1面内の成分）

$$m(\delta\ddot{\xi} - a^2\delta\xi) = \frac{e^2}{12\pi}\left(\delta\dddot{\xi} - a^2\delta\dot{\xi}\right) + e\left[a + \partial/\partial\xi\right]\phi_h\big|_{x=z(\tau)}$$

Transverse方向のランダム運動（ウンルー効果と関係する）

$$v^i = \delta \dot{z}^i \qquad m\dot{v}^i = \frac{e^2}{12\pi}(\ddot{v}^i - a^2 v^i) + e\frac{\partial \phi_h}{\partial x^i}\Big|_{x=z(\tau)}$$

$$v^i(\tau) = v^i(\tau_0)e^{-a\sigma(\tau-\tau_0)} + \frac{e}{m}\int_{\tau_0}^{\tau} d\tau' \partial_i \phi_h(z(\tau'))e^{-a\sigma(\tau-\tau')}$$

$\tau = \tau_0$ 初期条件 $v^i = v^i(\tau_0)$

$$\sigma = \frac{e^2 a}{12\pi m} \ll 1$$

$$\left\langle v^i(\tau)v^j(\tau')\right\rangle = e^{-\sigma a(\tau+\tau'-2\tau_0)}v^i(\tau_0)v^j(\tau_0)$$

$$+\frac{e^2}{m^2}\int_{\tau_0}^{\tau}\int_{\tau_0}^{\tau'} d\tau'' d\tau''' e^{-a\sigma(\tau-\tau'')}e^{-a\sigma(\tau'-\tau''')}\underline{\langle\partial_i\phi_h(z(\tau''))\partial_j\phi_h(z(\tau'''))\rangle}$$

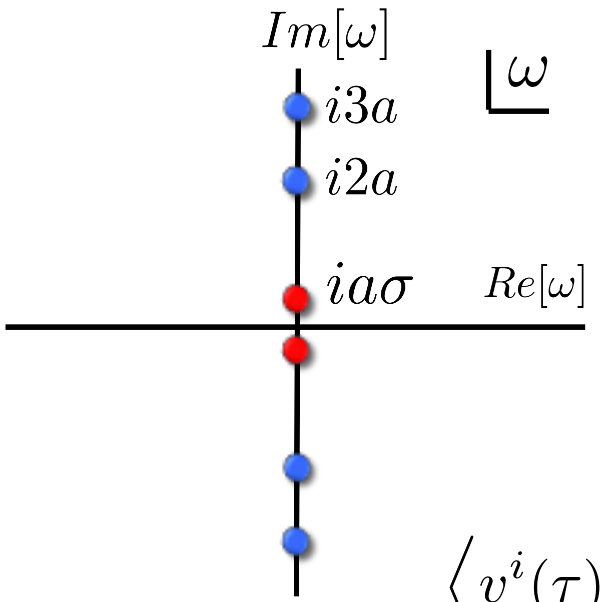
場の真空の性質で決まる

$$\left\langle \phi_h(x)\phi_h(x')\right\rangle = -\frac{1}{4\pi^2}\frac{1}{(t-t'-i\delta)^2 - |\mathbf{x}-\mathbf{x}'|^2}$$

$$\left\langle \partial_i\phi_h(z(\tau))\partial_j\phi_h(z(\tau'))\right\rangle = \frac{a^4}{32\pi^2}\frac{\delta_{ij}}{\sinh^4\left(\frac{a(\tau-\tau'-i\delta)}{2}\right)}$$

$$\tau_0 \to -\infty \qquad \left\langle v^i(\tau)v^j(\tau')\right\rangle_S = \frac{e^2\delta_{ij}}{24\pi^2 m^2}\int d\omega\omega\frac{\omega^2+a^2}{a^2\sigma^2+\omega^2}\coth(\pi\omega/a)e^{i\omega(\tau-\tau')}$$

$$= \frac{e^2\delta_{ij}}{24\pi^2 m^2}\Big\{\pi a^2(1-\sigma^2)\cot\pi\sigma e^{-a\sigma|\tau-\tau'|} -2a^2\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n(n^2-1)}{n^2-\sigma^2}e^{-na|\tau-\tau'|}\Big\}$$



$$\sigma = \frac{e^2 a}{12\pi m} \ll 1 \qquad a|\tau-\tau'| \ll 1$$

$$\left\langle v^i(\tau)v^j(\tau')\right\rangle_S \simeq \delta_{ij}\frac{a}{2\pi m} \underbrace{-\delta_{ij}\frac{a^2e^2}{12\pi^2m^2}\left\{\frac{1}{(a|\tau-\tau'|)^2} + \log|a(\tau-\tau')|\right\}}_{O\left(a^2/m^2\right)}$$

$$\frac{1}{2m}\left\langle v^i v^j\right\rangle = \delta_{ij}\frac{T_U}{2} \qquad T_U = \frac{a}{2\pi}$$

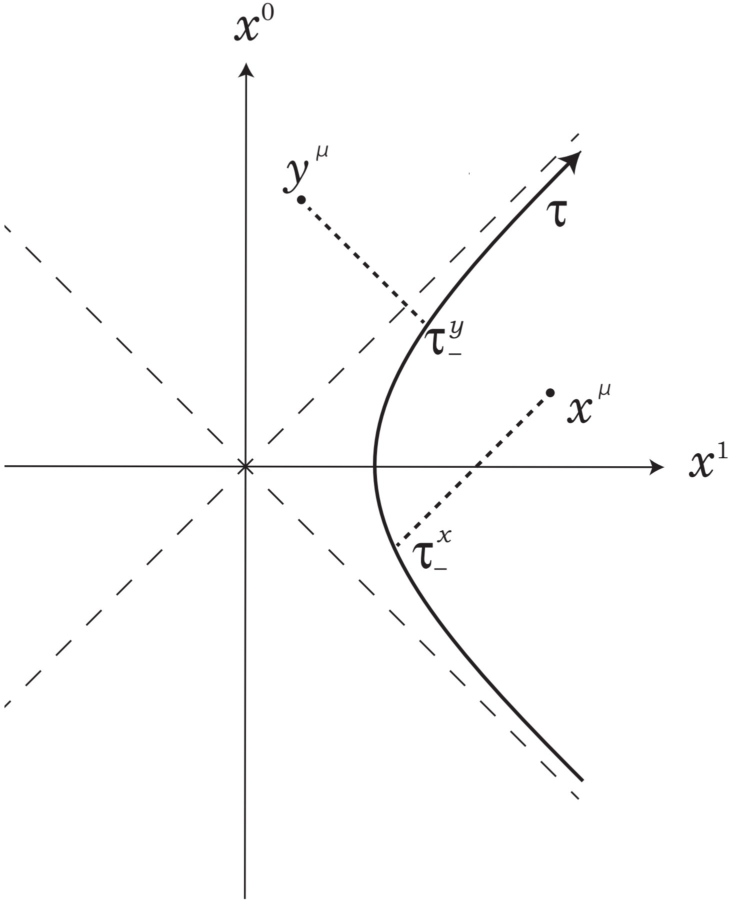
➡ エネルギー等分配則

② 粒子の運動は解けた(エネルギー等分配則を満たす成分)

③粒子の運動による放射(2点関数→エネルギー運動量テンソル)

$$\phi(x) = \phi_{\rm h}(x) + \phi_{\rm inh}(x) \qquad G_R(x - z(\tau')) = \theta(t - z^0(\tau'))\delta((x - z(\tau'))^2)$$

$$\phi_{\rm inh}(x) = e\int d\tau' G_R(x - z(\tau')) = \frac{e}{4\pi\rho(x)} = \frac{e}{4\pi\dot{z}(\tau_-)\cdot(x - z(\tau))}$$



$$\rho(x) = \dot{z}(\tau_-)\cdot(x - z(\tau_-))$$

$$z^\mu = \bar{z}^\mu + \delta z^\mu + \qquad \cdots$$

$$\rho(x) = \rho_0(x) + \delta\rho(x) + \qquad \cdots$$

$$\rho_0(x) = \dot{\bar{z}}(\tau_-)\cdot(x - \bar{z}(\tau_-))$$

$$\delta\rho(x) = \delta\dot{z}(\tau_-)\cdot(x - \bar{z}(\tau_-)) + \delta z(\tau_-)$$

$$\delta\dot{z}^i(\tau) = v^i(\tau)$$ 解けている

$$\phi_{inh}(x) \cong \frac{e}{4\pi\rho_0(x)}\left(1 - \frac{\delta\rho(x)}{\rho_0(x)}\right)$$

2点関数

$$T_{\mu\nu} = \langle \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\partial^\alpha \phi \partial_\alpha \phi \rangle$$
$$= \lim_{y \to x} \langle \partial_\mu \phi(x) \partial_\nu \phi(y) - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\partial^\alpha \phi(x) \partial_\alpha \phi(y) \rangle$$

$$\phi(x) = \phi_{\mathrm{h}}(x) + \phi_{\mathrm{inh}}(x)$$

$$\langle \phi(x)\phi(y) \rangle = \langle \phi_{\mathrm{h}}(x)\phi_{\mathrm{h}}(y) \rangle + \underline{\underline{\langle \phi_{\mathrm{h}}(x)\phi_{\mathrm{inh}}(y) \rangle}} + \underline{\langle \phi_{\mathrm{inh}}(x)\phi_{\mathrm{h}}(y) \rangle} + \langle \phi_{\mathrm{inh}}(x)\phi_{\mathrm{inh}}(y) \rangle$$

$$\phi_{inh}(x) = \frac{e}{4\pi\rho_0(x)}\left(1 - \frac{\delta\rho(x)}{\rho_0(x)}\right)$$

$$\delta\rho(x) \simeq \delta \dot{z}^i(\tau_-^x) x_i$$

$$\sigma = \frac{e^2 a}{12\pi m} \ll 1$$

$$\delta \dot{z}^i(\tau) = \frac{e}{m}\int_{-\infty}^{\tau} d\tau' \partial_i \phi_h(\bar{z}(\tau')) e^{-a\sigma(\tau - \tau')}$$
$$= e \int \frac{d\omega}{2\pi} h(\omega) \partial_i \varphi(\omega)$$

$$h(\omega) = \frac{1}{m(-i\omega + a\sigma)}$$

$$\partial_i \phi_h(z(\tau)) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \partial_i \varphi(\omega) e^{-i\omega\tau}$$

$$\underline{\underline{\langle \phi_h(x)\phi_{\mathrm{inh}}(y) \rangle}} = -\frac{e}{4\pi\rho_0^2(y)}\langle \phi_h(x)\delta\rho(y) \rangle = -\frac{e y_i}{4\pi\rho_0^2(y)}\langle \phi_h(x)\delta\dot{z}^i(\tau_-^y) \rangle$$

2点関数　非同次解と同次解の相関の項

$$\langle\phi(x)\phi(y)\rangle = \langle\phi_{\rm h}(x)\phi_{\rm h}(y)\rangle + \langle\phi_{\rm h}(x)\phi_{\rm inh}(y)\rangle + \langle\phi_{\rm inh}(x)\phi_{\rm h}(y)\rangle + \langle\phi_{\rm inh}(x)\phi_{\rm inh}(y)\rangle$$

$$\langle\phi_h(x)\phi_{\rm inh}(y)\rangle = -\frac{e}{4\pi\rho_0^2(y)}\langle\phi_h(x)\delta\rho(y)\rangle = -\frac{ey_i}{4\pi\rho_0^2(y)}\langle\phi_h(x)\delta\dot{z}^i(\tau_-^y)\rangle$$

$$\langle\phi_h(x)\delta\dot{z}^i(\tau_-^y)\rangle = e\int\frac{d\omega}{2\pi}h(\omega)\langle\phi_h(x)\partial_i\varphi(\omega)\rangle$$

$$\langle\phi_h(x)\partial_i\varphi(\omega)\rangle = \int d\tau e^{i\omega\tau}\left(\frac{\partial}{\partial y^i}\langle\phi_h(x)\phi_h(y)\rangle\right)_{y=z(\tau)} = \frac{1}{4\pi^2}\frac{\partial}{\partial x^i}P(x,\ \omega)$$

$$P(x,\ \omega) \equiv \int d\tau\frac{e^{i\omega\tau}}{(x^0-z^0(\tau)-i\epsilon)^2-(x^1-z^1(\tau))^2-x_\perp^2}$$

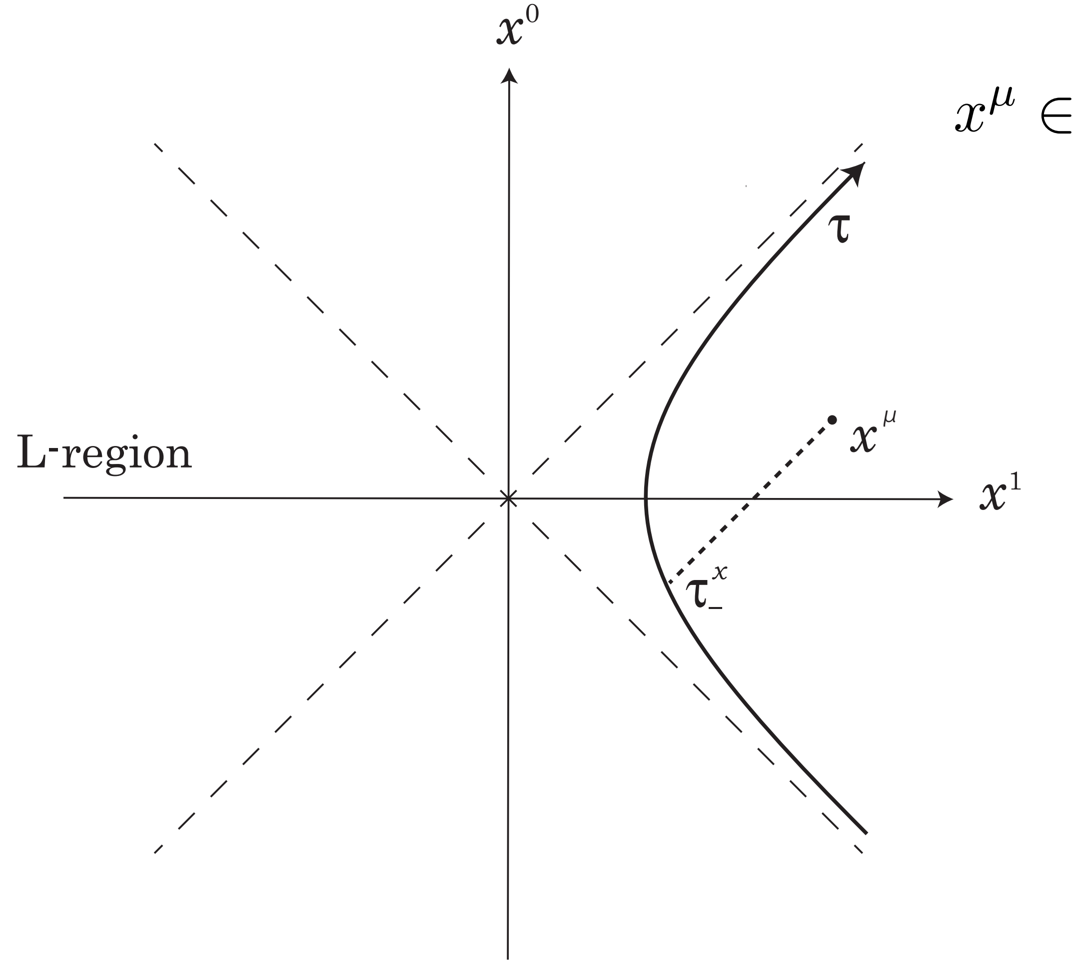
$$\langle\phi_h(x)\phi_h(z(\tau))\rangle = -\frac{1}{4\pi^2}\frac{1}{\eta_{\mu\nu}(x^\mu-z^\mu(\tau))(x^\nu-z^\nu(\tau))}$$

ポール　$(x^0-z^0(\tau))^2-(x^1-z^1(\tau))^2-x_\perp^2=0 \Leftrightarrow \tau_\pm^x$

$\tau_\pm$ の物理的意味　$(x^0 - z^0(\tau))^2 - (x^1 - z^1(\tau))^2 - x_\perp^2 = 0$

時空の座標点 x^μ と光の経路で交わる粒子の軌道の点の固有時

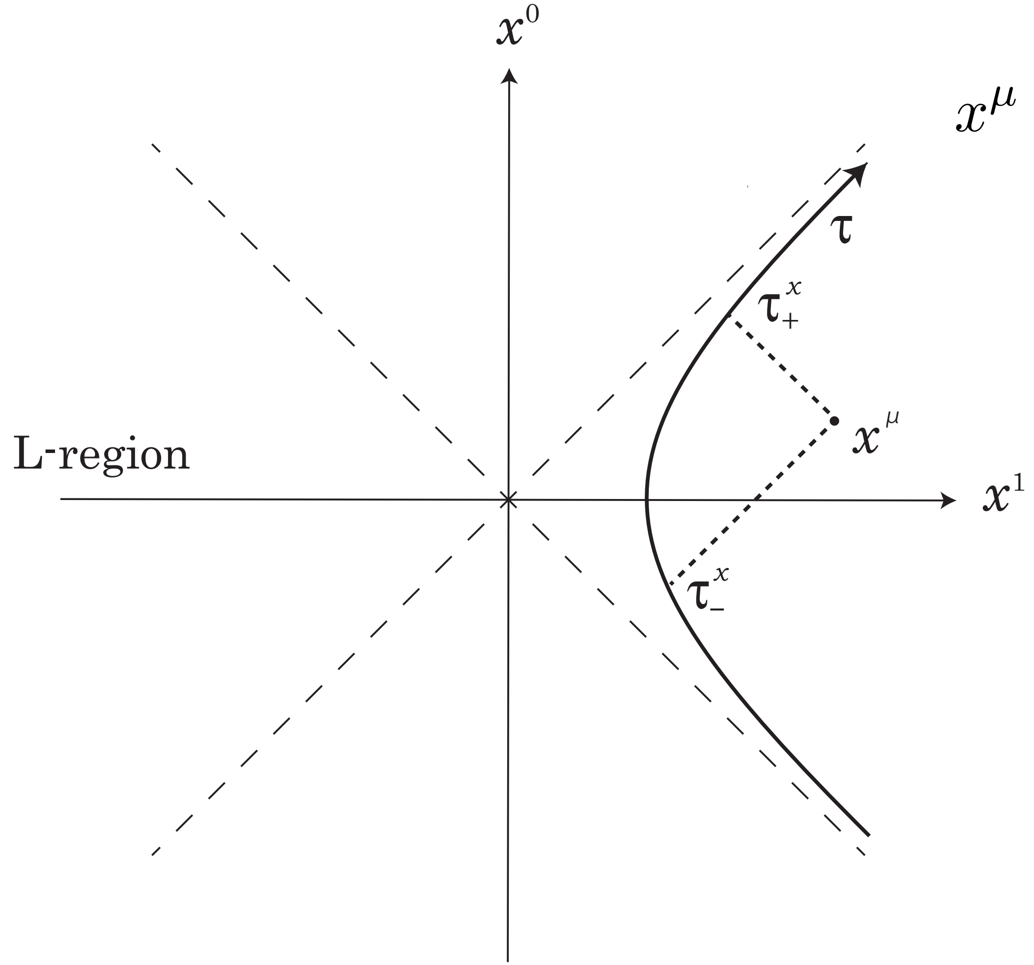
$x^\mu \in$ R region



$\tau_\pm$ の物理的意味　$(x^0 - z^0(\tau))^2 - (x^1 - z^1(\tau))^2 - x_\perp^2 = 0$

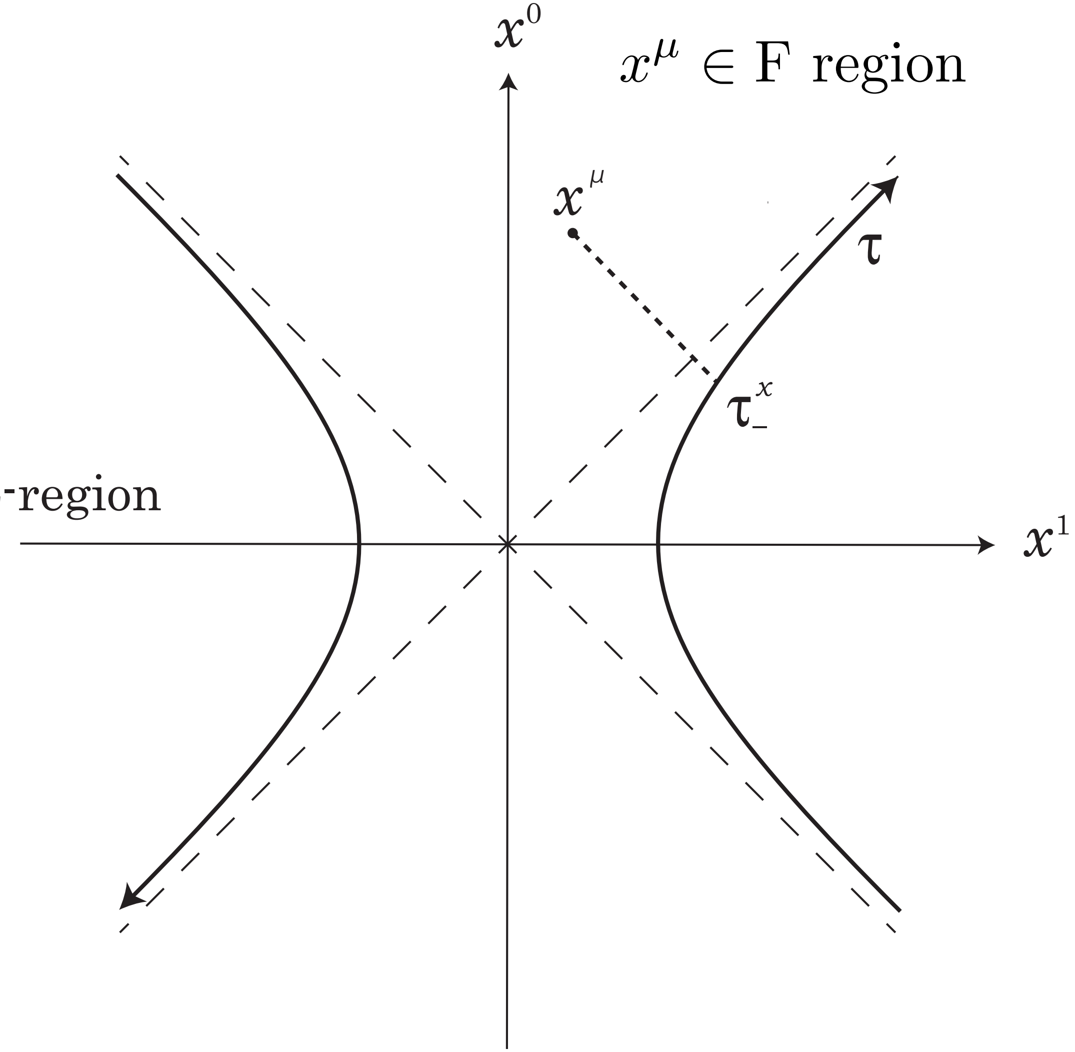
時空の座標点 x^μ と光の経路で交わる粒子の軌道の点の固有時

$x^\mu \in \mathrm{R}$ region



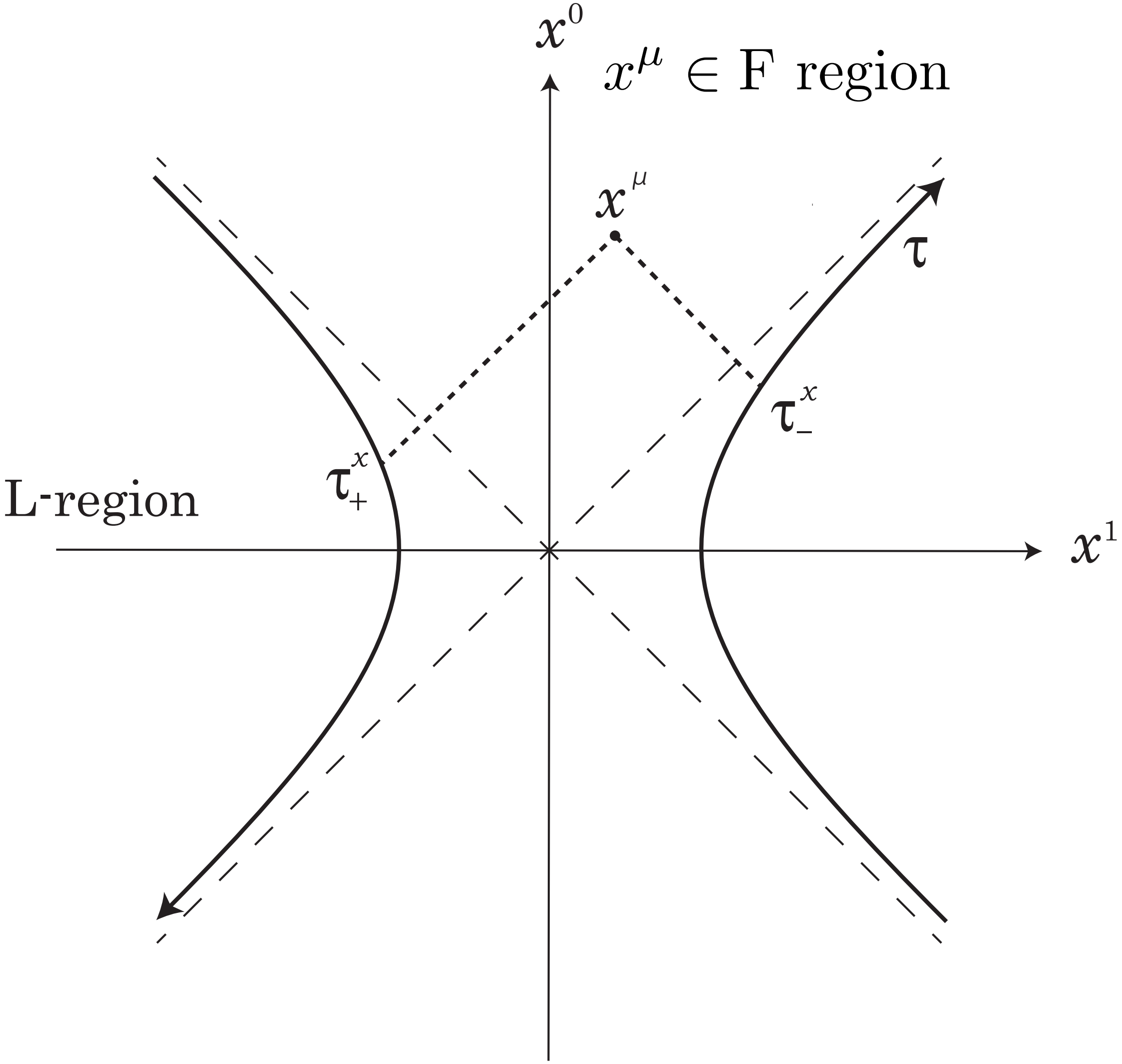
$\tau_\pm$ の物理的意味　$(x^0 - z^0(\tau))^2 - (x^1 - z^1(\tau))^2 - x_\perp^2 = 0$

時空の座標点 x^μ と光の経路で交わる粒子の軌道の点の固有時



$\tau_\pm$ の物理的意味　$(x^0 - z^0(\tau))^2 - (x^1 - z^1(\tau))^2 - x_\perp^2 = 0$

時空の座標点 x^μ と光の経路で交わる粒子の軌道の点の固有時



非同次解と同次解の相関

$$Z_x(w) = e^{\pi\omega/a}\theta(x^0 - x^1) + \theta(-x^0 + x^1)$$

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle \phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle = \frac{-iae^2}{m(4\pi)^2}\frac{x^i}{\rho_0^2(x)}\frac{y^i}{\rho_0^2(x)}\Bigg[$$

$$+\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\left(\left(\frac{aL_y^2}{2\rho_0(y)}+\frac{i\omega}{a}\right)e^{i\omega(\tau_-^y-\tau_-^x)}+\left(-\frac{aL_y^2}{2\rho_0(y)}+\frac{i\omega}{a}\right)e^{i\omega(\tau_+^y-\tau_-^x)}Z_y(-\omega)\right)\frac{1}{a\sigma-i\omega}$$

$$-\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\left(\underbrace{\left(\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}-\frac{i\omega}{a}\right)e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_-^y)}}_{\tau_-}+\underbrace{\left(-\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}-\frac{i\omega}{a}\right)e^{-i\omega(\tau_+^x-\tau_-^y)}Z_x(-\omega)}_{\tau_+}\right)\frac{1}{a\sigma+i\omega}\Bigg]$$

非同次解と同次解の相関

$$Z_x(w)=e^{\pi\omega/a}\theta(x^0-x^1)+\theta(-x^0+x^1)$$

$$\langle\phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle+\langle\phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle=\frac{-iae^2}{m(4\pi)^2}\frac{x^i}{\rho_0^2(x)}\frac{y^i}{\rho_0^2(x)}\Bigg[$$

$$+\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\left(\left(\frac{aL_y^2}{2\rho_0(y)}+\frac{i\omega}{a}\right)e^{i\omega(\tau_-^y-\tau_-^x)}+\left(-\frac{aL_y^2}{2\rho_0(y)}+\frac{i\omega}{a}\right)e^{i\omega(\tau_+^y-\tau_-^x)}Z_y(-\omega)\right)\frac{1}{a\sigma-i\omega}$$

$$-\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\left(\underbrace{\left(\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}-\frac{i\omega}{a}\right)e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_-^y)}}_{\tau_-}+\underbrace{\left(-\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}-\frac{i\omega}{a}\right)e^{-i\omega(\tau_+^x-\tau_-^y)}Z_x(-\omega)}_{\tau_+}\right)\frac{1}{a\sigma+i\omega}\Bigg]$$

非同次解同士の相関

$$\langle\phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle=\frac{e^2}{(4\pi)^2}\frac{1}{\rho_0(x)\rho_0(y)}$$

$$-\frac{iae^2}{m(4\pi)^2}\frac{x^iy^i}{\rho_0^2(x)\rho_0^2(y)}\left[\overbrace{\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\frac{i\omega}{a}\left(-e^{i\omega(\tau_-^y-\tau_-^x)}-e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_-^y)}\right)}^{\tau_-}\right]$$

非同次解と同次解の相関

←量子放射

$$\langle\phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle+\langle\phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle=\frac{-iae^2}{m(4\pi)^2}\frac{x^i}{\rho_0^2(x)}\frac{y^i}{\rho_0^2(x)}\Bigg[$$

$$+\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\left(\left(\frac{aL_y^2}{2\rho_0(y)}+\cancel{\frac{i\omega}{a}}\right)e^{i\omega(\tau_-^y-\tau_-^x)}+\left(-\frac{aL_y^2}{2\rho_0(y)}+\frac{i\omega}{a}\right)e^{i\omega(\tau_+^y-\tau_-^x)}Z_y(-\omega)\right)\frac{1}{a\sigma-i\omega}$$

$$-\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\left(\underbrace{\left(\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}-\cancel{\frac{i\omega}{a}}\right)e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_-^y)}}_{\tau_-}+\underbrace{\left(-\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}-\frac{i\omega}{a}\right)e^{-i\omega(\tau_+^x-\tau_-^y)}Z_x(-\omega)}_{\tau_+}\right)\frac{1}{a\sigma+i\omega}\Bigg]$$

非同次解同士の相関

←古典放射

$$\langle\phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle=\frac{e^2}{(4\pi)^2}\frac{1}{\rho_0(x)\rho_0(y)}$$

$$-\frac{iae^2}{m(4\pi)^2}\frac{x^iy^i}{\rho_0^2(x)\rho_0^2(y)}\left[\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\frac{i\omega}{a}\overbrace{\left(-\cancel{e^{i\omega(\tau_-^y-\tau_-^x)}}-\cancel{e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_-^y)}}\right)}^{\tau_-}\right]$$

$\langle\phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$ を加えるとキャンセルが起こる。 Iso, et al. (2011)

Chen & Tajima (99)でウンルー放射と言っている項は干渉項の一部とキャンセル

$$\langle\phi(x)\phi(y)\rangle - \langle\phi_{\rm h}(x)\phi_{\rm h}(y)\rangle = \langle\phi_{\rm inh}(x)\phi_{\rm h}(y)\rangle + \langle\phi_{\rm h}(x)\phi_{\rm inh}(y)\rangle + \langle\phi_{\rm inh}(x)\phi_{\rm inh}(y)\rangle$$

$$= \frac{e^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)} - \frac{iae^2}{2m(4\pi)^2}\frac{x^i}{\rho_0^2(x)}\frac{y^i}{\rho_0^2(y)}K(x,y)$$

古典放射　量子放射への寄与

$$K(x,y) = +\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{h(\omega)}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\left(\frac{aL_y^2}{2\rho_0(y)}e^{i\omega(\tau_-^y-\tau_-^x)} + \left(-\frac{aL_y^2}{2\rho_0(y)}+\frac{i\omega}{a}\right)e^{i\omega(\tau_+^y-\tau_-^x)}Z_y(-\omega)\right)$$

$$-\int\frac{d\omega}{2\pi}\frac{h(-\omega)}{e^{-2\pi\omega/a}-1}\left(\underbrace{\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_-^y)}}_{\tau_-} + \underbrace{\left(-\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}-\frac{i\omega}{a}\right)e^{-i\omega(\tau_+^x-\tau_-^y)}Z_x(-\omega)}_{\tau_+}\right)\Bigg]$$

$$h(\omega) = \frac{1}{m}\frac{1}{a\sigma - i\omega} \qquad L^2 = -x^\mu x_\mu + \frac{1}{a^2} \qquad Z_x(w) = e^{\pi\omega/a}\theta(x^0-x^1) + \theta(-x^0+x^1)$$

量子放射の起源は $\langle\phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle\phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle$ 干渉項にある。

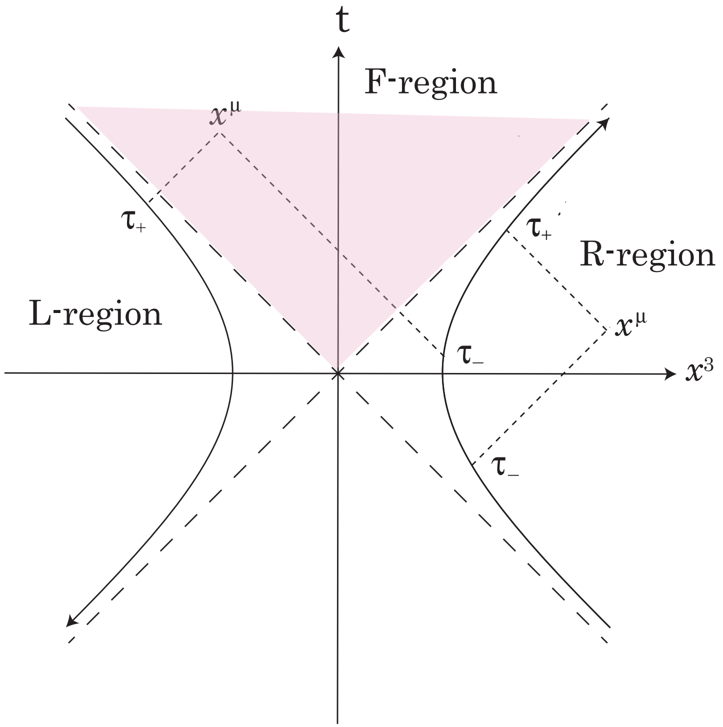
Oshita, YK, Zhang (2015)

$$[\langle\phi(x)\phi(y)\rangle - \langle\phi_{\rm h}(x)\phi_{\rm h}(y)\rangle]_S = [\langle\phi_{\rm inh}(x)\phi_{\rm h}(y)\rangle + \langle\phi_{\rm h}(x)\phi_{\rm inh}(y)\rangle + \langle\phi_{\rm inh}(x)\phi_{\rm inh}(y)\rangle]_S$$

$$= \frac{e^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)} - \frac{iae^2}{2m(4\pi)^2}\frac{x^i}{\rho_0^2(x)}\frac{y^i}{\rho_0^2(y)}\left[\frac{aL_x^2}{2\rho_0(x)}(I_3(x,y)-I_1(x,y)) + \frac{i}{a}I_2(x,y)\right]$$

$x, y \in \mathrm{F}$ region

$$\sigma = \frac{e^2 a}{12\pi m}(\ll 1)$$をパラメーターとした展開



$$I_1(x,y) = -\frac{i}{2\pi\sigma} + \frac{i}{\pi}\log(1+e^{-a|\tau_-^y-\tau_+^x|}) + \frac{1}{\pi}a(\tau_-^y-\tau_+^x)\theta(\tau_-^y-\tau_+^x) + \mathcal{O}(\sigma)$$

$$I_2(x,y) = -\frac{a}{\pi}\frac{1}{e^{a(\tau_+^x-\tau_-^y)}+1} + \mathcal{O}(\sigma)$$

$$I_3(x,y) = -\frac{i}{2\pi\sigma} + \frac{i}{\pi}\log(1-e^{-a|\tau_-^y-\tau_-^x|}) + \frac{1}{\pi}a(\tau_-^y-\tau_-^x)\theta(\tau_-^y-\tau_-^x) + \mathcal{O}(\sigma)$$

エネルギー運動量テンソル

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \partial_\alpha \phi \partial^\alpha \phi$$

エネルギーフラックス f ← ２点関数の微分

$$T_{0i} = \lim_{y \to x} \left\langle \frac{\partial \phi(x)}{\partial x^0} \frac{\partial \phi(y)}{\partial y^i} \right\rangle = \lim_{y \to x} \frac{\partial}{\partial x^0} \frac{\partial}{\partial y^i} \left\langle \phi(x) \phi(y) \right\rangle$$

$$f = -\sum_i T_{0i} n^i \qquad n^i = \frac{x^i}{r}$$

$$= f^C + f^Q$$

エネルギー運動量テンソル　$x \in \mathrm{F}$ region

$$T^C_{0\mu} = \frac{a^2 e^2}{(4\pi)^2} \frac{x_0 x_\mu}{\rho_0^4(x)} P^2$$

$$T^Q_{0\mu} = \frac{2a^3 e^2}{m(4\pi)^3} \frac{\mathbf{x}_\perp^2 x_0 x_\mu}{\rho_0^6(x)} \Bigg[-4P(3P^2-1)\left\{ \log a\epsilon - \log\left(1 - e^{-a|\tau_- - \tau_+|}\right) - a(\tau_- - \tau_+)\theta(\tau_- - \tau_+) \right\}$$

$$- \frac{2(9P^2-1)}{e^{a(\tau_+ - \tau_-)}+1} + (P^2-1) \; -P\left\{ \frac{2}{(a\epsilon)^2} - \frac{5}{2}\frac{1}{\cosh^2(a(\tau_+ - \tau_-)/2)} \right\} - \frac{1}{2}\frac{\tanh(a(\tau_+ - \tau_-)/2)}{\cosh^2(a(\tau_+ - \tau_-)/2)} \Bigg]$$

$$P = \frac{-aL^2}{2\rho_0(x)}$$

$$L^2 = -(t^2 - r^2) + \frac{1}{a^2}$$

$$\rho_0(x) = \sqrt{\left(\frac{a}{2}(t^2 - r^2) - \frac{1}{2a}\right)^2 + t^2 - r^2\cos^2\theta}$$

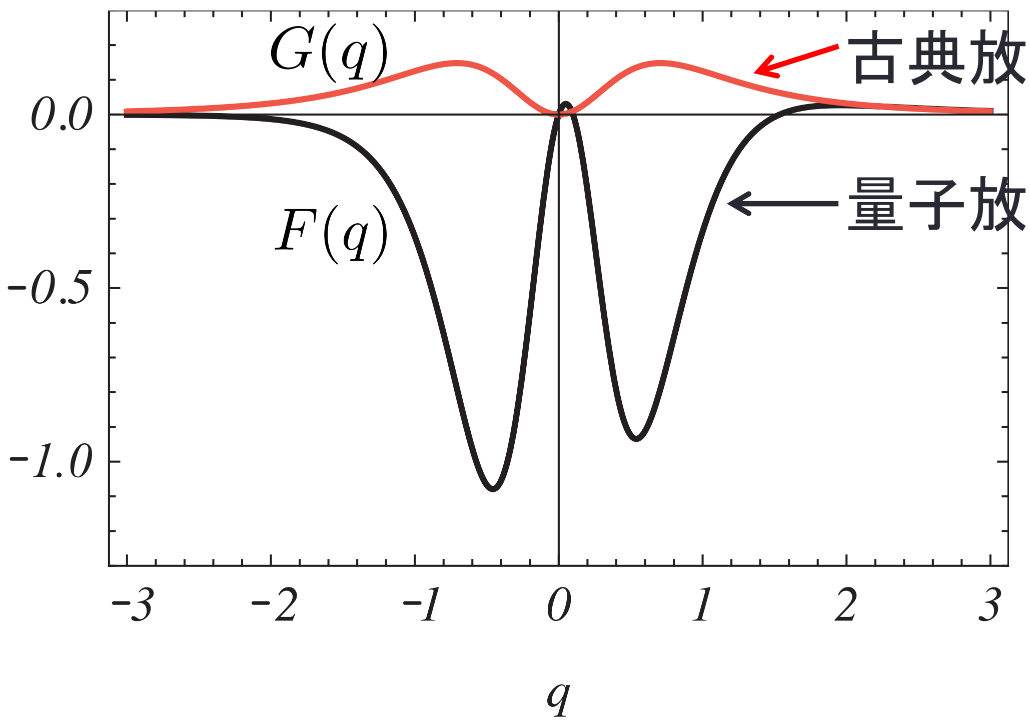
$$\tau_+ - \tau - = \log\left[\frac{+L^2 + \sqrt{L^4 + \frac{4}{a^2}(t^2 - r^2\cos^2\theta)}}{-L^2 + \sqrt{L^4 + \frac{4}{a^2}(t^2 - r^2\cos^2\theta)}} \right]$$

Oshita, YK, Zhang (2015)

$$f = -\sum_i T_{0i} n^i = f^C + f^Q$$

$$f^C = \left(\frac{e}{4\pi}\right)^2 \frac{a^2}{r^2} \frac{G(q)}{\sin^4\theta}$$

$$f^Q = \frac{a}{2\pi m} \left(\frac{e}{4\pi}\right)^2 \frac{a^2}{r^2} \frac{F(q)}{\sin^4\theta}$$



古典放射のフラックスは正

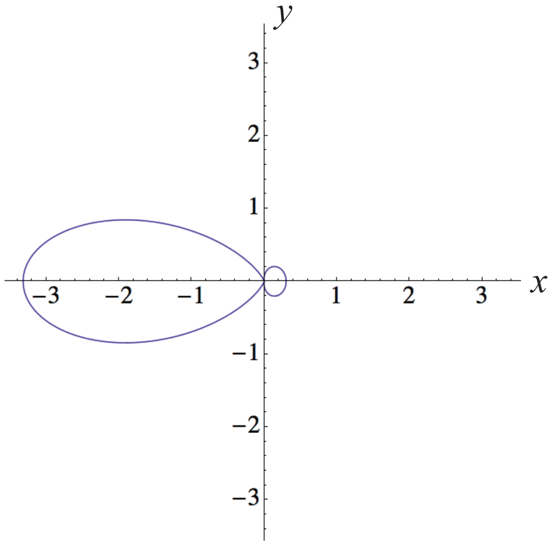
量子放射のフラックスはほぼ負

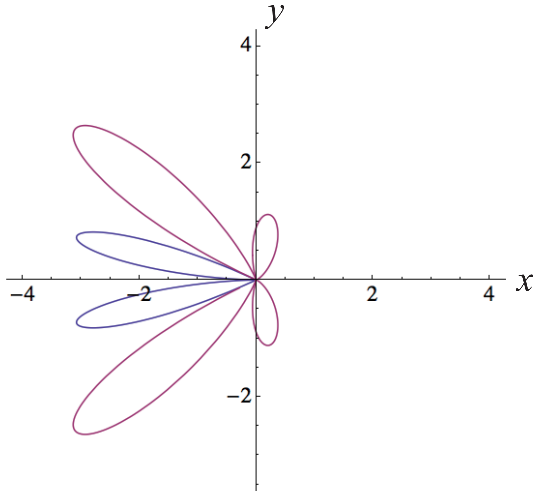
$$q = \frac{a}{\sin\theta}\left(t - r - \frac{1}{2a^2 r}\right)$$

放射強度の角度依存性

$f^C(\tau_-, \theta)$ 古典放射　　$f^Q(\tau_-, \theta)$ 量子放射

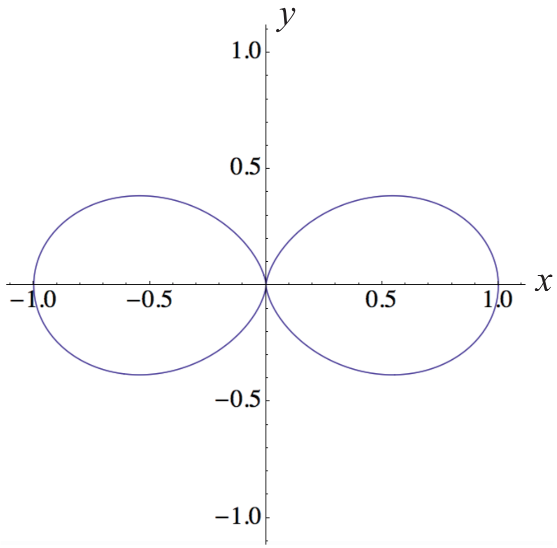
$\tau_- = -0.3/a$

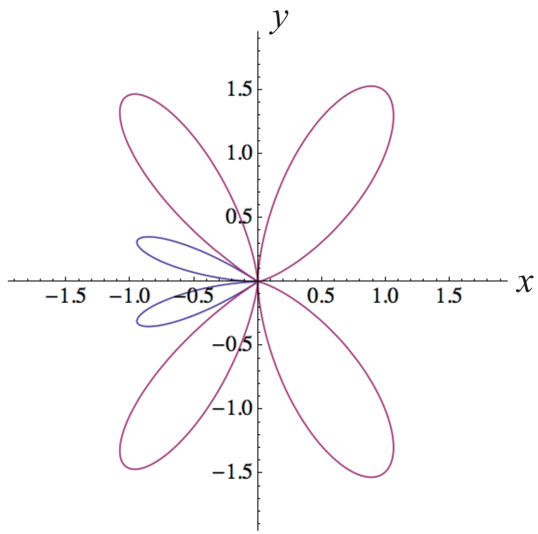




古典放射＋量子放射＞０

$\tau_- = 0$





$\tau_- = 0.3/a$

$$f = -\sum_i T_{0i} n^i = f^C + f^Q$$

Oshita, YK, Zhang (2015)

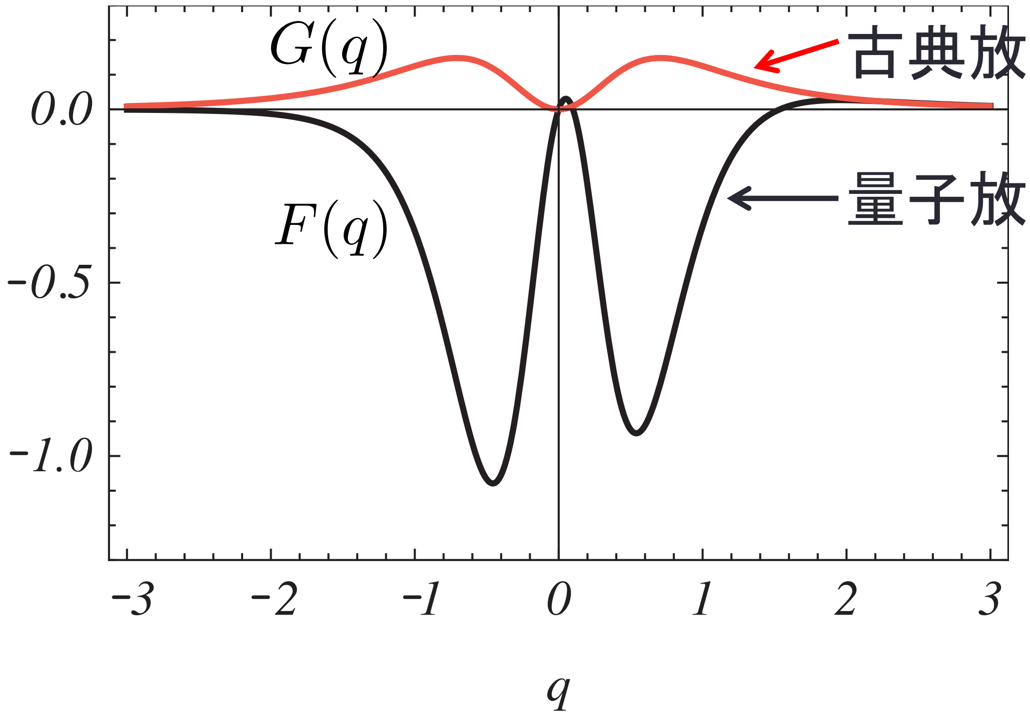
$$f^C = \left(\frac{e}{4\pi}\right)^2 \frac{a^2}{r^2} \frac{G(q)}{\sin^4\theta}$$

$$f^Q = \frac{a}{2\pi m} \left(\frac{e}{4\pi}\right)^2 \frac{a^2}{r^2} \frac{F(q)}{\sin^4\theta}$$

$$f^C + f^Q > 0$$

古典放射＋量子放射＞0

量子放射成分は放射を抑制



古典放射のフラックスは正

量子放射のフラックスはほぼ負

$$q = \frac{a}{\sin\theta}\left(t - r - \frac{1}{2a^2 r}\right)$$

エネルギー運動量テンソル

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_\alpha\phi\partial^\alpha\phi$$

エネルギーフラックス f ← ２点関数の微分

$$T_{0i} = \lim_{y\to x}\left\langle \frac{\partial\phi(x)}{\partial x^0}\frac{\partial\phi(y)}{\partial y^i}\right\rangle = \lim_{y\to x}\frac{\partial}{\partial x^0}\frac{\partial}{\partial y^i}\left\langle \phi(x)\phi(y)\right\rangle$$

$$f = -\sum_i T_{0i}n^i \qquad n^i = \frac{x^i}{r}$$

$$= f^C + f^Q$$

エネルギー放射率

$$\frac{dE}{dt} = \lim_{r\to\infty} r^2 \int d\Omega f = \frac{dE^C}{dt} + \frac{dE^Q}{dt}$$

古典放射 $\dfrac{dE^C}{dt} \sim \dfrac{e^2a^2}{(4\pi)^2}$

量子放射 $\dfrac{dE^Q}{dt} \sim -\dfrac{a}{m}\dfrac{e^2a^2}{(4\pi)^2} \sim -\dfrac{a}{m}\dfrac{dE^C}{dt}$ 全体の放射率を抑制する

3. 粒子と電磁場の模型

Oshita, YK, Zhang (2016)

$$S[z,A] = -m\int d\tau\sqrt{\eta_{\mu\nu}\dot{z}^\mu\dot{z}^\nu} - \frac{1}{4}\int d^4x F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + S_{\rm int}(z,A)$$

$$S_{\rm int}(z,A) = -e\int d\tau\int d^4x\,\delta_D^4\left(x - z(\tau)\right)\dot{z}^\mu(\tau)A_\mu(x)$$

$$= -e\int d\tau\,\dot{z}^\mu(\tau)A_\mu(z(\tau))$$

☑ $$\partial_\mu\partial^\mu A^\nu = e\int d\tau\,\dot{z}^\nu(\tau)\delta_D^4(x - z(\tau)) \qquad \partial_\mu A^\mu = 0$$

☑ $$m\ddot{z}_\mu = e(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)\dot{z}^\nu + f_\mu$$

$$z^\mu = \bar{z}^\mu + \delta z^\mu \qquad A^\mu(x) = A_{\rm h}^\mu(x) + e\int d\tau\,G_R(x, z(\tau))\dot{z}^\mu(\tau)$$

$$m\delta\ddot{z}_i(\tau) = \frac{e^2}{6\pi}(\delta\dddot{z}_i - a^2\delta\dot{z}_i) + e(\eta_{i\nu}\dot{\bar{z}}_\alpha - \eta_{i\alpha}\dot{\bar{z}}_\nu)\partial^\nu A_{\rm h}^\alpha(x)\big|_{x=z(\tau)}$$

Transverse方向のランダム運動はエネルギー等分配則を満たす。

$$A^{\mu}_{\rm inh}(x) = \frac{e}{4\pi\rho_0(x)}\left(\dot{z}^{\mu}(\tau^x_-) - E^{\mu}_{(-)i}(x)\delta\dot{z}^i(\tau^x_-)\right) \qquad E^{\mu i}_{(\mp)}(x) = \eta^{\mu i} - \frac{\dot{z}^{\mu}(\tau^x_{\mp})x^i}{\rho_0(x)}$$

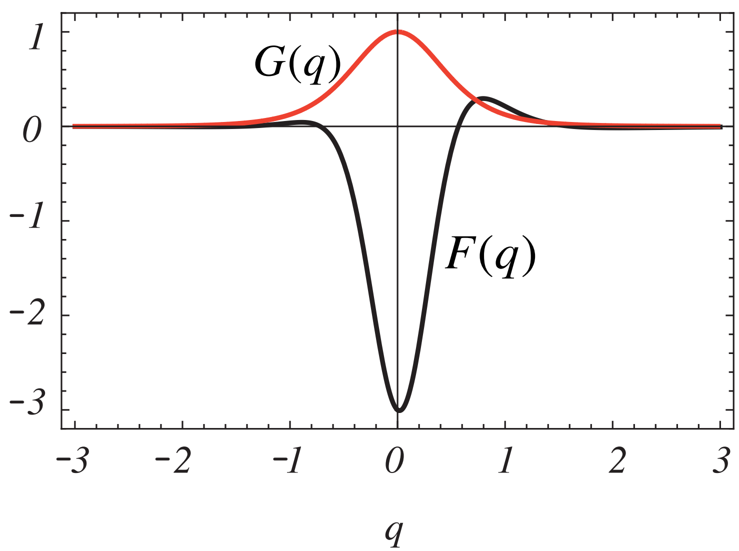
$$[\langle A^{\alpha}_{\rm h}(x)A^{\beta}_{\rm inh}(y)\rangle + \langle A^{\alpha}_{\rm inh}(x)A^{\beta}_{\rm h}(y)\rangle + \langle A^{\alpha}_{\rm inh}(x)A^{\beta}_{\rm inh}(y)\rangle]_S$$

干渉項とキャンセル

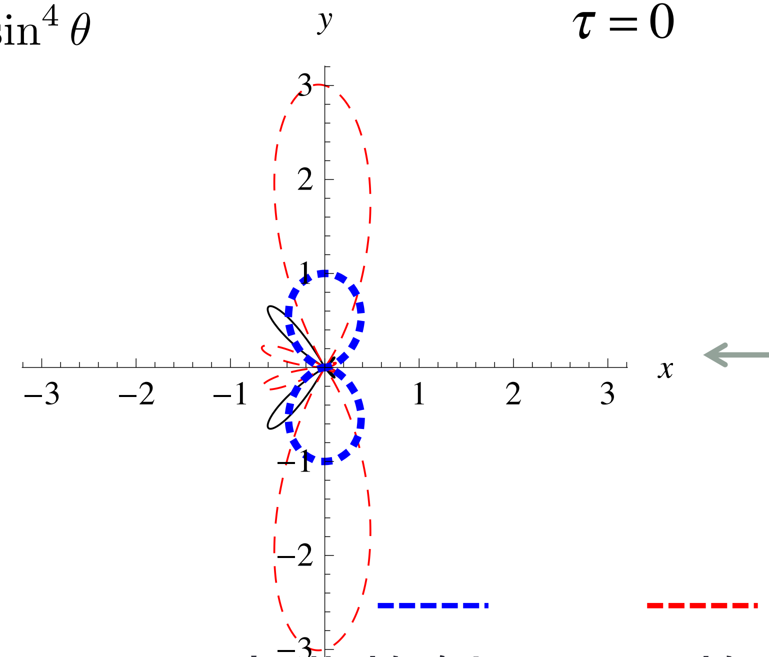
$$T_{0\mu} = -(A_{\alpha,0} - A_{0,\alpha})(A^{\alpha}{}_{,\mu} - A_{\mu}{}^{,\alpha})$$

$$f = -\sum_i T_{0i}n^i = f^C + f^Q$$

$$f^C = \left(\frac{e}{4\pi}\right)^2 \frac{a^2}{r^2}\frac{G(q)}{\sin^4\theta} \qquad f^Q = \frac{a}{2\pi m}\left(\frac{e}{4\pi}\right)^2 \frac{a^2}{r^2}\frac{F(q)}{\sin^4\theta}$$



放射の角度依存性



古典放射＋量子放射＞0

量子場と相互作用する粒子模型における量子放射のまとめ

ウンルー温度のエネルギー等分配則を満たすランダム運動
(Transverse方向の運動)

励起自由度からのナイーブな放射成分はキャンセルする。
ゼロでない量子放射からの寄与＜0

$$\left.\frac{dE}{dt}\right|_{\mathrm{Quantum}} \sim -\frac{a}{m}\left.\frac{dE}{dt}\right|_{\mathrm{Classical}}$$

量子放射は古典放射（ラーモア放射）を抑制する効果

加速粒子からの放射（Larmor 放射）の量子効果

A. Higuchi, P. J Walker (2010)
G. Nakamura, K.Y. (2011)

背景場上の場の理論を使った別のアプローチの結果

$$E_C = \frac{e^2}{6\pi}\int dt \dot{V}^2(t)$$

$$\frac{dE_C}{dt} \sim \frac{e^2 a^2}{6\pi}$$

$$E_Q = \frac{e^2}{6\pi^2 m}\int dt \int dt' \frac{\ddot{V}(t)\dot{V}(t') - \dot{V}(t)\ddot{V}(t')}{t-t'}$$

$$\frac{dE_Q}{dt} \simeq -\frac{e^2 a^2}{6\pi} \times O\left(\frac{a}{m}\right)$$

量子効果が古典放射（ラーモア放射）へ抑制として働く

量子場と相互作用する粒子模型における量子放射のまとめ

ウンルー温度のエネルギー等分配則を満たすランダム運動
(Transverse方向の運動の解析のみ)

励起自由度からのナイーブな放射成分はキャンセルする。
ゼロでない量子放射からの寄与＜0

$$\left.\frac{dE}{dt}\right|_{\mathrm{Quantum}} \sim -\frac{a}{m}\left.\frac{dE}{dt}\right|_{\mathrm{Classical}}$$

量子放射は古典放射(ラーモア放射)を抑制する効果

⟶ 異なるアプローチと整合性のある結論

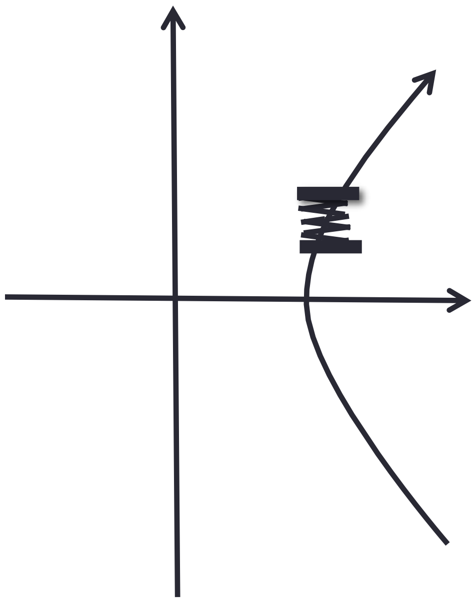
干渉項からの寄与

どのように解釈したらよいのか？

スカラー場とDetector(調和振動子)の模型

$$S[Q,\phi] = \frac{m}{2}\int d\tau \left((\dot{Q}(\tau))^2 - \Omega_0^2 Q^2(\tau) \right) + \frac{1}{2}\int d^4x \partial^\mu \phi(x) \partial_\mu \phi(x) + S_{\rm int}[Q,\phi]$$

$$S_{\rm int}[Q,\phi] = \lambda \int d^4x d\tau Q(\tau)\phi(x)\delta^4(x - z(\tau))$$



Ford & O'Connell (06)

Lin & Hu (06)

Iso, KY, Zhang (13)

干渉項に由来するフラックスがある。
物理的意味を考える上で面白い。

4. Detectorとスカラー場の模型

☑ $$\partial^\mu \partial_\mu \phi(x) = \lambda \int d\tau Q(\tau) \delta_D^{(4)}(x - z(\tau))$$

$$\phi(x) = \phi_{inh}(x) + \phi_h(x)$$ → ④ ２点相関関数→EMテンソル

①

$$\phi_{inh}(x) = \lambda \int d\tau Q(\tau) G_R(x - (z(\tau))$$

③

☑ $$(\partial_\tau^2 + \Omega_0^2) Q(\tau) = \frac{\lambda}{m} \phi(z(\tau))$$

②

$$\left(\frac{d^2}{d\tau^2} + \Omega^2 \right) Q(\tau) - \frac{\lambda^2}{m} \int d\tau' Q(\tau') G_R(\bar{z}(\tau), \bar{z}(\tau')) = \frac{\lambda}{m} \phi_h(z(\tau))$$

量子場との相互作用による摩擦

量子場による揺動力

②Detectorの運動方程式

$$\left(\frac{d^2}{d\tau^2}+\Omega_0^2\right)Q(\tau)-\frac{\lambda^2}{m}\int d\tau' Q(\tau')G_R(\bar{z}(\tau),\bar{z}(\tau'))=\frac{\lambda}{m}\phi_h(z(\tau))$$

$$\downarrow$$

$$\left(\frac{d^2}{d\tau^2}+2\gamma\frac{d}{d\tau}+\Omega^2\right)Q(\tau)=\frac{\lambda}{m}\phi_h(z(\tau))$$

$$\gamma=\frac{\lambda^2}{8\pi m}$$

$$Q(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int d\omega e^{-i\omega\tau}\tilde{Q}(\omega)$$

$$\phi_h(z(\tau))=\frac{1}{2\pi}\int d\omega e^{-i\omega\tau}\varphi(\omega)$$

$$\downarrow$$

$$\tilde{Q}(\omega)=\lambda h(\omega)\varphi(\omega) \qquad h(\omega)=\frac{1}{-m\omega^2+m\Omega^2-i\frac{\omega\lambda^2}{4\pi}}$$

エネルギー等分配則

$$\langle E\rangle=\frac{m}{2}\left(\langle\dot{Q}^2(\tau)\rangle+\Omega^2\langle Q^2(\tau)\right) \longrightarrow \langle E\rangle\simeq\frac{a}{2\pi}=T_U$$

③ Detectorからの放射　2点相関関数

$$\phi(x) = \phi_{\mathrm{h}}(x) + \phi_{\mathrm{inh}}(x)$$

$$h(\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 + m\Omega^2 - i\frac{\omega\lambda^2}{4\pi}}$$

$$\phi_{\mathrm{inh}}(x) = \lambda^2 \int\int d\tau \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega\tau} h(\omega) G_R(x - z(\tau))\varphi(\omega)$$

$$\langle\phi(x)\phi(y)\rangle = \langle\phi_{\mathrm{h}}(x)\phi_{\mathrm{h}}(y)\rangle + \langle\phi_{\mathrm{h}}(x)\phi_{\mathrm{inh}}(y)\rangle + \langle\phi_{\mathrm{inh}}(x)\phi_{\mathrm{h}}(y)\rangle + \langle\phi_{\mathrm{inh}}(x)\phi_{\mathrm{inh}}(y)\rangle$$

$$\langle\phi_{inh}(x)\phi(y)\rangle + \langle\phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= \lambda^2 \int d\tau \frac{d\omega}{2\pi} e^{-i\omega\tau} h(\omega)[G_R(x - z(\tau))\langle\varphi(\omega)\phi_h(y)\rangle + G_R(y - z(\tau))\langle\phi_h(x)\varphi(\omega)\rangle]$$

$$\langle\phi_h(x)\varphi(\omega)\rangle = \int d\tau e^{i\omega\tau}\langle\phi_h(x)\phi_h(z(\tau))\rangle$$

$$= -\frac{1}{4\pi^2}\int d\tau \frac{1}{(t - z^0(\tau) - i\epsilon)^2 - (x^1 - \bar{z}(\tau))^2 - x_\perp^2}$$

$$= \frac{i}{4\pi}\frac{1}{\rho_0(x)}\frac{1}{e^{2\pi\omega/a} - 1}(e^{i\omega\tau_-^x} - e^{i\omega\tau_+^x} Z_x(\omega))$$

$$Z_x(\omega) = \theta(-t + x^1) + e^{\pi\omega/a}\theta(t - x^1)$$

③ Detectorからの放射　2点相関関数

$$Z_x(\omega) = \theta(-t + x^1) + e^{\pi\omega/a}\theta(t - x^1)$$

$$h(\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 + m\Omega^2 - i\frac{\omega\lambda^2}{4\pi}}$$

$$\langle\phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle\phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= i\lambda^2 \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{4\pi\rho_0(x)} \frac{1}{4\pi\rho_0(y)}$$

$$\times\left(\underbrace{[h(\omega) - h(-\omega)]e^{-i\omega(\tau_-^x - \tau_-^y)}}_{\tau_-} + \underbrace{h(-\omega)e^{-i\omega(\tau_+^x - \tau_-^y)}Z_x(-\omega) - h(\omega)e^{-i\omega(\tau_-^x - \tau_+^y)}z_y(-\omega)}_{\tau_+}\right)$$

$$\langle\phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= -i\lambda^2 \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{1}{4\pi\rho_0(x)} \frac{1}{4\pi\rho_0(y)} \frac{e^{-i\omega(\tau_-^x - \tau_-^y)}}{1 - e^{-2\pi\omega/a}}[h(\omega) - h(-\omega)]$$

③ Detectorからの放射　2点相関関数

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle \phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= i\lambda^2 \int \frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{4\pi\rho_0(x)}\frac{1}{4\pi\rho_0(y)}\frac{1}{1-e^{-2\pi\omega/a}}$$

$$\times\left(\underbrace{\cancel{[h(\omega)-h(-\omega)]e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_-^y)}}}_{\tau_-} + \underbrace{h(-\omega)e^{-i\omega(\tau_+^x-\tau_-^y)}Z_x(-\omega) - h(\omega)e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_+^y)}z_y(-\omega)}_{\tau_+}\right)$$

$$Z_x(\omega) = \theta(-t+x^1) + e^{\pi\omega/a}\theta(t-x^1)$$

$$h(\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 + m\Omega^2 - i\frac{\omega\lambda^2}{4\pi}}$$

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= -i\lambda^2 \int \frac{d\omega}{2\pi}\frac{1}{4\pi\rho_0(x)}\frac{1}{4\pi\rho_0(y)}\cancel{\frac{e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_-^y)}}{1-e^{-2\pi\omega/a}}[h(\omega)-h(-\omega)]}$$

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle \phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle + \langle \phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= -\frac{i\lambda^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}h(\omega)\left[\frac{1}{1-e^{-2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_+^y)}Z_y(-\omega) - \frac{1}{1-e^{2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^y-\tau_+^x)}Z_x(\omega)\right]$$

$\langle \phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$ を加えるとキャンセルが起こる。

→　励起自由度からのナイーブな放射はキャンセル

残った項は放射に寄与するのか？

$$\langle\phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle\phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle + \langle\phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= -\frac{i\lambda^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}h(\omega)\left[\frac{1}{1-e^{-2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_+^y)}Z_y(-\omega) - \frac{1}{1-e^{2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^y-\tau_+^x)}Z_x(\omega)\right]$$

$$h(\omega) = \frac{1}{-m\omega^2+m\Omega^2-i\frac{\omega\lambda^2}{4\pi}}$$

$$\omega = -i\Omega_\pm \qquad \Omega_\pm = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2-\Omega^2} \qquad \gamma = \frac{\lambda^2}{8\pi m}$$

$$[\langle\phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle\phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle + \langle\phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle]_S$$

$$= -\frac{i\lambda^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)}\left(\frac{I(x,y)}{2m} + (x\leftrightarrow y)\right)$$

$$I(x,y) = -i\theta(\tau_-^y-\tau_+^x)\left[\frac{1}{\Omega_+\Omega_-}\frac{a}{2\pi} + \frac{e^{-\Omega_-(\tau_-^y-\tau_+^x)}}{\Omega_--\Omega_+}\frac{1}{\sin\pi\Omega_-/a} + \frac{e^{-\Omega_+(\tau_-^y-\tau_+^x)}}{\Omega_+-\Omega_-}\frac{1}{\sin\pi\Omega_+/a}\right.$$
$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n e^{-na(\tau_-^y-\tau_+^x)}}{(\Omega_--na)(\Omega_+-na)}\frac{a}{\pi}\right] + i\theta(\tau_+^x-\tau_-^y)\left[\frac{1}{\Omega_+\Omega_-}\frac{a}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n e^{na(\tau_-^y-\tau_+^x)}}{(\Omega_-+na)(\Omega_++na)}\frac{a}{\pi}\right]$$

$$\gamma > \Omega \quad x, y \in \mathrm{F\ region}$$

エネルギーフラックス f ← ２点関数の微分

$$T_{0i} = \lim_{y\to x}\left\langle \frac{\partial\phi(x)}{\partial x^0}\frac{\partial\phi(y)}{\partial y^i}\right\rangle = \lim_{y\to x}\frac{\partial}{\partial x^0}\frac{\partial}{\partial y^i}\left\langle \phi(x)\phi(y)\right\rangle$$

$$f = -\sum_i T_{0i}n^i \qquad n^i = \frac{x^i}{r}$$

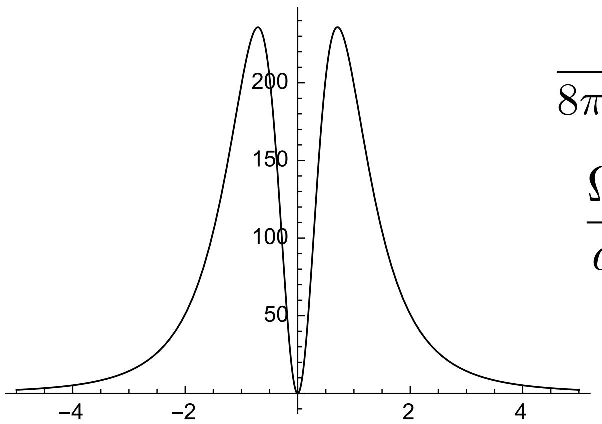
$$= \frac{a\lambda^2}{(4\pi)^2 m r^2 \sin^4\theta}\mathcal{F}(q, \Omega_+/a, \Omega_-/a)$$

古典放射成分なし、
量子放射成分のみ

$$q = \frac{a}{\sin\theta}\left(t - r - \frac{1}{2a^2 r}\right)$$

$$\mathcal{F}(q,\Omega_+/a,\Omega_-/a) \sim \frac{q^2}{(1+q^2)^3}\left[-\theta(q)\left\{\frac{1}{\Omega_+/a}\frac{1}{\Omega_-/a}\frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\Omega_-/a-\Omega_+/a}\left(\frac{-q+\sqrt{1+q^2}}{q+\sqrt{1+q^2}}\right)^{\Omega_-/a}\frac{1}{\sin\pi\Omega_-/a}\right\}\right.$$
$$\left. +\theta(-q)\left\{\frac{1}{\Omega_+/a}\frac{1}{\Omega_-/a}\frac{1}{2\pi}\right\}\right]$$

$\mathcal{F}(q)$



q

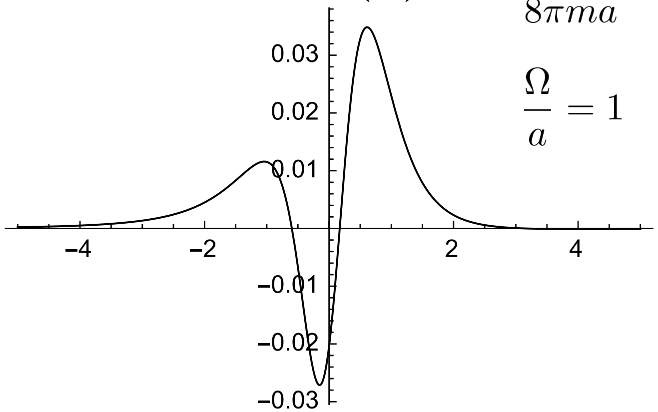
$$\frac{\lambda}{8\pi m a} = 1$$

$$\frac{\Omega}{a} = 0.01$$

$\mathcal{F}(q)$

$$\frac{\lambda}{8\pi m a} = 0.99$$

$$\frac{\Omega}{a} = 1$$



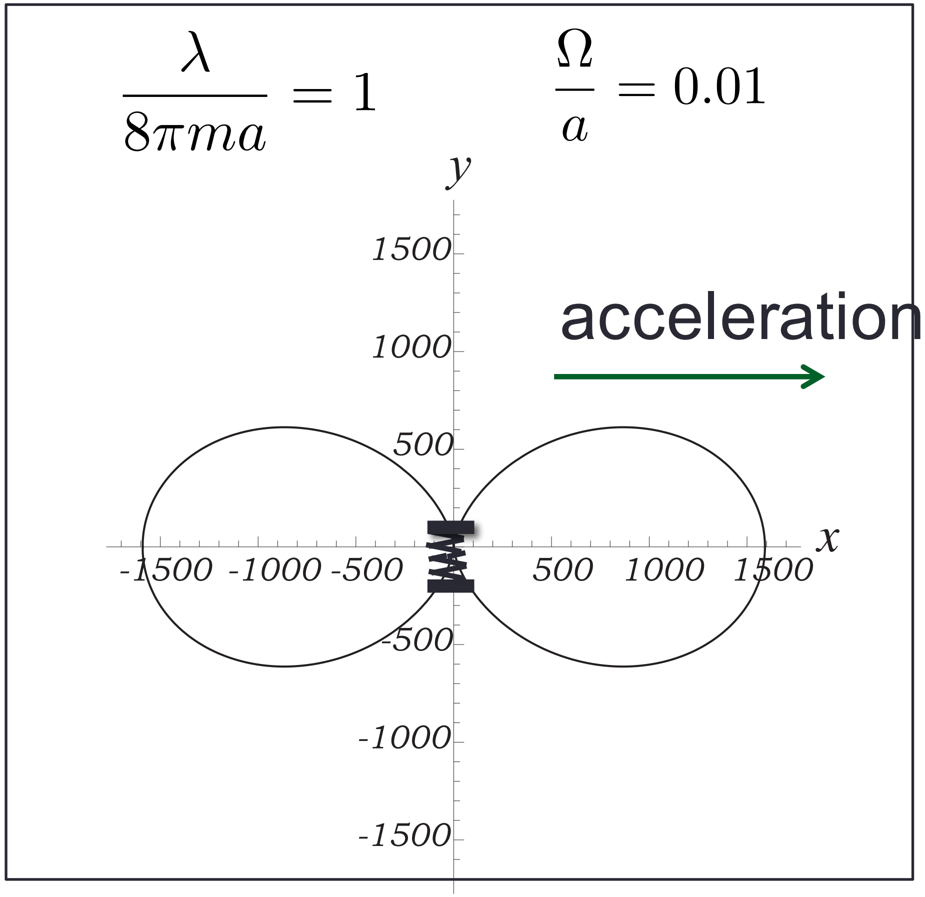
q

時間平均すると正のフラックス

放射強度の角度依存性

$$f(\tau_-, \theta)$$

$$\tau = 0$$



古典放射成分はない

✓ エネルギー放射率

$$\frac{dE}{dt} = \lim_{r\to\infty} r^2 \int d\Omega_{(2)} f \sim \frac{a\lambda^2}{4\pi m}\mathcal{F} \sim \frac{a\lambda}{4\pi m}\frac{a^2}{2\pi\Omega^2}$$

✓ Lin & Hu (2006)が指摘した結果と同じ

✓ ウンルー効果により励起した自由度からの
単純な放射では説明できない。

✓ この物理的意味は良く理解されていない。

この放射の物理的意味は？

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle \phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle + \langle \phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= -\frac{i\lambda^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}h(\omega)\left[\frac{1}{1-e^{-2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_+^y)}Z_y(-\omega) - \frac{1}{1-e^{2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^y-\tau_+^x)}Z_x(\omega)\right]$$

$$\beta = \frac{e^{2\pi\omega/a}}{e^{2\pi\omega/a}-1} \qquad x, y \in \mathrm{R\ region}$$

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle \phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$\cancel{= i\lambda^2\int\frac{d\omega}{2\pi}\beta(\omega)\int d\tau\int d\tau' e^{-i\omega(\tau-\tau')}\times\Big[G_R(x,z(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(\omega) - G_R(x,z(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(-\omega)\Big]}$$

$$-i\lambda^2\int\frac{d\omega}{2\pi}\beta(\omega)\int d\tau\int d\tau' e^{-i\omega(\tau-\tau')}\times\Big[G_R(x,z(\tau))G_A(y,z(\tau'))h(\omega) - G_A(x,z(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(-\omega)\Big]$$

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

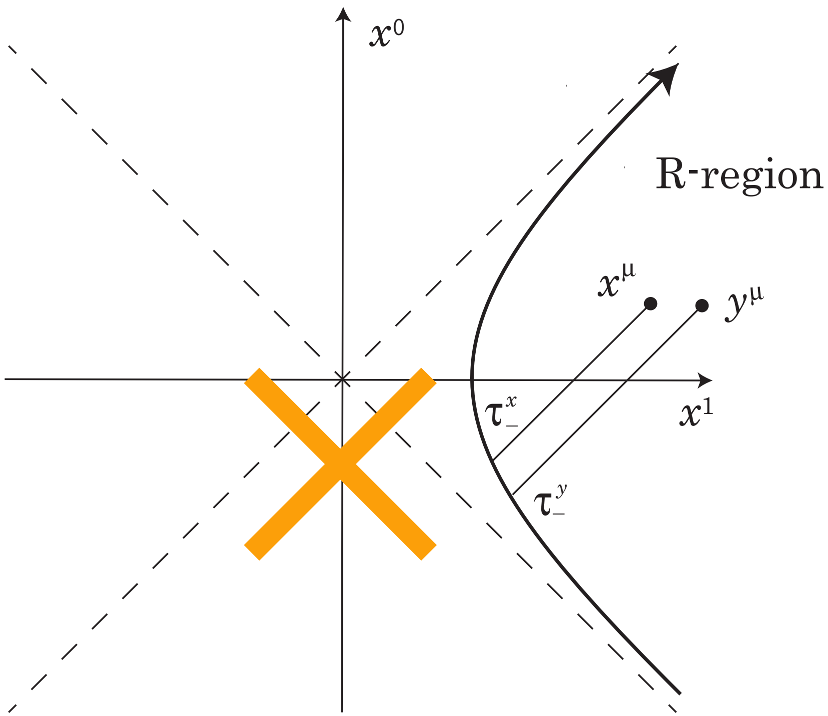
$$\cancel{= -i\lambda^2\int\frac{d\omega}{2\pi}\beta(\omega)\int d\tau\int d\tau' e^{-i\omega(\tau-\tau')}\times\Big[G_R(x,z(\tau))G_R(y,\bar{z}(\tau'))h(\omega) - G_R(x,z(\tau))G_R(y,\bar{z}(\tau'))h(-\omega)\Big]}$$

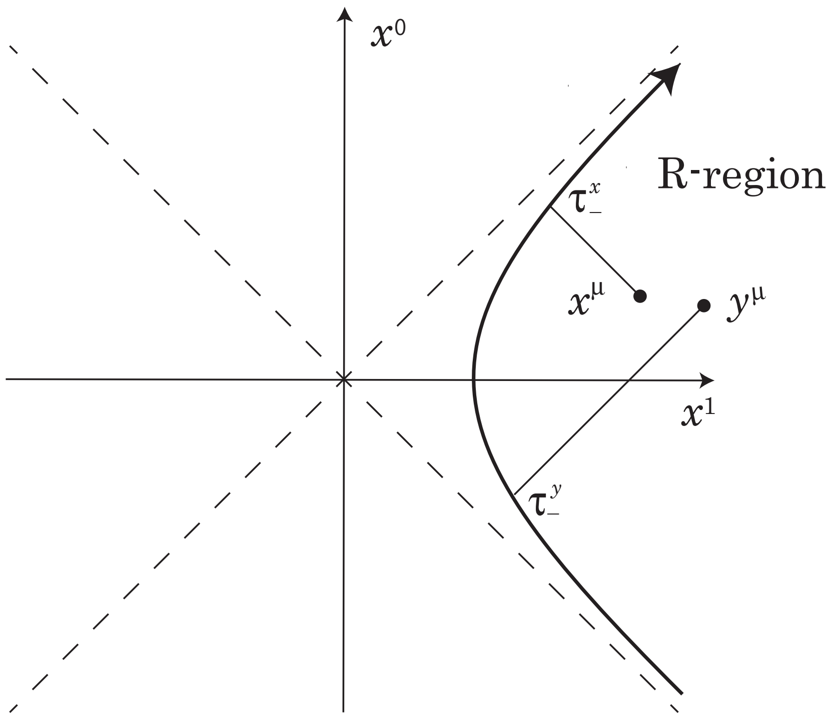
$$\langle\phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle\phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle + \langle\phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= -\frac{i\lambda^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}h(\omega)\left[\frac{1}{1-e^{-2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_+^y)}Z_y(-\omega) - \frac{1}{1-e^{2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^y-\tau_+^x)}Z_x(\omega)\right]$$

$$= -i\lambda^2\int\frac{d\omega}{2\pi}\beta(\omega)\int d\tau\int d\tau' e^{-i\omega(\tau-\tau')}\times\Big[G_R(x,z(\tau))G_A(y,z(\tau'))h(\omega) - G_A(x,z(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(-\omega)\Big]$$

$$x, y \in \mathrm{R\ region}$$





この放射の物理的意味？

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle \phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle + \langle \phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= -\frac{i\lambda^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}h(\omega)\left[\frac{1}{1-e^{-2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_+^y)}Z_y(-\omega) - \frac{1}{1-e^{2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^y-\tau_+^x)}Z_x(\omega)\right]$$

$$\beta = \frac{e^{2\pi\omega/a}}{e^{2\pi\omega/a}-1} \qquad x, y \in \mathrm{F\ region}$$

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle \phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$\cancel{= i\lambda^2\int\frac{d\omega}{2\pi}\beta(\omega)\int d\tau\int d\tau' e^{-i\omega(\tau-\tau')}\times\Big[G_R(x,z(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(\omega) - G_R(x,z(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(-\omega)\Big]}$$

$$-i\lambda^2\int\frac{d\omega}{2\pi}\beta(\omega)e^{-\pi\omega/a}\int d\tau\int d\tau' e^{-i\omega(\tau-\tau')}\Big[G_R(x,z(\tau))G_R(y,\widetilde{z}(\tau'))h(\omega) - G_R(x,\widetilde{z}(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(-\omega)\Big]$$

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$\cancel{= -i\lambda^2\int\frac{d\omega}{2\pi}\beta(\omega)\int d\tau\int d\tau' e^{-i\omega(\tau-\tau')}\times\Big[G_R(x,z(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(\omega) - G_R(x,z(\tau))G_R(y,\bar{z}(\tau'))h(-\omega)\Big]}$$

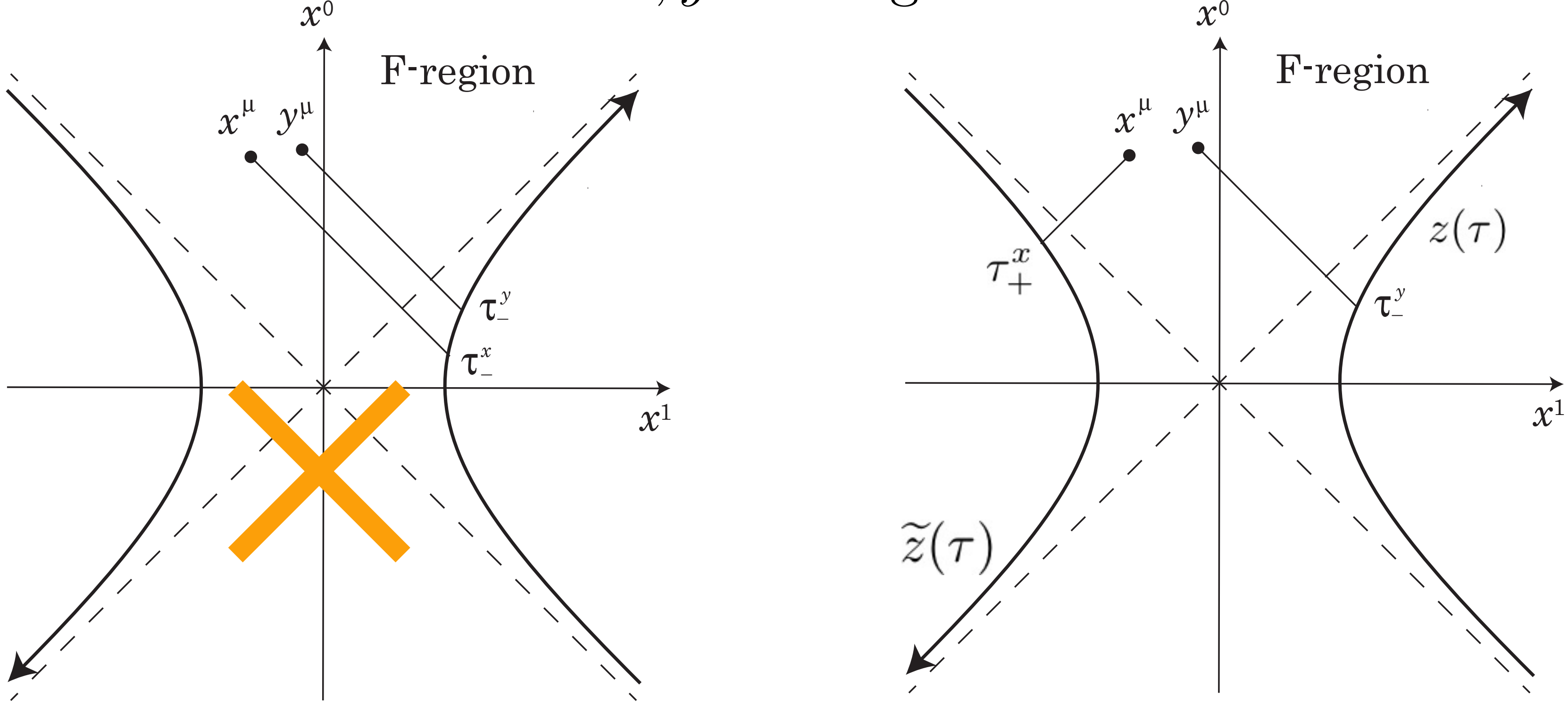
この放射の物理的意味？

$$\langle \phi_{inh}(x)\phi_h(y)\rangle + \langle \phi_h(x)\phi_{inh}(y)\rangle + \langle \phi_{inh}(x)\phi_{inh}(y)\rangle$$

$$= -\frac{i\lambda^2}{(4\pi)^2\rho_0(x)\rho_0(y)}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\omega}{2\pi}h(\omega)\left[\frac{1}{1-e^{-2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_+^y)}Z_y(-\omega)-\frac{1}{1-e^{2\pi\omega/a}}e^{-i\omega(\tau_-^y-\tau_+^x)}Z_x(\omega)\right]$$

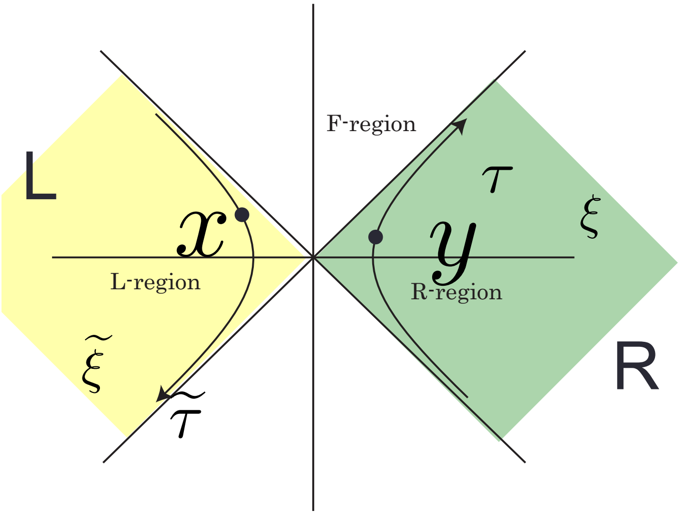
$$= -i\lambda^2\int\frac{d\omega}{2\pi}\beta(\omega)\int d\tau\int d\tau' e^{-i\omega(\tau-\tau')}\left[G_R(x,z(\tau))G_R(y,\tilde{z}(\tau'))h(\omega)-G_R(x,\tilde{z}(\tau))G_R(y,z(\tau'))h(-\omega)\right]$$

$$x, y \in \mathrm{F\ region}$$



残った干渉項は、R領域とL領域の相関を表す。

ミンコフスキー真空のエンタングルメント



$$|0,\mathrm{M}\rangle = \prod_j N_j \exp\left[e^{-\pi\omega_j/a}\hat{b}_j^\dagger \hat{c}_j^\dagger\right]|0_\mathrm{R}\rangle \otimes |0_\mathrm{L}\rangle$$

$$= \prod_j \left[N_j \sum_{n_j=0}^{\infty} e^{-\pi n_j \omega_j/a}|n_j,\mathrm{R}\rangle \otimes |n_j,\mathrm{L}\rangle\right]$$

$$N_j = \sqrt{1-e^{-2\pi\omega_j/a}}$$ j : mode

$$\hat{\phi} = \hat{\phi}_\mathrm{R}(\tau,\xi)\theta(-u) + \hat{\phi}_\mathrm{L}(\tilde{\tau},\tilde{\xi})\theta(u)$$

$x \in \mathrm{L},\ y \in \mathrm{R}$

$$\langle 0,M|\hat{\phi}(x)\hat{\phi}(y)|0,M\rangle = \int d\omega \frac{\omega}{2} e^{-i\omega(\tau-\tilde{\tau})}\frac{e^{\pi\omega/a}}{e^{2\pi\omega/2}-1}$$

$$\langle \hat{\phi}_\mathrm{inh}(x)\hat{\phi}_\mathrm{h}(y)\rangle \propto \int d\omega \frac{h(\omega)}{2\pi} e^{-i\omega(\tau_-^x-\tau_+^y)}\frac{e^{\pi\omega/a}}{e^{2\pi\omega/a}-1}$$

R領域でdetectorによる影響がF領域に影響：干渉してフラックスを作り出す

ミンコフスキー真空のエンタングルメントを反映

5.まとめと結論

☑ 一定加速運動する粒子と量子場の模型

ウンルー効果による熱的励起はあるが、
期待した単純な放射はない。

干渉項から予言される量子放射のフラックスは負
古典放射と合わせると正のフラックス
放射を抑制する効果

☑ 一定加速運動するDetectorと量子場の模型

干渉項から予言される量子放射フラックスは正

干渉項の量子放射 ← ミンコフスキー真空のエンタングルメント

一定加速運動する荷電粒子、原子からの放射
は真空のエンタングルメントを反映

実験的検証の課題

具体の模型

熱化時間

加速電子
$$\tau_R = \frac{12\pi m}{a^2 e^2} \sim 1.4 \times 10^{-5} \left(\frac{0.1\mathrm{eV}}{a}\right)^2 \mathrm{sec}$$

Detector
$$\tau_R = \frac{8\pi m}{\lambda^2}$$

Thank you!