揺らぎ定理についての考察

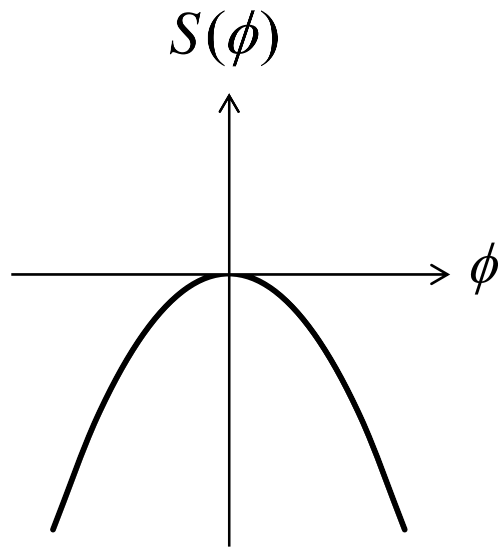
２０１４年９月３日　理化学研究所　大河内記念ホール

三重大工学部　松尾　泰幸

Y. Matsuo, “Role of parity transformation for the fluctuation theorem: Limit cycle and symmetry breaking”, Physical Review E. 89, 022124 (2014),

平衡状態からわずかにずれた系のentropy:

ϕ :熱力学変数(内部Energyなど)の平衡からのずれ



$$S(\phi) \approx const - \frac{\alpha}{2L}\phi^2$$

平衡状態への緩和ダイナミクス:

$$\frac{d\phi}{dt} = L\frac{dS(\phi)}{d\phi}$$

$$= -\alpha\phi$$

（平衡状態へ向けて緩和）

緩和ダイナミクスをnoiseがある場合に拡張

[L.Onsager and S.Machlup,Phys.Rev.91,1505(1953)]

$$\frac{d\phi}{dt} = L\frac{dS(\phi)}{d\phi} + \xi$$

$$= -\alpha\phi + \xi$$

$$\overline{\xi(t)} = 0,\ \overline{\xi(t)\xi(t')} = 2D\delta(t - t')$$

ξ :Gaussian-white noise

⇒

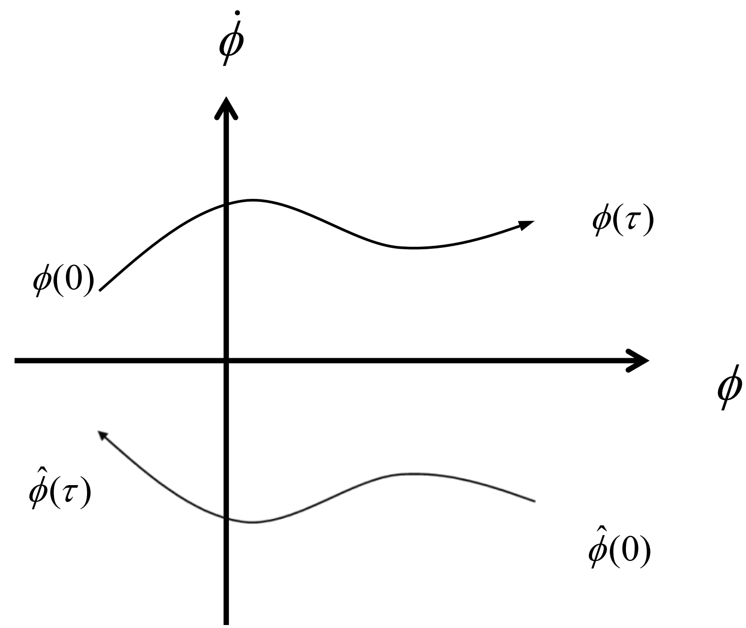
揺らぎ定理:

$$\boxed{\frac{P(\Delta S)}{P(-\Delta S)} = e^{\Delta S}}$$

参考:[T.Taniguchi and E.G.D.Cohen,J.Stat.Phys.126,1(2006)]

非線形緩和ダイナミクスへ拡張

[Y.Sughiyama and S.Abe,Phys.Rev.E 78,021101 (2008)]



$$\frac{d\phi}{dt} = F(\phi) + \xi$$

$$\Sigma(\phi) \equiv \frac{1}{D}\int^{\phi} d\phi' F(\phi')$$:”繰り込まれたentropy”

時間反転:

$$\phi(t) \to \hat{\phi}(\hat{t}) \equiv \phi(\tau - t)$$

の下で $\phi(t) = \hat{\phi}(\hat{t})$ を要請

（時間反転不変性）

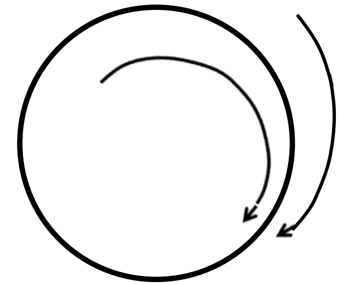
揺らぎ定理:

$$\boxed{\frac{P_F(\Delta\Sigma)}{P_R(-\Delta\Sigma)} = e^{\Delta\Sigma}}$$

Limit cycle（半径１の円）を持つ二変数の系へ拡張

[Y.Matsuo,Phys.Rev.E 89,022124 (2014)]

$$\begin{cases} \dfrac{d\phi_1}{dt} = F_1(\phi_1,\phi_2) + \xi_1 \\[2ex] \dfrac{d\phi_2}{dt} = F_2(\phi_1,\phi_2) + \xi_2 \end{cases}$$



Limit cycle：$r^2(\phi_1,\phi_2) \equiv \phi_1^2 + \phi_2^2 = 1$

$$\begin{pmatrix} F_1 = \phi_2 + \phi_1(1-\phi_1^2-\phi_2^2) \\[2ex] F_2 = -\phi_1 + \phi_2(1-\phi_1^2-\phi_2^2) \\[2ex] \overline{\xi_i(t)\xi_j(t')} = 2D\delta_{ij}\delta(t-t') \end{pmatrix} \Rightarrow$$

（変数：全て無次元）

揺らぎ定理：

$$\boxed{\frac{P_F(\Delta\Sigma)}{P_R(-\Delta\Sigma)} = e^{\Delta\Sigma}}$$

は存在するか？