

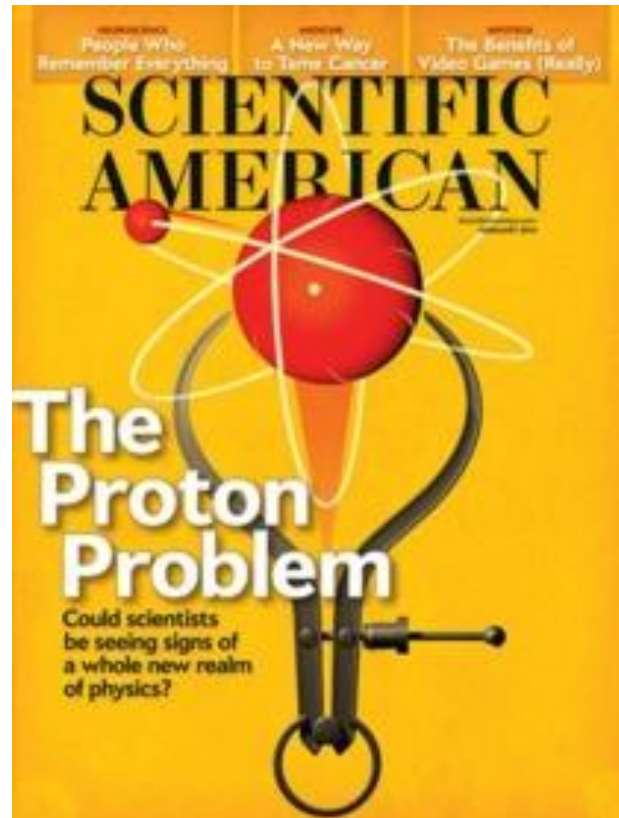
Effects of Muon Magnetic Field on Proton Radius

二松学舎大

岩崎 愛一

hep-ph/1408.2413

Feb. 2014



陽子半径問題 proton radius puzzle

電子散乱 水素原子のスペクトル

陽子半径

$$r_c \cong 0.88 \text{ fm}$$

CODATA 2010

arXiv:1203.5425v1

$$r_c \equiv \sqrt{\int d^3x r^2 \rho_c} \equiv \sqrt{\langle r^2 \rangle}, \quad \rho_c = \text{電荷分布}$$

ところが



Muon 水素原子のスペクトル

大きな不一致

$$r_c \cong 0.84 \text{ fm}$$

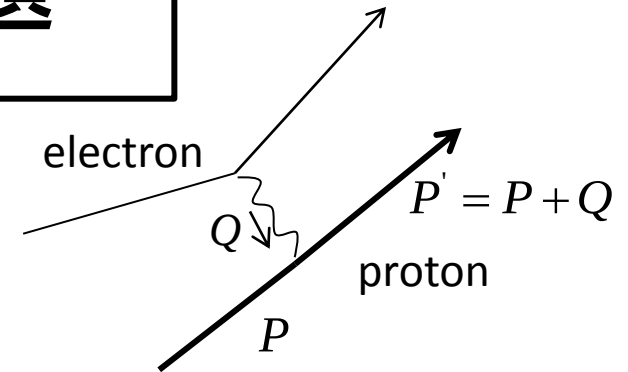
Pohl R, Antognini, et al., Nature 466:213 (2010).

Antognini A, et al., Science 339:417 (2013).

PSI (Paul Scherrer Institute)

陽子半径問題

電子散乱



$$r_p^2 \equiv -6 \frac{dG_E(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0}, \quad G_E(Q^2) \text{ Sachs } \underline{\text{electric form factor}}$$

Q transferred momentum

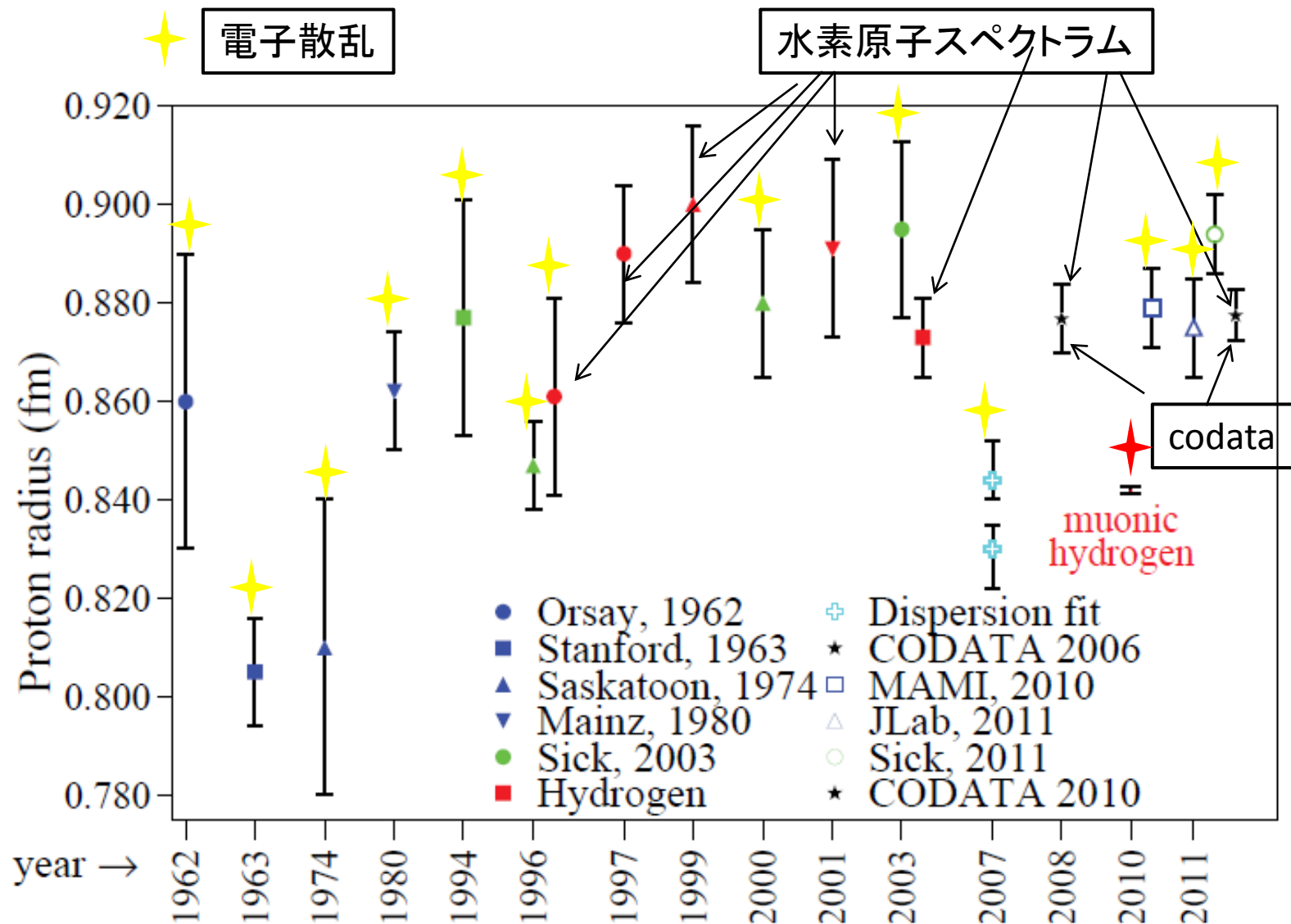
点電荷 $\begin{cases} G_E(Q^2) = 1 \\ V_{\text{point}} = \alpha / r \end{cases}$

$$\langle P' | J^0 | P \rangle = 2M_p G_E(Q^2); \quad Q^\mu = (Q^0 = 0, 0, 0, Q)$$

in Breit frame

点電荷ポテンシャル
からのずれ

$$\begin{aligned} \delta V = V(r) - V_{\text{point}}(r) &= -4\pi\alpha \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{G_E(q^2) - 1}{q^2} \exp(-i\vec{q}\vec{r}) \\ &= \frac{2\pi\alpha}{3} \delta^3(r) r_p^2, \text{ when } G_E(q^2) \approx 1 - \frac{q^2 r_p^2}{6} \\ &\quad \text{as } q^2 \rightarrow 0 \end{aligned}$$



R. Pohl, et.al.

Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 63 (2013)

陽子半径問題

水素原子のスペクトル

($1S_{1/2} - 2S_{1/2}$; 2466061413187.080(34)kHz)

Dirac eigenvalue $\propto \alpha^2 m_e$

Relativistic recoil $\propto \alpha^5 m_e (m_e / M_p)$

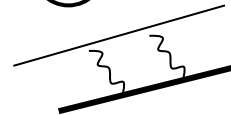
Electron self energy $\propto \alpha^5 m_e$



Vacuum polarization $\propto \alpha^5 m_e$



Two-photon corrections $\propto \alpha^6 m_e$



Three-photon corrections $\propto \alpha^7 m_e$

Finite nuclear size $\propto \alpha^4 m_e (\underline{m_e^2 r_p^2})$

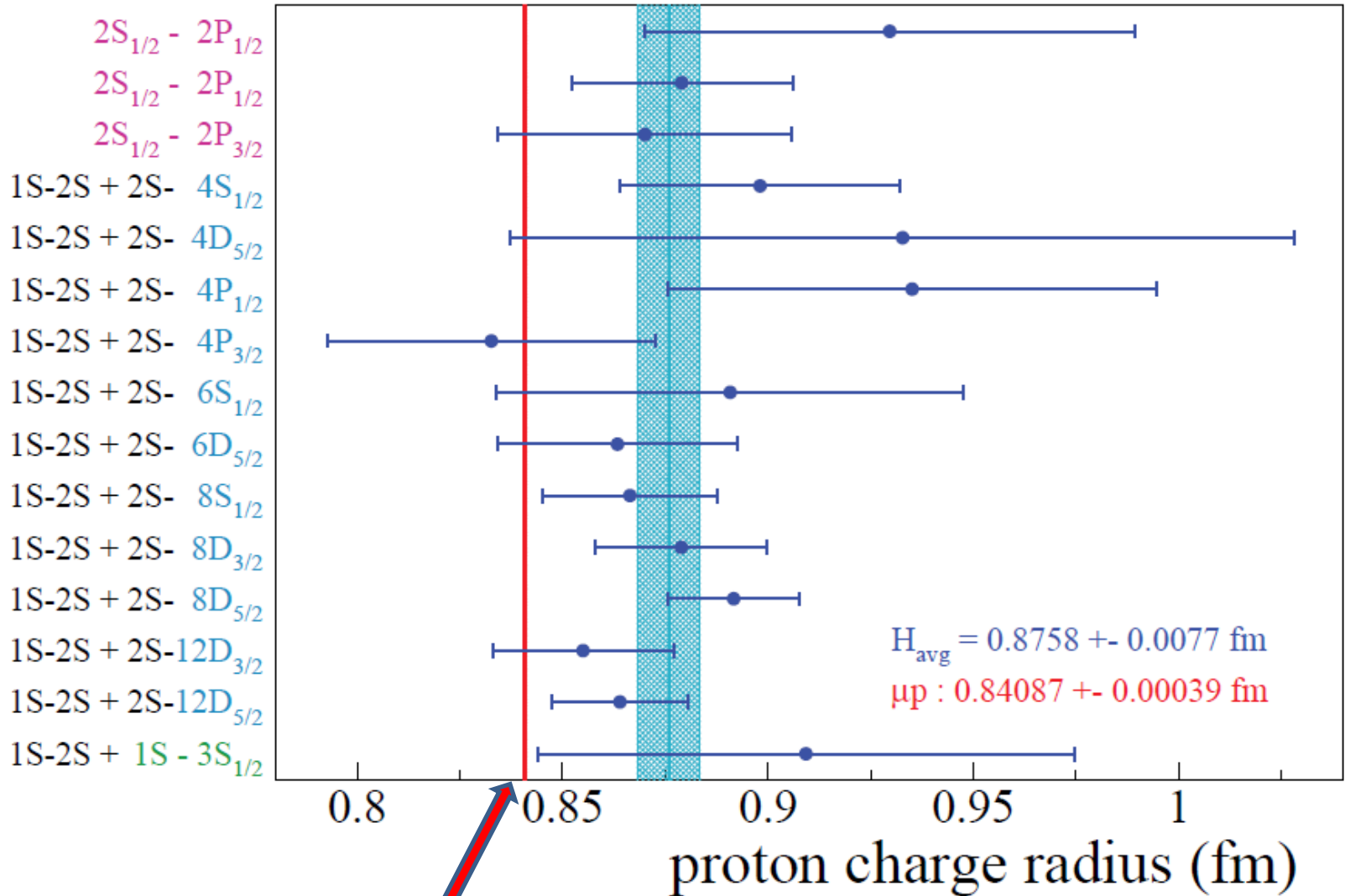
...

$1\text{kHz} \cong 4.1 \times 10^{-12} \text{eV}$

理論値と実験値
の比較

$r_p \cong 0.88 \text{ fm}$

水素原子スペクトラムを用いた陽子半径



R. Pohl, et.al.

Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 63 (2013)

陽子半径問題

水素原子のスペクトルの解析



Rydberg constant R_∞ and proton radius r_p

$$R_\infty \equiv \frac{\alpha^2 m_e}{4\pi} \cong 10\,973\,731.568 \text{ m}^{-1}$$

$$r_p = 0.875 \text{ fm} \sim 0.879 \text{ fm} (\cong 0.88 \text{ fm})$$

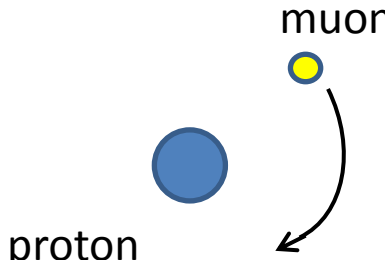
CODATA 2010

arXiv:1203.5425v1

陽子半径問題

Muon 水素原子のスペクトル

$$F = S_p + L_m + S_m$$



陽子のspin + muonの(軌道角運動量 + muon spin)

$$(2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1})_{obs} - (2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1})_{th} \cong 0.31 \text{ meV}$$

実験値 理論値

muon の(軌道角運動量 + spin) ($r_p \cong 0.88 \text{ fm}$)

$$(2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1})_{obs} - (2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1})_{th} = 0$$

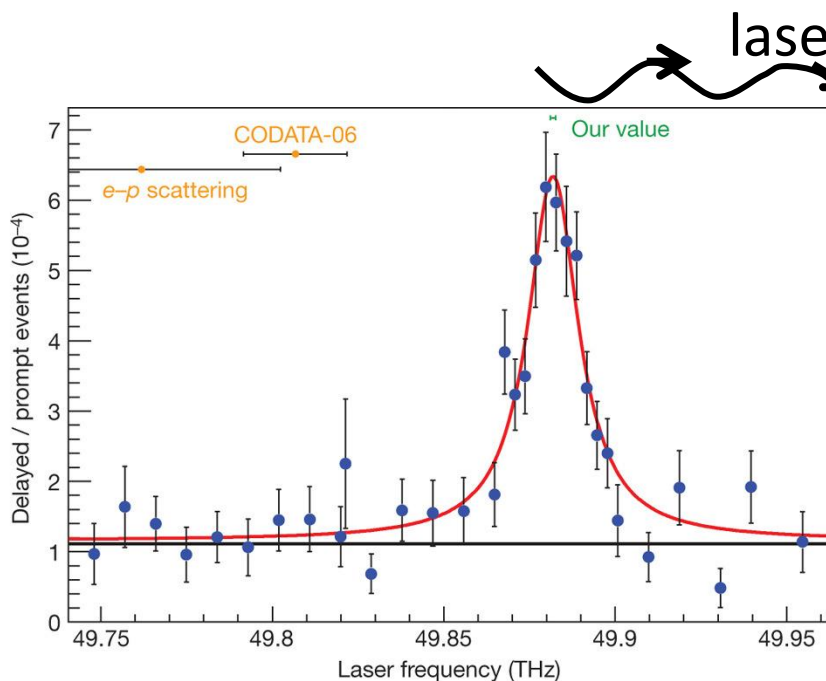
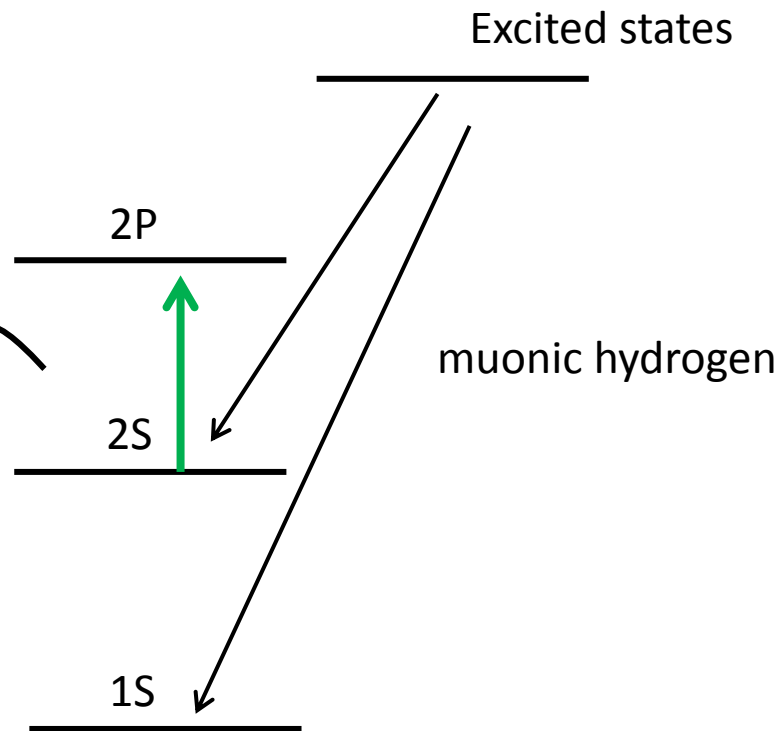
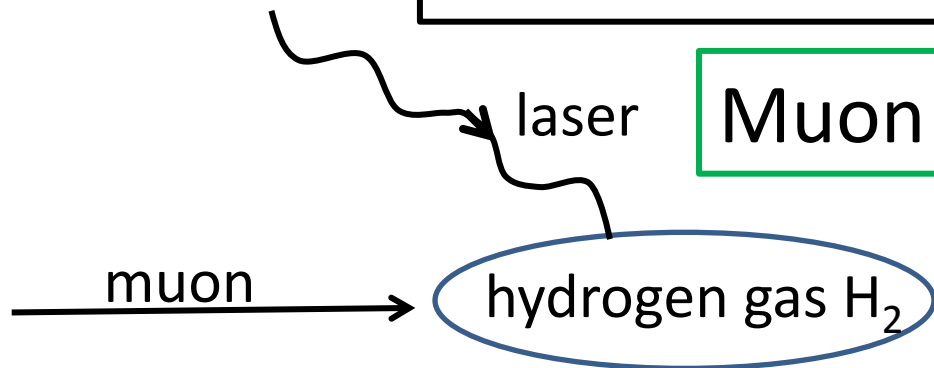
($r_p \cong 0.84 \text{ fm}$)

不一致!!

陽子半径問題

Muon 水素原子

performed at PSI



陽子半径問題の解決

Muon 磁場の影響で、陽子質量変化

陽子質量はカイラル凝縮 $\langle \bar{q}q \rangle$ で決まる

(陽子中の値) (真空値)

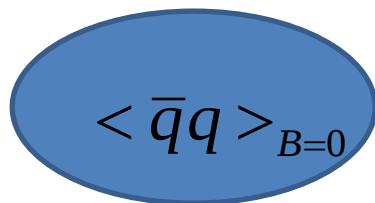
カイラル凝縮は磁場依存 $\langle \bar{q}q \rangle_B = \langle \bar{q}q \rangle_{B=0} + \delta \langle \bar{q}q \rangle$

磁気能率による内部磁場 B_p

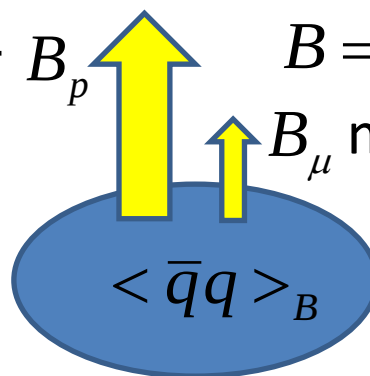
$$B = B_p + B_\mu; B_p \gg B_\mu$$

B_μ muon 磁場

真空中



陽子中



陽子半径問題の解決

Ioffe's formula; Ioffe, Nucl. Phys. B (1981)

$$M_p = \frac{-4\pi^2 \langle \bar{q}q \rangle_B}{\Lambda_{OCD}^2}$$

chiral perturbation, lattice gauge; Shushpanov and Smilga, Phys. Lett. B (1997)

$$\langle \bar{q}q \rangle_B = \langle \bar{q}q \rangle_{B=0} \left(1 + \frac{(e\vec{B})^2}{96\pi^2 F_\pi^2 m_\pi^2} \right) \quad \text{when } eB \ll m_\pi^2$$

陽子の内部磁場 $\vec{B}_p$ と muon 磁場 $\vec{B}_\mu$

$\vec{B} = \vec{B}_p + \vec{B}_\mu$ 陽子を作る磁場 $\rightarrow \vec{B}_p = 2B_p \vec{S}_p$

$$\vec{B}_\mu = \frac{e}{2m_\mu} \frac{\vec{l}}{4\pi r^3} + \frac{1}{4\pi r^3} \left(\frac{3(\vec{\mu} \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{\mu} \right) + \frac{2\vec{\mu}}{3} \delta^3(\vec{r}) \quad (\text{muon を作る磁場})$$

proton spin

muon magnetic moment

$$\vec{\mu} = -g_\mu \frac{e}{2m_\mu} \vec{S}_\mu$$

陽子半径問題の解決

muon磁場による陽子質量変化

$$\delta M_p \equiv M_p(B_p + B_\mu) - M_p(B_p) = M_p \frac{\langle \bar{q}q \rangle_{B_p+B_\mu} - \langle \bar{q}q \rangle_{B_p}}{\langle \bar{q}q \rangle_{B_p}}$$

$$= M_p \frac{e\vec{B}_p \cdot e\vec{B}_\mu}{48\pi^2 F_\pi^2 m_\pi^2}$$

状態関数による期待値

$$\begin{aligned} \langle \delta M_p \rangle &= M_p \frac{\langle e\vec{B}_p \cdot e\vec{B}_\mu \rangle}{48\pi^2 F_\pi^2 m_\pi^2} \cong -0.39 \frac{eB_p}{F_\pi^2} \text{meV} (2S_{1/2}^{F=1}) \\ &\cong 0.068 \frac{eB_p}{F_\pi^2} \text{meV} (2P_{3/2}^{F=2}) \end{aligned}$$

$$M_p = 938 \text{MeV}, \quad m_\mu = 106 \text{MeV}$$

$$m_\pi = 140 \text{MeV}, \quad \alpha = e^2/4\pi = 1/137$$

陽子半径問題の解決

陽子質量変化を取り入れた結果

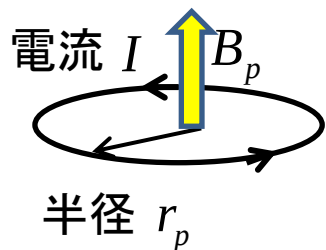
$$(2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1})_{obs} - (2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1})_{th} \cong 0.31 \text{meV} - 0.46 \underbrace{\frac{eB_p}{F_\pi^2}}_{0.46 \times 0.04 = 0.184} \text{meV}$$

($r_p = 0.88 \text{ fm}$)

$$0.46 \times 0.04 = 0.184$$

$$B_p = ?$$

陽子の磁気能率 $\mu_p (= \frac{g_p e}{4M_p}; g_p \cong 5.6)$ による内部磁場



$$B_p = \frac{I}{2r_p}, \quad \mu_p = \pi r_p^2 I$$

$$= \frac{\mu_p}{2\pi r_p^3} = \frac{g_p e}{8\pi r_p^3 M_p} \cong (29 \text{MeV})^2$$

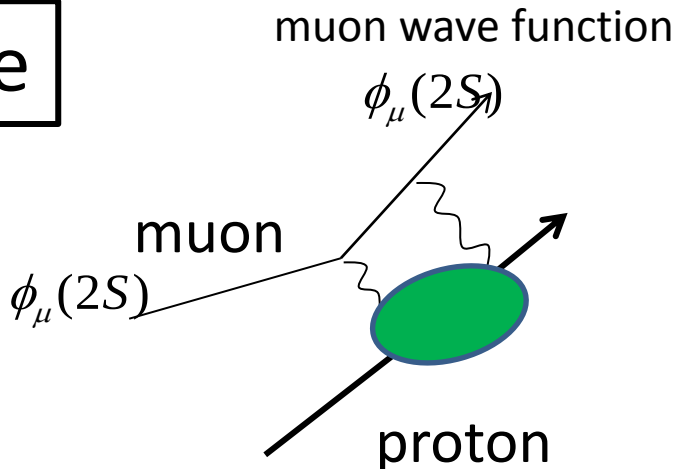
pion decay constant
 $F_\pi \cong 90 \text{MeV}$

$$\frac{eB_p}{F_\pi^2} \approx 0.04$$

$$eB_\mu \approx (10^{-3} \text{MeV})^2$$

Two photon exchange

Contribution of the two photon exchange is of the order of α^5



$$\begin{aligned}\delta M_p &= \frac{-\alpha^4 \bar{m}_\mu^3 M_p}{288\pi^2 m_\pi^2 m_\mu} \frac{eB_p}{F_\pi^2} (2S_{1/2}^{F=1}) \propto \alpha^5 \\ &= \frac{7\alpha^4 \bar{m}_\mu^3 M_p}{11520\pi^2 m_\pi^2 m_\mu} \frac{eB_p}{F_\pi^2} (2P_{3/2}^{F=2})\end{aligned}$$

$$\overline{m}_\mu \equiv \frac{m_\mu M_p}{m_\mu + M_p}; \text{ reduced mass}$$

$$eB_p = \frac{g_p e^2}{8\pi r_p^3 M_p} \propto \alpha$$

Effects of two photon exchange are believed to be small in the region of $Q \rightarrow 0$. ???.

陽子半径問題の解決

問題点

質量の $\langle \bar{q}q \rangle_B$ 依存性

? $M_p = \frac{-4\pi^2 \langle \bar{q}q \rangle_B}{\Lambda_{QCD}^2}$ あるいは? $M_p = cont. \times (\langle \bar{q}q \rangle_B)^{1/3}$

$\langle \bar{q}q \rangle_B$ の磁場依存性

? $\langle \bar{q}q \rangle_B = \langle \bar{q}q \rangle_{B=0} \left(1 + \frac{(e\vec{B})^2}{96\pi^2 F_\pi^2 m_\pi^2}\right)$ when $eB \ll m_\pi^2$

この数値は正しい?

陽子の内部磁場

? $B_p = \frac{\mu_p}{2\pi r_p^3} = \frac{g_p e}{8\pi r_p^3 M_p} = (29\text{MeV})^2$ 磁気能率からの単純な評価?

結論

いくつかの数値的曖昧さはあるが、それらは
格子ゲージ理論できちんと評価可能

曖昧さを考慮すると、陽子半径問題に対する
解決策になると思われる。

$$(2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1})_{obs} - (2P_{3/2}^{F=2} - 2S_{1/2}^{F=1})_{th} \cong 0.31 \text{meV} - \underbrace{0.46 \frac{eB_p}{F_\pi^2} \text{meV}}_{0.184 \text{meV}}$$

with $r_p = 0.88 \text{ fm}$

electron 磁場による陽子質量変化

$$\begin{aligned}\delta M_p &= \frac{-\alpha^4 \bar{m}_e^3 M_p}{288\pi^2 m_\pi^2 m_e} \frac{eB_p}{F_\pi^2} (2S_{1/2}^{F=1}) \cong -1.2 \times 10^{-5} \frac{eB_p}{F_\pi^2} \text{meV} & \bar{m}_e &\equiv \frac{m_e M_p}{m_e + M_p} \\ &= \frac{7\alpha^4 \bar{m}_e^3 M_p}{11520\pi^2 m_\pi^2 m_e} \frac{eB_p}{F_\pi^2} (2P_{3/2}^{F=2}) \cong 2.2 \times 10^{-6} \frac{eB_p}{F_\pi^2} \text{meV}\end{aligned}$$