有限密度におけるZ_3-QCDと符号問題

佐賀大　河野宏明

協同研究者

理研BNL　柏浩司

秋田大　三角樹弘

九大　高橋純一、八尋正信

arXiv:1504.07585

概要

- Full QCD でZ_3対称性が存在する場合を考えた
  ⇒有限密度の相構造を解析
  (有効模型を使用）
- 零温度極限では通常のQCDと同じ相図
  ⇒温度零極限で時間方向の境界条件がきかなくなる

・ diquark凝縮はポリヤコフループと排他的な関係

- 符号問題がマイルドになる可能性

目次

(1) 閉じ込めとZ_3対称性

- pure gauge SU(3)
  閉じ込めに対する対称性　Z_3
  秩序変数　ポリヤコフループ
  $\Phi \sim \exp(i\int A_4 d\tau) \sim \exp(-F_q)$
  F_q　static quark の自由エネルギー
  Z_3変換　$\Phi \Rightarrow \exp(-i2k\pi/3)\Phi$　kは整数
  $\Phi=0$　$\Rightarrow$　$F_q=\infty$　$\Rightarrow$　閉じ込め（Z_3対称）
  Φ=有限　$\Rightarrow$　F_q=有限　$\Rightarrow$　非閉じ込め（Z_3の破れ）

Full QCDの場合

- ラグランジアンはZ_3対称だがクォークの時間方向の境界条件が変化する

$q(t=\beta)=-q(t=0) \Rightarrow q(t=\beta)=-\exp(i2k\pi/3)q(t=0)$

- 別な言い方をすると、化学ポテンシャルを含むラグランジアンを書くと、化学ポテンシャルが次のように変化してしまう

$\mu/T \Rightarrow \mu/T-i2k\pi/3$

（分配関数のRW周期性）

⇒　厳密なZ_3 対称性は存在しない

(2) Flavor-dependent Twisted Boundary Conditions (FTBC)

虚数アイソスピン化学ポテンシャル

あるいはFTBCの導入

$\mu_f = i\theta_f T$

$\theta_u = -\theta_d = 2\pi/3$　$\theta_s = 0$ の時、強い1次転移

もし、$m_u = m_d = m_s$ ならば完全な相転移

Kouno et al., J.Phys. G 39(2012)085010

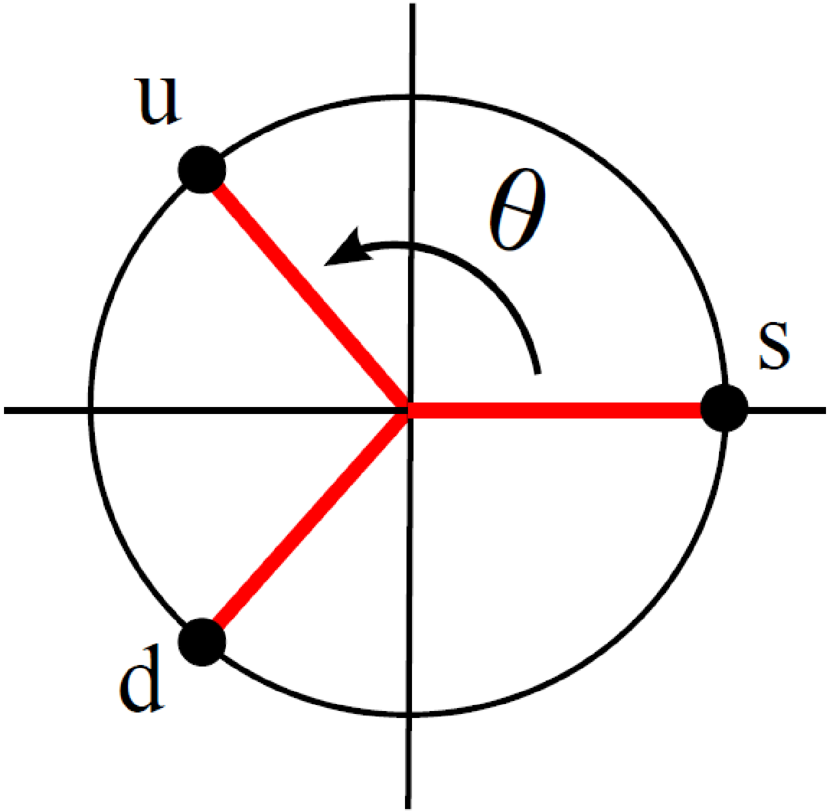
・fundamental fermion

・厳密なZ_3対称性、$\mathrm{Re}(\mu) \neq 0$の場合は符号問題はある

カイラル対称性が回復しにくい

Z_3変換（3分の1回転）

クォークの時間のboundary τ=βでの位相はθ=2π/3ならば、
フレーバーの再定義で元にもどる



物理的な意味

- Fundamental表現の場合は、カラーだけだとZ_N対称性を満たさないが、別のゲージ場によりフレーバー（U_Bを含む）とlinkすればZ_N対称性を保つことができる

フレーバーのゲージ場は定数の外場でもよい

＝虚数アイソスピン化学ポテンシャル

- Nc=2の場合は、バリオン数だけとlinkしてもよい

Roberge-Weiss転移のendpointでCZ_2不変

RW転移により、Z_2不変性とC不変性が同時に破れる

非閉じ込めとバリオン数の同時生成

Kashiwa, Sasaki, Kouno, Yahiro

PRD87 016015 (2013)

（3）有限密度での相構造

- PNJL模型を用いて解析

・ ダイ･クォーク凝縮を考慮して、ポリヤコフループとの相関を調べる。

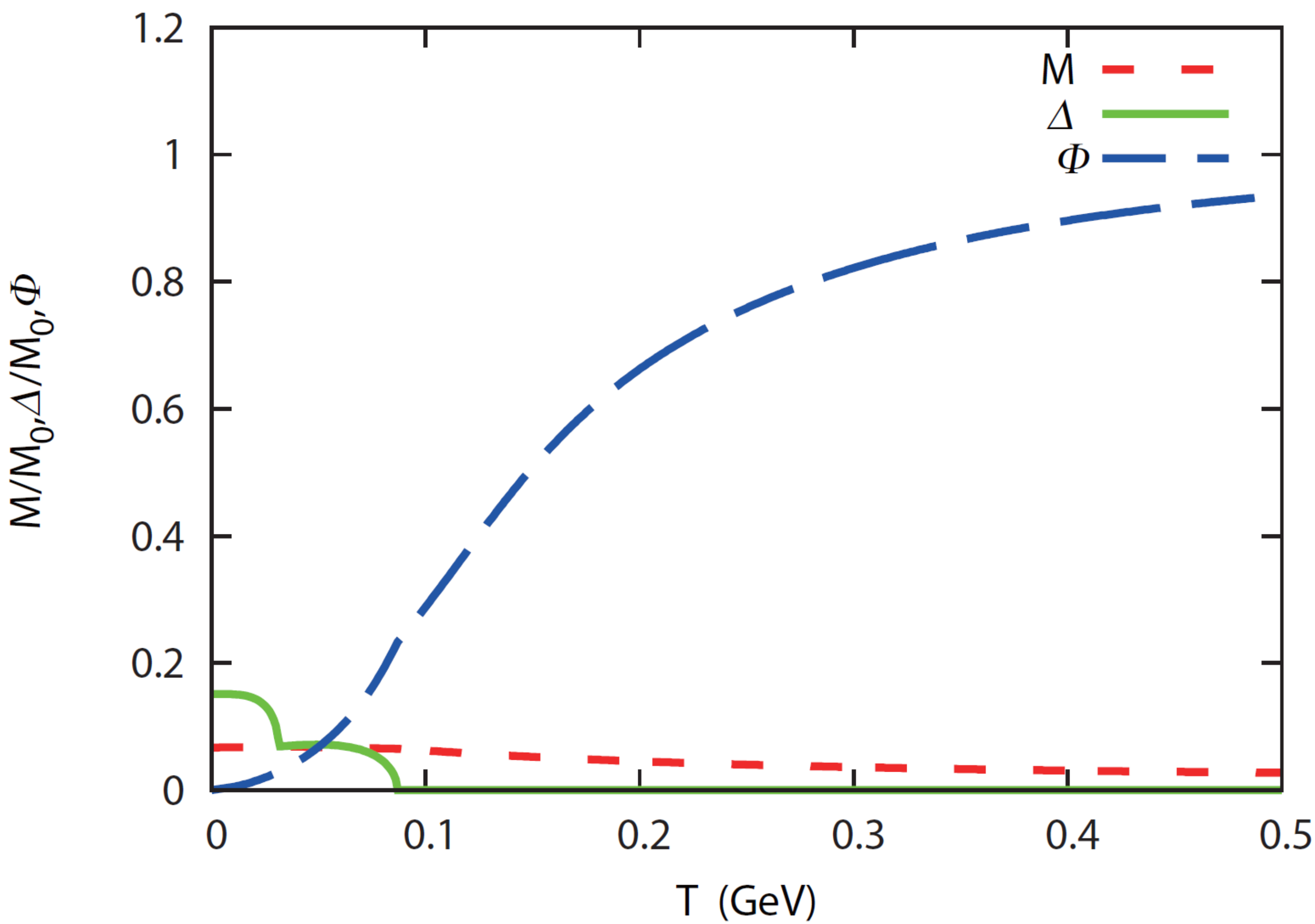
PNJL模型

- NJL模型＋ポリヤコフ･ループ･ポテンシャル＋ゲージ結合　Fukushima PLB 591 (2004) 277

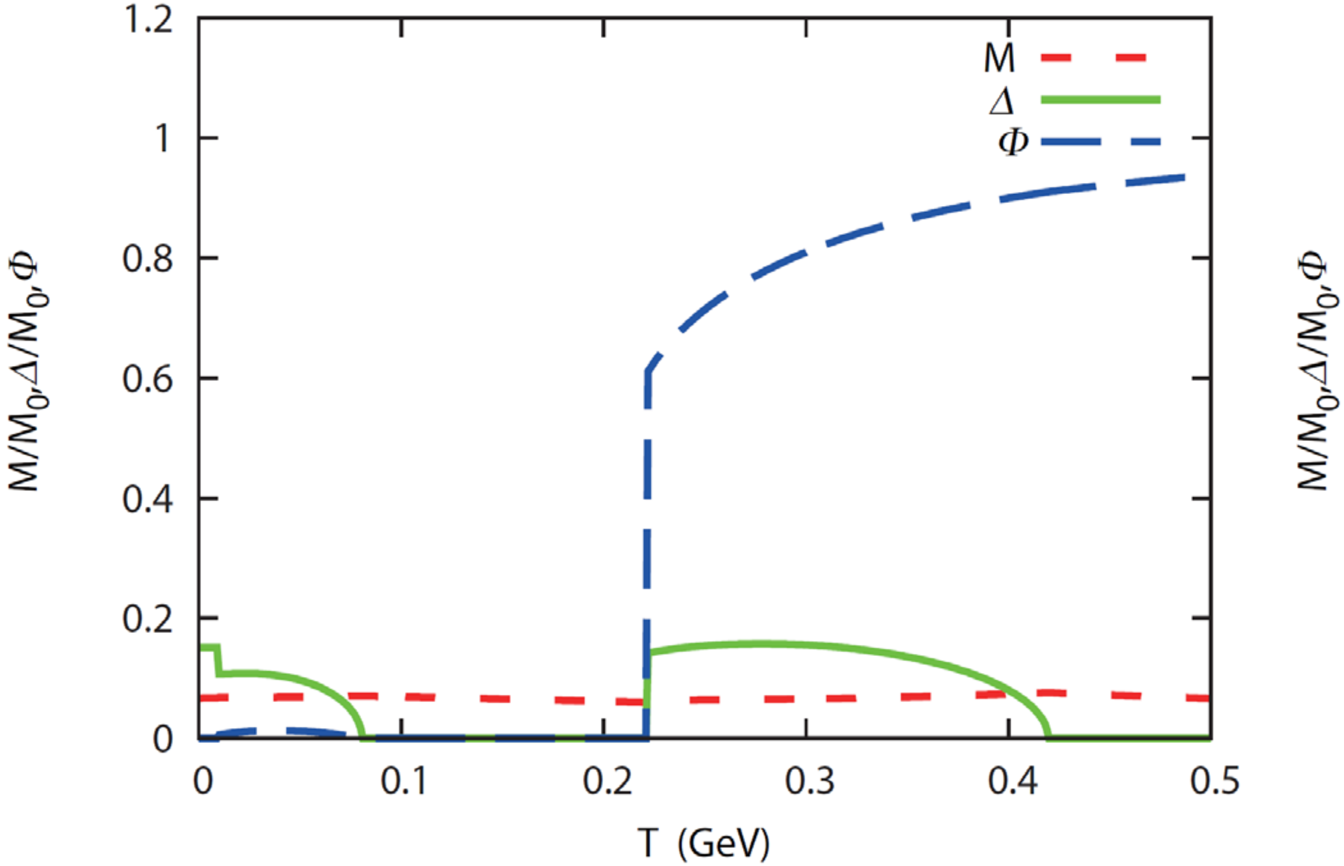
熱力学ポテンシャル　$\Omega(T,\mu;\sigma(T,\mu),\Phi(T,\mu))$

秩序変数　カイラル凝縮　σ
ダイ･クォーク凝縮　Δ
ポリヤコフ･ループ　Φ

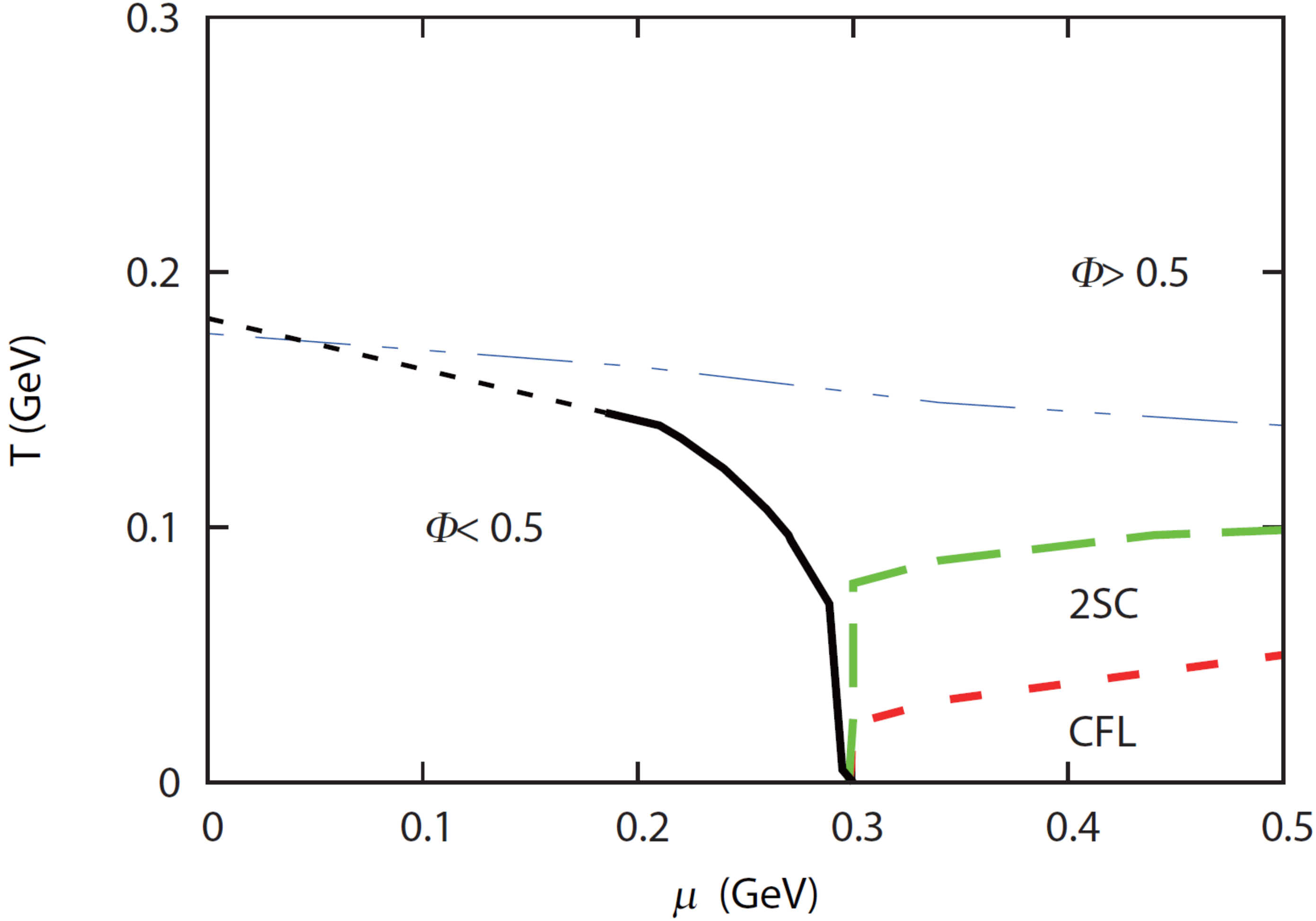
秩序変数（μ=340MeV、QCD）



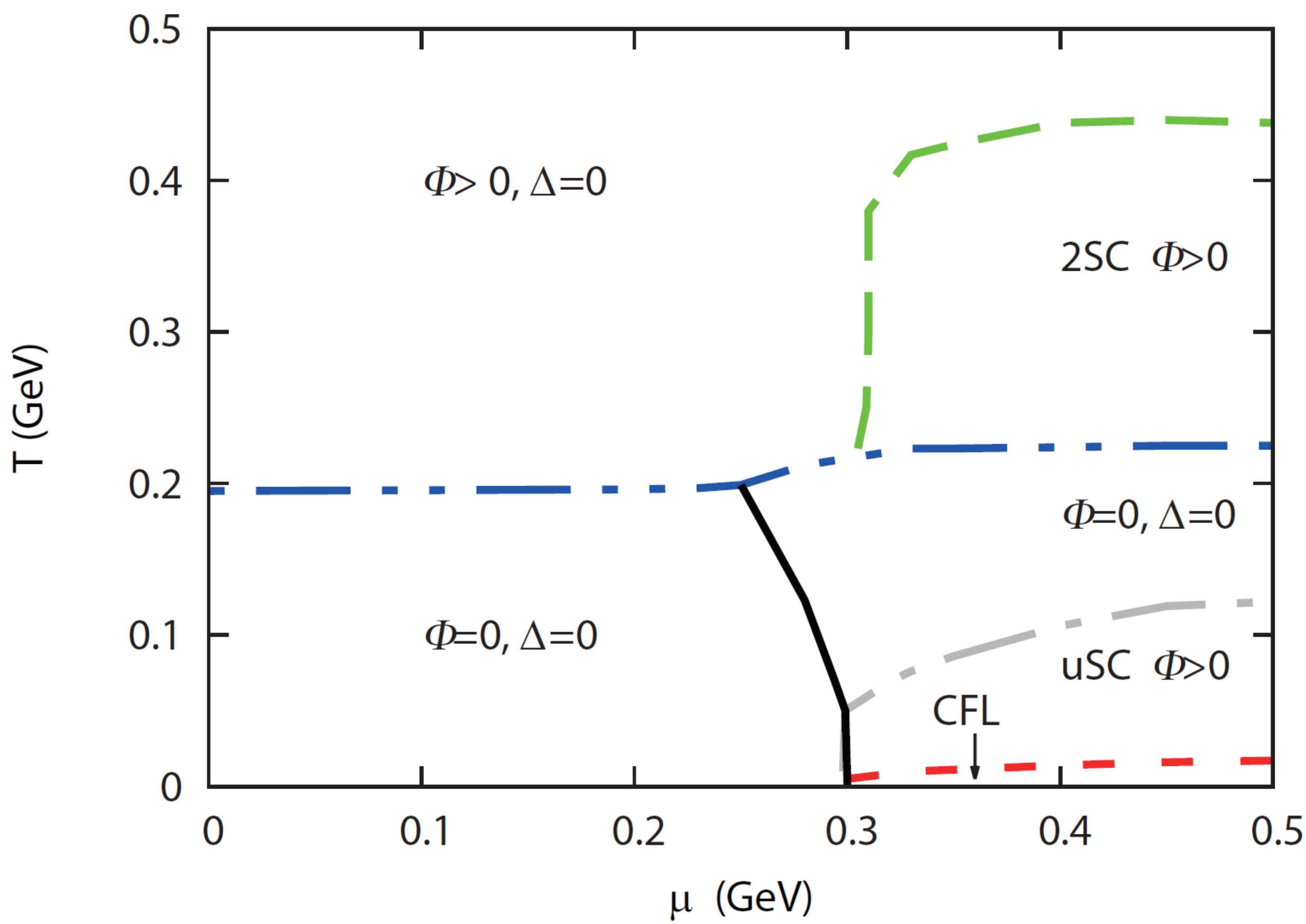
秩序変数（μ=340MeV、Z_3-QCD）



相図（通常のQCD）



相図（Z_3-QCD）


0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
T (GeV)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
μ (GeV)
Φ> 0, Δ=0
2SC Φ>0
Φ=0, Δ=0
Φ=0, Δ=0
uSC Φ>0
CFL

（4）符号問題との関係

- Heavy quark model

$$\det \mathcal{M}(\mu_f) = \det[1 + he^{\mu/T} U_{\mathrm{x}}]$$

$$\begin{aligned}\det[1 + he^{\mu/T} U_{\mathrm{x}}] &= 1 + he^{\mu/T} \mathrm{Tr}[U_{\mathrm{x}}] \\ &\quad + h^2 e^{2\mu/T} \mathrm{Tr}[U_{\mathrm{x}}^\dagger] + h^3 e^{3\mu/T}, \\ \det[1 + he^{-\mu/T} U_{\mathrm{x}}^\dagger] &= 1 + he^{-\mu/T} \mathrm{Tr}[U_{\mathrm{x}}^\dagger] \\ &\quad + h^2 e^{-2\mu/T} \mathrm{Tr}[U_{\mathrm{x}}] + h^3 e^{-3\mu/T},\end{aligned}$$

複素化

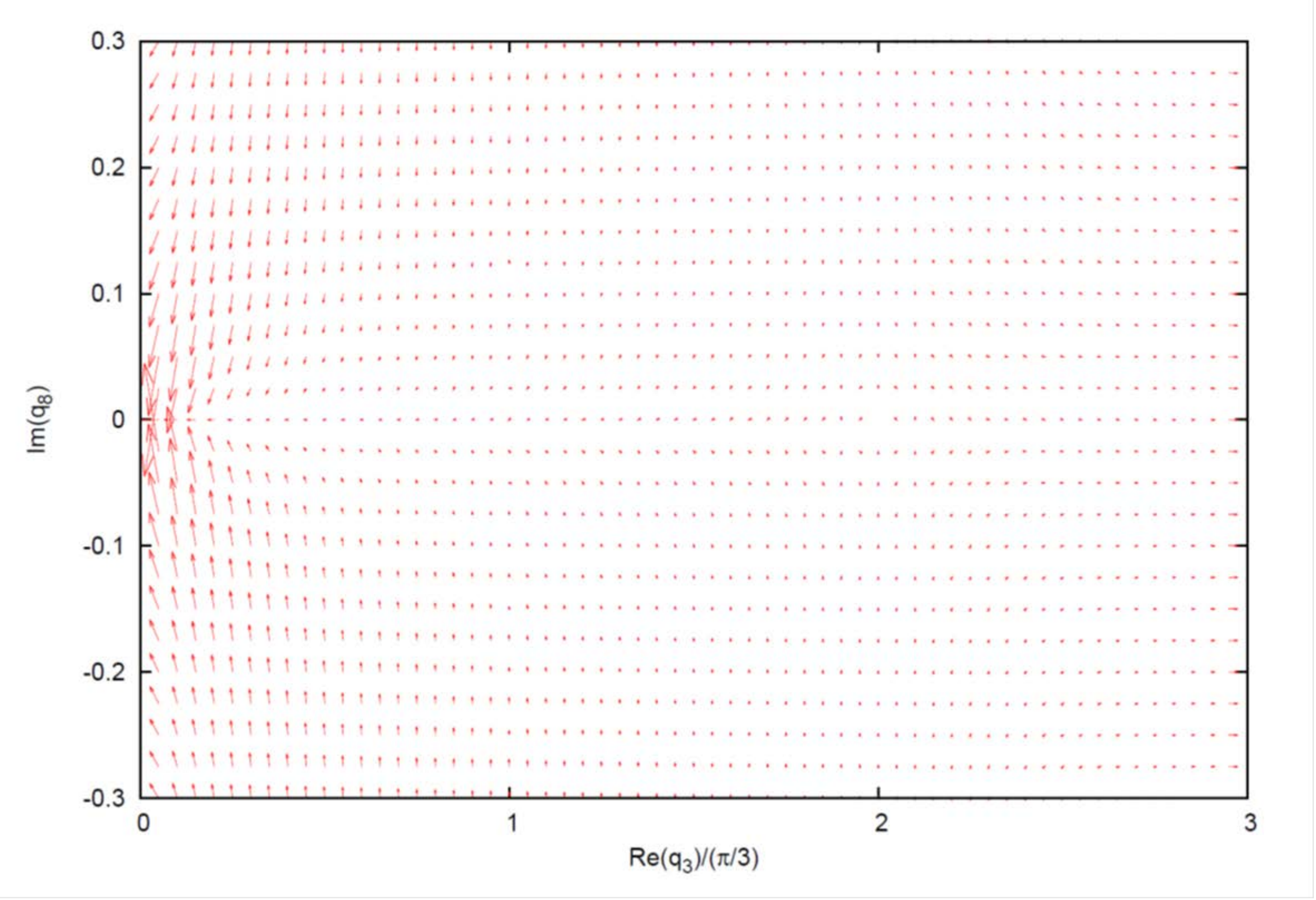
- 閉じ込めの配位では行列式は実となる
- PNJL模型を古典的な作用と考えて、試に計算をしてみた

  複素化　$q_8 \Rightarrow q_{8R}+iq_{8I}$

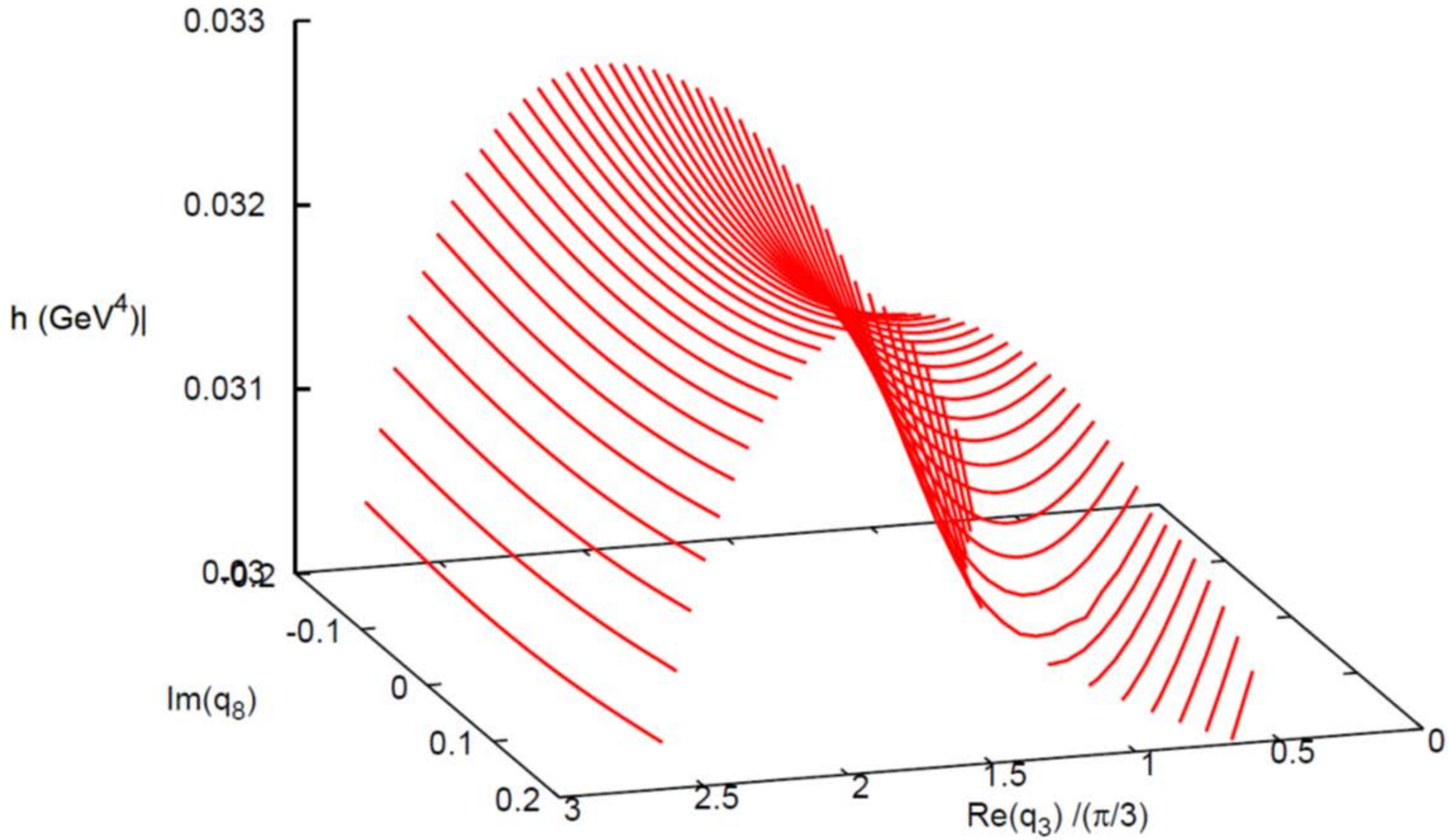
  q_{3R}-q_{8I}平面で考える

参考：Tanizaki,Nishimura,Kashiwa,
PRD91 (2015) 101701, arXiv:1504.02979

μ= 400MeVでのflow



μ= 400MeVにおけるモース関数



（5）まとめと展望

- PNJL模型を使っての有限密度でZ_3QCDの相構造を解析した
- ポリヤコフ・ループとダイ・クォークは排他的
- 相構造はT=0では通常のQCDと一致する
- Z_3対称性のため符号問題がマイルドになる可能性

⇒停留点は実領域にある

(T=0なら通常のQCDも）

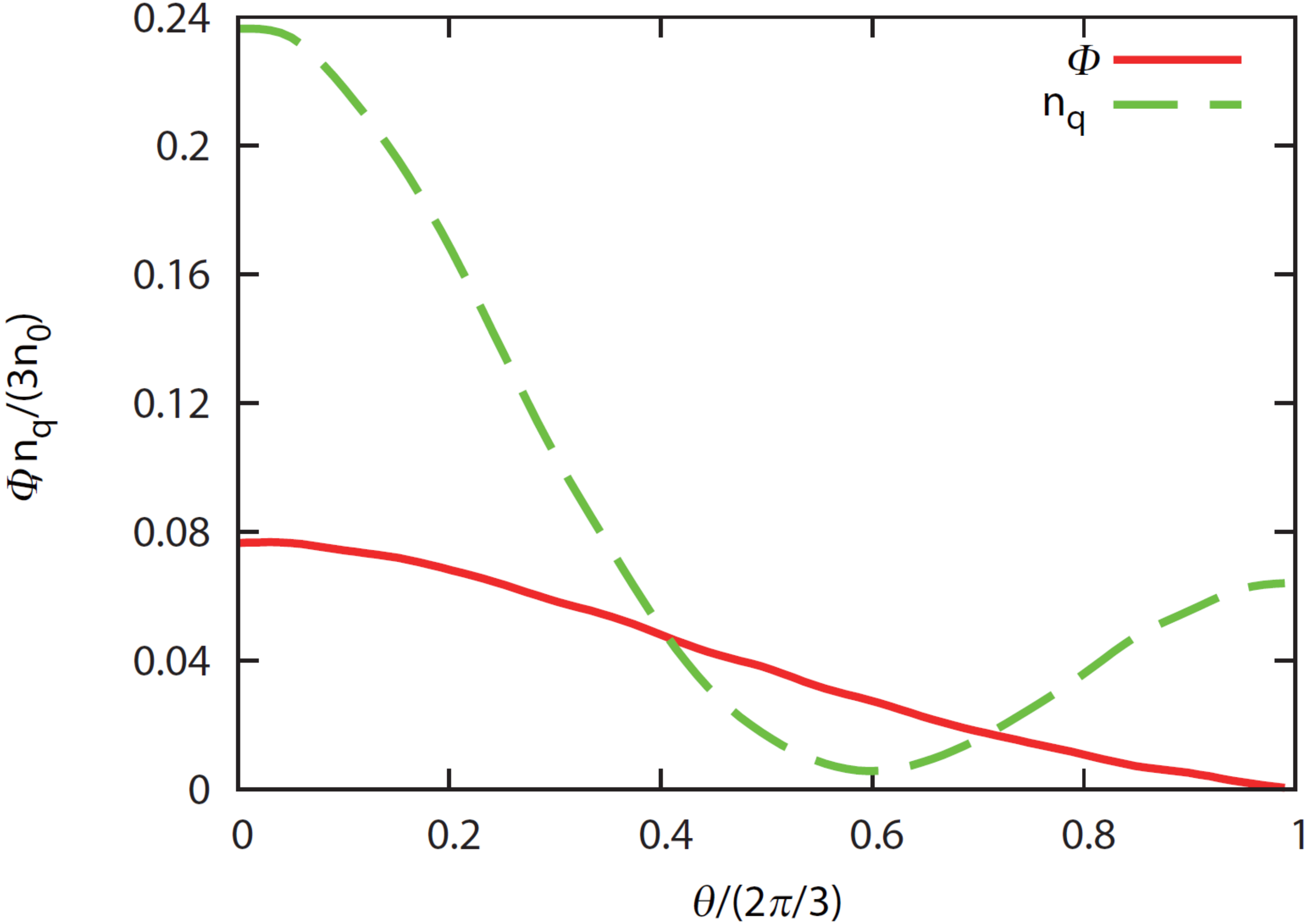
（5）まとめと展望(続き）

- 有限温度ではテイラー展開で通常のQCDに接続

$$O(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n O(\theta)}{\partial \theta^n} \right|_{\theta=2\pi/3} \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)^n$$

参考文献

- Kouno et al., J.Phys. G 39(2012)085010
- Sakai et al., PLB718 (2012) 130
- Kouno et al., J.Phys. G 40 (2013) 095003
- Kouno et al., PRD 88 (2013) 016002
- Kashiwa et al., PRD87 016015 (2013)
- Kouno et al., arXiv:1504.07585



0.24
0.2
0.16
0.12
0.08
0.04
0
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
Φ
n_q
Φ, n_q/(3n_0)
θ/(2π/3)