Finite-temperature effects on damping of the Nambu-Goldstone and Higgs modes of superfluid Bose gases in optical lattices

Kazuma Nagao* and Ippei Danshita
Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto Univ.
*kazuma.nagao@yukawa.kyoto-u.ac.jp

- 光格子中の超流動Bose原子気体の有限温度における集団励起の減衰を研究する

集団励起モード = SFオーダーパラメタの空間的な変調

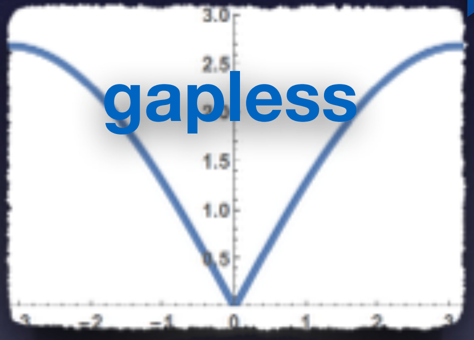
Order parameter (OP)

$$\Psi = |\Psi| e^{i\varphi} \longrightarrow$$

仮定: 1. 量子臨界点近傍 2. 整数充填率 → 集団励起モードとして次の二つが可能。

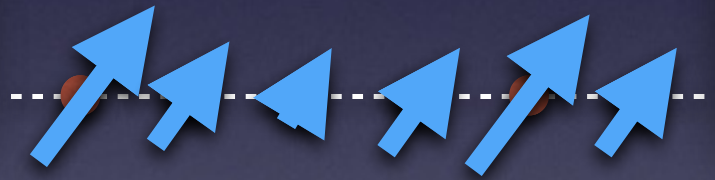
Nambu-Goldstone (NG) mode

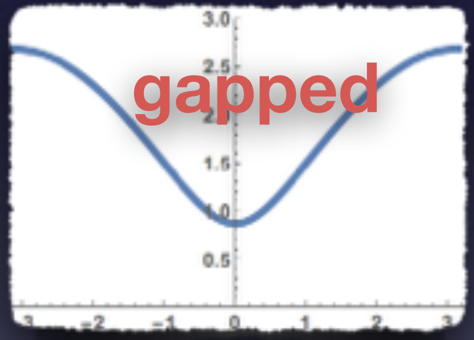
phase fluctuation of the OP

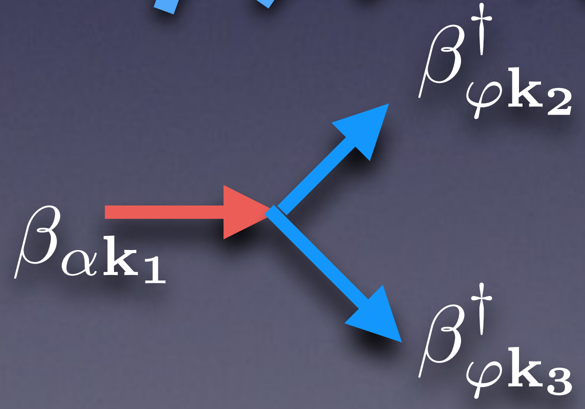


Higgs mode

amplitude fluctuation of the OP



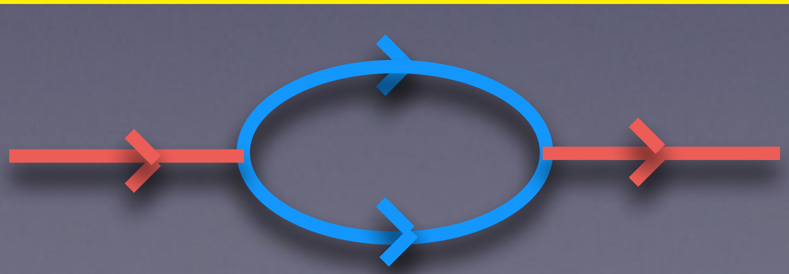


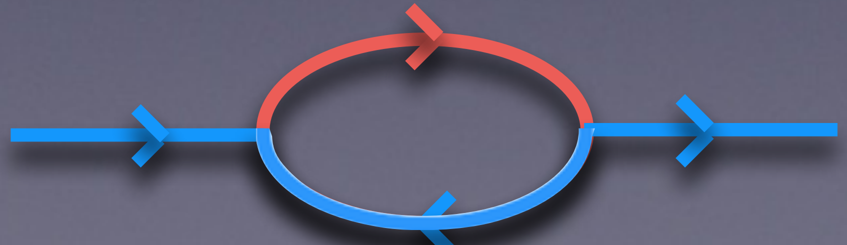


NGとHiggsの間には相互作用が存在 → 集団励起の減衰

集団励起の減衰に着目して相互作用効果を理解する。

有限温度を考える →





Beliaev減衰の寄与に加えて・・・ Landau減衰の寄与が重要！

集団励起の減衰率を、有限温度の場合に計算する。

$$\frac{1}{\tau} = \mathrm{Im}\Sigma_{\alpha(\mathrm{or}\varphi)}$$

$$\mathrm{Im}\Sigma_\alpha(E_{\mathbf{k}} + i\delta) = \pi\beta \sum_{\mathbf{k_1},\mathbf{k_2}} (|V(\mathbf{k_1},\mathbf{k_2},\mathbf{k})|^2 + |V(\mathbf{k_1},\mathbf{k},\mathbf{k_2})|^2)$$
$$\times(1 + f_B(E^\varphi_{\mathbf{k_1}}) + f_B(E^\varphi_{\mathbf{k_2}}))\delta(E^\alpha_{\mathbf{k}} - E^\varphi_{\mathbf{k_1}} - E^\varphi_{\mathbf{k_2}})$$

$$\mathrm{Im}\Sigma_\varphi(E_{\mathbf{k}} + i\delta) = -\pi\beta \sum_{\mathbf{k_1},\mathbf{k_2}} |V(\mathbf{k_1},\mathbf{k_2},\mathbf{k}) + V(\mathbf{k_1},\mathbf{k},\mathbf{k_2})|^2$$
$$\times(f_B(E^\alpha_{\mathbf{k_1}}) - f_B(E^\varphi_{\mathbf{k_2}}))\delta(E^\varphi_{\mathbf{k}} - E^\alpha_{\mathbf{k_1}} + E^\varphi_{\mathbf{k_2}})$$

有効模型に基づいたアプローチ

Bose-Hubbard model

$$H = -J\sum_{\langle i,j\rangle}(a_i^\dagger a_j + \mathrm{h.c.}) + \frac{U}{2}\sum_i (n_i - \bar{n})^2 - \mu\sum_i (n_i - \bar{n})$$

Effective Spin-1 model

$$H_{\mathrm{eff}} = -\frac{J\bar{n}}{2}\sum_{\langle i,j\rangle}(S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+) + \frac{U}{2}\sum_i (S_i^z)^2 - H\sum_i S_i^z$$

温度Green's関数

$$G_{m\mathbf{k}}(\tau_1 - \tau_2) = -\langle T_\tau \beta_{m\mathbf{k}}(\tau_1)\beta^\dagger_{m\mathbf{k}}(\tau_2)\rangle$$

$$G_m = G_m^0 + G_m^0\underline{(-\Sigma_m)}G_m$$

self-energy

- 長波長近似の元でシンプルな解析的表式を導出

$$\boxed{\mathrm{Im}\Sigma_\alpha = \frac{z^{3/2}(1+u)\sqrt{1-u^2}}{2^5\pi}\coth\frac{\beta\Delta}{4}}$$

$$\boxed{\mathrm{Im}\Sigma_\varphi = \frac{d^{5/2}(1-u^2)}{2\sqrt{2}\pi u k^2}\log\frac{1-\mathrm{e}^{-\beta c_{\mathrm{ng}}(k_{\mathrm{min}}+k)}}{1-\mathrm{e}^{-\beta c_{\mathrm{ng}}(k_{\mathrm{max}}+k)}}\frac{1-\mathrm{e}^{-\beta c_{\mathrm{ng}}k_{\mathrm{max}}}}{1-\mathrm{e}^{-\beta c_{\mathrm{ng}}k_{\mathrm{min}}}}}$$

- NG減衰率の特徴的なオンサイト依存性