非平衡THERMO FIELD DYNAMICSにおける正準量子化に基づいたDIRAC場の構築

2012年8月23日（木）

基研研究会「熱場の量子論とその応用」

水谷友一，稲垣知宏

広大情メ

Y. Mizutani and T. Inagaki, Int. J. Mod. Phys. A 27, 1250078 (2012).

導入

◆ 相対論的場の量子論に対する熱場の量子論

高エネルギー物理が関わる非平衡現象

粒子生成・消滅に伴う熱的分布の変化　等

◆ 非平衡Thermo Field Dynamics (TFD)

○　相対論的中性Scalar場

Y.Mizutani, T.Inagaki, Y.Nakamura and Y.Yamanaka (2011)

× Dirac場、Gauge場

◆ **目的**

正準量子化に基づいた非平衡Thermo Field Dynamicsを相対論的Dirac場に対して拡張する.

Thermo Field Dynamics

Y.Takahashi and H.Umezawa (1974)

- 演算子;tilde演算子の導入、

$$\{a, a^\dagger\} \to \{a, a^\dagger\}, \{\tilde{a}, \tilde{a}^\dagger\},$$

チルダ共役則

[A_1, A_2;演算子, c_1, c_2;c数]

$$(A_1 A_2)^\sim = \tilde{A}_1 \tilde{A}_2,$$
$$(c_1 A_1 + c_2 A_2)^\sim = c_1^* \tilde{A}_1 + c_2^* \tilde{A}_2,$$
$$(\tilde{A})^\sim = A.$$

- hat-Hamiltonian; $\hat{H} = H - \tilde{H},$

Heisenberg 方程式: $\dot{a}(t) = i[\hat{H}, a(t)].$

- 物理量の熱的期待値

$$\langle\theta|A(a, a^\dagger)|\theta\rangle = \sum_k \langle k|\rho A(a, a^\dagger)|k\rangle.$$
$$= \mathrm{Tr}[\rho A]$$

熱的真空状態

$|\theta\rangle,\ \langle\theta|$

・力学的観測量演算子; $A(a, a^\dagger)$

・規格化された密度演算子; $\rho = (1 - e^{-\beta\omega}) e^{-\beta\omega a^\dagger a}.$

熱的Bogoliubov変換を用いた形式

- 熱的真空状態の消滅演算子

$$\langle\theta|\xi^\dagger = \langle\theta|\tilde{\xi}^\dagger = 0, \quad \xi|\theta\rangle = \tilde{\xi}|\theta\rangle = 0.$$

- 熱的Bogoliubov変換

$$\left\{\begin{aligned} \xi_p^\alpha(t) &= B(n(p))^{\alpha\beta} a_p^\beta(t), \\ \bar{\xi}_p^\alpha(t) &= \bar{a}_p^\beta(t) B^{-1}(n(p))^{\beta\alpha}, \end{aligned}\right.$$

σ : Scalar 1, Dirac i

- 熱的二重項表現

$$\bar{a}^\alpha = \begin{pmatrix} a^\dagger & -\sigma\tilde{a} \end{pmatrix}. \quad a^\alpha = \begin{pmatrix} a \\ \sigma\tilde{a}^\dagger \end{pmatrix},$$

- 熱的Bogoliubov行列

$$B(n) = \begin{pmatrix} 1+\sigma^2 n & \sigma^2 n \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

- 熱的Bogoliubov変換に現れるパラメータ

⟵ 熱平衡系：粒子数分布

⟶ 熱的な状態を特徴づける

中性スカラー場における非平衡TFD

元の演算子
$a_p^\alpha(t), \bar{a}_p^\alpha(t)$

熱的真空状態を定義する演算子; $\xi_p^\alpha(t), \bar{\xi}_p^\alpha(t)$

熱平衡系: $n(p)$
粒子数分布

$B(n(p))$

非平衡系: $n(t;p)$
実時間に依存するパラメータ

T. Arimitsu and H. Umezawa (1985)

$B(n(t;p))$

◆ $a_p^\alpha(t), \bar{a}_p^\alpha(t)$演算子のエネルギー固有値

H.Umezawa and Y.Yamanaka (1988)

- $n(t;p)$の時間依存性が現れる
- 生成・消滅演算子が等しいエネルギー固有値を持つ

非平衡TFDにおける相対論的中性Scalar場

Y.Mizutani, T.Inagaki, Y.Nakamura and Y.Yamanaka (2011)

◆ 相対論的中性Scalar場

場、共役場、
同時刻交換関係

演算子の時間依存性以外,
熱平衡系と同じ関係で導入

$$\phi_a^\alpha(x) = \int \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2\omega_p}}\left\{a_p^\alpha(t_x)e^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}} + (\tau_3\bar{a}_p(t_x)^T)^\alpha e^{-i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}}\right\},$$

正振動項
負振動項

→ 同じエネルギー固有値によって表される.

場の時間微分方程式 ⟷ Heisenberg方程式

$$\dot{\phi}_a(x) = C(\nabla_x)\,\pi_a(x)$$

◆ 自由ハミルトニアン

$$\hat{H}_Q = \hat{H}_0 - \hat{Q},$$

熱平衡系の自由ハミルトニアン; $\hat{H}_0$

熱的カウンター項; $\hat{Q} \propto \dot{n}(t)$

非平衡TFDにおけるDirac場

- 粒子に対する演算子

$$a_p^\alpha(t), \bar{a}_p^\alpha(t) \xleftrightarrow{B(n_+(t;p))} \xi_p^\alpha(t), \bar{\xi}_p^\alpha(t)$$

$\boxed{a_p^\alpha(t), \bar{a}_p^\alpha(t) \longleftarrow n_+(t;p) \text{ の時間依存性が現れる}}$

- 反粒子に対する演算子

$$b_p^\alpha(t), \bar{b}_p^\alpha(t) \xleftrightarrow{B(n_-(t;p))} \eta_p^\alpha(t), \bar{\eta}_p^\alpha(t)$$

$\boxed{b_p^\alpha(t), \bar{b}_p^\alpha(t) \longleftarrow n_-(t;p)}$

$a_p^\alpha(t), b_p^\alpha(t)$ 演算子のエネルギー固有値はそれぞれ異なる.

Dirac場

◆ **相対論的Dirac場**

$$\psi_a^\alpha(x) = \int \frac{d^3\boldsymbol{p}}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{2\omega_p}}\sum_s \left\{a_p^{s,\alpha}(t_x)u^s(p)e^{i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}} + (\tau_3\bar{b}_p^s(t_x)^T)^\alpha v^s(p)e^{-i\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}}\right\},$$

正振動項： $a_p^\alpha(t)$

負振動項： $\bar{b}_p^\alpha(t)$

$\rightarrow$ **異なるエネルギー固有値を持つ**

Dirac場の運動方程式 ✕ $\partial_{t_x}\psi_a^\alpha(x) = \hat{\Omega}(\nabla_x, m, \mu)\ \psi_a^\alpha(x),$

運動方程式とHeisenberg方程式の関係が自明でない

非平衡TFDでは相対論的Dirac場を記述するハミルトニアン(ラグランジアン)は存在しないのではないか？

［ I.Shirai, M.Jimbo and T.Kon(1989) ］

中性Scalar場とDirac場との違い

中性Scalar場

$$\left(\begin{array}{c}\text{正振動項} \\ a_p^\alpha(t) \leftarrow n(t;p)\end{array}\right) = \left(\begin{array}{c}\text{負振動項} \\ \bar{a}_p^\alpha(t) \leftarrow n(t;p)\end{array}\right)$$

Dirac場

$$\left(\begin{array}{c}\text{正振動項} \\ a_p^\alpha(t) \leftarrow n_+(t;p)\end{array}\right) \neq \left(\begin{array}{c}\text{負振動項} \\ \bar{b}_p^\alpha(t) \leftarrow n_-(t;p)\end{array}\right)$$

Dirac場のハミルトニアンに2つの熱的Bogoliubovパラメータ$n_\pm(t)$を独立に記述する項の導入を行う。

非平衡TFDのハミルトニアン

熱平衡系:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{int}, \quad \begin{cases} \text{自由ハミルトニアン; } \hat{H}_0 \\ \text{相互作用ハミルトニアン; } \hat{H}_{int} \end{cases}$$

非平衡系:

$$\hat{H} = \hat{H}_Q + \hat{H}_I. \quad \begin{cases} \text{自由ハミルトニアン; } \hat{H}_Q = \hat{H}_0 - \hat{Q}, \\ \text{相互作用ハミルトニアン; } \hat{H}_I = \hat{H}_{int} + \hat{Q}, \end{cases}$$

- **中性Scalar場**

Bogoliubov パラメータ ; $n(t;p)$ → 観測粒子数分布

Chu-Umezawaのくりこみ条件 H. Chu and H. Umezawa(1995)

（量子補正項）＋（熱的カウンター項）

熱的カウンター項の拡張

- 熱的カウンター項

中性Scalar場

$$\hat{Q} \propto \dot{n}(t)\xi^\dagger\tilde{\xi}^\dagger,$$

Dirac場

$$\hat{Q} = \hat{Q}_n + \hat{Q}_c, \quad \begin{cases} \hat{Q}_n \propto \xi^\dagger\tilde{\xi}^\dagger + \eta^\dagger\tilde{\eta}^\dagger, \\ \hat{Q}_c \propto \xi^\dagger\tilde{\xi}^\dagger - \eta^\dagger\tilde{\eta}^\dagger, \end{cases}$$

2種類の熱的カウンター項で $n_\pm(t)$ の依存性を記述する

- Dirac場の自由ハミルトニアン: $\hat{H}_Q = \hat{H}_0 - \hat{Q},$

Heisenberg 方程式 $\longleftrightarrow$ Dirac場の時間微分方程式

一致する

粒子数の発展方程式

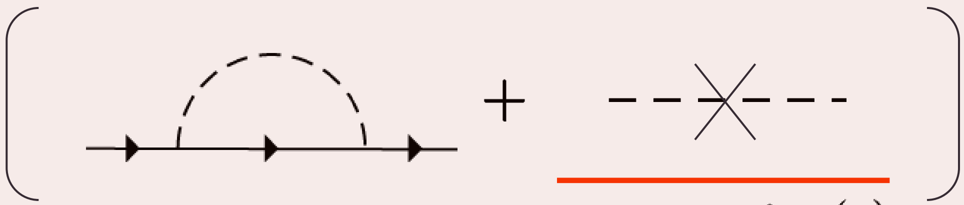
熱的Bogoliubov変換
パラメータ: $n_+(t), n_-(t)$

= 粒子・反粒子数分布

Chu-Umezawaのくりこみ条件

湯川型相互作用模型:(LO)1-loop 量子補正

$\lim_{t_x \to t_y}$



$= 0,$

$\propto \dot{n}_\pm(t)$

→ **粒子・反粒子に対する発展方程式**

Boltzmann方程式が得られる

まとめ

◆Dirac場に対して正準量子化に基づく非平衡TFDを熱的カウンター項を拡張する事により構築した.

◆湯川型相互作用模型から導かれる1-loop 量子補正項に対して，自己無撞着条件を課すことにより粒子，及び反粒子に対するBoltzmann 方程式が得られた.

課題

◆正準量子化に基づくゲージ場に対する非平衡TFDの構築.

◆高次の摂動の寄与に対する自己無撞着なくりこみ条件の構築.