格子ゲージ理論での細谷機構による相転移と質量生成

幡中久樹[Hisaki Hatanaka]（韓国高等科学院[KIAS]）
/w G. Cossu(KEK), Y. Hosotani (Osaka U),　J. Noaki (KEK)
Phys.Rev.D89 094509 [arXiv:1309.4198]

Introduction

- 細谷機構[Hosotani mechanism](1983)
  - コンパクト化した余剰次元を回るWilson-loopの真空期待値で対称性を破る(c.f. ヒッグス機構)
  - 動的な起源：Coleman-Weinberg型の量子補正による
    - これまでの研究は主に摂動論の範囲内
  - 応用：素粒子現象論における「ゲージ・ヒッグス統合(gauge-Higgs unification)模型」[Manton(1974), Witten(1985), H-Inami-Lim(1998)]
    - 電弱相転移の場合、ヒッグスの質量が２次発散する問題（ゲージ階層性問題）を解決

What's HM?

Y. Hosotani, PLB126-309(1983)

有限温度TのSU(Nc)ゲージ理論 ＋ Nf個の基本表現フェルミオン系でのグルーオン（A_0）２乗質量（１ループ）

松原形式：虚時間方向を周期1/Tの円にコンパクト化

- ボソン：周期的境界条件
- フェルミオン：反周期的境界条件

$$m^2 = \frac{1}{3}g^2T^2\left(N_c + \frac{1}{2}N_f\right)$$

空間方向へのコンパクト化を念頭に、
フェルミオンの境界条件を周期的境界条件に

$$m^2 = \frac{1}{3}g^2T^2\left(N_c - N_f\right)$$

質量二乗が負(Tachyonic)

→自明な真空は不安定？

→対称性の破れ

- 新しい真空で、ウイルソンラインは

$$W \equiv \mathcal{P}\exp\left(ig\int_0^{1/T}\langle A_\tau\rangle d\tau\right) = \mathrm{diag}(e^{i\theta_k}, e^{i\theta_k}, \cdots, e^{i\theta_k}), \quad \theta_k = \frac{\pi k}{N_c}, \quad k \in \{0, 1, \cdots, 2N_c - 1\}$$

  の形を取る。SU(Nc)対称性は破らないが、中心群Z_{Nc}対称性を破る

- フェルミオンは共変微分中のゲージ場との結合から質量を獲得

$$i\bar{\psi}\gamma^\tau D_\tau\psi \quad \supset \quad g\bar{\psi}\langle A_\tau\rangle\gamma^\tau\psi$$

- 熱場的には、フェルミオン境界条件の変化は非零の虚数化学ポテンシャルに対応[Roberge-Weiss, NPB275-734(1986)]

  格子ゲージ理論でも多くの先行/関連研究あり

- フェルミオンをSU(Nc)随伴表現にした場合は、ウイルソンラインによって**SU(Nc)対称性は破れる**。

  [Higuchi-Parker, Davis-McLachran (1988), Hosotani(1989)]

  → 格子ゲージ理論ではどう見える？(c.f. Cossu-D'Elia, 2009)

3+1次元SU(3)模型での解析

- ３＋１次元でのSU(3)ゲージ理論
- 連続理論での１ループ摂動論 v.s. 格子ゲージ理論
- 連続理論の作用

$$S = \int d^3x \int_0^{2\pi R} dy \Big\{ -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} + \sum_{j=1}^{N_{\rm ad}} {\rm Tr}\bar{\psi}^{\rm ad}_j [i\gamma^\mu D_\mu - m_{\rm ad}] \psi^{\rm ad}_j + \sum_{j=1}^{N_{\rm fd}} \bar{\psi}^{\rm fd}_j [i\gamma^\mu D_\mu - m_{\rm fd}] \psi^{\rm fd}_j \Big\},$$

- 境界条件(<Ay>=0のとき)

$$\psi^{\rm ad,fd}(x^\mu, y + 2\pi R) = e^{i\alpha_{\rm ad,fd}} \psi^{\rm ad,fd}(x^\mu, y),$$

  - (本発表ではゲージ場と随伴表現フェルミオンのみ[Nad=2,Nfd=0]、周期的強化条件[αad=0]の場合を取り上げる
  - （<u>基本表現フェルミオンの場合、有限温度系＋虚数化学ポテンシャルに対応</u>）

相構造

- ゲージ場の真空期待値とウイルソンライン

$$g\langle A_y\rangle = \frac{1}{2\pi R}\begin{pmatrix}\theta_1 & & \\ & \theta_2 & \\ & & \theta_3\end{pmatrix} \qquad W = \begin{pmatrix}e^{i\theta_1} & & \\ & e^{i\theta_2} & \\ & & e^{i\theta_3}\end{pmatrix}$$

- SU(3)対称相：A (deconfined phase)

$$e^{i\theta_1} = e^{i\theta_2} = e^{i\theta_3}$$

- SU(2)xU(1)対称性の相：B (split phase)

$$e^{i\theta_i} = e^{i\theta_j} \neq e^{i\theta_k} \quad (i \neq j \neq k)$$

- U(1)xU(1)対称性の相：C (reconfined phase)

$$e^{i\theta_i} \neq e^{i\theta_j} \quad (i \neq j)$$

- 格子ゲージ理論では上記の他に「綴じ込め相」Xがある。
- 摂動論の結果(New!)

$$\begin{aligned} 0 \leq m_{\mathrm{ad}}R < 0.421 : &\quad C\,[U(1)^2] \\ 0.421 \leq m_{\mathrm{ad}}R < 0.499 : &\quad B\,[SU(2)\times U(1)] \\ 0.499 \leq m_{\mathrm{ad}}R : &\quad A\,[SU(3)] \end{aligned}$$

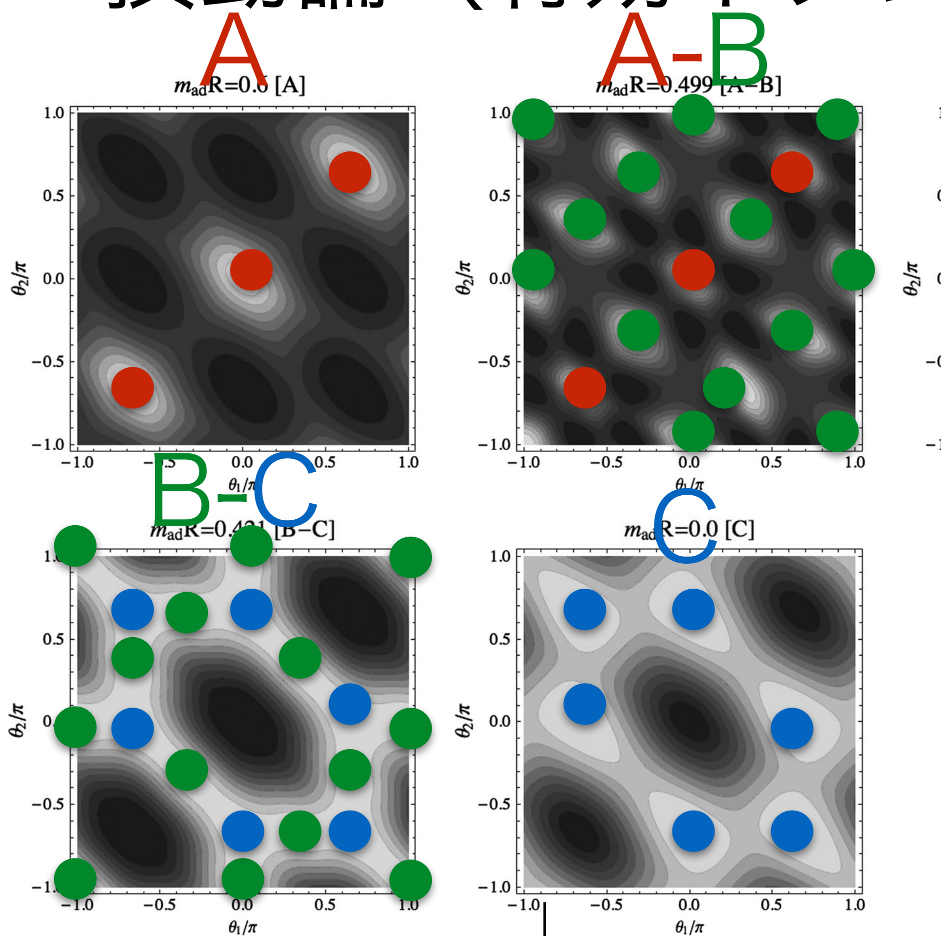
- 格子計算でも似た相構造が示唆されていた（Cossu, D'Elia, 2009）

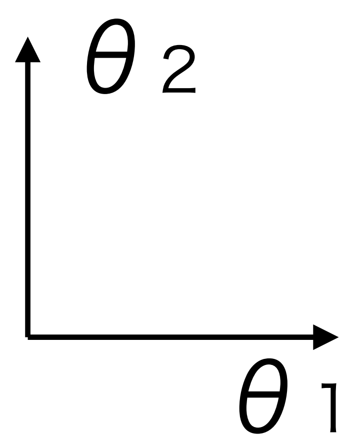
格子QCDによる解析

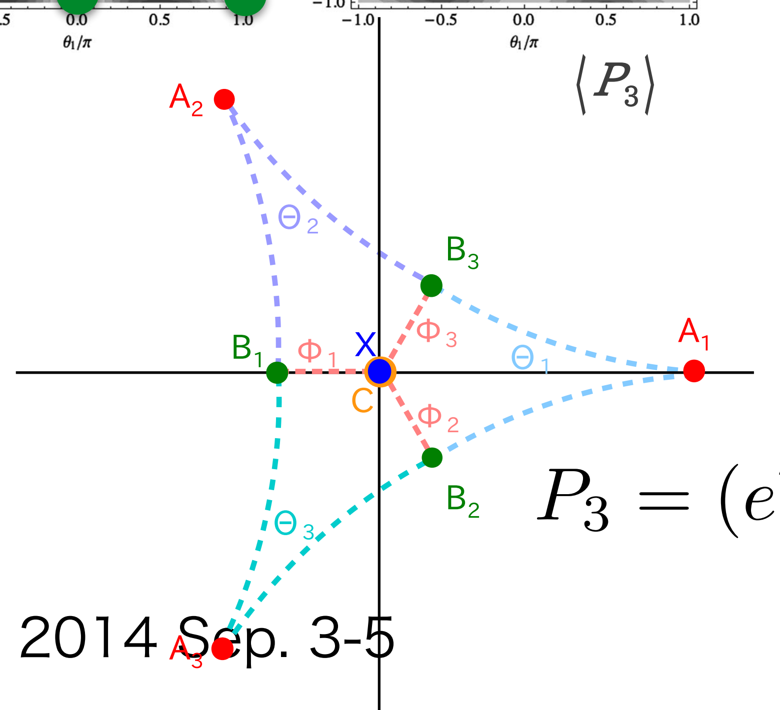
- 格子数：16^3 x ４
  - サイズの小さい方向がコンパクト化した余剰次元に対応
    - コンパクト化方向のポリャコフライン
      ＝ウイルソンライン(のTrをとったもの)
- Kogut-Suskind fermion
  - (基本（随伴）表現のフェルミオン数は４（２）の倍数に制限される)
- フェルミオン質量の他に、ゲージ結合定数βも変化させる
- 観測量（ゲージ不変 c.f. Elitzuerの定理）
  - ポリヤコフライン $P_3 = (e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2} + e^{i\theta_3})/3$
  - 今回はポリヤコフラインの固有値も $e^{i\theta_1}, e^{i\theta_2}, e^{i\theta_3}$

ポリャコフループ[ゲージ場＋随伴表現フェルミオン]

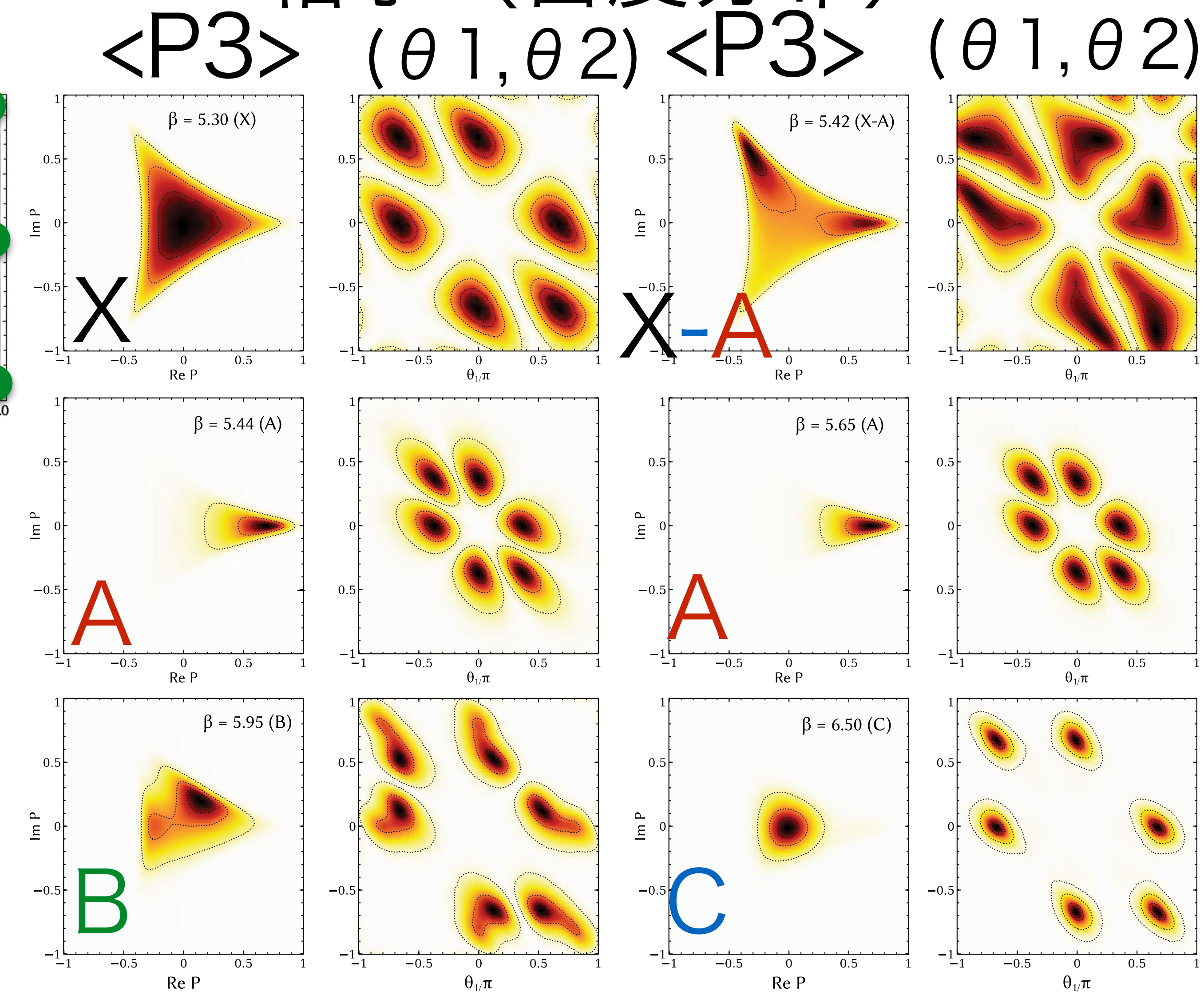
摂動論（有効ポテンシャル）







格子（密度分布）



$$P_3 = (e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2} + e^{i\theta_3})/3$$

対応が不明確な相がある

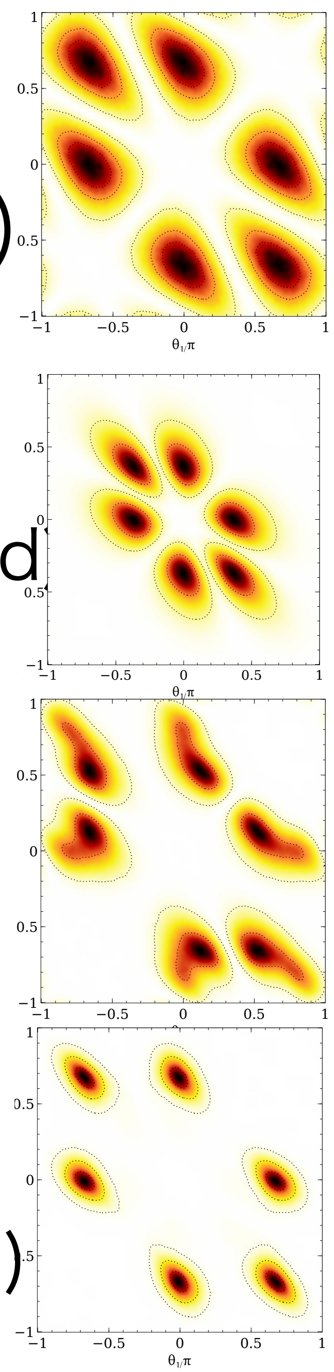
Haar測度の処理

X
(confined)

A
(deconfined)

B
(split)

C
(reconfined)

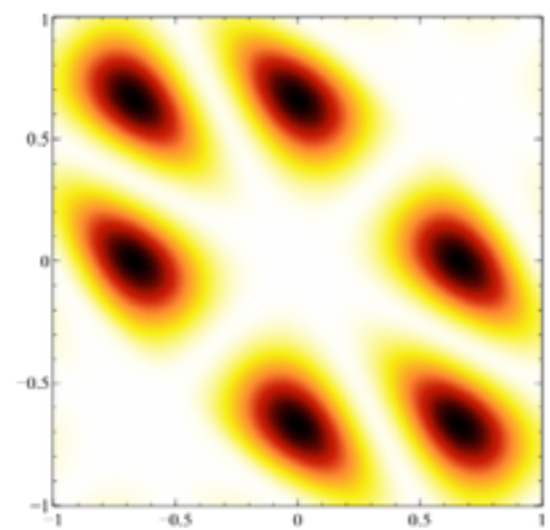


Before

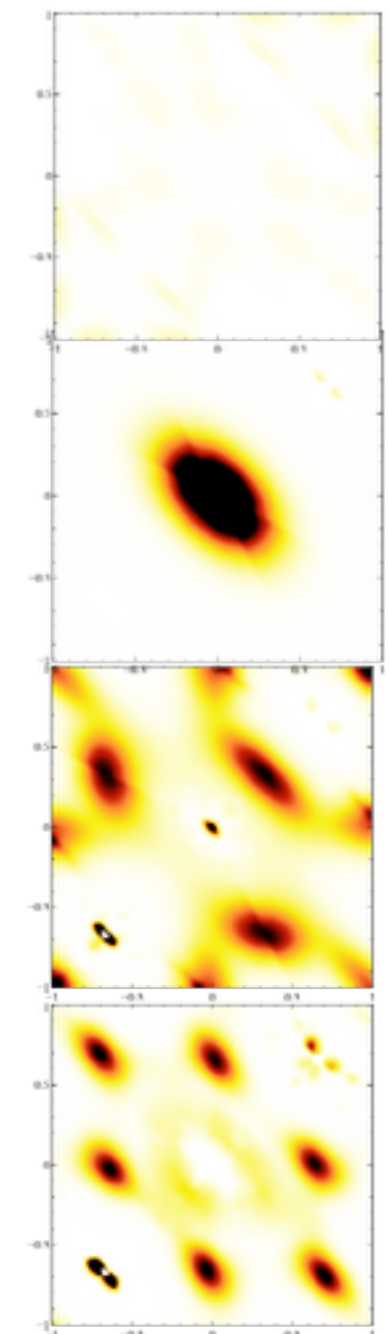
$$\int d\theta_1 d\theta_2\, \rho(\theta_1, \theta_2)$$

$$= \int [dU] e^{-(\mathrm{vol.})V_{\mathrm{eff}}(\theta_1,\theta_2)}$$

$$= \int d\theta_1 d\theta_2 \prod_{j<k} \sin^2 \frac{\theta_i - \theta_j}{2} \cdot e^{-(\mathrm{vol.})V_{\mathrm{eff}}(\theta_1,\theta_2)}$$

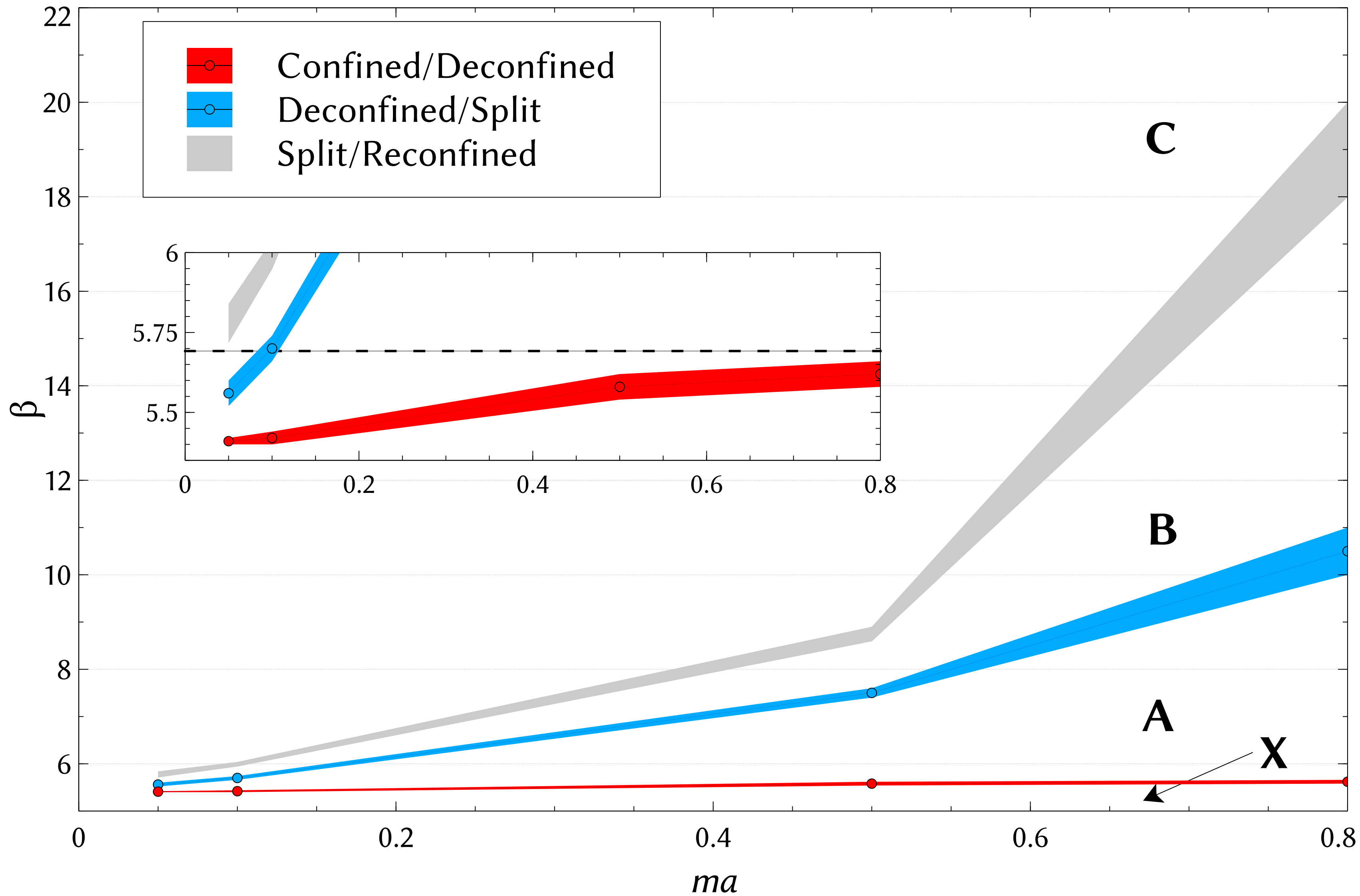


Haar測度による確率分布
からの寄与を取り除く



After

相構造



- ポリャコフラインの感受率のスパイク構造から相転移点を決定

$$\chi(\Omega) = \langle \Omega^2 \rangle - \langle \Omega \rangle^2$$

- Cossuらの相図とconsisitent、より大きな範囲

“ヒッグスボソン”Ayの質量

- 摂動論

$$m_H^2 \propto \frac{\partial^2 V_{\text{eff}}}{\partial\phi_i \partial\phi_j}, \quad i,j = 3,8$$

$$(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = g\sqrt{\frac{\pi R}{2}}\left(\frac{\phi_8}{\sqrt{3}} + \phi_3, \frac{\phi_8}{\sqrt{3}} - \phi_3, -\frac{2\phi_8}{\sqrt{3}}\right)$$

→有効ポテンシャルの曲率から求まる（tree levelではゼロ）

- 格子計算

$$\int d\theta_1 d\theta_2\, \rho(\theta_1, \theta_2)$$

$$= \int [dU] e^{-(\text{vol.})V_{\text{eff}}(\theta_1,\theta_2)}$$

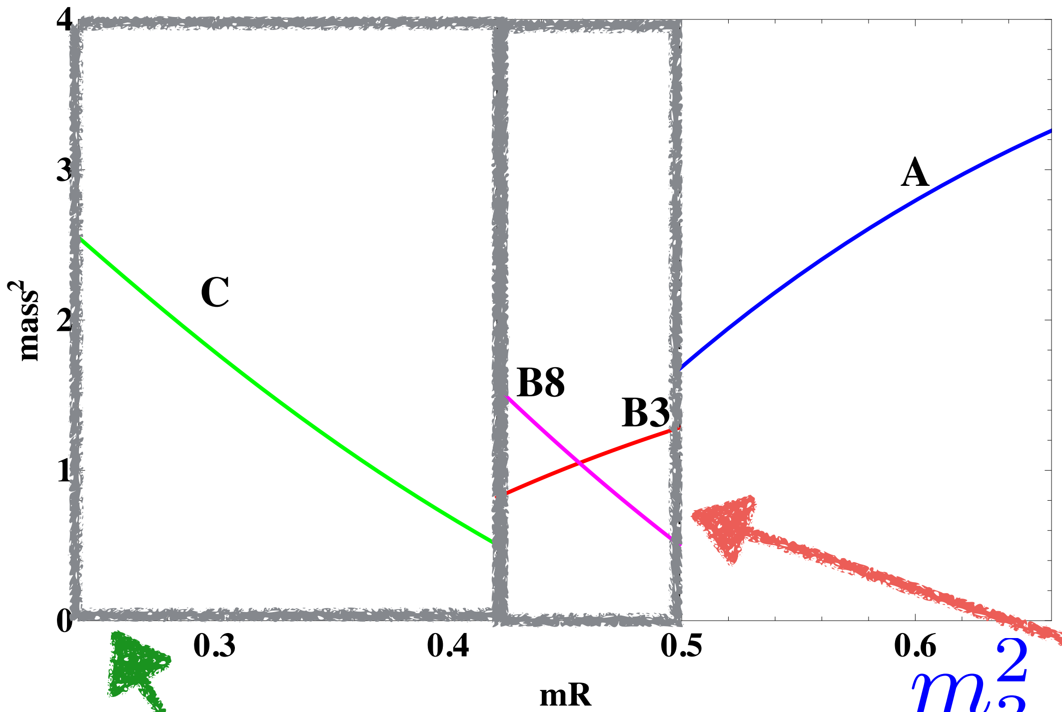
$$= \int d\theta_1 d\theta_2 \prod_{j<k} \sin^2\frac{\theta_i - \theta_j}{2} \cdot e^{-(\text{vol.})V_{\text{eff}}(\theta_1,\theta_2)}$$

$$V_{\text{eff}}(\phi) \simeq \frac{1}{2}[m_3^2(\phi_3 - \phi_3^{\text{min}})^2 + m_8^2(\phi_8 - \phi_8^{\text{min}})^2]$$

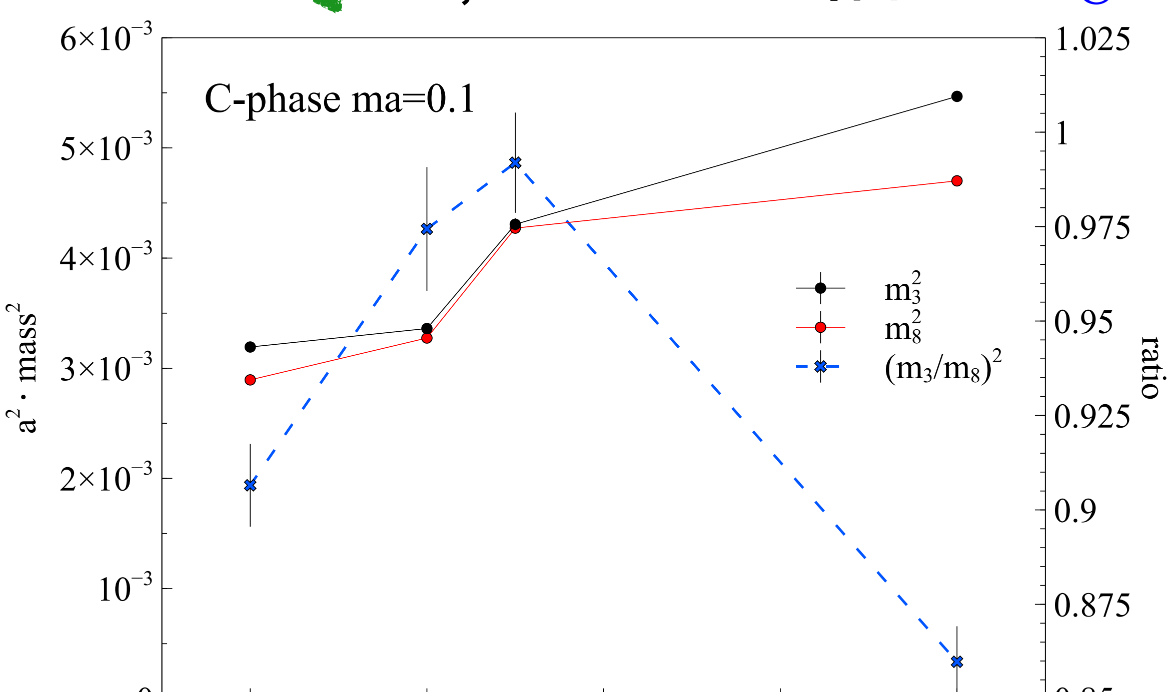
→ポリヤコフラインの固有値分布から読み出せる

“ヒッグスボソン”の質量(続)

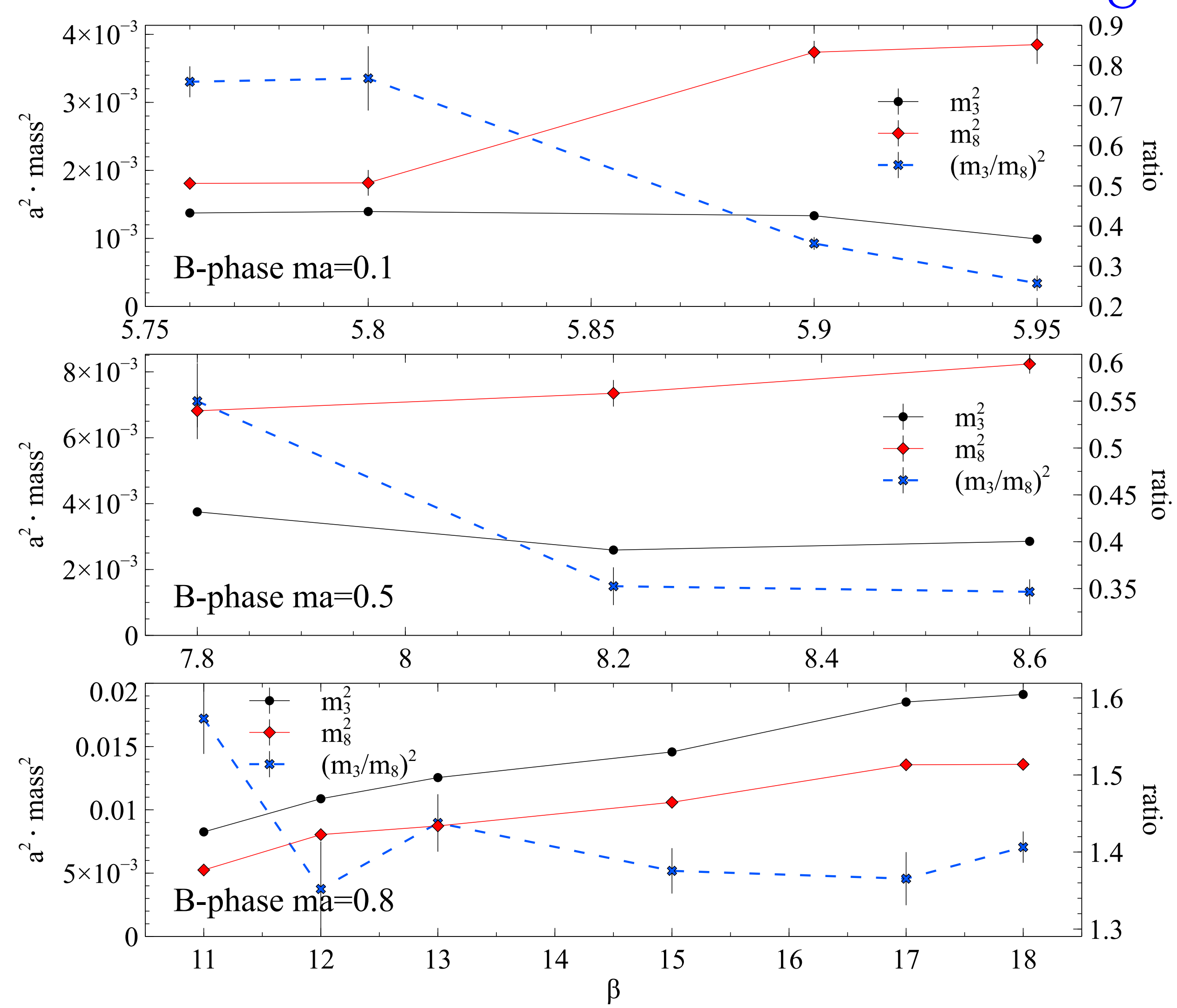
摂動論



A,B← C相 $\frac{m_3^2}{m_8^2}$



A← B相 →C $\frac{m_3^2}{m_8^2}$



←格子計算↑

まとめと展望

- 3+1次元のSU(3)ゲージ理論について
  (1)ゲージ場と随伴表現フェルミオン（バルク質量の効果）
  (2)ゲージ場と基本表現フェルミオン（境界条件の効果）
  を１ループ摂動論と格子ゲージ理論で調べた
  - 摂動論的領域では両者によい対応関係
- 今後の展開
  - （近い方）両表現フェルミオンの共存した系での解析、correlation functionによる質量スペクトルの解析
  - （遠い方）オービフォールド、warped spaceの格子上での実現 [カイラルフェルミオン、基本表現ヒッグスetc.]

続きはweb(backup slides)で！

予備スライド

細谷機構によるゲージ対称性の破れ

$$A_M = (A_\mu, A_y),$$

Ay: 余剰次元成分

W: アハロノフ＝ボーム(AB)位相

$$W = \mathcal{P}\exp ig\oint_C \langle A_y\rangle dy,$$

C: 余剰次元空間を回る、
非可縮な閉曲線

$$G \to H,$$

G,H: ゲージ群

$$[W,\, T^a] \neq 0, \quad T^a \in G/H$$

$$[W,\, X^a] = 0, \quad X^a \in H$$

Wは場の(Kaluza-Klein)質量スペクトルにも影響を与える
<Ay>は（摂動論的には）真空期待値周りの有効ポテンシャルから
ダイナミカルに求まる（Coleman-Weinberg機構）

$$V_{\mathrm{eff}}(\langle A_y\rangle) = \sum_n \int \frac{d^D p}{(2\pi)^D} \ln\left[p^2 + m_n^2(\langle A_y\rangle)\right]$$

細谷機構の応用例

- Wilson-line(AB位相)による、素粒子大統一理論でのゲージ対称性の破れ（Witten, 1985）
- 素粒子標準模型を拡張：電弱対称性の破れを本機構で実現
  - ヒッグス質量の２次発散問題（ゲージ階層性問題）を解決
  - TeVスケールのKK粒子を予言　→　LHCでの発見を期待

有効ポテンシャル

$$2\pi R g\langle A_y\rangle = \mathrm{diag}(\theta_1,\theta_2,\theta_3)$$

$$V_{\mathrm{eff}} = V_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{g+gh}} + N_{\mathrm{fd}} V_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{fd}} + N_{\mathrm{ad}} V_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{ad}},$$

$$V_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{g+gh}} = (d-2)\sum_{j,k=1}^{3} V(\theta_j-\theta_k,0),$$

$$V_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{fd}} = -2^{[d/2]}\sum_{j}^{3} V(\theta_j+\alpha_{\mathrm{fd}},m_{\mathrm{fd}}),$$

$$V_{\mathrm{eff}}^{\mathrm{ad}} = -2^{[d/2]}\sum_{j,k=1}^{3} V(\theta_j-\theta_k+\alpha_{\mathrm{ad}},m_{\mathrm{ad}}),$$

$$V(\theta,m) = \frac{\Gamma(d/2)}{\pi^{d/2}(2\pi R)^{d-1}} h_d(\theta,m),$$

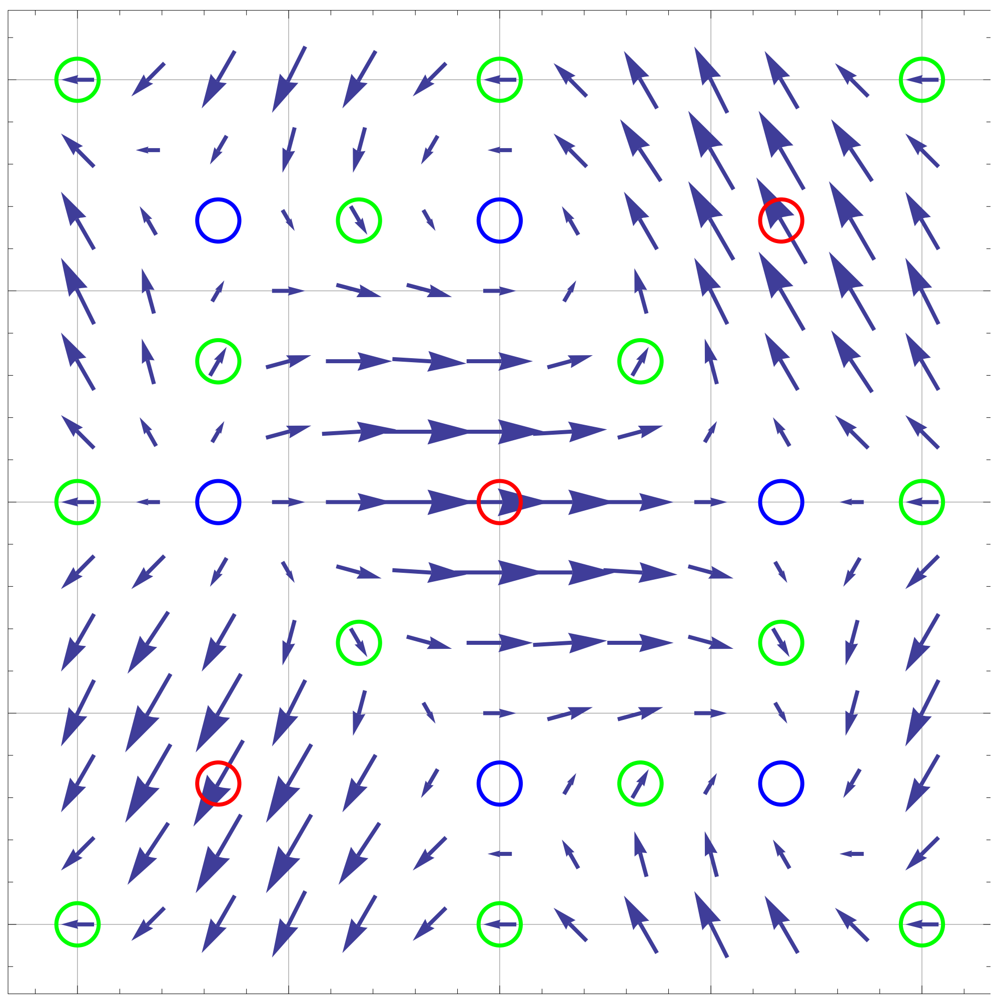
$$h_d(\theta,m) = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1-\cos(k\theta)}{k^d} B_{d/2}(2\pi k m R),$$

$$B_{d/2}(x) = \frac{x^{d/2}K_{d/2}(x)}{2^{\frac{d}{2}-1}\Gamma(d/2)},$$

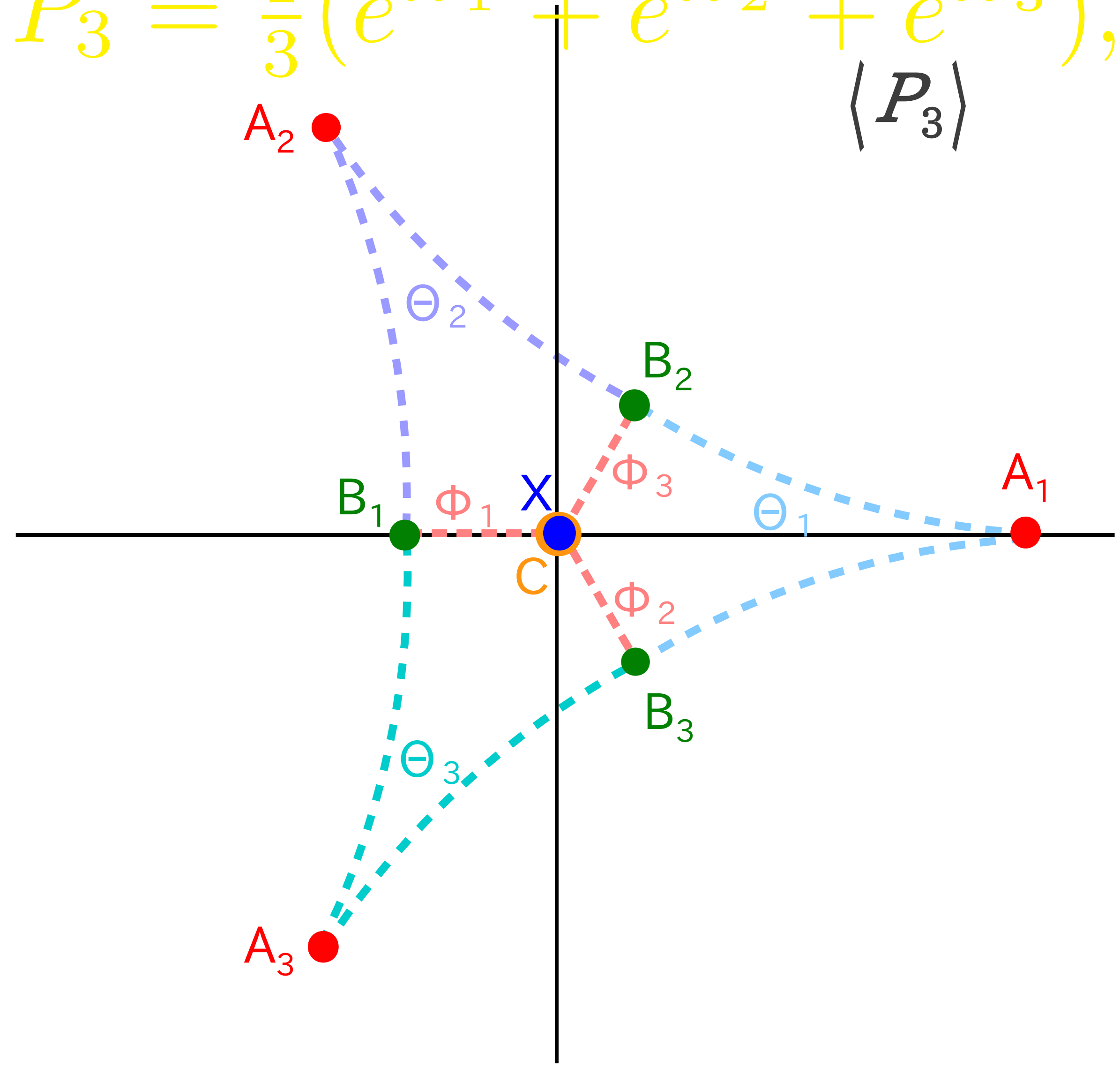
d=D+1：（余剰次元を含む）時空の次元

ポリャコフライン

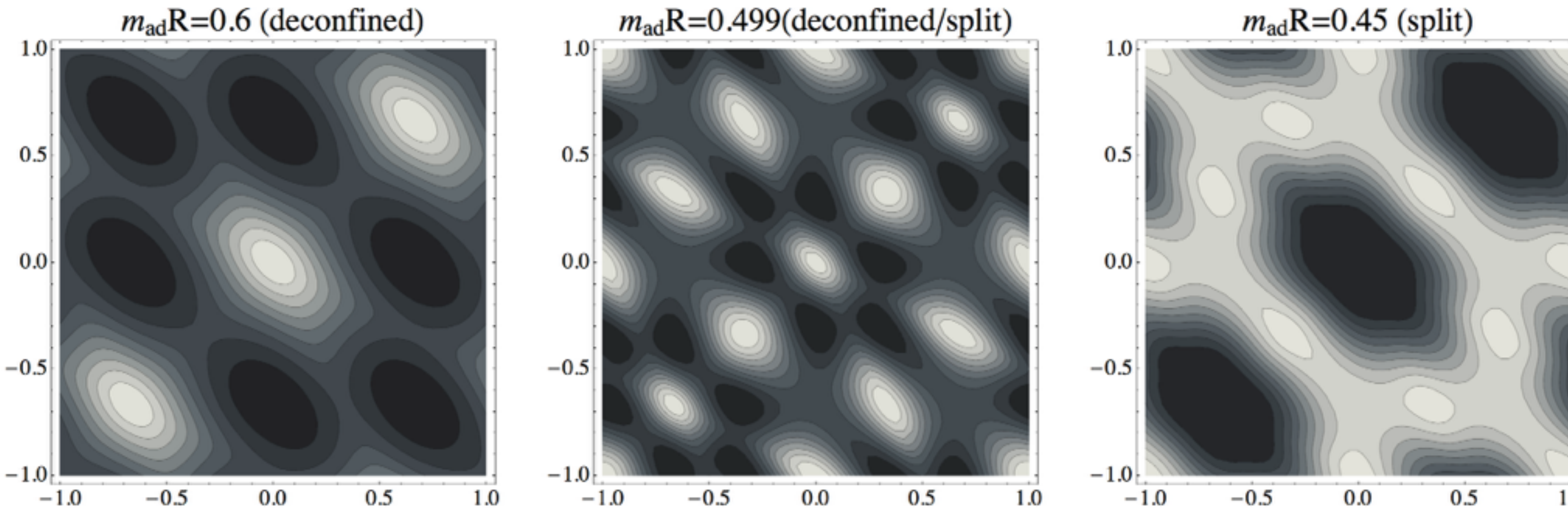
$$P_3 = \frac{1}{3}(e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2} + e^{i\theta_3}),$$

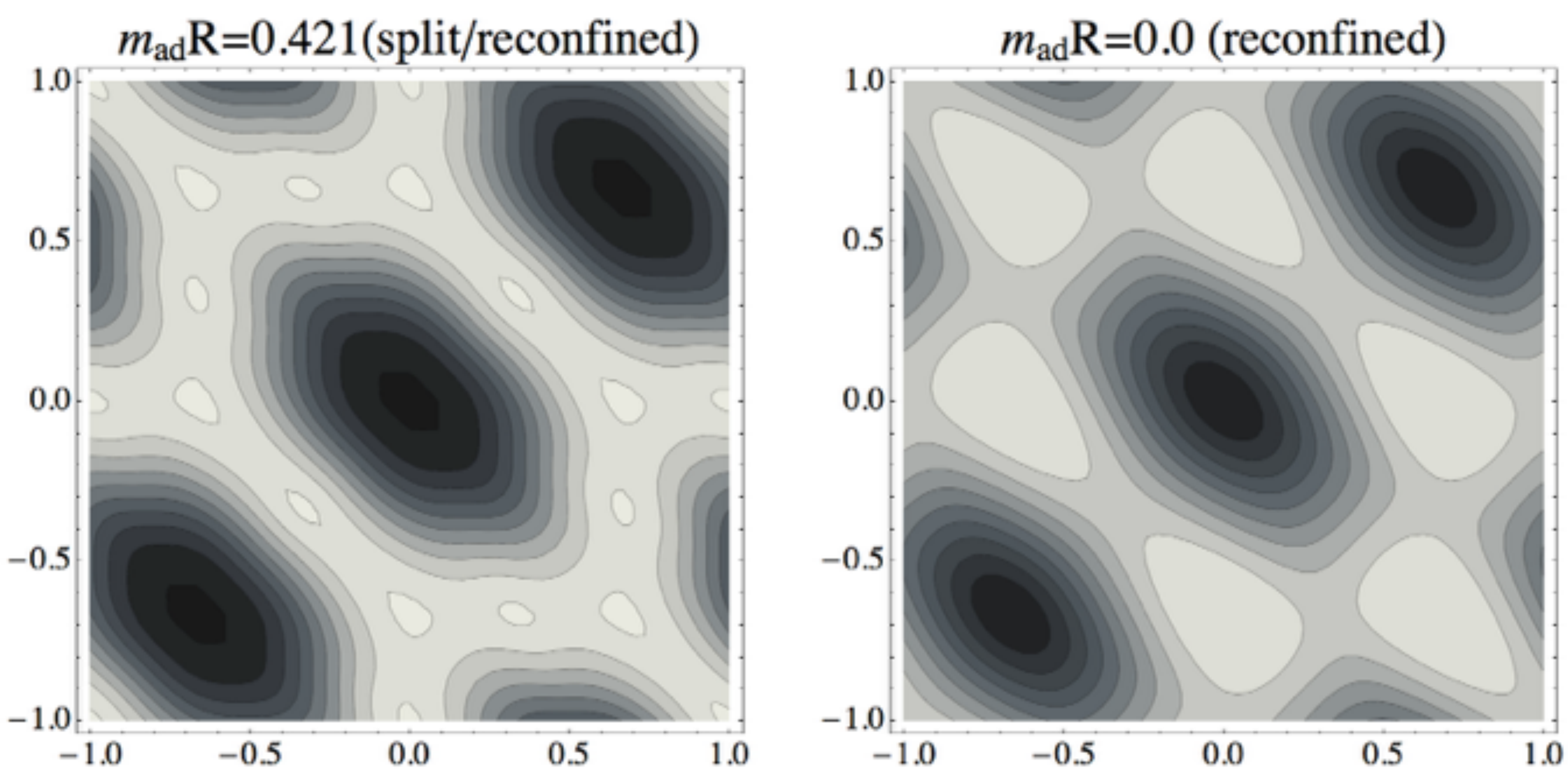


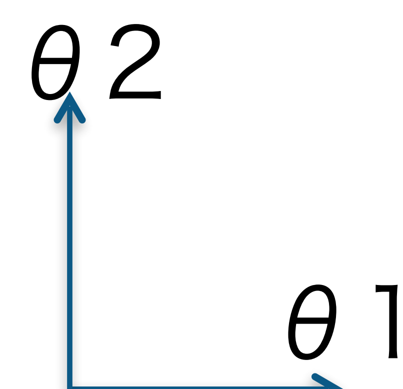
基本表現ポリャコフラインP3
[矢印の向きと大きさで表示]の
(θ1,θ2)平面でのマップ



A1,A2,A3: deconfined phase
B1,B2,B3:split phase
C (reconfined), X (confined)



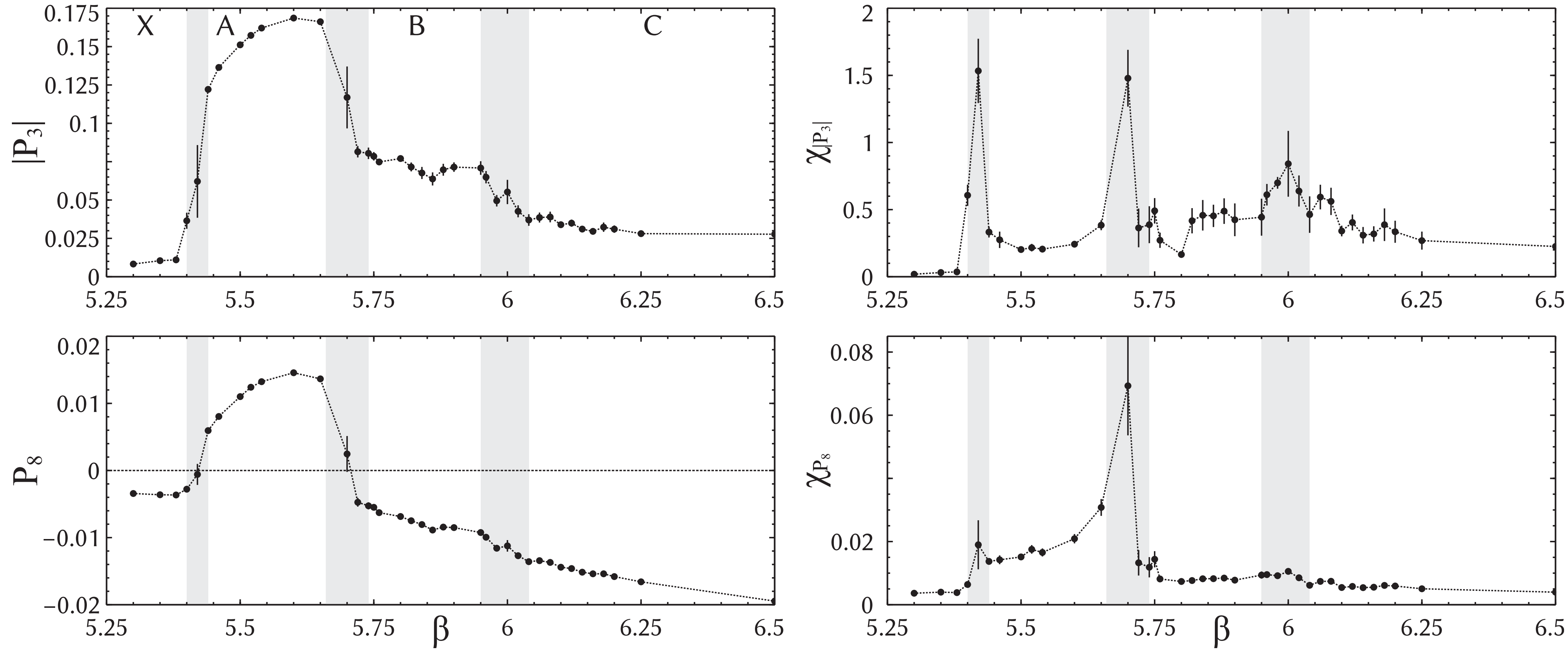




(Nad,Nf)=(2,0)で
随伴表現フェルミオン
の質量を変えたときの
有効ポテンシャル
(白い方が低い値)

Table 1: Classification of the location of the global minima of $V_{\rm eff}(\theta_j)$. In the last column the names of the corresponding phases termed in ref. [32] are also listed for X, A, B, C.

	$(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ with permutations	P_3	P_8	Symmetry Phase
X	Large quantum fluctuations	0	$-\frac{1}{8}$	$SU(3)$ confined
A_1 $A_{2,3}$	$(0,0,0)$ $(\pm\frac{2}{3}\pi, \pm\frac{2}{3}\pi, \pm\frac{2}{3}\pi)$	1 $e^{\pm 2\pi i/3}$	1	$SU(3)$ deconfined
B_1 $B_{2,3}$	$(0,\pi,\pi)$ $(\pm\frac{2}{3}\pi, \mp\frac{1}{3}\pi, \mp\frac{1}{3}\pi)$	$-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}e^{\mp\pi i/3}$	0	$SU(2)\times U(1)$ split
C	$(0, \frac{2}{3}\pi, -\frac{2}{3}\pi)$	0	$-\frac{1}{8}$	$U(1)\times U(1)$ reconfined
$\Theta_1(a)$ $\Theta_{2,3}(a)$	$(-2a, a, a)$ $(-2a\pm\frac{2}{3}\pi, a\pm\frac{2}{3}\pi, a\pm\frac{2}{3}\pi)$ $(0<\|a\|<\frac{1}{3}\pi)$	$\frac{1}{3}(2e^{ia}+e^{-2ia})$ $\frac{1}{3}e^{\pm 2\pi i/3}(2e^{ia}+e^{-2ia})$	$\frac{1}{2}(1+\cos 3a)$	$SU(2)\times U(1)$
$\Phi_1(b)$ $\Phi_{2,3}(b)$	$(0, b, -b)$ $(\pm\frac{2}{3}\pi, b\pm\frac{2}{3}\pi, -b\pm\frac{2}{3}\pi)$ $(\frac{2}{3}\pi<b<\pi)$	$\frac{1}{3}(1+2\cos b)$ $\frac{1}{3}e^{\pm 2\pi i/3}(1+2\cos b)$	$\frac{1}{2}\cos b\,(1+\cos b)$	$U(1)\times U(1)$



$$\chi_{\mathcal{O}} = Vol(\langle \mathcal{O}^2 \rangle - \langle \mathcal{O} \rangle^2)$$

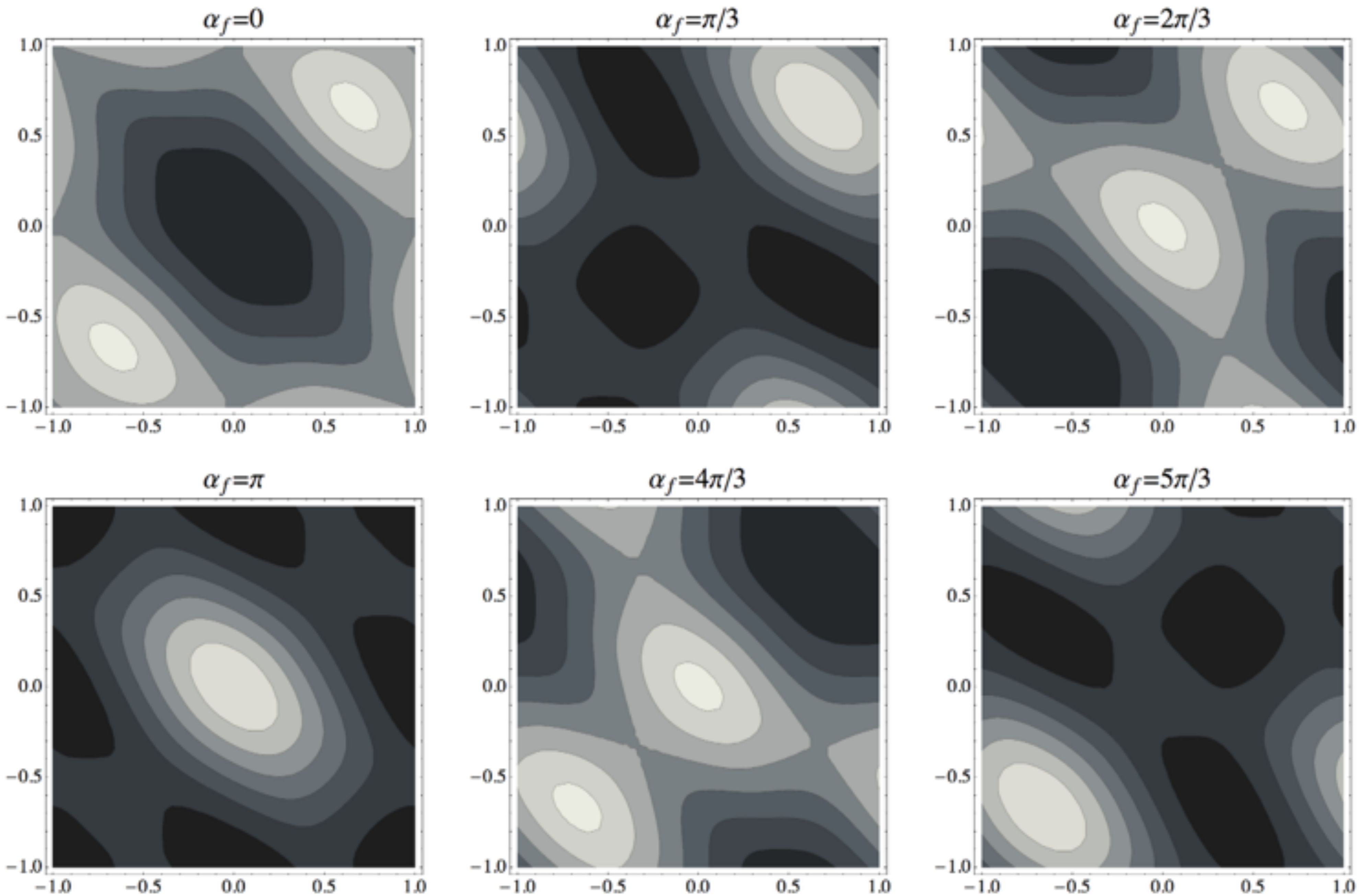
相転移点を定量的に決定するために、感受率χを基本表現、随伴表現ポリャコフラインについて計算。

confined⇔deconfined⇔splitの境界で感受率にピーク。

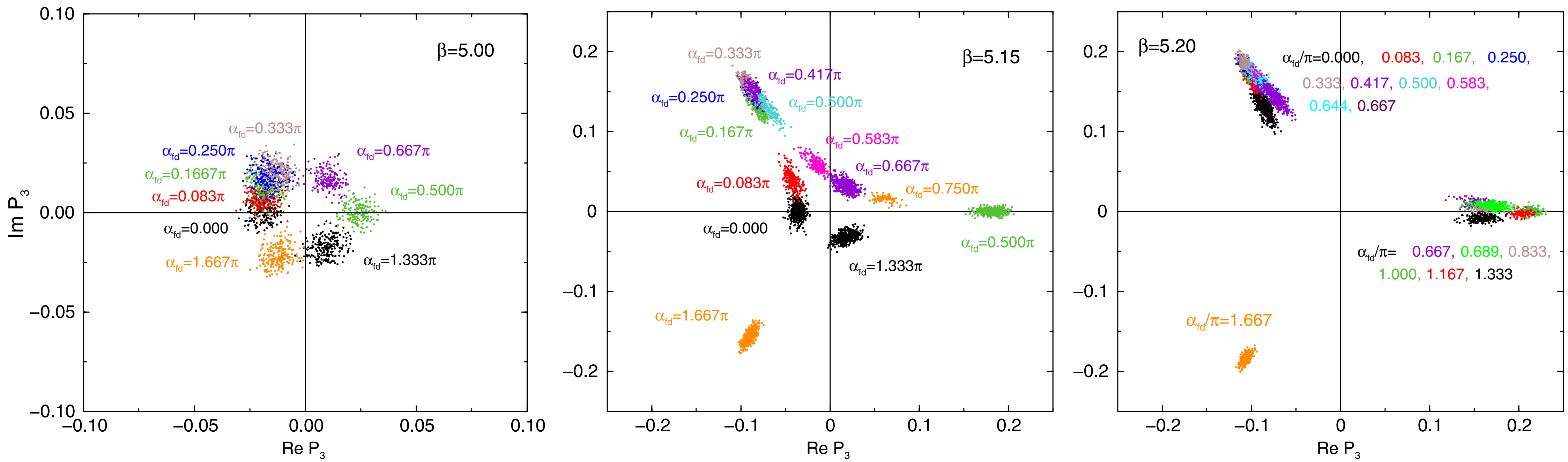
split⇔reconfinedでの相転移はあまりよく見えていない。

ゲージ場＋基本表現フェルミオン

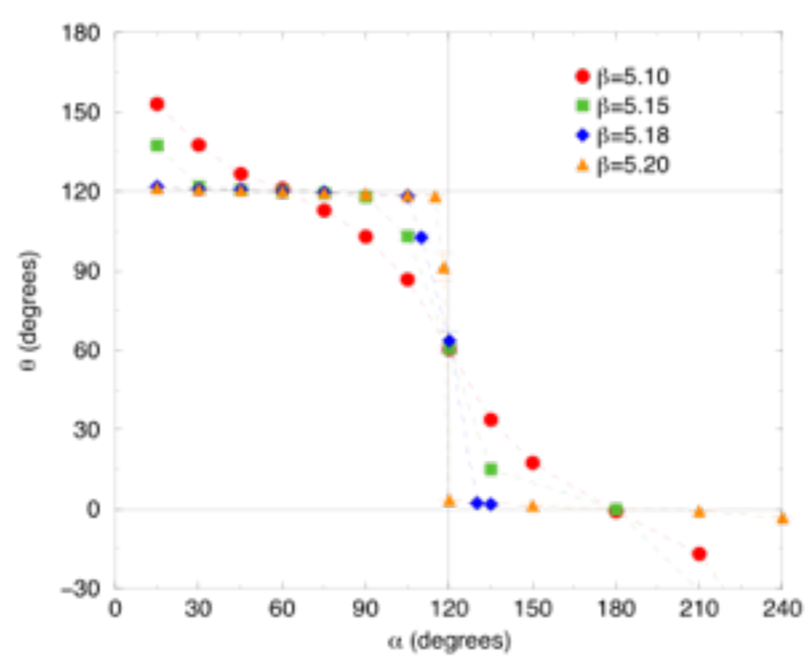
$$\psi(x, y + 2\pi R) = e^{i\alpha_f}\psi(x, y)$$

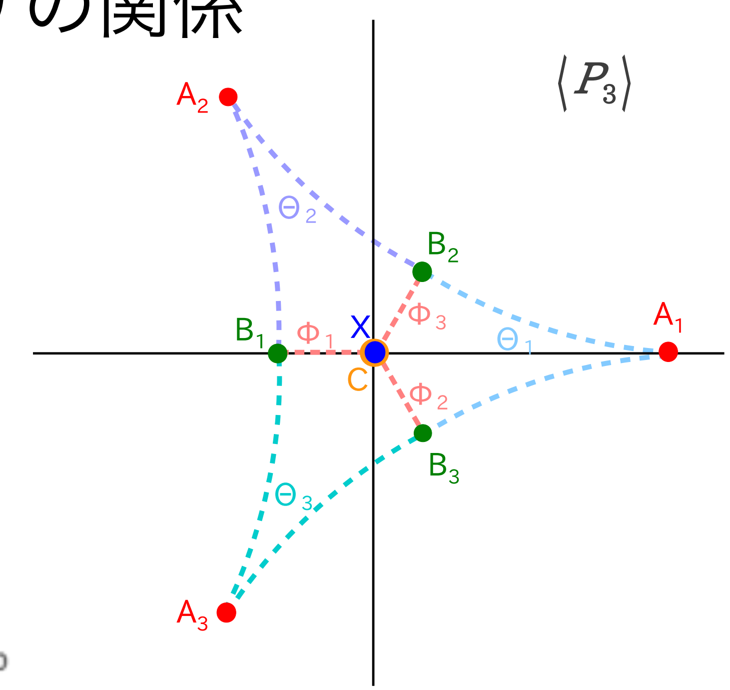


A1, A2, A3は
もはや同等ではない
⇒Z3対称性の破れ

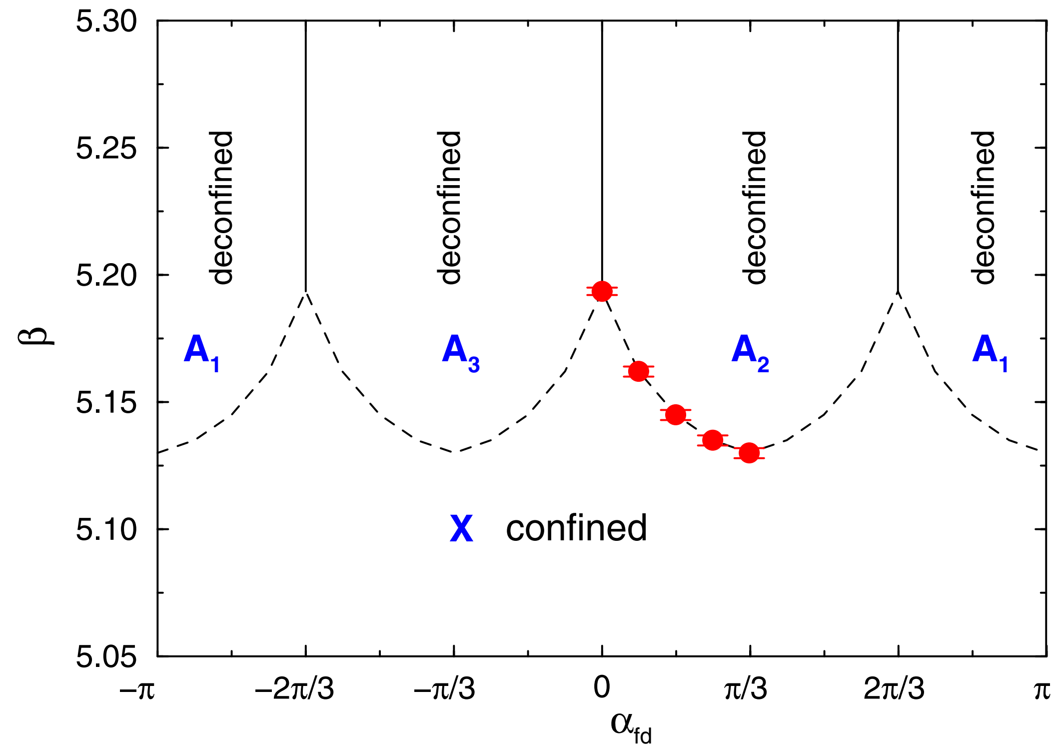


[左図]境界条件αfとポリャコフラインP3の偏角θの関係





Roberge-Weiss(1986) の結果を再現



細谷機構/w 境界条件

$$p_y = \frac{2\pi n + \theta_i + \alpha_{\rm fd}}{L}$$

有限温度（松原形式）

Wilson-line phase : β_i

虚数化学ポテンシャル : μ

$$\tilde{p}_0 = \frac{2\pi n + \pi + \beta_i}{T} + \mu$$