Nambu-Goldstone Fermion in **Quark-Gluon Plasma** and **Bose-Fermi Cold Atom System**

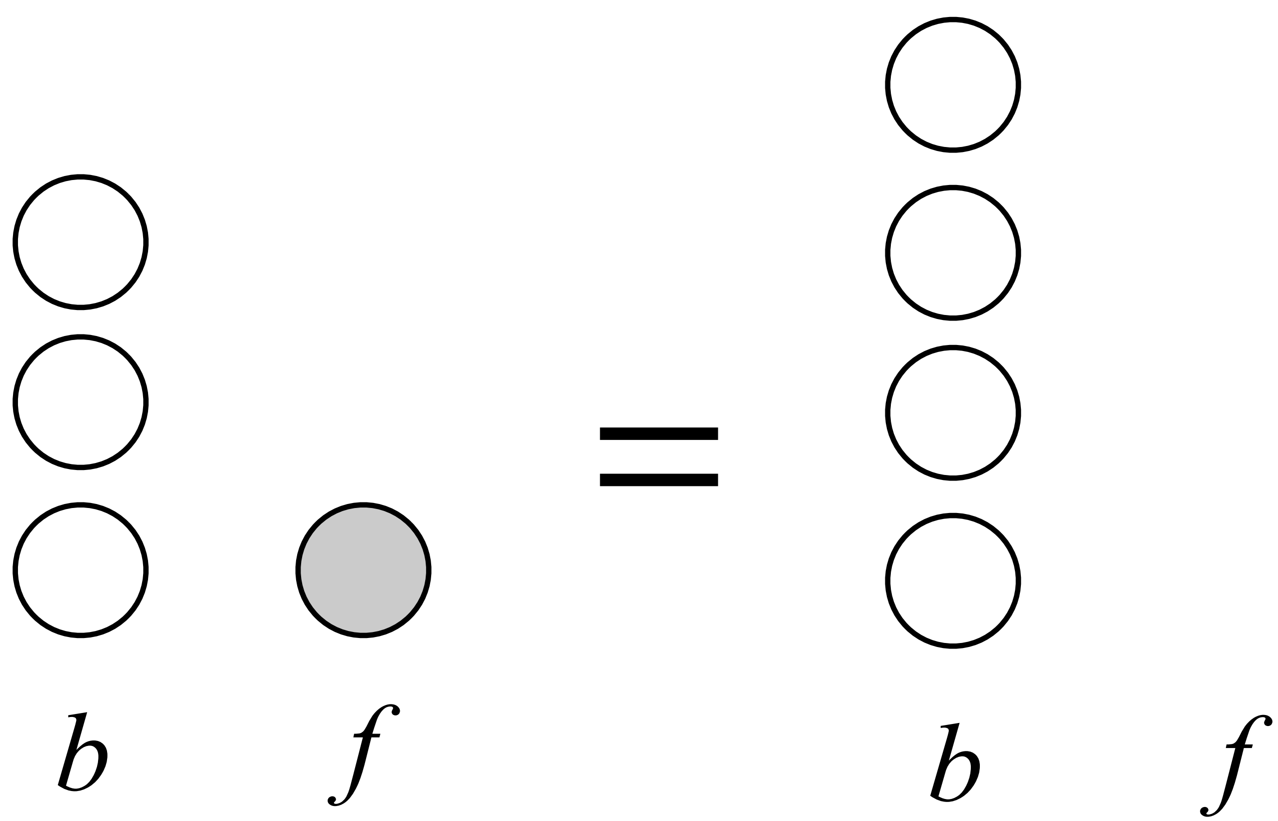
佐藤大輔 (理研/BNL 🇺🇸→ECT* 🇮🇹)

共同研究者: Jean-Paul Blaizot (Saclay CEA 🇫🇷)

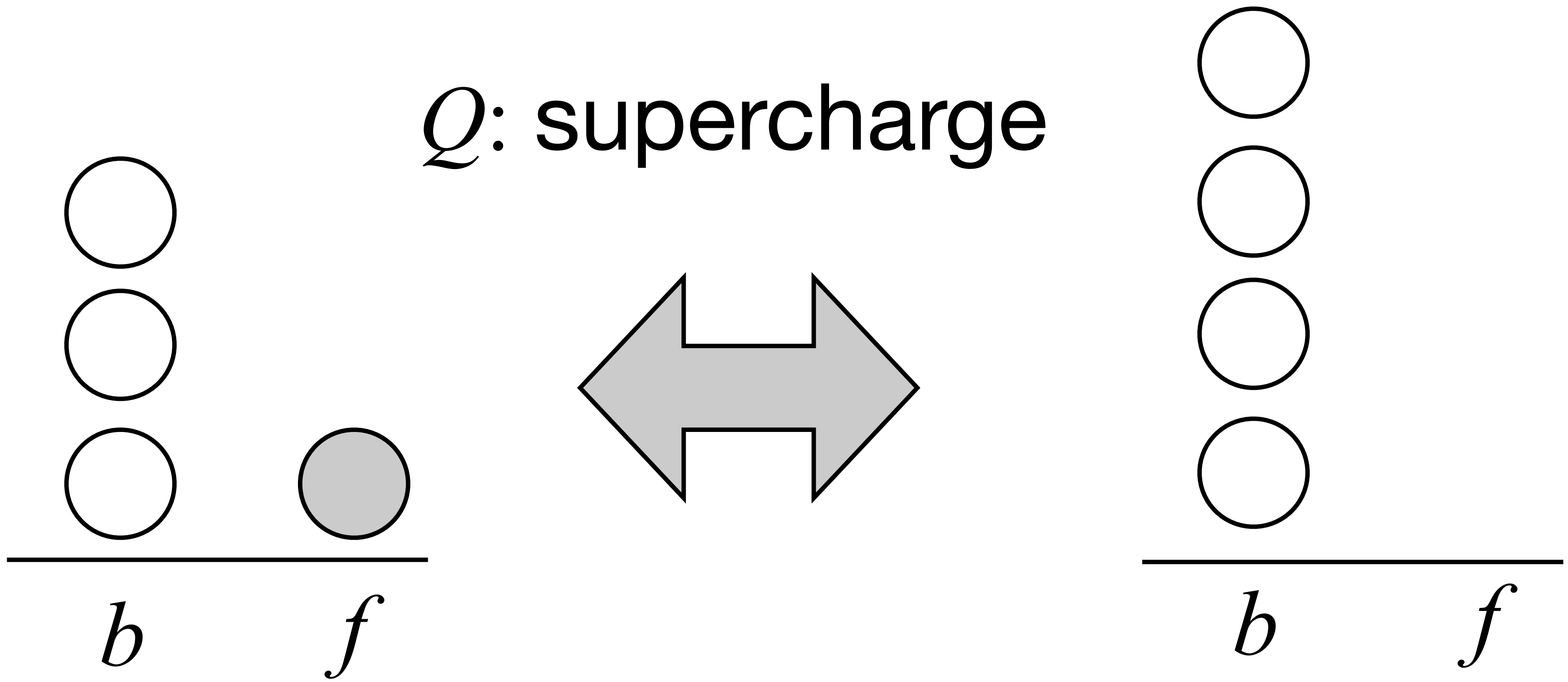
日高義将 (理研)

超対称性(SUSY)

ボソンとフェルミオンの入れ替えに対する対称性



超対称性(SUSY)



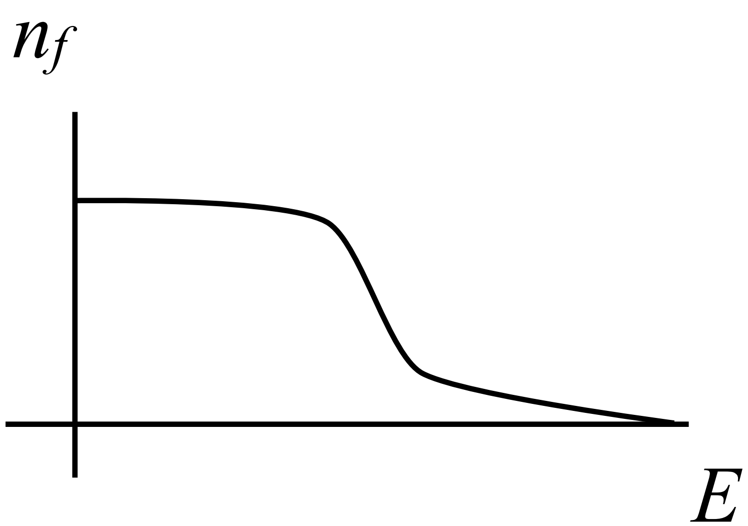
SUSY: $[Q, H]=0$

Supercharge演算子: フェルミオンを一個消してボソンを一個作る（およびその逆過程）

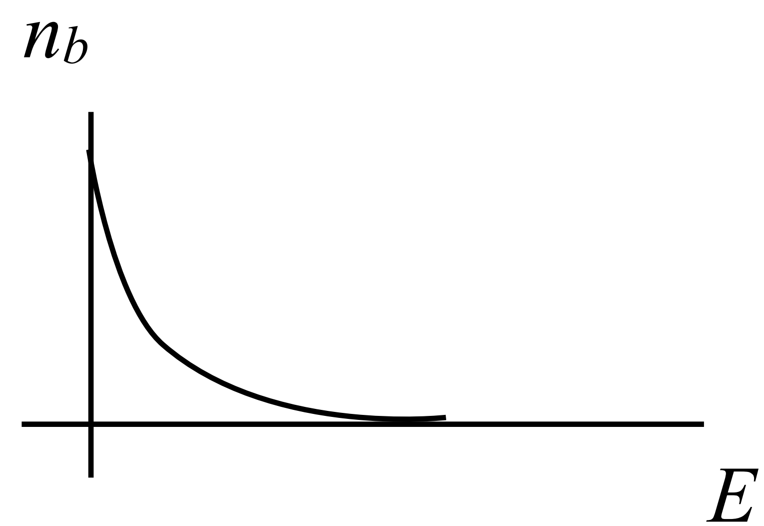
SUSYの破れ

(媒質効果)

SUSY　　　SUSYの破れ



$\neq$



南部-Goldstone (NG) モード?

SUSYの破れに対応したNG “**フェルミオン**”

南部-Goldstoneの定理:

(fermion ver.)

破れた対称性

J^μ: supercurrent

Q=J^0: supercharge

$$-ik_\mu \int d^4x e^{ik\cdot(x-y)} \langle \underbrace{TJ^\mu(x)O(y)}_{\text{NGモード}} \rangle = \langle \underbrace{\{Q, O\}}_{\text{オーダーパラメータ}} \rangle$$

「オーダーパラメータが有限の時、左辺の伝播関数には$k \to 0$に極がある」

V. V. Lebedev and A. V. Smilga, Nucl. Phys. B **318,** 669 (1989)

SUSYの破れに対応したNG “フェルミオン”

破れた対称性

$$-ik_\mu \int d^4x e^{ik\cdot(x-y)} \langle T J^\mu(x) O(y) \rangle = \langle \{Q, O\} \rangle$$

NGモード

オーダーパラメータ

(μ=0)

O=$Q^\dagger$とすると、NG modeは<$QQ^\dagger$>に出現.

今の場合オーダーパラメータはエネルギー・運動量テンソル($T^{0\nu}\gamma_\nu$).

Wess-Zumino模型

媒質があればSUSYは常に破れている. $\langle T^{\mu\nu} \rangle = \mathrm{diag}(\varepsilon, p, p, p)$

SUSYはフェルミオン的な対称性なので、

出現するのはNG “フェルミオン”(**Goldstino**)

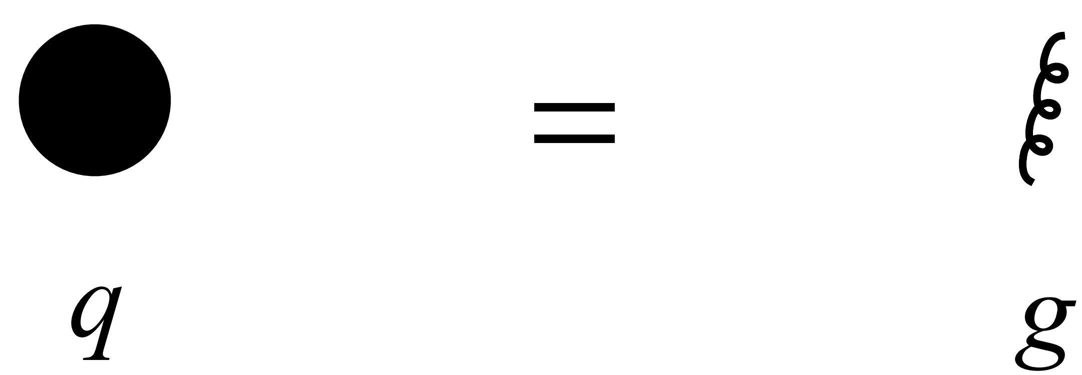
数少ないフェルミオン的ゼロモード

V. V. Lebedev and A. V. Smilga, Annals Phys. **202**, 229 (1990)

高温QED/QCDにおける擬goldstino

高温ではクォークとグルーオンはほぼゼロ質量

相互作用を無視すればSUSYあり.



V. V. Lebedev and A. V. Smilga, Annals Phys. **202**, 229 (1990)

高温QED/QCDにおける擬goldstino

実際、弱結合ではQED/QCDでクォークの擬ゼロモードが存在.

Y. Hidaka, **D. S.**, and T. Kunihiro, Nucl. Phys. A **876**, 93 (2012)
D. S., PRD **87**, 096011 (2013).
J. P. Blaizot and **D. S.**, Phys. Rev. D 89, 096001 (2014).

分散関係	$\mathrm{Re}\,\omega = p/3$
崩壊率	Im
強度	$\frac{g^2}{144\pi^2}$ QED $g^2\frac{(4+N_f)^2}{48\pi^2}$ QCD

分散関係は線形 (Type-I NG mode).

実験場としての冷却原子系

- 格子構造（光学格子）→ ハバード模型
- 相互作用の強さを調整できる(レーザー強度、磁場：フェッシュバッハ共鳴)

冷却原子系は、実験が難しい**多体系の実験場**として使える

Wess-Zumino model: Y. Yu, and K. Yang, PRL **105**, 150605 (2010)
Dense QCD: K. Maeda, G. Baym and T. Hatsuda, PRL **103**, 085301 (2009)
相対論的QED: Kapit and Mueller, PRA **83**, 033625 (2011)

本研究のMotivation

もし冷却原子系を使ってSUSYを

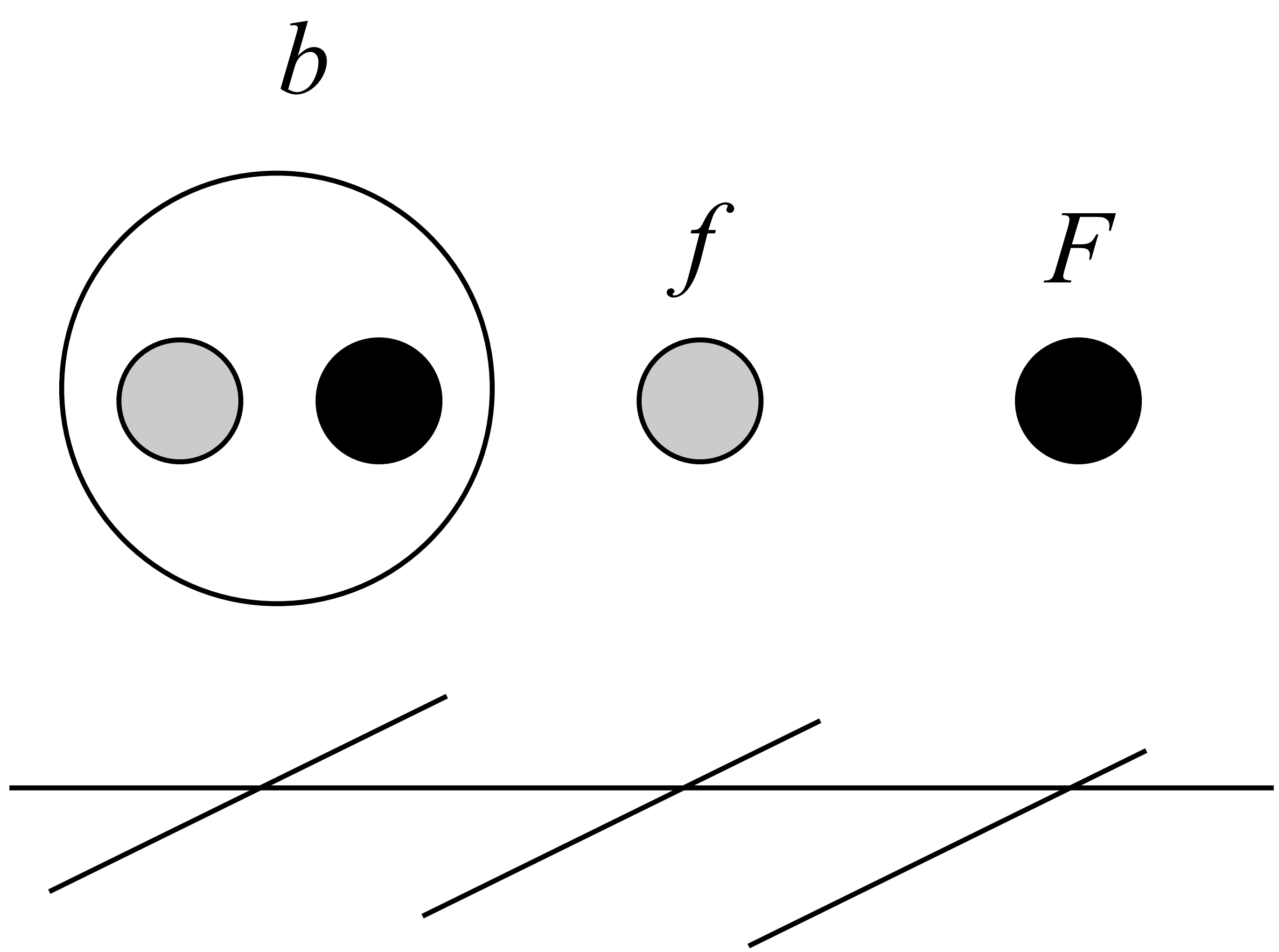
持つ系をsimulateできれば、

goldstinoを実験的に観測できる!!

T. Shi, Y. Yu, and C. P. Sun, PRA **81**, 011604(R) (2010)

冷却原子系における超対称性

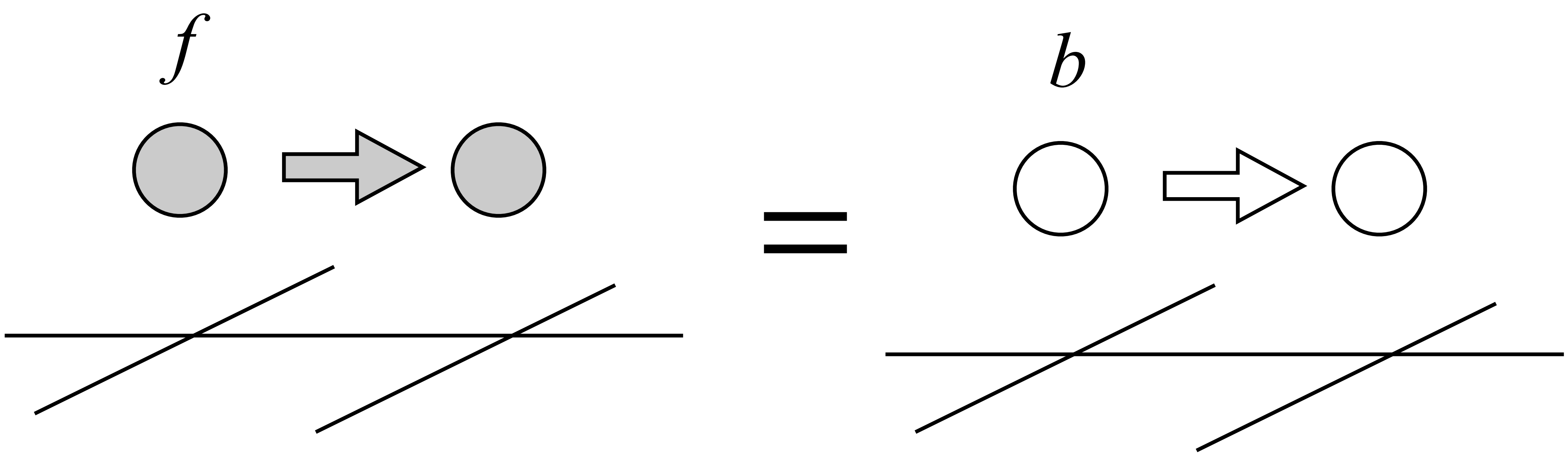
光学格子上に2種類のフェルミオン（$\boldsymbol{f}$, $\boldsymbol{F}$）とその束縛状態のボソン（$\boldsymbol{b}$）を載せる



T. Shi, Y. Yu, and C. P. Sun, PRA **81**, 011604(R) (2010)

冷却原子系における超対称性

$$H_\alpha = -\sum_{\langle ij \rangle} t_\alpha a_i^{\alpha\dagger} a_j^\alpha - \mu_\alpha \sum_i a_i^{\alpha\dagger} a_i^\alpha$$



$$(t_f = t_b)$$

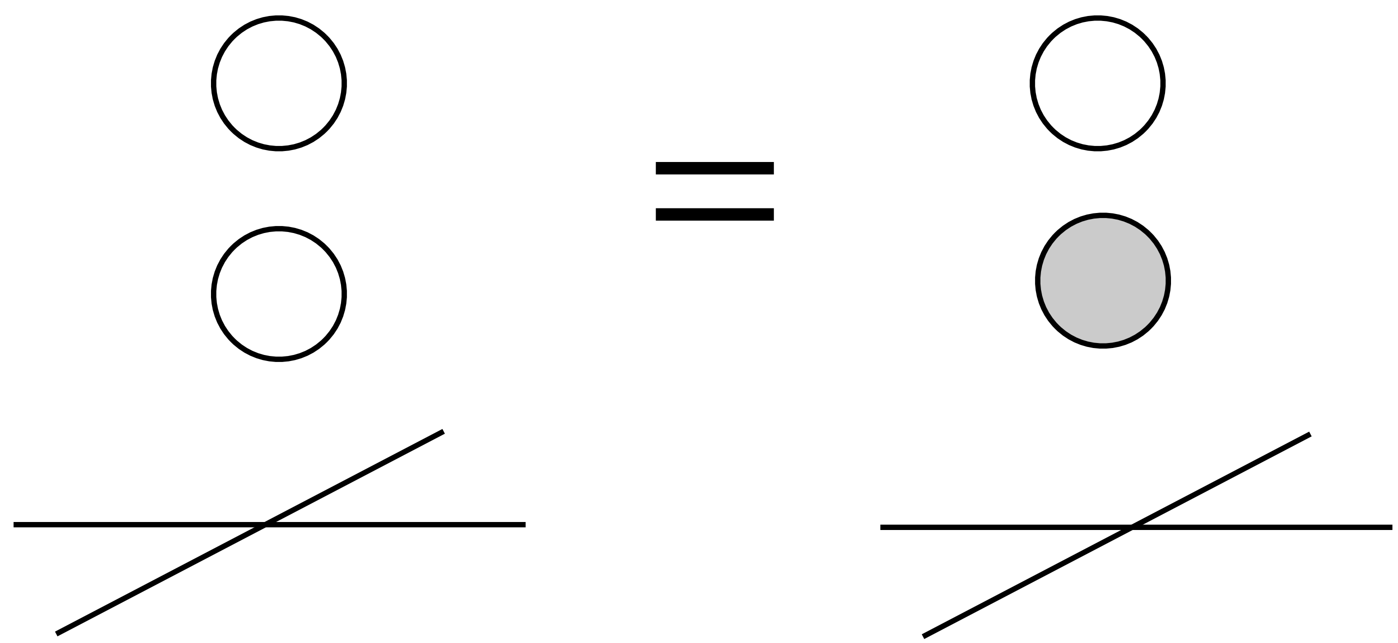
$$(\mu_f = \mu_b)$$

tの調整法: M. Snoek, S. Vandoren, and H. T. C. Stoof, PRA **74**, 033607 (2006)

T. Shi, Y. Yu, and C. P. Sun, PRA **81**, 011604(R) (2010)

冷却原子系における超対称性

$$\frac{U_{bb}}{2}\sum_i n_i^b\left(n_i^b-1\right)+U_{bf}\sum_i n_i^b n_i^f$$



$(U_{bb}=U_{bf})$

$t_f=t_b,\ U_{bb}=U_{bf},\ \mu_f=\mu_b$の場合、$Q=bf^\dagger$はハミルトニアンと可換.

Fはdecouple.

SUSYの破れに関連したNG “フェルミオン”

破れた対称性

$$-ik_\mu \int d^4x e^{ik\cdot(x-y)} \langle T J^\mu(x) O(y) \rangle = \langle \{Q, O\} \rangle$$

NGモード　　　　　　オーダーパラメータ

$$Q = bf^\dagger$$
$$Q^\dagger = b^\dagger f$$

O=$Q^\dagger$とすると、NG modeは<$QQ^\dagger$>に出現.

オーダーパラメータは今回考える系の場合、密度(ρ).

SUSYはρが有限だと常に破れている.

セットアップ

d=2 ⇨ BECなし.

連続極限を考える：$a \ll (k_f)^{-1}, (T)^{-1}$

(以後a=1の単位で解析.)

$\Delta\mu=\mu_f-\mu_b\neq 0$ ⇨ ExplicitなSUSY breaking

T. Shi, Y. Yu, and C. P. Sun, PRA **81**, 011604(R) (2010)

resummed perturbationによる計算

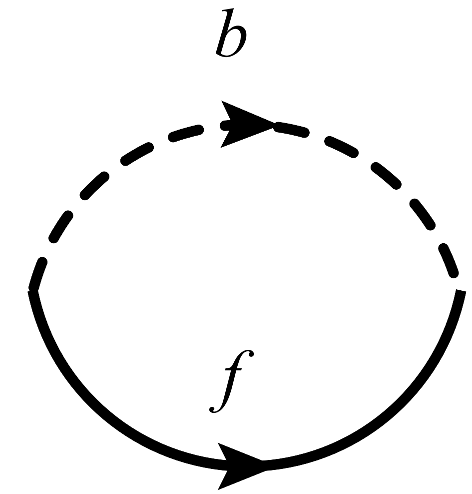
Goldstinoの伝播関数、スペクトルを計算

$(\langle Q^\dagger(x)Q(0)\rangle)$

$Q = bf^\dagger$より、

1ループの伝播関数は

$\langle Q^\dagger(x)Q(0)\rangle =$



ハミルトニアンレベルではSUSYがあるので、フェルミオンとボソンの分散関係が同じになり、ω-$\Delta\mu$, $p\to 0$で積分が発散

（ピンチ特異性）

$(\Delta\mu = \mu_f - \mu_b)$

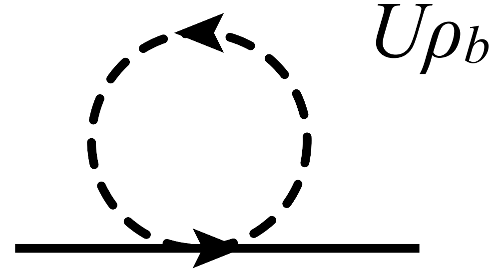
(フェルミオン項)= $\displaystyle\int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{n_F(\epsilon^f_{\mathbf{k}})}{\omega - \Delta\mu - t(2\mathbf{k}\cdot\mathbf{p} + \mathbf{p}^2)} \to \infty$

T. Shi, Y. Yu, and C. P. Sun, PRA **81**, 011604(R) (2010)

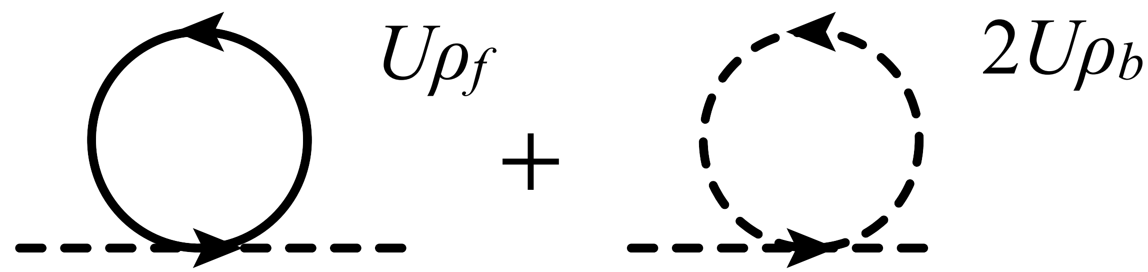
resummed perturbationによる計算

(1) 分散関係の密度補正をresum

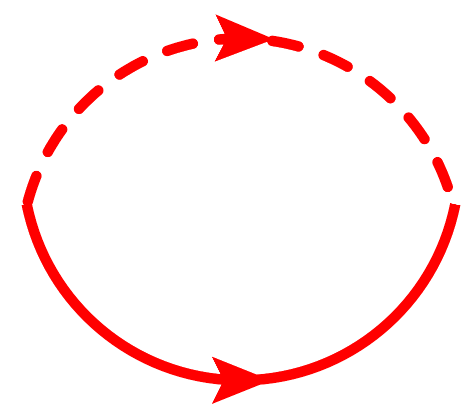
フェルミオン:



ボソン:



ピンチ特異性は正則化

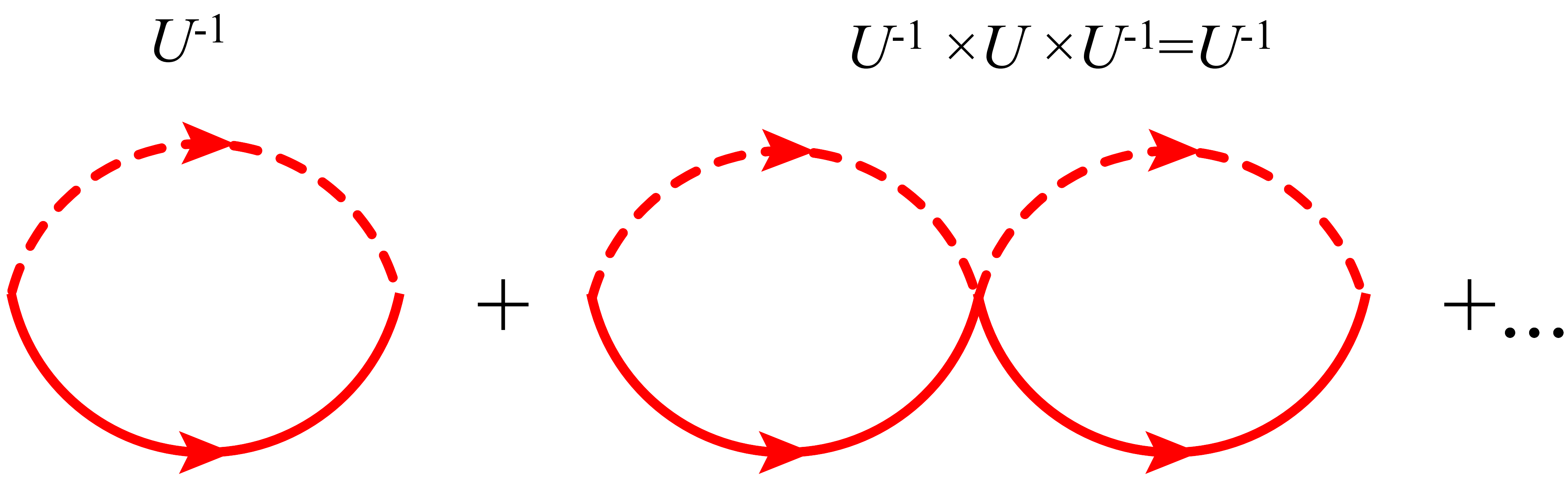


$$(\text{フェルミオン項}) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(2\pi)^2} \frac{n_F(\epsilon_{\mathbf{k}}^f)}{\omega - (\Delta\mu + t(2\mathbf{k}\cdot\mathbf{p} + \mathbf{p}^2) + U\rho)} \rightarrow U^{-1}$$

T. Shi, Y. Yu, and C. P. Sun, PRA **81**, 011604(R) (2010)

resummed perturbationによる計算

全てのringダイアグラムが同じオーダーの寄与

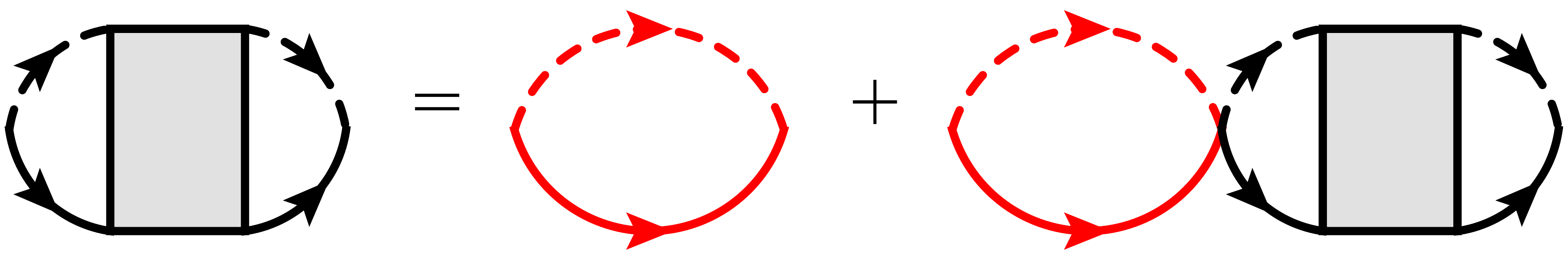


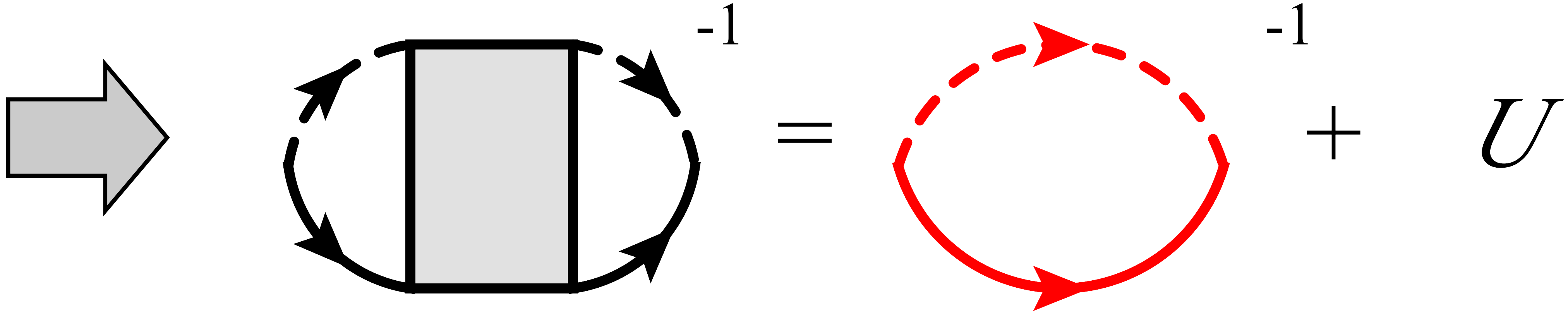
無限個のringダイアグラムの足し合わせが必要

T. Shi, Y. Yu, and C. P. Sun, PRA **81**, 011604(R) (2010)

resummed perturbationによる計算

(2) Random Phase Approximation





self-consistentな式でなくexplicitに書ける.

エネルギー・運動量で展開

(1), (2)を使ってGoldstinoの伝播関数を計算.

運動量が小さい場合に興味がある.

→エネルギー・運動量で展開

$$p \ll k_f,\ U\rho/(k_f t)$$

goldstinoのスペクトル

分散関係	ω
留数	1 (sum ruleから許される最大値)

Type-II NG mode
(相対論的な系ではType-I).

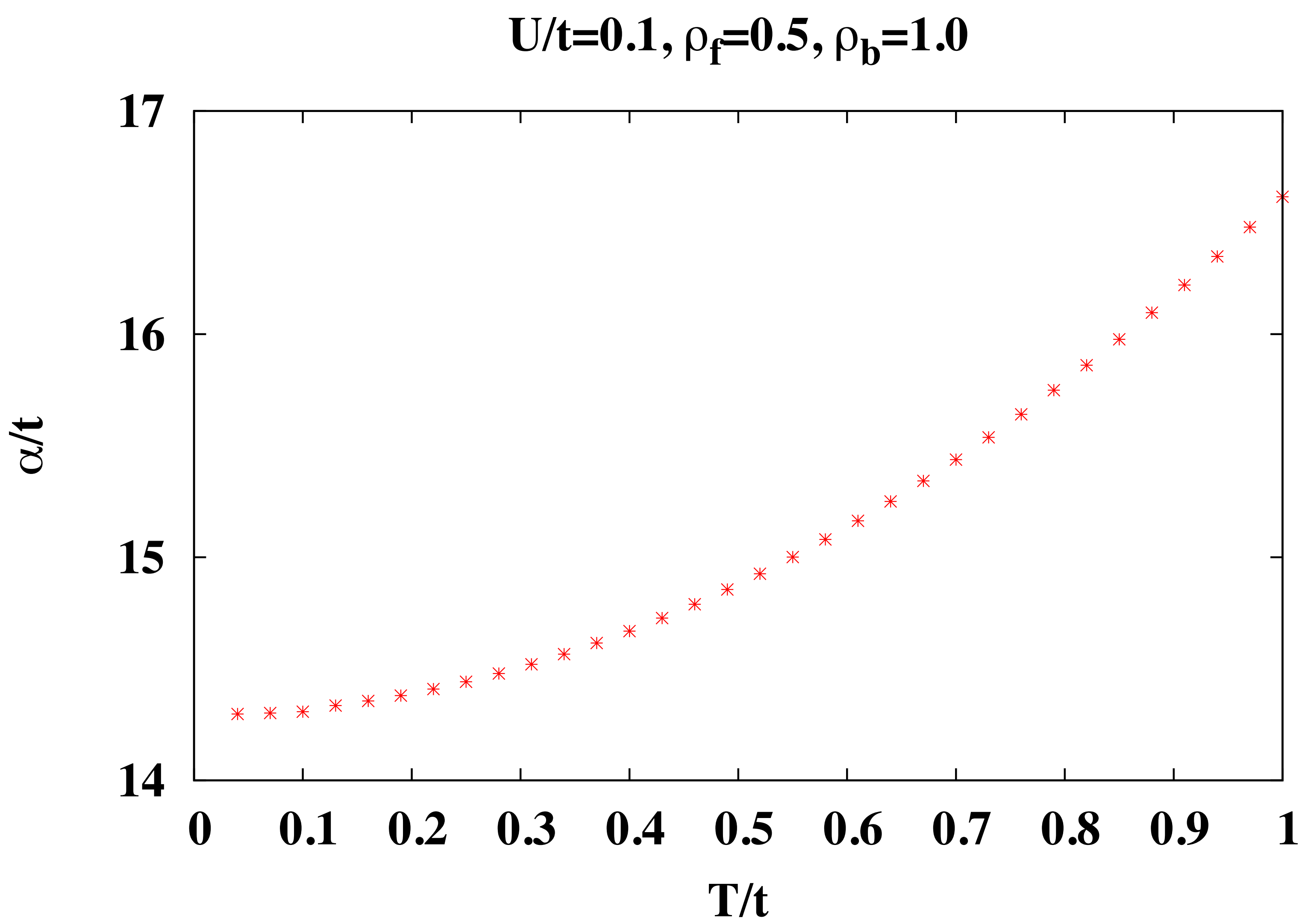
(T=0の場合)

$$\alpha \equiv \frac{1}{\rho}\left(\frac{4\pi t^2\rho_f^2}{U\rho} - t(\rho_f - \rho_b)\right)$$

崩壊幅は、NG定理よりp=0で0と期待される.

(p:有限の時の崩壊幅の大きさは、衝突効果を入れてないため確認できていない)

$T \neq 0$での結果



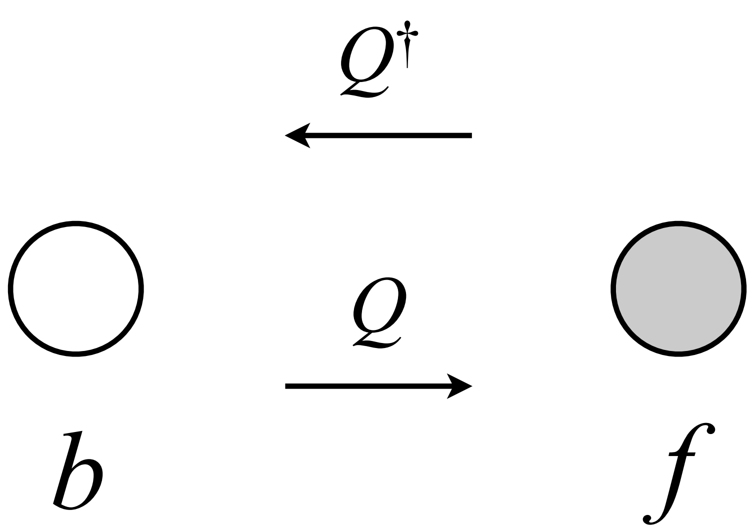
係数αはTが大きくなると増える.

強磁性体中のスピン波とのアナロジー

Goldstino

保存量: $Q, Q^\dagger, \rho$

破れている　オーダーパラメータ

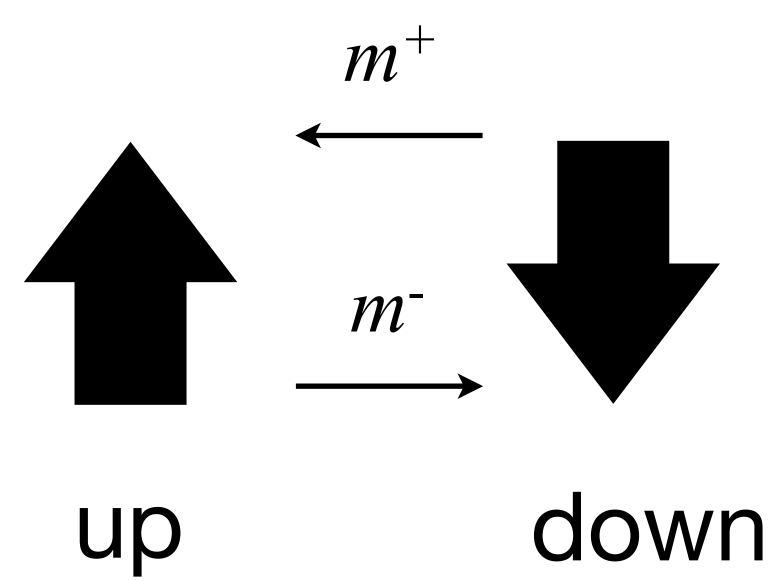


$Q^2 = Q^{\dagger 2} = 0$

強磁性体中のスピン波

保存量: m^+, m^-, m^z

破れている　オーダーパラメータ



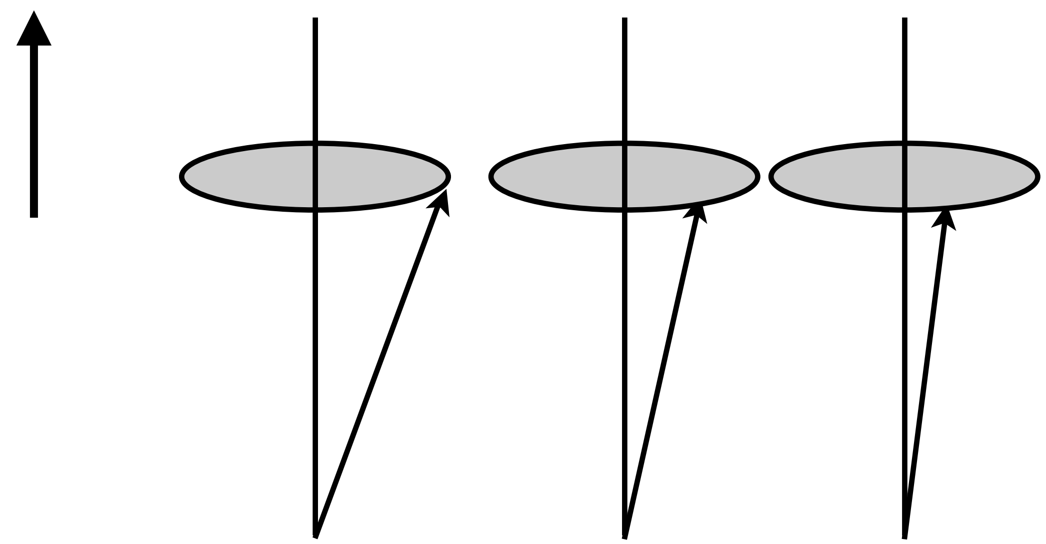
$m^{+2} = m^{-2} = 0$

$m^\pm = m^x \pm i m^y$

強磁性体中のスピン波とのアナロジー

<u>スピン波</u>

外部磁場 h



スピン波の分散関係: $\omega = h + \alpha \mathbf{p}^2$

Type-II

強磁性体中のスピン波とのアナロジー

一般に、NG modeがtype-IかIIは**保存量間の交換関係の期待値**によって決まる.

H. Watanabe and H. Murayama, PRL **108**, 251602 (2012)
Y. Hidaka, PRL **110**, 091601 (2013)

$N_{\mathrm{II}}=\mathrm{rank}\langle[Q_a,\ Q_b]\rangle/2$
$N_{\mathrm{I}}=N_{BS}-2N_{\mathrm{II}}$

$$\left(\begin{array}{c} \langle[m^{\pm},\ m^{z}]\rangle=0 \\ \langle[m^{+},\ m^{-}]\rangle=2m_0 \end{array}\right)$$

$\mathrm{rank}\langle[Q_a,\ Q_b]\rangle/2=1$

$N_{BS}=2$

$\Rightarrow$

$N_{\mathrm{II}}=1$
$N_{\mathrm{I}}=0$

強磁性体中のスピン波とのアナロジー

Goldstino

保存量の間の(反)交換関係は

スピン波の時と同じ構造.

$$<[Q, \rho]>=0$$

$$<\{Q, Q^\dagger\}>=\rho$$

$$\left(\begin{array}{c} <[m^{\pm}, m^{z}]>=0 \\ <[m^{+}, m^{-}]>=2m_0 \end{array} \right)$$

$$Q,\ Q^\dagger \rightleftarrows m_+,\ m_- \qquad \rho \rightleftarrows m_z$$

したがって、両者のスペクトルが同じ形をしている事が自然に理解できる.

強磁性体中のスピン波とのアナロジー

$$\omega = \Delta\mu - \alpha\mathbf{p}^2$$

$\mathit{\Delta}\mu \rightleftarrows h$

T. Hayata, Y. Hidaka (2014)

スピン波と同様、p:有限の時の崩壊幅はDp^4の形.

（Dは久保公式使うと計算可能）

<u>**この分散関係および崩壊率の運動量依存性はモデルによらない！**</u>

まとめ

- QGPおよび冷却原子系におけるgoldstinoの**分散関係**および**強度**の表式を得た (弱結合、連続極限で).

- goldstinoと強磁性体中のスピン波の分散関係の類似性を、**保存量間の(反)交換関係が同じ構造を持っている事**から理解した.