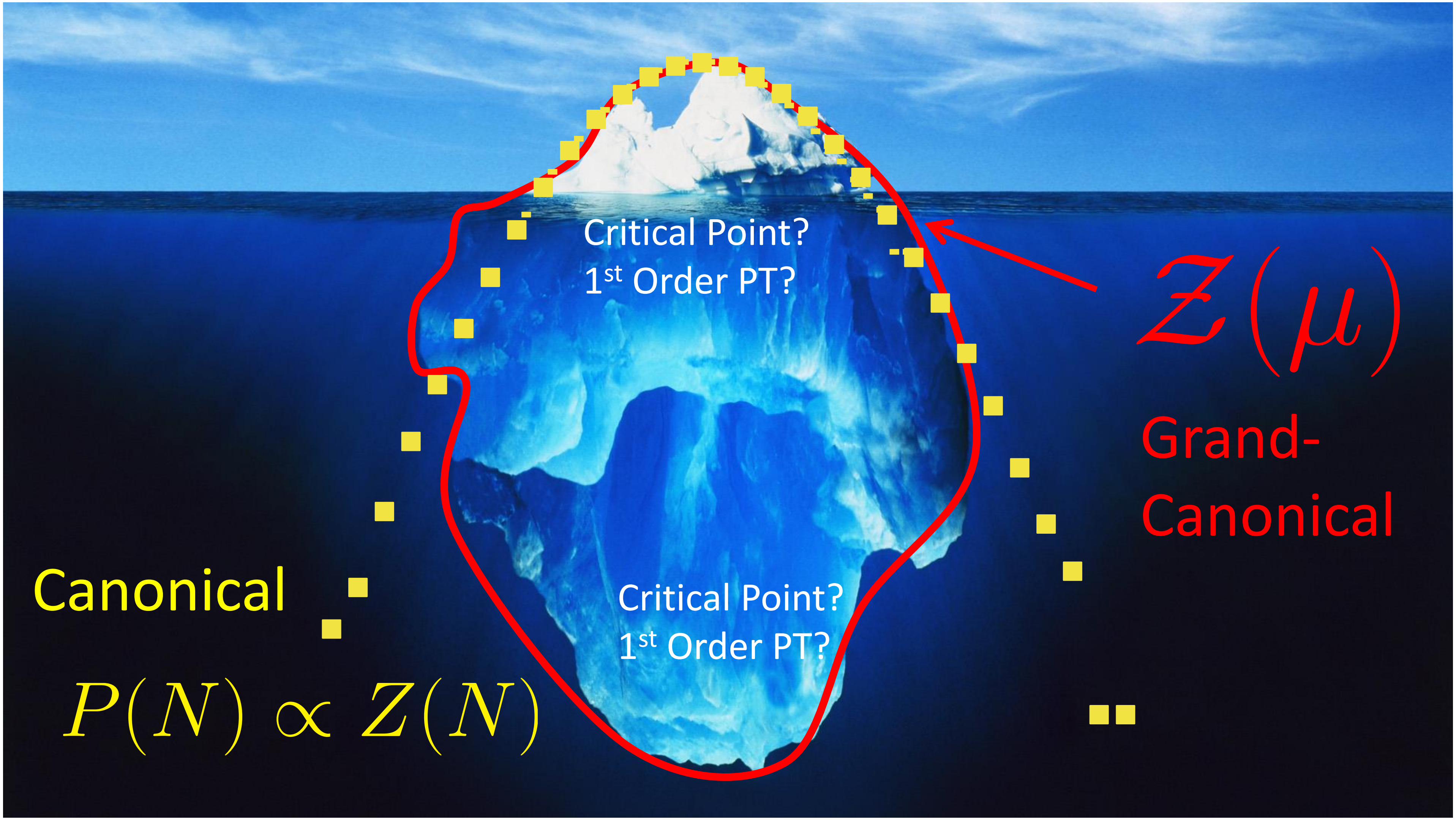
リー・ヤンゼロ点に対する
フガシティー展開の打ち切り効果

京大基研　森田健司

共同研究者　中村純（RCNP/理研)

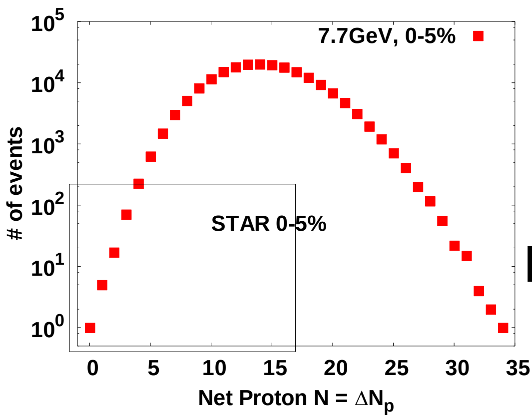
Ref) KM, Nakamura, arXiv:1505.05985

氷山の一角？


Critical Point?
1st Order PT?
Critical Point?
1st Order PT?
$Z(\mu)$
Grand-
Canonical
Canonical
$P(N) \propto Z(N)$

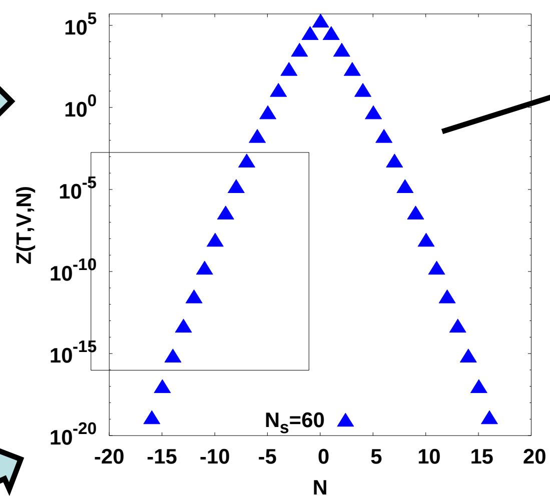
Z(N)と$\mathcal{Z}(\mu)$と相転移

保存量多重度分布

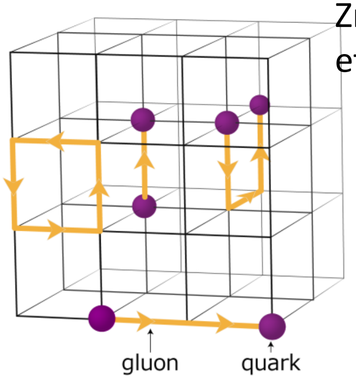


Nakamura-Nagata

カノニカル分配関数 Z(N)



格子QCD



From jicfus.jp

Ejiri
Nakamura,
Nagata,
Zn Coll.
etc

分配関数 $\mathcal{Z}(\mu)$

$$\mathcal{Z}(\mu) = \sum_N Z(N)\lambda^N$$

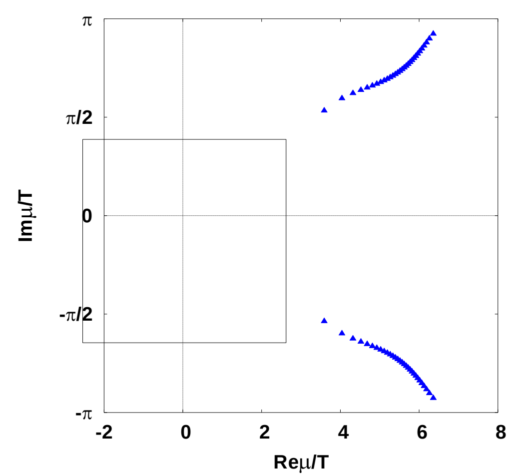
$$\lambda = e^{\mu/T}$$

熱力学量とゆらぎ

$$p(T,\mu) = -(T/V)\ln \mathcal{Z}(\mu)$$

$$\chi_\mu^n \propto \frac{\partial^n p(T,\mu)}{\partial \mu^n}$$

リー・ヤンゼロ点



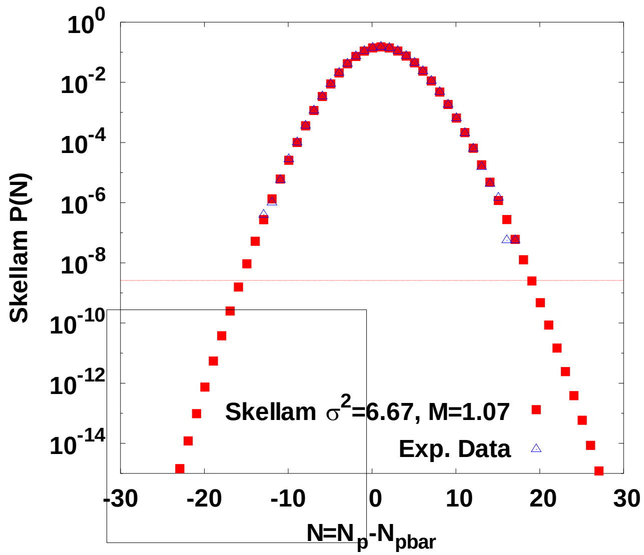
どこまで大きいNを
とれるか？

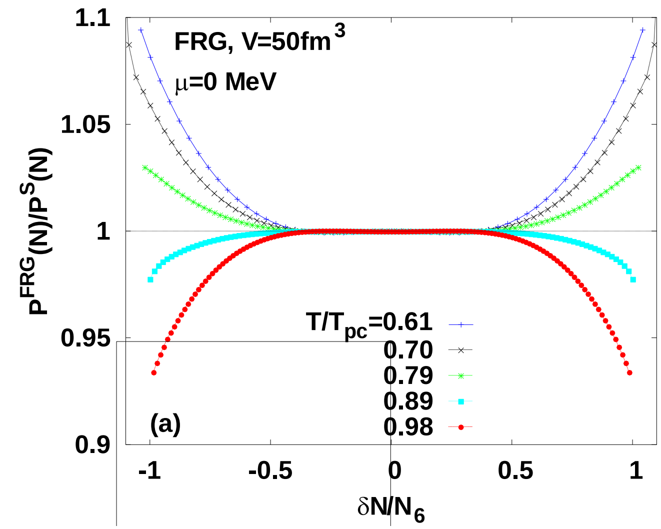
(和：可能な全てのNについて)

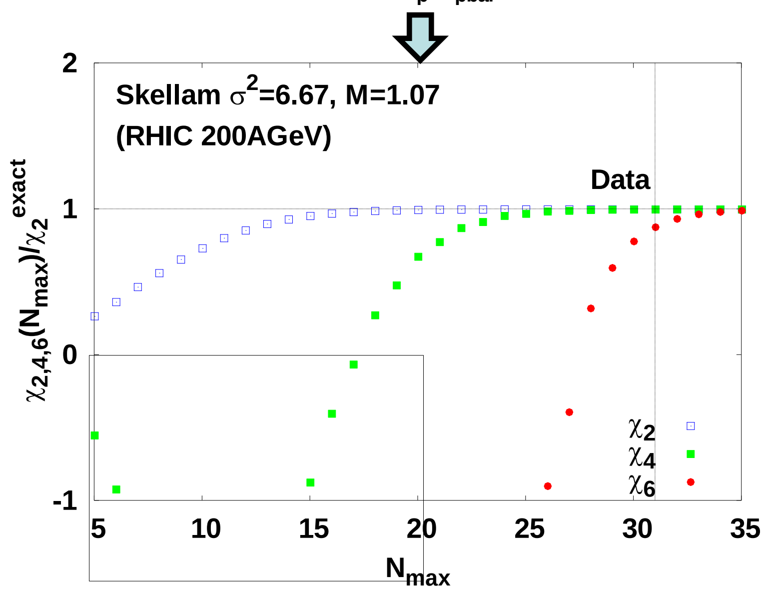
分布の裾は大切

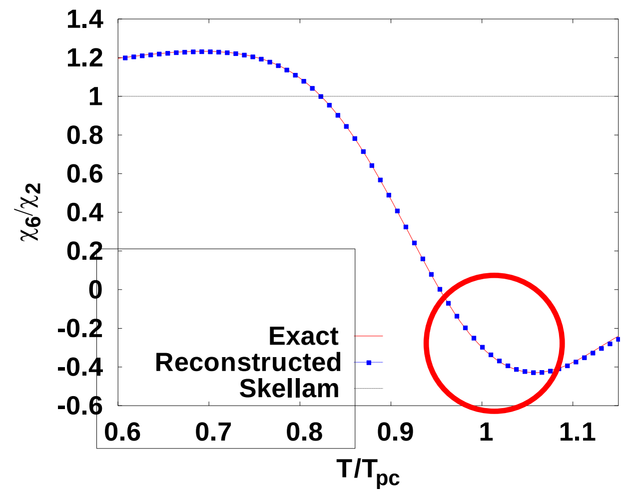
$$\chi_4 \propto \langle(\delta N)^4\rangle - 3\langle(\delta N)^2\rangle^2$$

$$\chi_6 \propto \langle(\delta N)^6\rangle - 15\langle(\delta N)^4\rangle\langle(\delta N)^2\rangle - 10\langle(\delta N)^3\rangle^2 + 30\langle(\delta N)^2\rangle^3$$





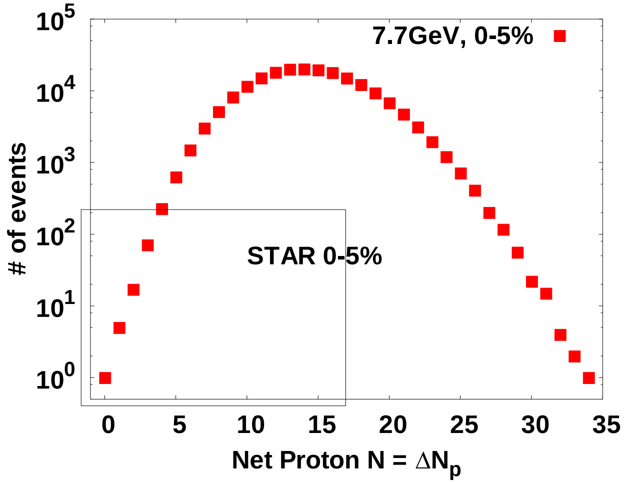




$\chi_6 < 0$
O(4)
crossover

KM et al., PRC88 ’13
PLB741 ‘15

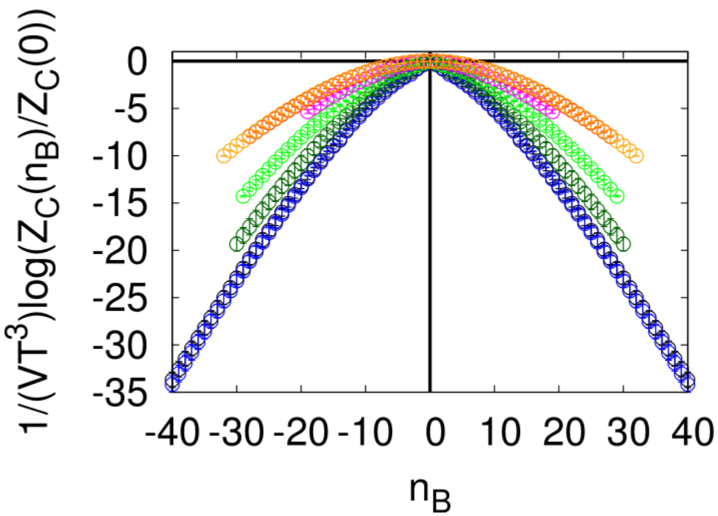
Z(N)の統計的な限界



分布の裾はたかだかO(1) 事象数

$$\mathcal{Z}(\mu) = \sum_{N=-N^*}^{N^*} Z(N)\lambda^N$$

$$\simeq \sum_{N=-N_{\max}}^{N_{\max}} Z(N)\lambda^N$$



Nakamura et al., arXiv:1504.04471

裾は厳しい

$N_{max} < N^*$ までしか和を取れない

ゆらぎへの影響あり
リー・ヤンゼロ点は？

解ける模型でチェック！

ランダム行列模型における分配関数

分配関数

M.Stephanov, PRD73 '06

$$\mathcal{Z}(T,N_s,\mu)=\sum_{k_1,k_2=0}^{N_s/2}\binom{N_s/2}{k_1}\binom{N_s/2}{k_2}(N_s-k_1-k_2)!\,{}_1F_1(k_1+k_2-N;1;-m^2N_s)$$
$$\times(-N_s\pi^2a^2T^2)^{k_1+k_2}\left(i+\underline{\frac{2b}{a\pi N_c}\sinh\frac{\mu}{2T}}\right)^{2k_1}\left(i-\underline{\frac{2b}{a\pi N_c}\sinh\frac{\mu}{2T}}\right)^{2k_2}.$$

$$\frac{\mu}{T}\to 2\sinh\frac{\mu}{2T}$$

虚数化学ポテンシャル
に対する周期性

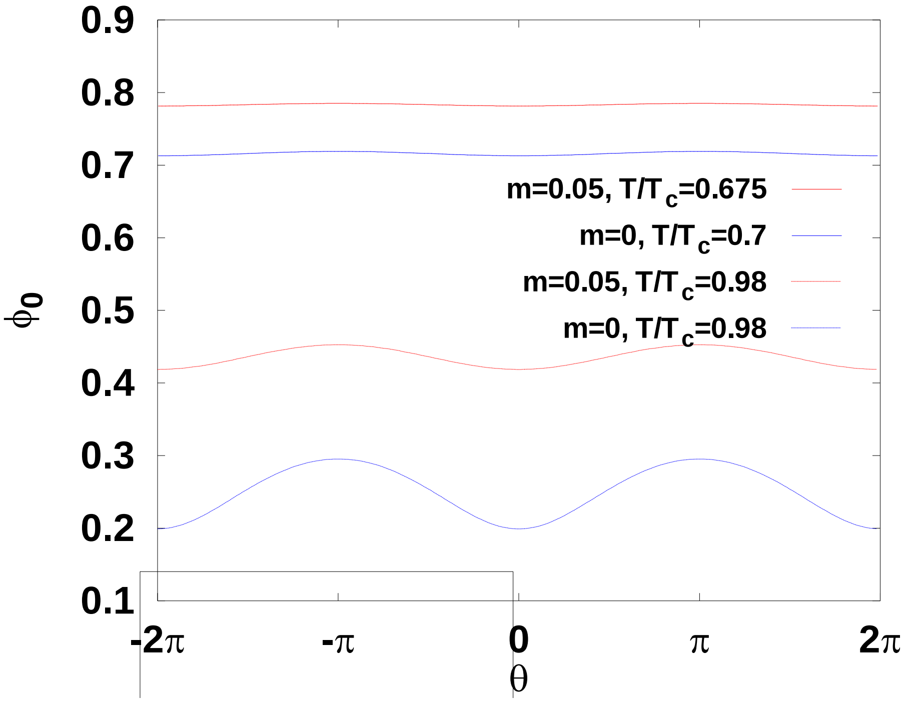
$$\mathcal{Z}\left(i\frac{\mu}{T}+2\pi\right)=\mathcal{Z}\left(i\frac{\mu}{T}\right)$$

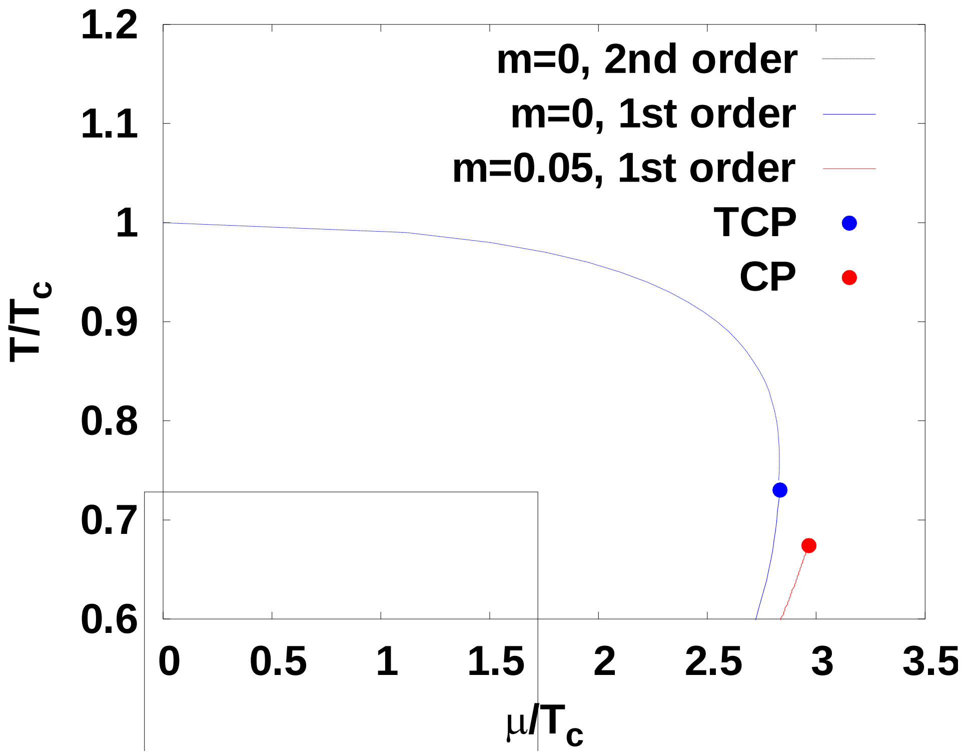
$$Z(N)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\,\cos(N\theta)\,\mathcal{Z}(\mu=-i\theta T)$$

⇨ $$\mathcal{Z}^{\mathrm{tr}}(T,N_s,\mu;N_{\max})=\sum_{N=-N_{\max}}^{N_{\max}}Z(N)\lambda^N$$

裾 (N > N_{max})をカット
した “分配関数”

相図



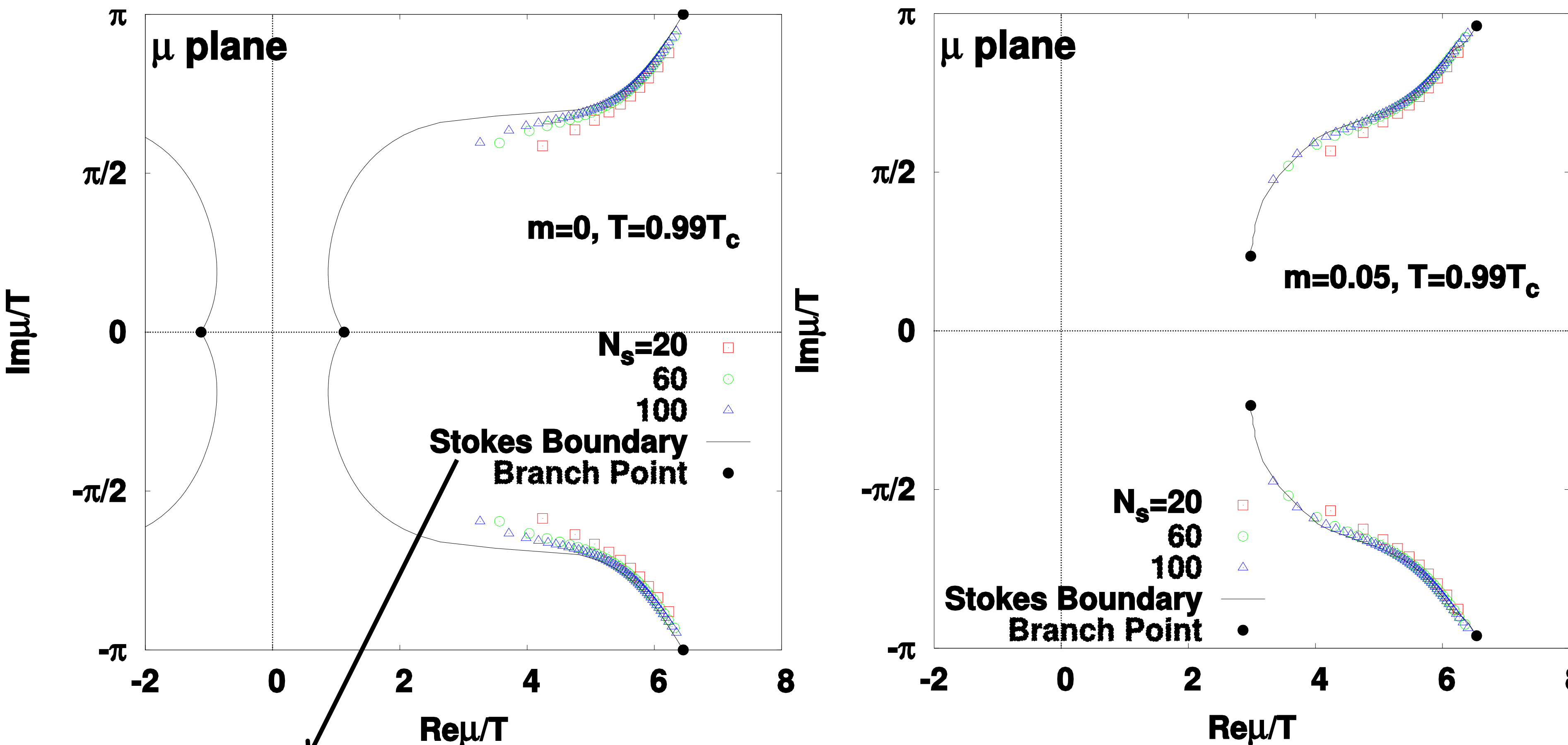


虚数μ：周期的, 低温では相転移なし

実数μ：TCP/CP
相境界は少し変形

リー・ヤンゼロ点分布

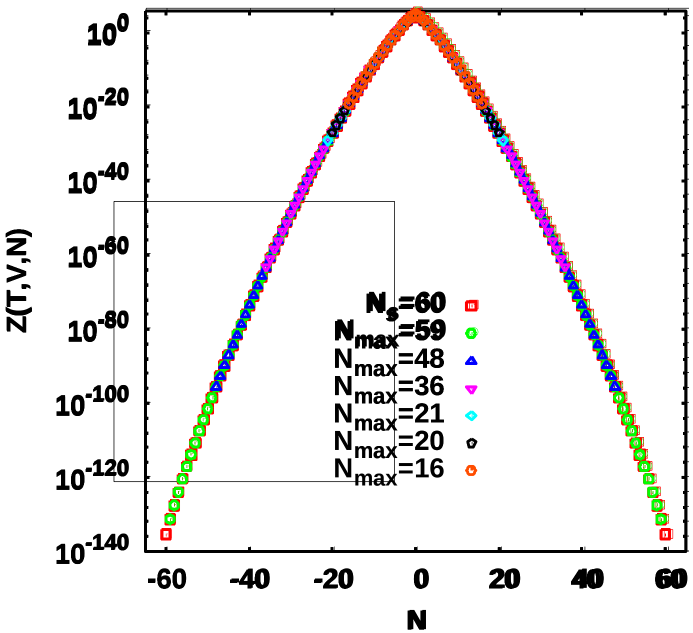
$$\mathcal{Z}(T, N_s, \mu) = \mathcal{Z}^{\mathrm{tr}}(T, N_s, \mu; N_{\max} = N_s) = 0$$

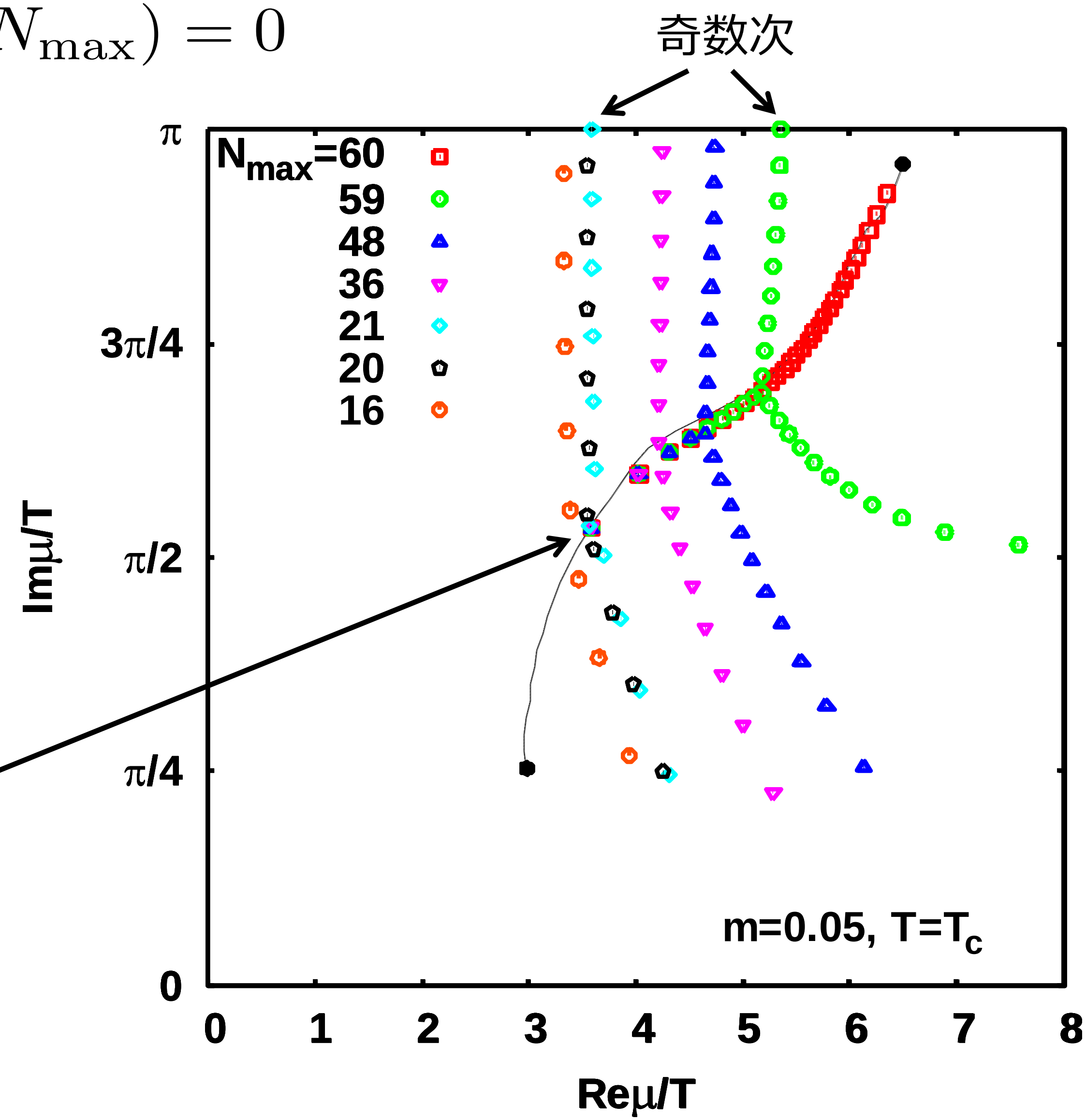


$$\mathrm{Re}p(T, \mu_1) = \mathrm{Re}p(T, \mu_2)$$

N_{max}依存性

$$\mathcal{Z}^{\rm tr}(T, N_s, \mu; N_{\rm max}) = 0$$

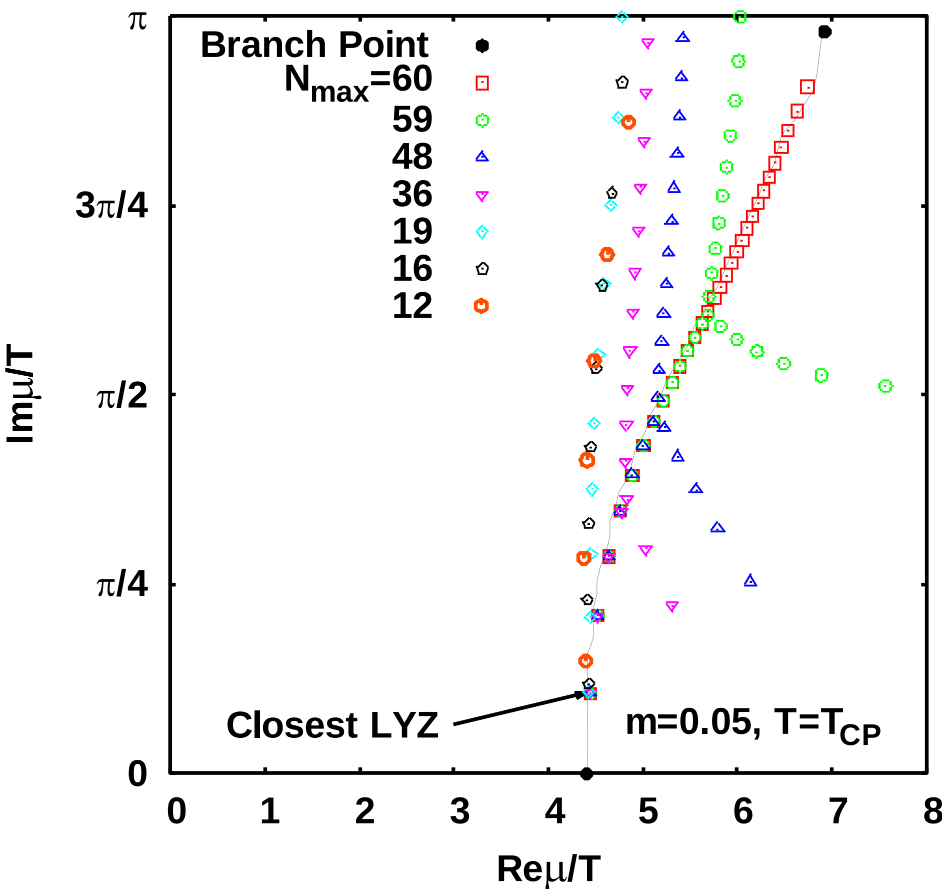




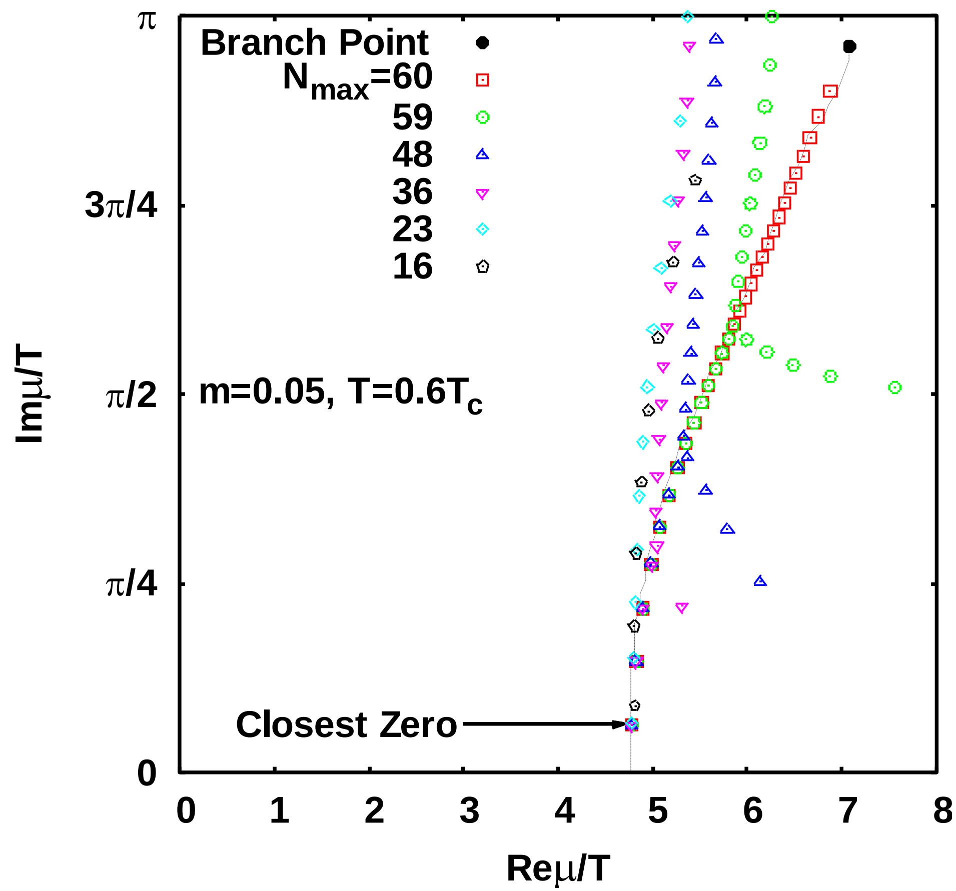
高次項カットに対して安定

実軸に最も近い点
(Edge Singularity)

温度・相転移の次数にはよらない？



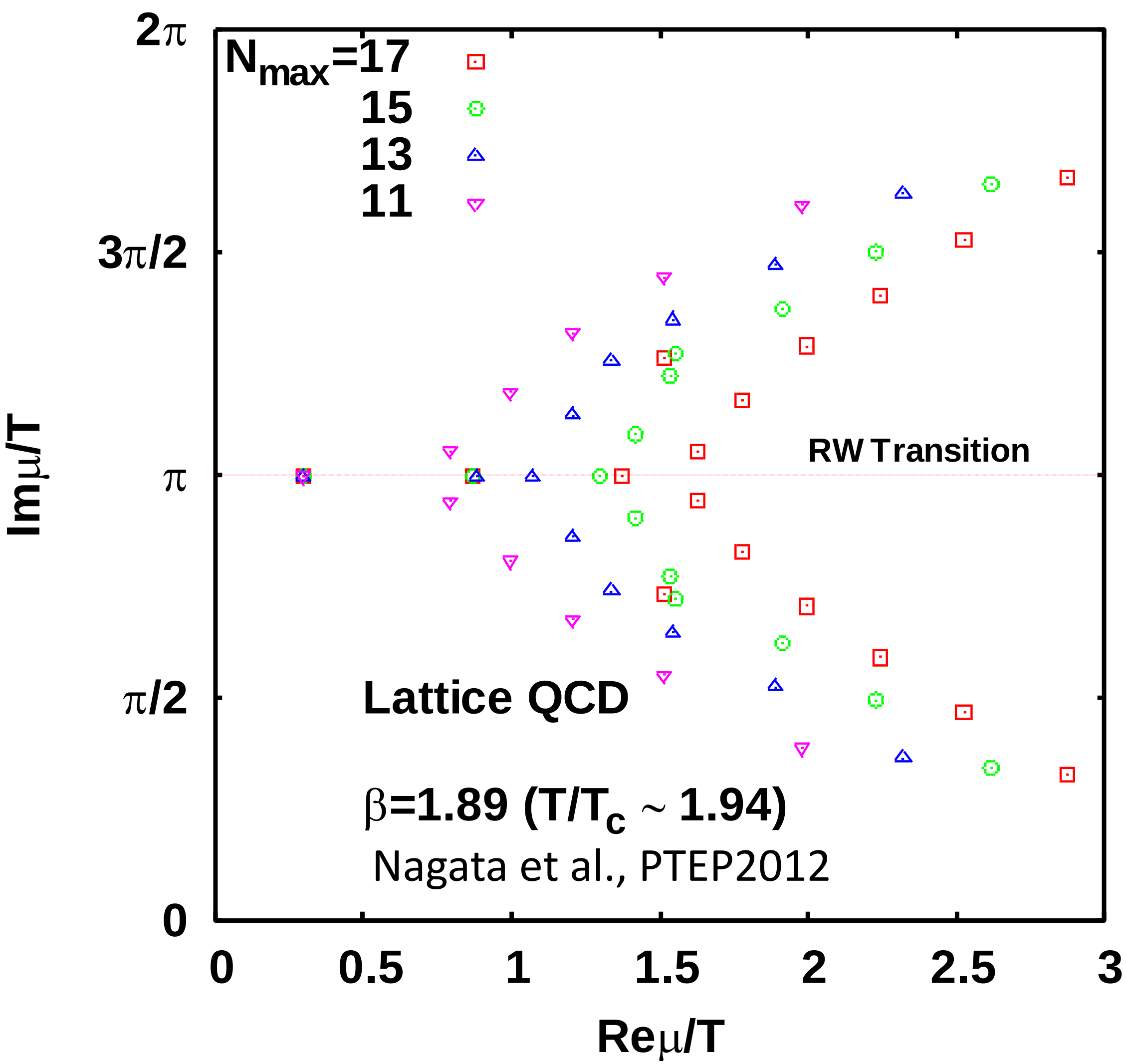
臨界点（実軸上に分岐点）



１次相転移（実軸上にカット）

⇒ もっとも実軸に近い点が最後まで安定

モデル特有？



格子QCDデータ（T > T_c) でも同じ振る舞い

ゼロ点の分岐：展開の打ち切り効果であることを示唆

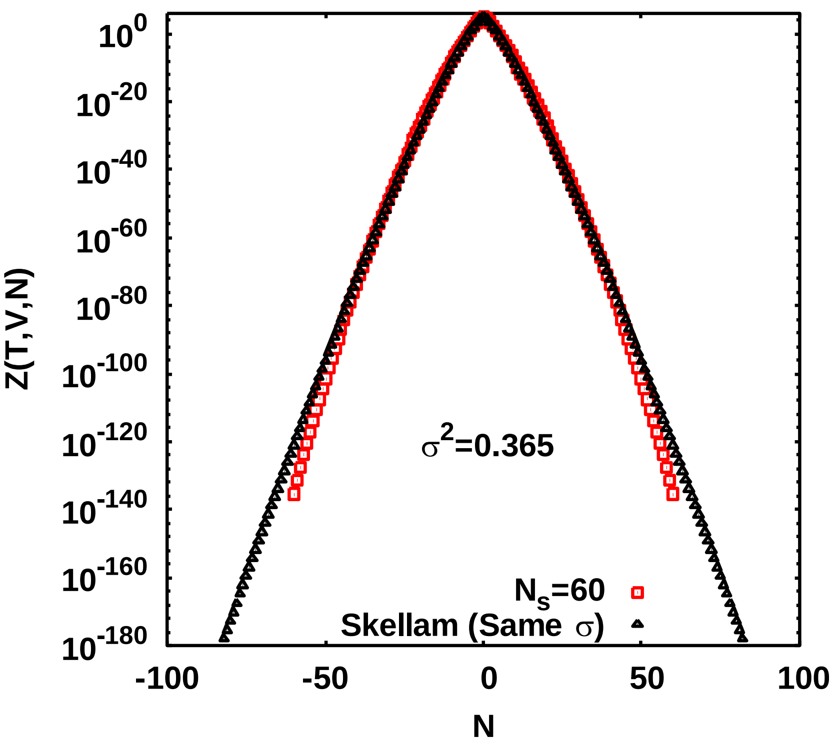
Roberge-Weiss transition (クォークのフェルミ分布関数がもつ分岐)

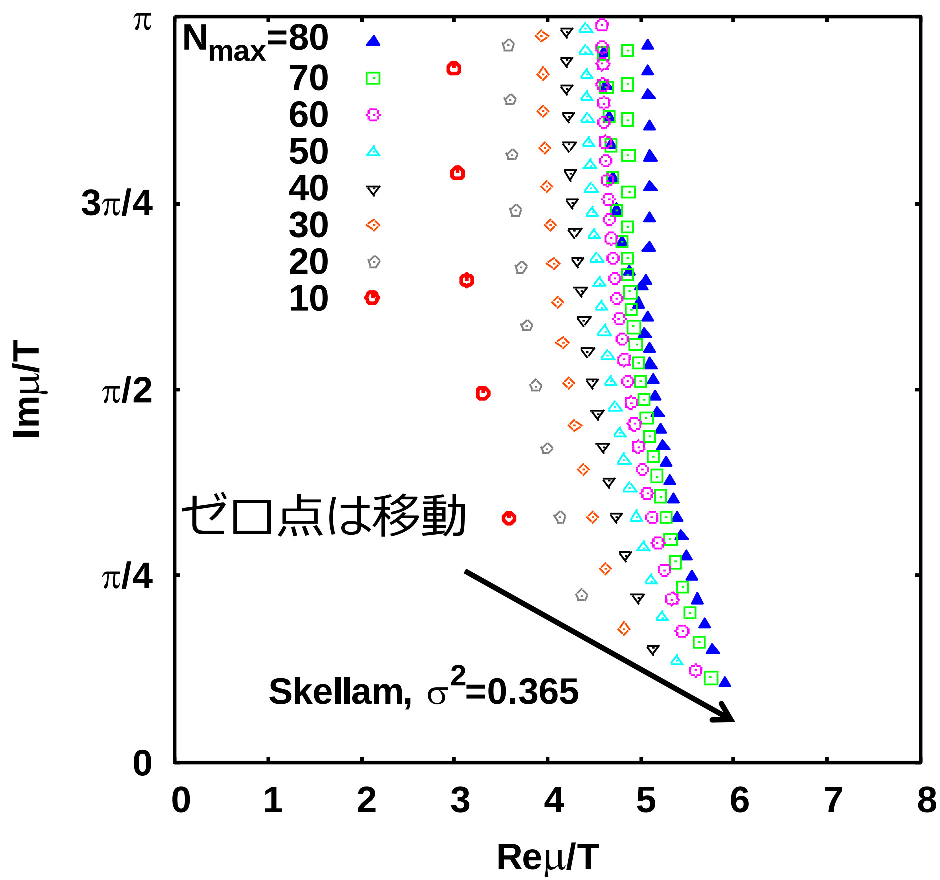
相転移がなかったら？

Reference : Skellam分布 (“Poisson Baseline”)

$$Z(N) = I_N(\sigma^2)$$

$$\mathcal{Z}(\mu) = \exp[\sigma^2 \cosh(\mu/T)]$$





N_{max}→∞では全てのゼロ点→∞遠方

まとめと結論

カノニカル分配関数に基づくアプローチ

- λの高次の項の影響は？
- 実験データからの構成・格子ＱＣＤ

リー・ヤンゼロ点

- 解ける模型（ランダム行列）で比較
- ゼロ点分布は最高次の項だけでも大きく変化
- 実軸にもっとも近いゼロ点は不変
  - インプットを１点削って動くか？→チェック手法
- 打ち切りが大きくなりすぎると本来の情報が失われる
- モデルや相構造にはよらない性質？

展望

N_{max}はいくつ必要？

比較対象：6次キュムラント

最も近いゼロ点

- Ns=60 RM：N_{max}=6 for χ_6 　21
- 100　：N_{max}=7 for χ_6 　30

$\sigma^2 \sim$ 0.5 even for Ns=100

RHIC : $\sigma^2 \sim 10$, LHC : $\sigma^2 \sim 15$

⇨ N_{max}の比較は困難
いずれにせよ現状では
難しい