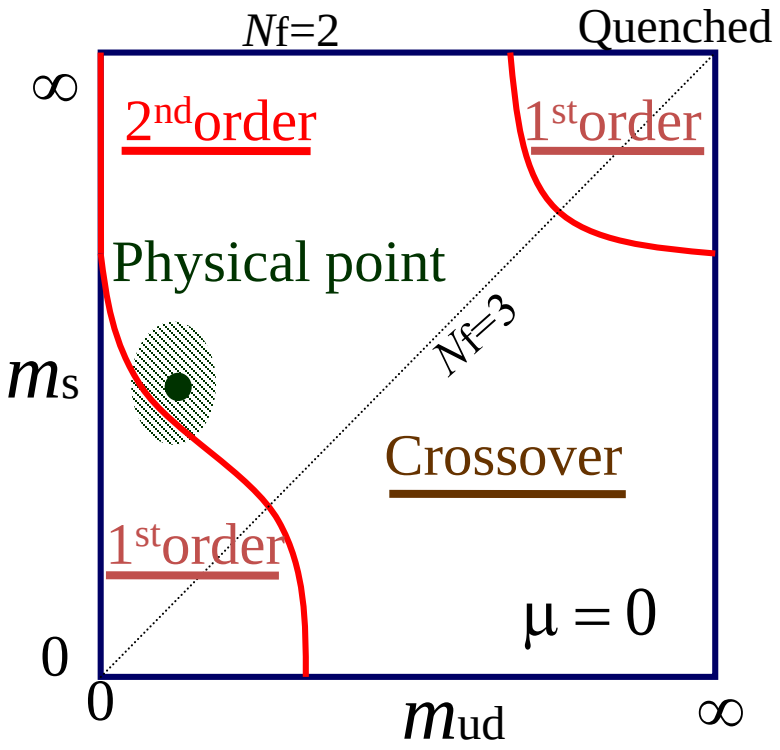
多フレーバー格子ゲージ理論からの高温高密度QCD相転移の研究

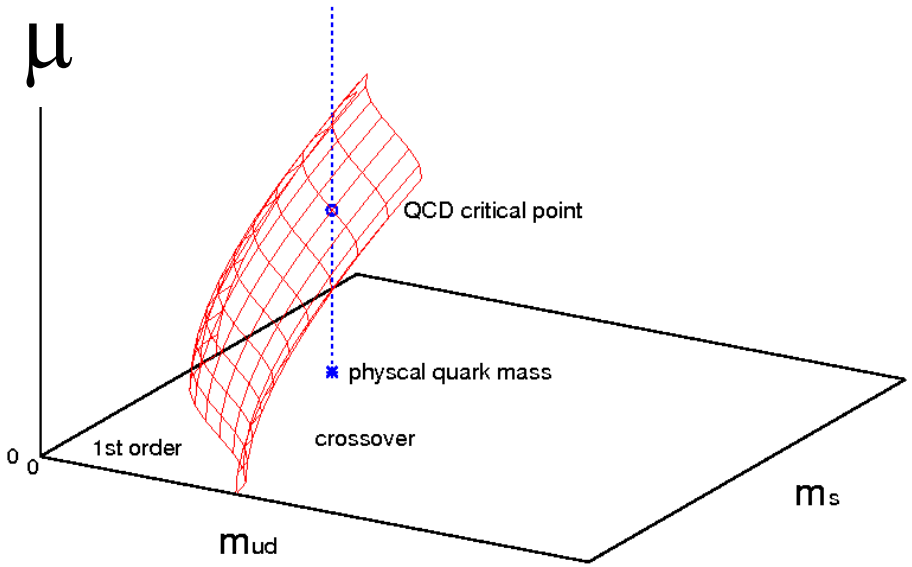
江尻信司（新潟大学）

共同研究者：山田憲和（KEK）

熱場の量子論とその応用、理研、2014/9/3-5

QCD相転移のクォーク質量依存性

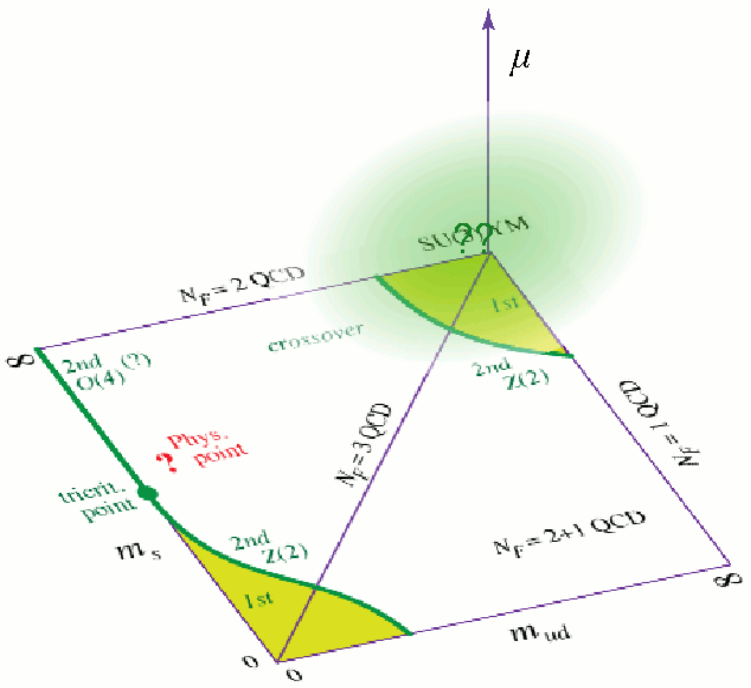




- クォーク質量をパラメーターと思うと面白い相構造を持っている。
- 有限密度で物理的な質量点が臨界面を横切るところが、クロスオーバーが一次相転移に変わる臨界点。
- 一次相転移は非常に質量が小さい領域にあるので、研究が難しい。

クォークが重い領域での一次相転移でなくなる臨界面

WHOT-QCD Collab., Phys.Rev.D84, 054502(2011); Phys.Rev.D89, 034507 (2014)



- Quenched simulations + Reweighting for dynamical ferminons.
- Standard Wilson quark action + plaquette gauge action, $S_g = -6N_{\text{site}}\beta P$
- 24^3x4 lattice

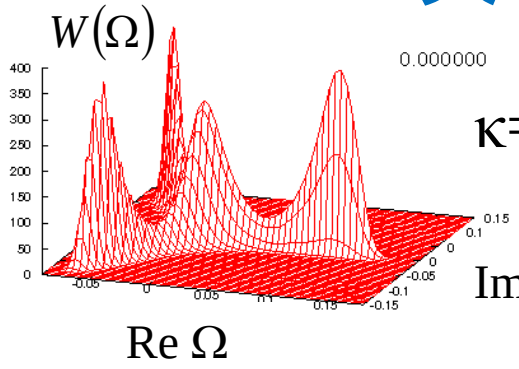
Hopping parameter expansion　　κ～1/(quark mass)

$$N_f \ln\left(\frac{\det M(\kappa,\mu)}{\det M(0,0)}\right) = N_f\left(288 N_{\text{site}}\kappa^4 P + 12\cdot 2^{N_t} N_s^3 \kappa^{N_t}\left(\cosh(\mu/T)\Omega_R + i\sinh(\mu/T)\Omega_I\right)+\cdots\right)$$

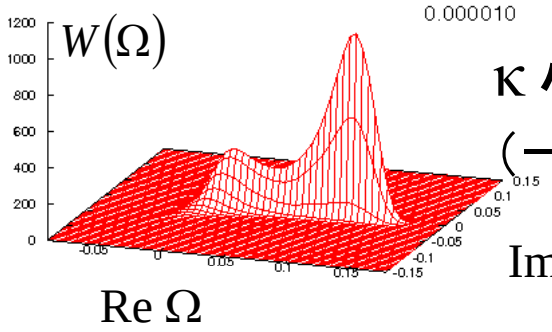
phase ~ $O(\kappa^{Nt})$

P: plaquette,　$\Omega=\Omega_R+i\Omega_I$: Polyakov loop　　$\det M(0,0)=1$

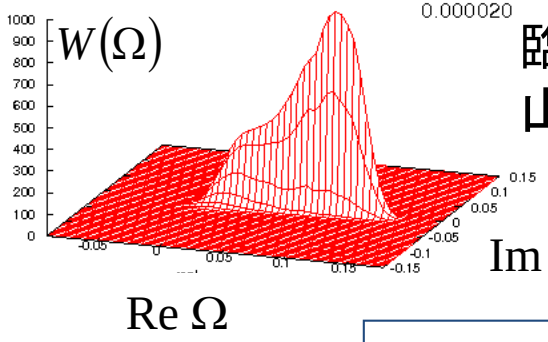
(2+1)-flavor QCD のクォークが重い領域での一次相転移でなくなる臨界面



κ=0: Z(3) 対称な分布



κ 小: 二相共存
（一次相転移）



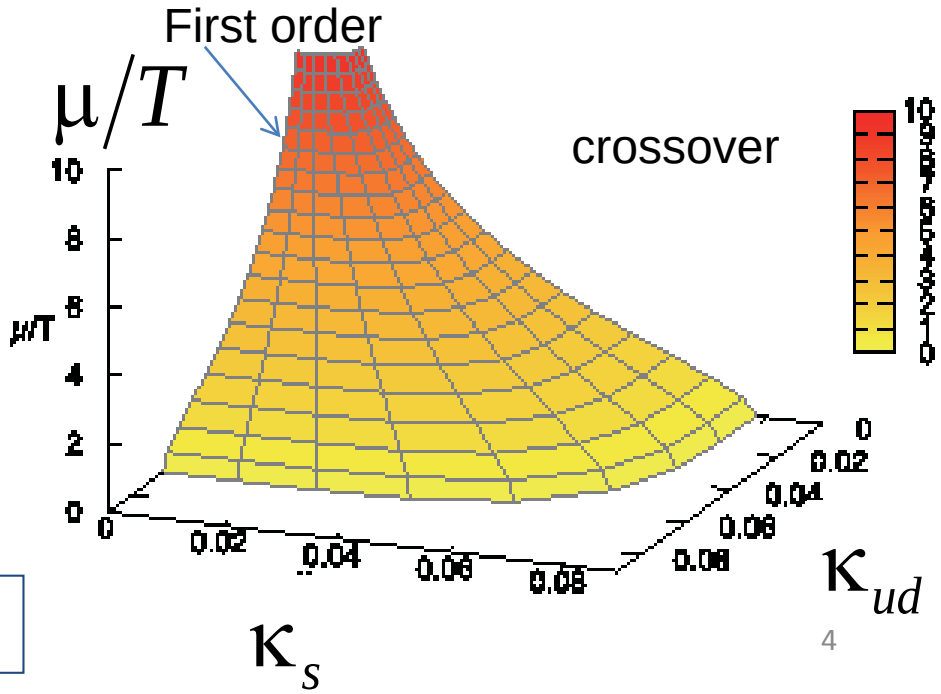
臨界点付近の κ:
山が1つになる

κ～1/(quark mass)

有限密度での臨界面

$$2\kappa_{\mathrm{ud\,cp}}^{N_t}\cosh\left(\mu_{\mathrm{ud}}/T\right)+\kappa_{\mathrm{s\,cp}}^{N_t}\cosh\left(\mu_{\mathrm{s}}/T\right)\approx 4\times10^{-5}$$

$$\left(N_t=4\right)$$



$2+N_f$-flavor QCD

- 軽い2種類のクォークと重いN_f種類のクォークのある系

多フレーバー・テクニカラー模型と電弱相転移

(Kikukawa, Kohda and Yasuda,Phys.Rev.D77, 015014(2008))

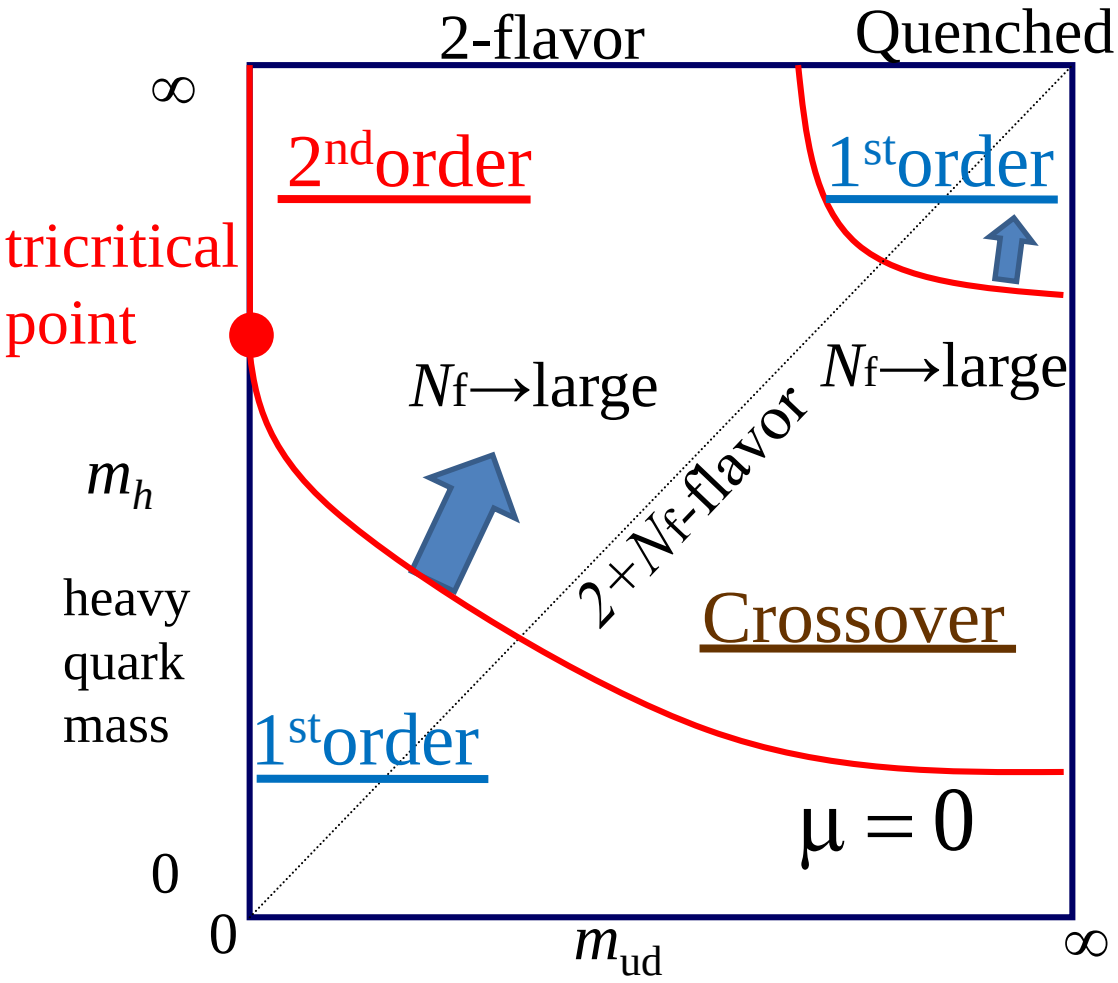
- 多フレーバーQCDによるテクニカラー模型の構築
- QCDのカイラル対称性の破れ

  → 有限温度電弱相転移
- 南部・ゴールドストン（NG）・ボゾン
  - ゲージボゾンに吸われる3つ必要。
  - 他のNGボゾンは観測されていない。（重い。）
  - 2つのテクニ・フェルミオンは質量0、他のフェルミオンは重い。
- 電弱バリオジェネシス
  - 強い1次相転移が必要。（標準模型では1次相転移にならない。）
  - 2+1-フレーバーQCDの類推：フェルミオンが重くなると1次相転移でなくなる。
- 多フレーバーQCDで1次相転移の終点を求めることが重要。

(2+Nf)-flavor QCDの相構造

Ejiri, Yamada, Phys. Rev. Lett. 110,172001 (2013)

動的フェルミオン：軽いフレーバー2つと、重いフレーバーN_f個



N_f-フレーバーが重い場合 、

N_fが増加するにしたがって、
臨界質量は大きくなる。

計算が簡単になる。

三重臨界スケーリング則は
(2+1)-flavor QCDと同じ。

$$m_{ud}^{c} \sim \left(m_E - m_h\right)^{5/2}$$

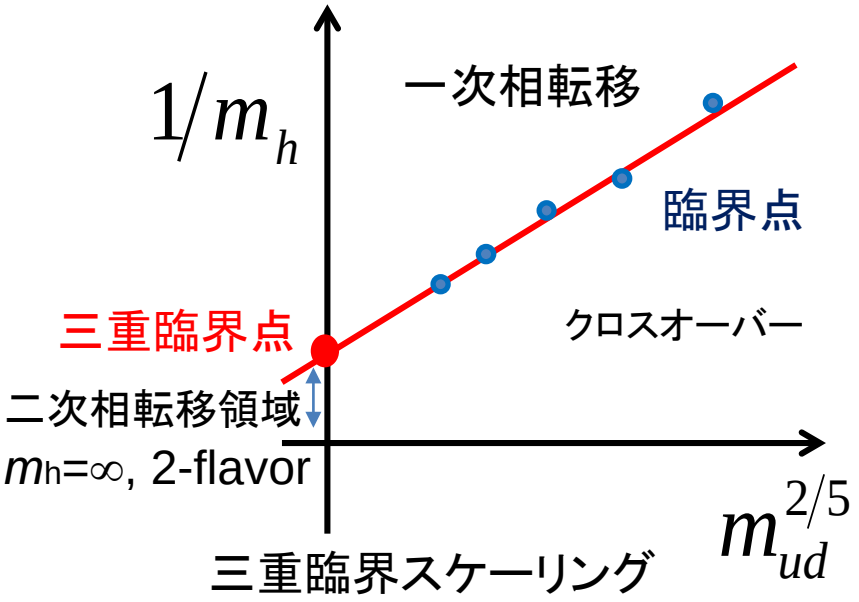
$$m_{ud}^{c} \sim \mu^5$$

Tricritical point: m_E

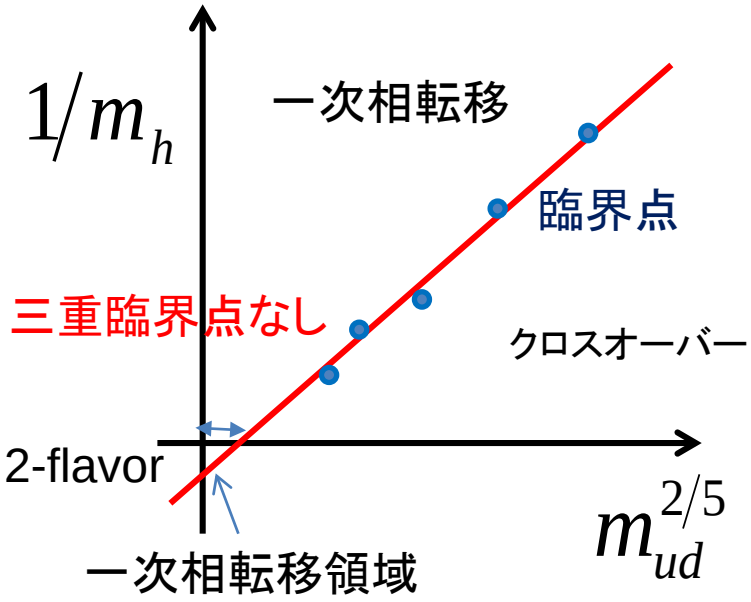
2+1-flavor QCDを理解するための絶好の練習台

2-flavor QCDのカイラル極限は２次相転移か1次相転移か？

- 三重臨界点は本当にあるのか？
- 2-flavor QCDに一次相転移の領域があるか？



or



ヒストグラム法、分布関数と有効ポテンシャル

(S. Ejiri, Phys. Rev. D 77 (2008) 014508)

$$W(X;m,T,\mu)\equiv\int DU\delta\left(X-\hat{X}\right)\prod_{f=1}^{N_f}\det M\left(m_f,\mu_f\right)e^{-S_g}$$

(Histogram)

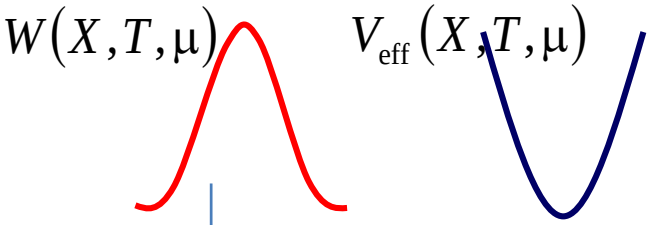
X: 秩序パラメーター、クォーク数、作用、プラケット 、など

$$V_{\rm eff}(X)=-\ln W(X)$$

クロスオーバー

W(X): ガウス関数

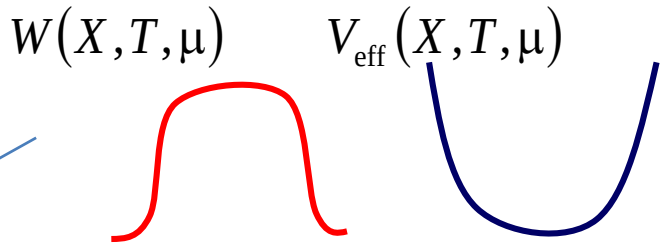
V(X): 2次関数

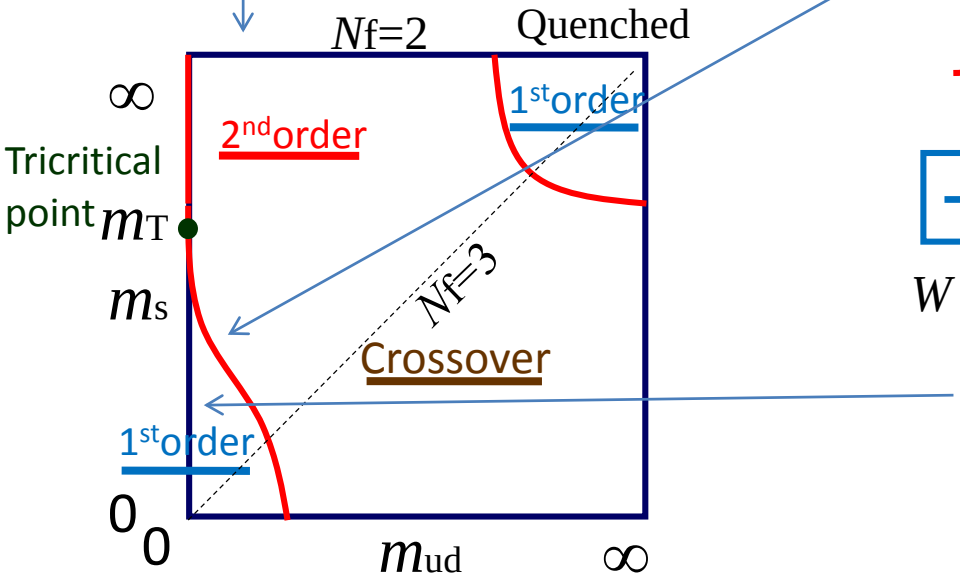


臨界点

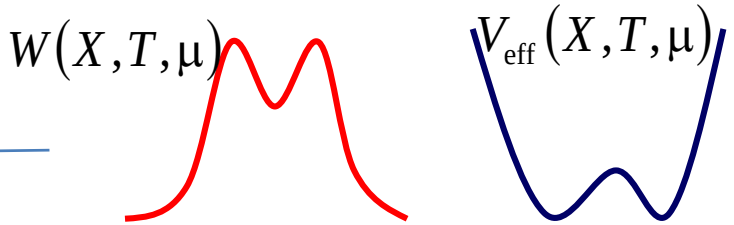
W(X): 頂上が平

V(X): 曲率ゼロ





一次相転移



W(X): 2相共存(2山)

V(X): 二重井戸型

プラケットの確率分布関数(ヒストグラム)

一次相転移:位相共存状態

$$W(P,\beta,m,\mu)\equiv\int DU\,\delta\left(\hat{P}-P\right)\prod_{f=1}^{N_f}\det M\left(m_f,\mu_f\right)e^{6N_{\rm site}\beta\hat{P}}\qquad\left(\beta=6/g^2\right)$$

$$S_g=-6N_{\rm site}\beta P$$

plaquette P (1x1 Wilson loop for the standard action)

$$R(P,\beta,\beta_0 m,m_0,\mu)\equiv W(P,\beta,m,\mu)/W(P,\beta_0,m_0,0)$$

(Reweight factor)

$$R(P)=\frac{\left\langle\delta\left(\hat{P}-P\right)e^{6N_{\rm site}(\beta-\beta_0)\hat{P}}\prod_f\frac{\det M\left(m_f,\mu_f\right)}{\det M\left(m_0,0\right)}\right\rangle_{(\beta_0,\mu=0)}}{\left\langle\delta\left(\hat{P}-P\right)\right\rangle_{(\beta_0,\mu=0)}}\equiv\left\langle e^{6N_{\rm site}(\beta-\beta_0)\hat{P}}\prod_f\frac{\det M\left(m_f,\mu_f\right)}{\det M\left(m_0,0\right)}\right\rangle_{P:\text{fixed}}$$

有効ポテンシャル:

$$V_{\rm eff}\left(P,\beta,m,\mu\right)=-\ln\left[W\left(P,\beta,m,\mu\right)\right]=V_{\rm eff}\left(P,\beta_0,m_0,0\right)-\ln R\left(P,\beta,\beta_0 m,m_0,\mu\right)$$

$$\ln R(P)=6N_{\rm site}\left(\beta-\beta_0\right)P+\ln\left\langle\prod_f\frac{\det M\left(m_f,\mu_f\right)}{\det M\left(m_0,0\right)}\right\rangle_{P:\text{fixed}}$$

一次相転移点：二相共存状態

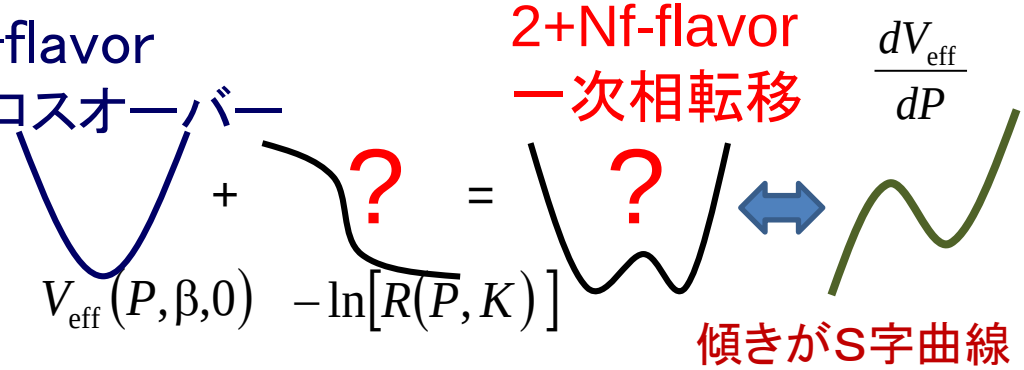
プラケットの確率分布関数

- 2-flavor QCDのシミュレーションを行い、
- Reweightingで Nf-flavor の動的クォークの効果を取り入れる。
- Nf個のクォークは重いと仮定する。
- ホッピングパラメータ K 展開（Wilson quarkの 場合）

$$N_{\mathrm{f}} \ln\left(\frac{\det M(K,\mu)}{\det M(0,0)}\right) = N_{\mathrm{f}}\left(288 N_{\mathrm{site}} K^4 P + 12\cdot 2^{N_t} N_s^3 K^{N_t}\left(\cosh(\mu/T)\Omega_R + i\sinh(\mu/T)\Omega_I\right)+\cdots\right)$$

- 有効ポテンシャル

$$V_{\mathrm{eff}}(P,\beta,\kappa) = -\ln\left[R(P,\kappa)W(P,\beta,0)\right] =$$



$$\ln R(P) = \ln\left\langle e^{6N_{\mathrm{site}}(\beta-\beta_0)\hat{P}} \prod_f \frac{\det M(m_f,\mu_f)}{\det M(m_0,0)}\right\rangle_{P:\mathrm{fixed}} \approx \ln\left\langle \exp\left(6hN_s^3\hat{\Omega}_R\right)\right\rangle_{P:\mathrm{fixed}} \quad +(P\text{の1次項})$$

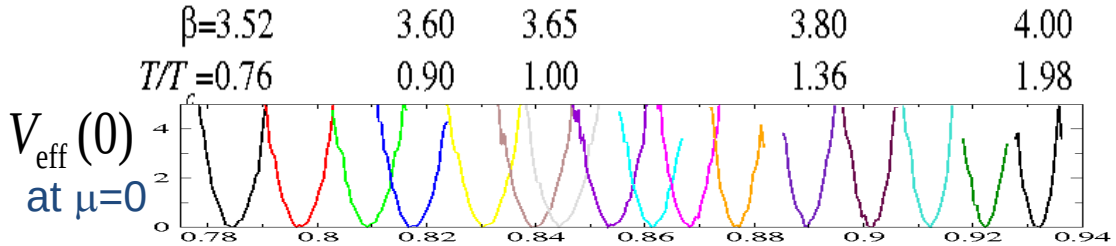
$$h = 2N_{\mathrm{f}}\left(2\kappa_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}$$（μ=0 質量縮退の場合）

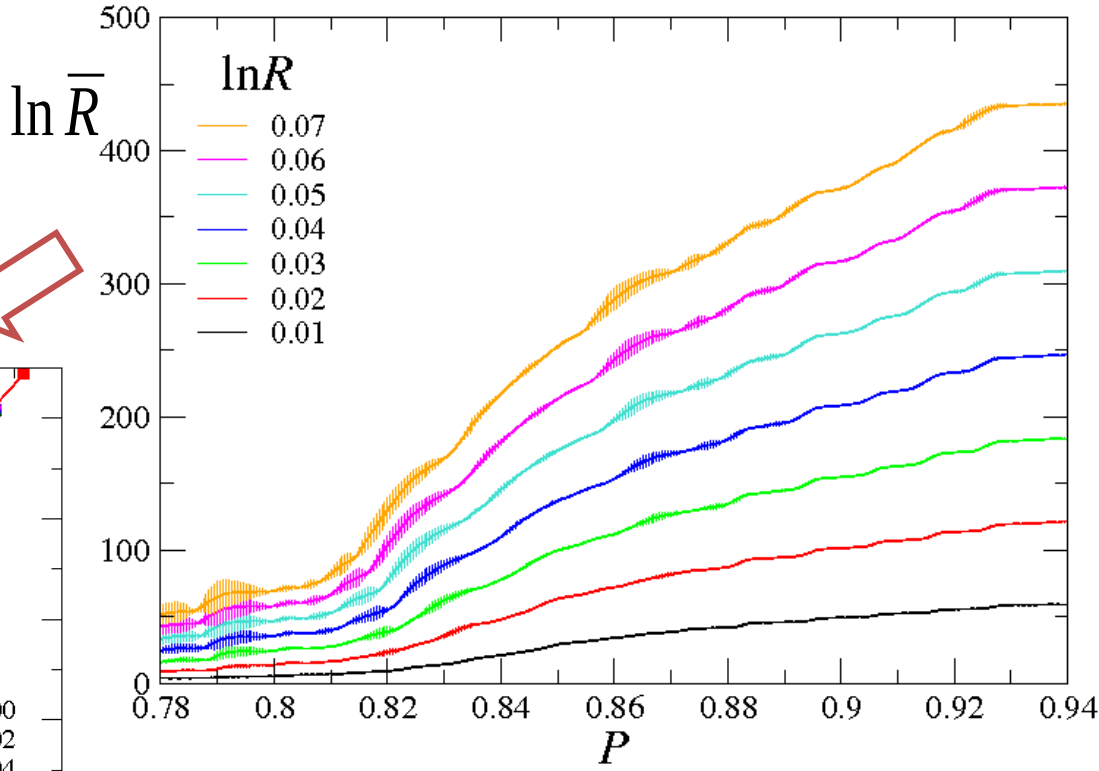
μ≠0での有効ポテンシャル

$$V_{\mathrm{eff}}(P,\beta,h)=V_{\mathrm{eff}}(P,\beta,0)-\ln R(P,h)$$

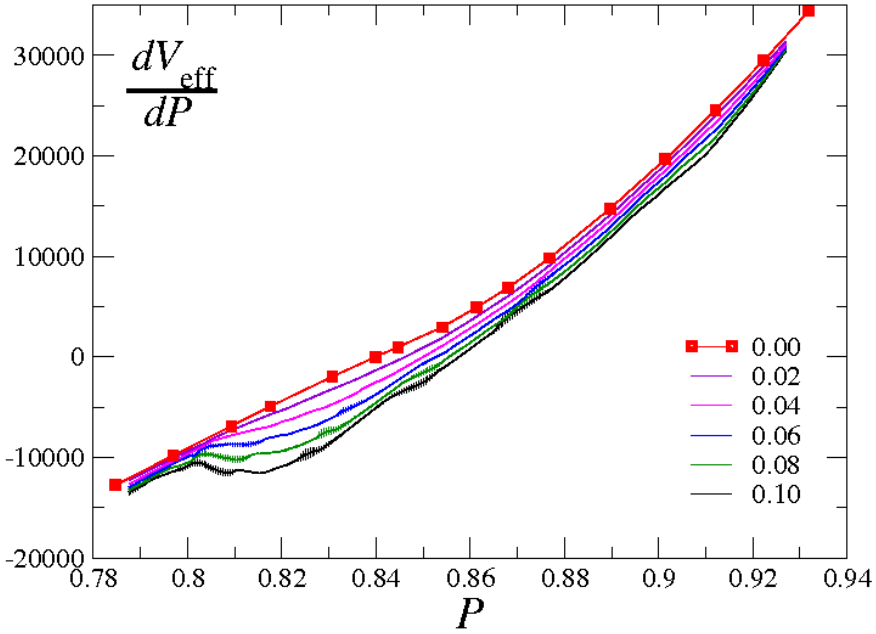
N_f=2 p4-スタッガード・クォーク作用,
$m_\pi/m_\rho\approx 0.7$ [PRD71,054508(2005)]

- dV_{eff}/dPは h が大きくなるにつれて形を変える。
- h≈0.06 をこえるとS字型になる。





lnRの傾き



$h=2N_{\mathrm{f}}\left(2\kappa_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}$ (Wilson quarks の場合)

臨界点: $h_c=0.0614(69)$

臨界点のN_f依存性

N_f=2 p4-スタッガード・クォーク作用（$m_\pi/m_\rho \approx 0.7$）の結果：　$h_c = 0.0614(69)$

- N_fが大きくなるにしたがって、臨界質量が大きくなる。

$$h = 2N_f (2\kappa_h)^{N_t} \quad \Rightarrow \quad \kappa_h^c = \frac{1}{2}\left(\frac{h_c}{2N_f}\right)^{1/N_t}$$

  - N_fが大きいとKの臨界点が小さいくなるので、
  - ホッピングパラメータ展開の近似がよくなる。
  - 反対に、N_fが小さいと近似がよくない。

- N_t=4クエンチ・シミュレーションの場合、K=0.18ぐらいで、ホッピングパラメータ展開の1項目と2項目が同じぐらいの大きさ。
- N_f=10, N_t=4で、$h_c = 0.0614(69)$ ⇒ $\kappa_h^c \approx 0.118$
  - これくらいのN_fならおそらく適用可能

2+N_f-flavor QCDの有限密度での臨界点

Ejiri, Yamada, Phys. Rev. Lett. 110,172001 (2013)

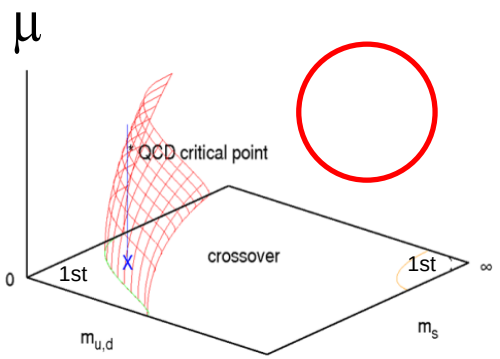
$$h = 2N_{\mathrm{f}}\left(2\kappa_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}$$

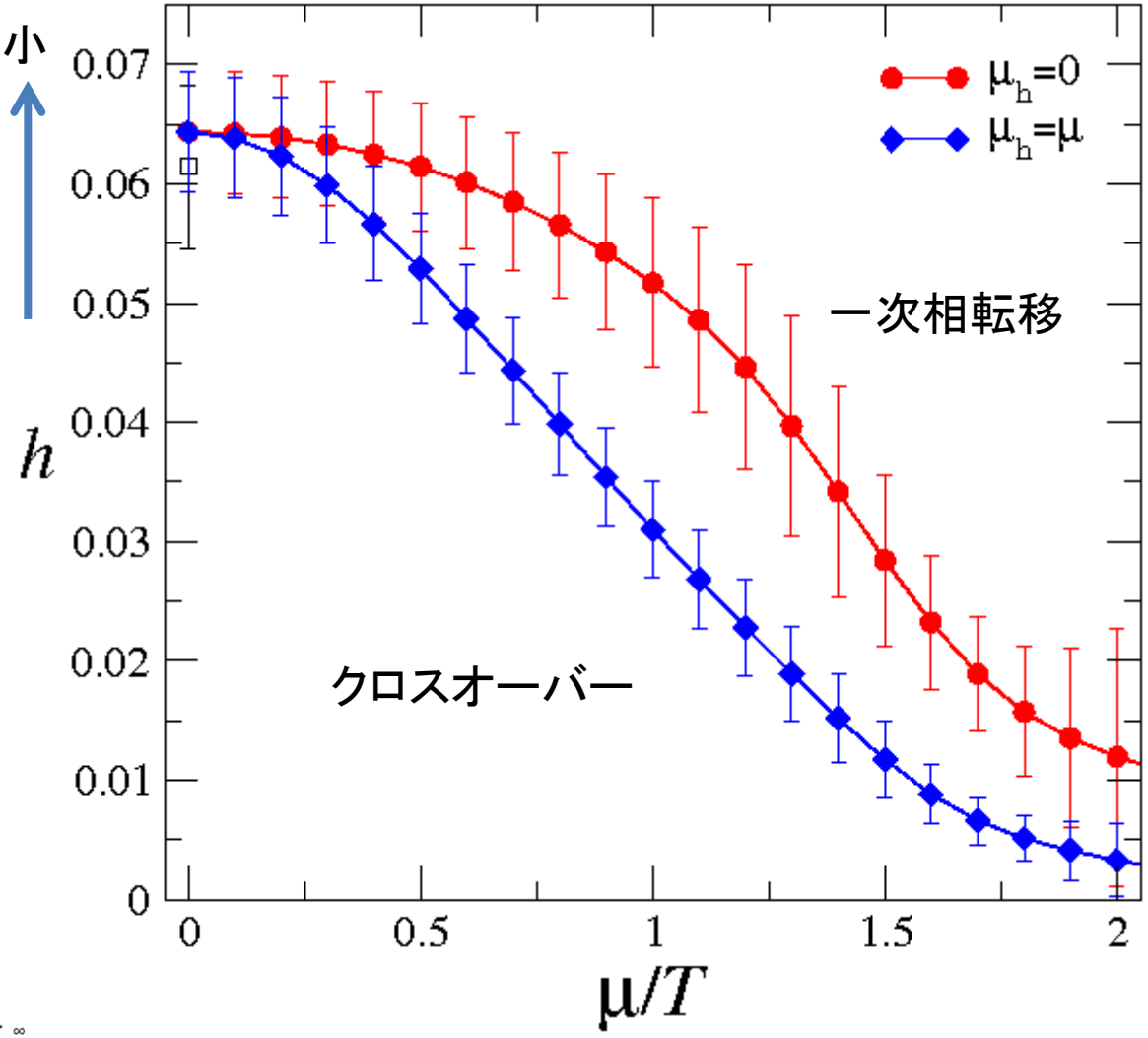
Wilson quarks

$$h = N_{\mathrm{f}} \Big/ \left(4\left(2m_{\mathrm{h}}\right)^{N_t}\right)$$

staggered quarks

- $O(\mu^6)$のテイラー展開で $\det M$ を評価。
- 密度が上がると、一次相転移の領域が大きくなる。

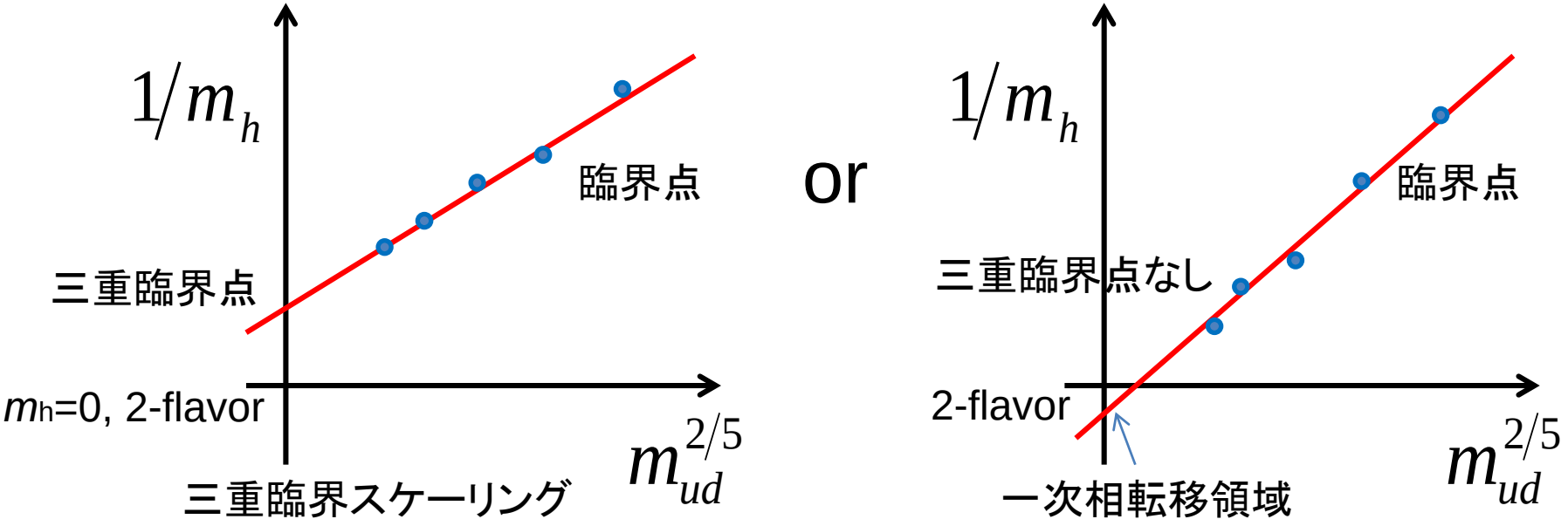




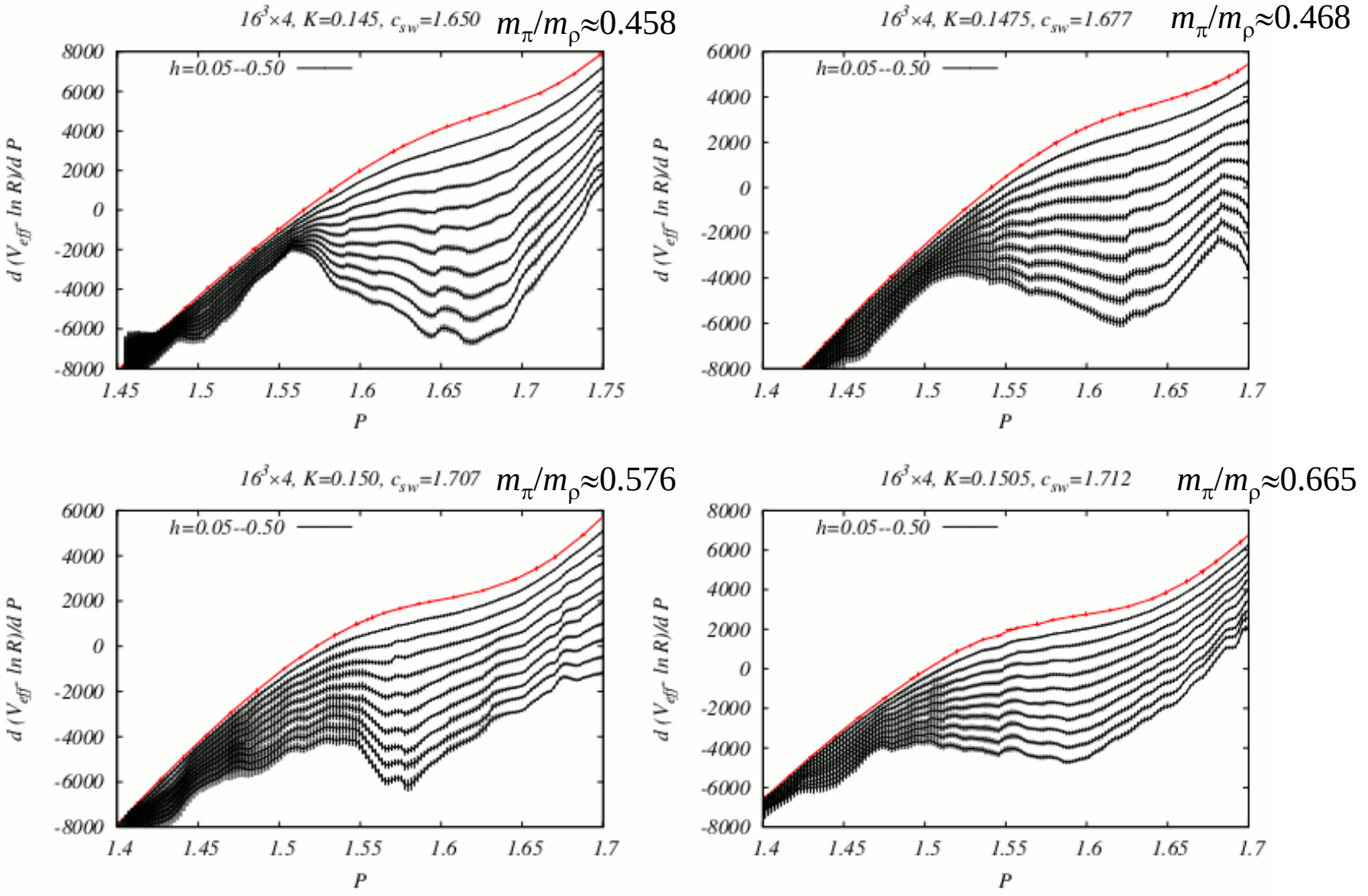
2-flavor Wilson quark シミュレーション
軽いクォーク質量、化学ポテンシャル依存性

S. E., R. Iwami, N. Yamada (2013-進行中)

- 2-flavor QCDのカイラル極限は本当に2次相転移か？
  - 三重臨界点は本当にあるのか？
  - 2-flavor QCDに一次相転移の領域があるか？



Light quark mass dependence (preliminary)

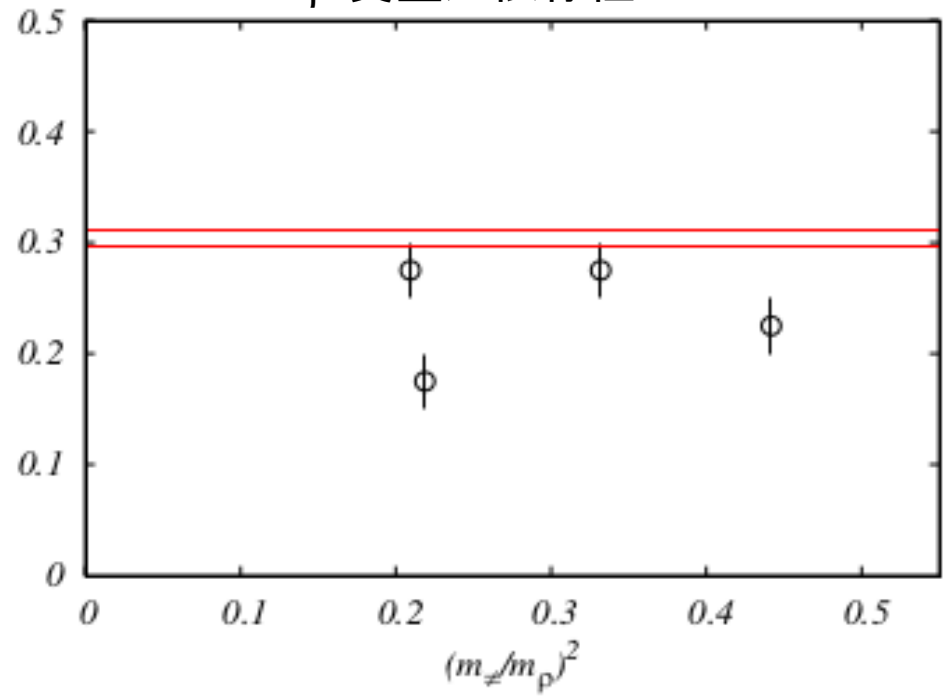


- 単調増加関数から、S字型関数に変わる。
- 臨界点：軽いクォークの質量にほとんど依存しない。

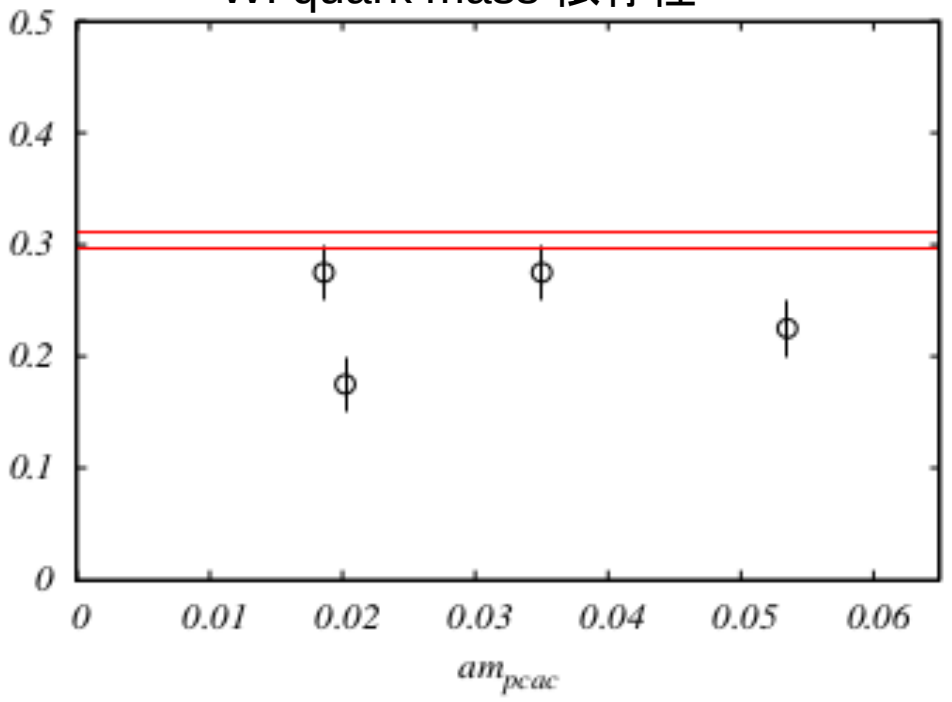
軽いクォーク質量依存性 (preliminary)

$$h = 2N_{\mathrm{f}}\left(2\kappa_{\mathrm{h}}\right)^{N_t} \quad \text{for Wilson quarks}$$

π/ρ 質量比依存性



WI quark mass 依存性



- 臨界点: 我々の調べた範囲では軽いクォーク質量依存性が非常に小さい。赤線は軽いクォーク質量無限大極限の臨界点。
- 2-flavor QCD の質量ゼロ極限付近に一次相転移領域が現れる兆候は見られない。

まとめと今後の展望

- テクニカラー模型の構築を目指した軽いフェルミオンが2つある多フレーバーQCDの有限温度相転移が1次相転移かどうか調べた。
  - 電弱バリオジェネシスを実現するためには1次相転移が必要。
- 重いクォークの質量が増加すると、1次相転移がクロスオーバーに変わる。
  - 1次相転移の終点の質量はフレーバー数が増えるにしたがって大きくなる。
- その臨界質量は化学ポテンシャルを大きくしても大きくなる。
  - 2＋1フレーバーQCDでこのような性質が確認できたら、有限密度で臨界点があるとこの強い証拠になる。
  - Nfが大きいときは一次相転移の領域が広いので、計算が容易になる。Nfによらないユニバーサルな性質、3重臨界点付近のスケーリング則など、を調べるための良い模型になる。
- 重いクォーク質量無限大極限を調べれば2フレーバーがわかる。
  - 質量ゼロ付近に1次相転移がある兆候は見られなかった。