熱場の量子論@理化学研究所,Sep,3-5,2014

Entanglement Entropy of Local operator Excited states in CFTs

沼澤　宙朗

京都大学・基礎物理学研究所・素粒子論

Phys. Rev. Lett. 112, 111602 (2014) (arXiv:1401.0539)
野崎雅弘氏(YITP), 高柳匡氏(YITP)との共同研究

Phys. Rev. D 90, 041701(arXiv:1403.0702)
Song He氏(YITP), 渡邉賢人氏(YITP), 高柳匡氏(YITP)との共同研究

に基づく

motivation

・励起状態のエンタングルメント・エントロピーの性質を調べたい

[cf. Calabrese, Cardy 05, 07: Time evolution of excited states called “Quantum Quench”.]

→ 以下のような、局所演算子で励起された状態を考える

$$|O\rangle \equiv O(x)\,|\mathrm{vac}\rangle \quad (t=0)$$

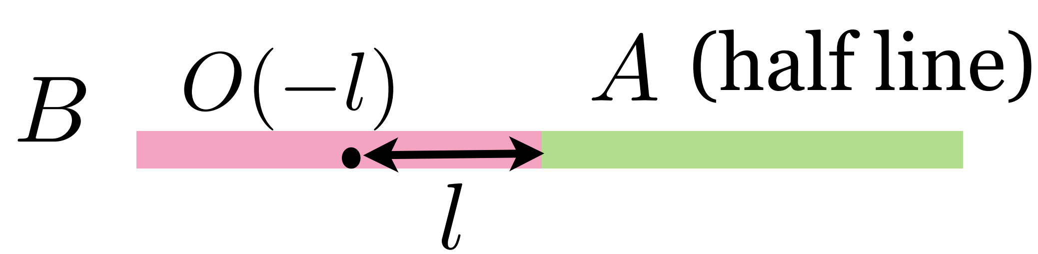
・部分系が十分に大きい場合のエンタングルメント・エントロピーの普遍的な性質を調べたい

cf) 部分系が十分小さい極限では、熱力学の第一法則に類似した性質が成り立つことが分かっている: $\Delta S_A[|O\rangle] \propto E_O$

[Bhattacharya-Nozaki-Takayanagi-Ugajin 12]
[Blanco-Casini-Hung-Myers 13]

$$(\,\Delta S_A[|O\rangle] = S_A[|O\rangle] - S_A[|\mathrm{vac}\rangle])$$

→ 次のような状況を考える



レプリカ法

エンタングルメント・エントロピー: $\boxed{S_A = -\mathrm{Tr}_A \rho_A \log \rho_A}$

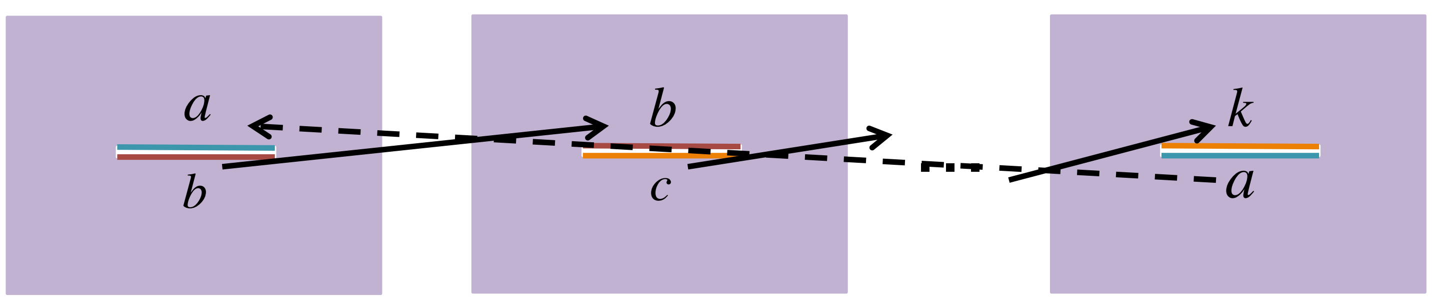
密度行列の対数は計算するのが難しい

➡ レニー・エンタングルメント・エントロピーの $n \to 1$ の極限として求める(レプリカ法):

$$\boxed{S_A = \lim_{n \to 1} S_A^{(n)} = \lim_{n \to 1} \frac{1}{1-n} \log \mathrm{Tr} \rho_A^n}$$

レニー・エンタングルメント・エントロピーを求める問題はn重被覆空間上の分配関数を求める問題に帰着される:

$$\boxed{S_A^{(n)} = Z_n / Z_1^n}$$



Z_n : n 重被覆空間上の分配関数

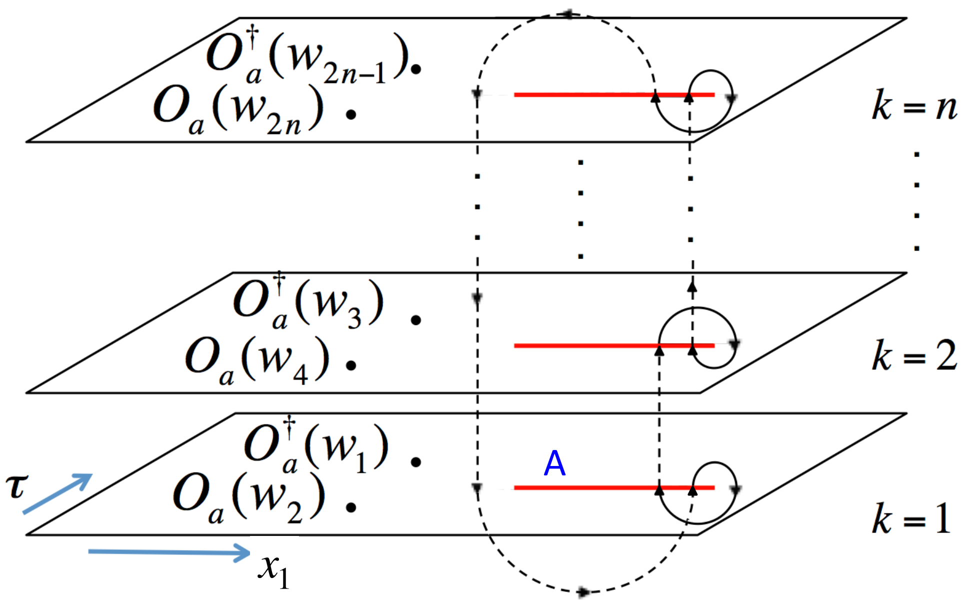
Σ_n : branched covering of spacetime manifold (branched at ∂A)

結果1

レニー・エンタングルメント・エントロピーの励起
状態と基底状態の値の差分の最終的な表式：

$$\Delta S_A^{(n)} = \frac{1}{1-n} \times \left[\log \langle O^\dagger(w_1) O(w_2) \cdots O^\dagger(w_{2n-1}) O(w_{2n}) \rangle_{\Sigma_n} - n \log \langle O^\dagger(w_1) O(w_2) \rangle_{\Sigma_1}\right]$$

[Nozaki-TN-Takayanagi 14]



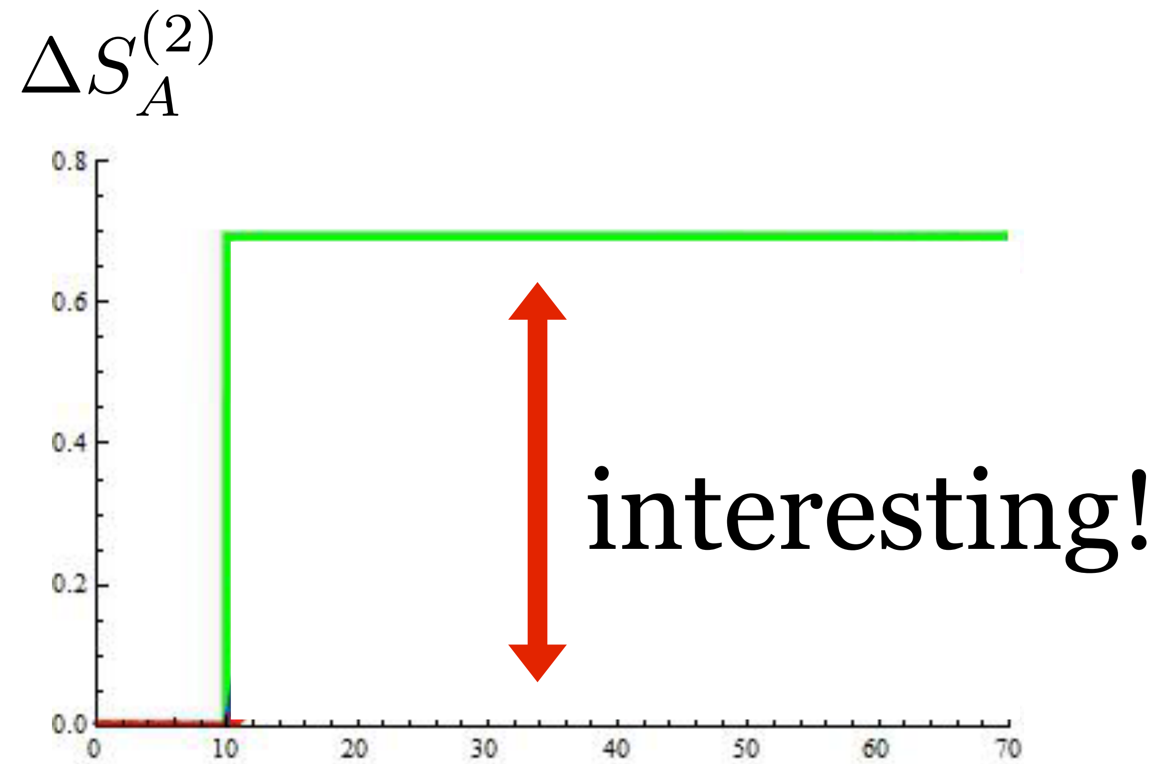
w_{2k-1}, w_{2k} :the coordinate of the inserted local operator on the k-th sheet .

⇨ n重被覆空間上の相関関数を用いて計算できる！

結果2

・自由スカラー場の場合

operator: $\boxed{O(x) = e^{i\alpha\phi} + e^{-i\alpha\phi}}$



Results

$$\Delta S_A^{(n)} = \begin{cases} 0 & (t < l) \\ \log 2 & (t > l) \end{cases}$$

[Nozaki-TN-Takayanagi 14]

・rational CFTの場合

operator: $O(x)$ $\boxed{\text{:プライマリー演算子}}$

Results

$$\Delta S_A^{(n)} = \begin{cases} 0 & (t < l) \\ \log d_O & (t > l) \end{cases}$$

d_O:量子次元

[Song-TN-Watanabe-Takayanagi 14]

$(t > l)$のとき log(演算子の自由度) として解釈できる！