

QGP相からハドロン相への相転移を含む1次元流体モデル

N.Suzuki, Matsumoto univ.



1. 序
2. 1次元流体モデル
3. QGP相からハドロン相への相転移を導入
4. 1粒子ラピディティ分布
5. データ解析
6. まとめ



1. 序

❁ 3次元流体モデル(数値計算) 相転移(QGP相→ハドロン相)

C Nonaka, E Honda and S Muroya, Eur.Phys.J.C17,663(2000)

K. Morita, S. Muroya, C.Nonaka and T.Hirano, Phys.Rev.C66,54904(2002)

P.Kolb and U.Heinz, nucl-th/035084

T.Hirano, N.Kolk and A.Bilandzic, nucl-th/0808.2684

❁ 1次元流体モデル(解析解)

相転移は考えていない。

音速がパラメータ

A.Bialas, R.A.Janik, and R.B.Pechanski, Phys.Rev.C76,054901(07).

M.I.Nagy, T.Csörgő, and M.Csanád, Phys.Rev.C77,024908(08).

G.Beuf, R.Pechanski, and E.Saridakis, Phys.Rev.C78,064909(08).

T.Mizoguchi, H.Miyazawa and M.Biyajima, Eur.Phys.J.40,90(09).

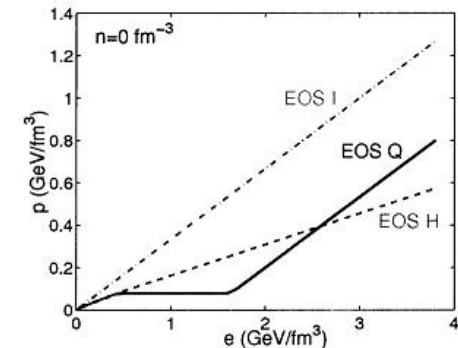


Fig. 1. Equation of state of the Hagedorn resonance gas (EOS H), an ideal gas of massless particles (EOS I) and the Maxwellian connection of those two as discussed in the text (EOS Q). The figure shows the pressure as function of energy density at vanishing net baryon density.

2. 1次元流体モデル

完全流体のエネルギー-運動量保存

$$\frac{\partial T^{\mu\nu}}{\partial x^\mu} = 0, \quad \mu, \nu = 0, 1,$$
$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu},$$

熱力学的関係式

$$\varepsilon + p - Ts = 0, \quad d\varepsilon = Tds$$

状態方程式

$$p = c_0^2 \varepsilon, \quad \text{velocity of sound } c_0$$

Khalatnikov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **27**,529(1954).

Belenkij, and L.D.Landau, Nuovo Cimento Suppl. **3**(S10),15(1956).

$\partial T^{\mu\nu} / \partial x^\nu$ を u_μ に方向に射影し, 熱力学的関係式を用いる

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x^\nu} u^\nu + (\varepsilon + p) \frac{\partial u^\nu}{\partial x^\nu} = 0 \rightarrow \frac{\partial (s u^\nu)}{\partial x^\nu} = 0$$

$\partial T^{\mu\nu} / \partial x^\nu$ を u_μ に垂直な方向に射影する

$$-\frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial T}{\partial t} u^0 + \frac{\partial T}{\partial x} u^1 \right) u_0 + T \left(u^0 \frac{\partial u_0}{\partial t} + u^1 \frac{\partial u_0}{\partial x} \right) = 0$$

$$-\frac{\partial T}{\partial x} + \left(\frac{\partial T}{\partial t} u^0 + \frac{\partial T}{\partial x} u^1 \right) u_1 + T \left(u^0 \frac{\partial u_1}{\partial t} + u^1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) = 0$$

Rapidity : $(u^0, u^1) = (\cosh \eta, \sinh \eta)$

いずれの方程式も, 次の式に帰着する

$$\frac{\partial}{\partial t} (T \sinh \eta) + \frac{\partial}{\partial x} (T \cosh \eta) = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -T \cosh \eta, \quad \frac{\partial \phi}{\partial x} = T \sinh \eta$$

を満たす ϕ が存在する



Legendre 変換

$$d\chi = d(\phi + tT \cosh \eta - xT \sinh \eta)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial T} = t \cosh \eta - x \sinh \eta$$

$$\frac{1}{T} \frac{\partial \chi}{\partial \eta} = t \sinh \eta - x \cosh \eta$$

t, x について解く

$$t = \frac{\partial \chi}{\partial T} \cosh \eta - \frac{1}{T} \frac{\partial \chi}{\partial \eta} \sinh \eta$$

$$x = \frac{\partial \chi}{\partial T} \sinh \eta - \frac{1}{T} \frac{\partial \chi}{\partial \eta} \cosh \eta$$

これらの式を用いて, エントロピー保存則において
変数変換 $t, x \rightarrow T, \eta$ を行う



エントロピー保存則より

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial \omega^2} - 2\beta_0 \frac{\partial \chi}{\partial \omega} + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \eta^2} = 0, \quad (\text{電信方程式})$$

$$\omega = -\ln(T/T_0), \quad \beta_0 = \frac{1 - c_0^2}{2c_0^2}$$

変数変換

$$\chi(\omega, \eta) = \chi_1(\omega, \eta) e^{\beta_0 \omega},$$

$$\frac{\partial^2 \chi_1}{\partial \omega^2} - \beta^2 \chi_1 - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \chi_1}{\partial \eta^2} = 0$$

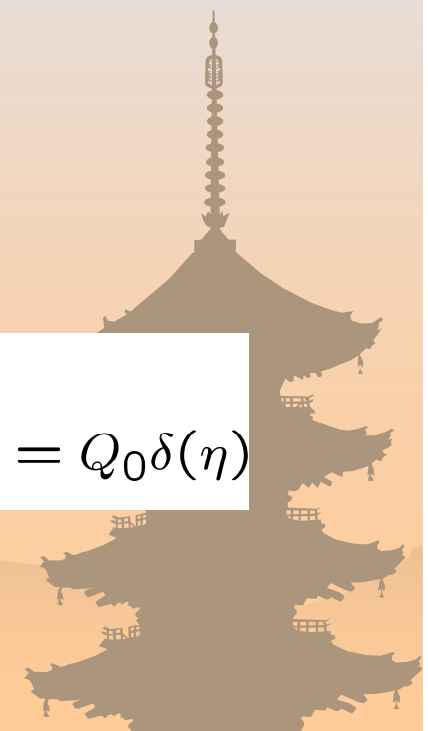
初期条件

$$\chi|_{\omega=0} = g(\eta) = 0,$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial \omega}|_{\omega=0} = G(\eta) = Q_0 \delta(\eta)$$

$$\chi_1|_{\omega=0} = g(\eta) = 0,$$

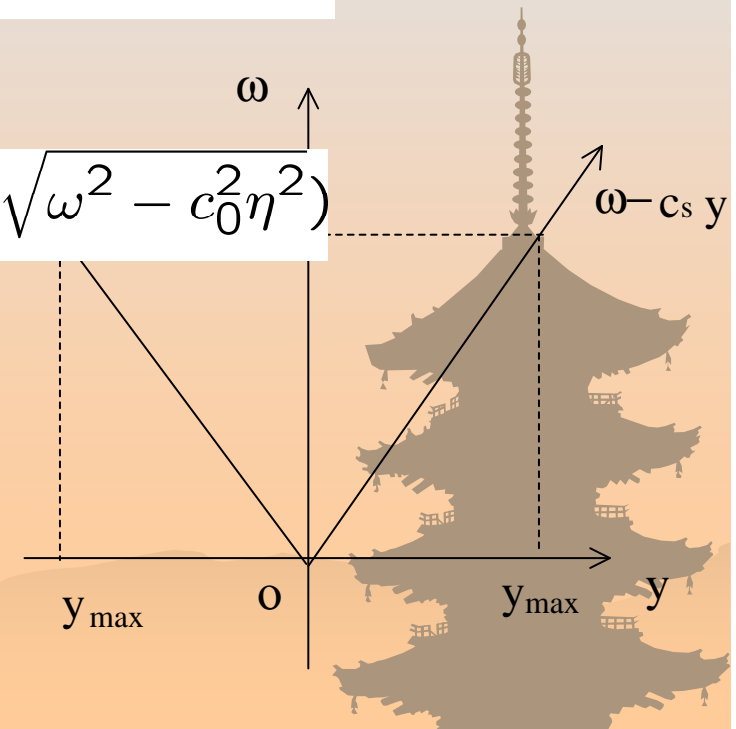
$$\frac{\partial \chi_1}{\partial \omega}|_{\omega=0} = G(\eta) - \beta_0 g(\eta) = Q_0 \delta(\eta)$$



電信方程式の解

$$\begin{aligned}
 \chi_1(\eta, \omega) &= \frac{1}{2} \{g(\eta + \omega/c_0) + g(\eta - \omega/c_0)\} \\
 &+ \frac{c_0}{2} \int_{-\omega/c_0}^{\omega/c_0} \{ (G(z + \eta) - \beta_0 g(z + \eta)) I_0(\beta_0 \sqrt{\omega^2 - c_0^2 z^2}) \\
 &+ \beta_0^2 \omega g(z + \eta) \frac{I_1(\beta_0 \sqrt{\omega^2 - c_0^2 z^2})}{\beta_0 \sqrt{\omega^2 - c_0^2 z^2}} \} dz, \\
 &= \frac{c_0}{2} Q_0 I_0(\beta_0 \sqrt{\omega^2 - c_0^2 \eta^2})
 \end{aligned}$$

$$\chi(\eta, \omega) = \chi_1(\eta, \omega) = \frac{c_0}{2} Q_0 e^{\beta_0 \omega} I_0(\beta_0 \sqrt{\omega^2 - c_0^2 \eta^2})$$



3. QGP相からハドロン相への相転移を導入

3.1 QGP相

T_0 :initial temperature, T_c :critical temperature

$$\omega = \ln(T_0/T)$$

系は $\omega : 0 \rightarrow \omega_c = \ln(T_0/T_c)$ まで発展

音速: c_0 $c_0^2 = 1/3, \beta_0 = 1$

$$\chi(\eta, \omega) = \frac{Q_0 c_0}{2} e^{\beta_0 \omega} I_0(\lambda),$$

$$\lambda = \beta_0 c_0 \sqrt{\eta_{max}^2 - \eta^2}, \quad \eta_{max} = \omega/c_0$$



3. 2 ハドロン相

T_c :critical temperature, T_f :freeze-out temperature

系は $\omega : \omega_c = \ln(T_0/T_c) \rightarrow \omega_f = \ln(T_0/T_f)$ まで発展

velocity of sound $c_s, c_s < c_0$ $\beta = \frac{1 - c_s^2}{2c_s^2}$

Equation of telegraphy

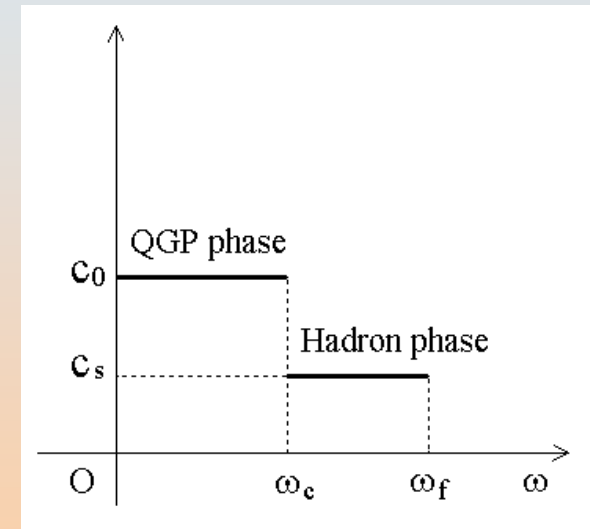
$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial \omega^2} - 2\beta \frac{\partial \chi}{\partial \omega} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \eta^2} = 0,$$

この方程式の解で, $0 < \omega < \omega_c$ のとき
QGP相における解に帰着するものを求める.

$$\chi(\eta, \omega) = \frac{Q_0 c_0}{2} e^{\beta(\omega - \omega_c) + \beta_0 \omega_c} I_0(\lambda),$$

$$\lambda = \beta c_s \sqrt{\eta_{max}^2 - \eta^2}, \quad \eta_{max} = (\omega - \omega_c)/c_s + \omega_c/c_0$$

$\omega_0 < \omega < \omega_c$ のとき, $c_s = c_0$ とおくと, QGP相における解に一致.



4. 1粒子ラピディティ分布

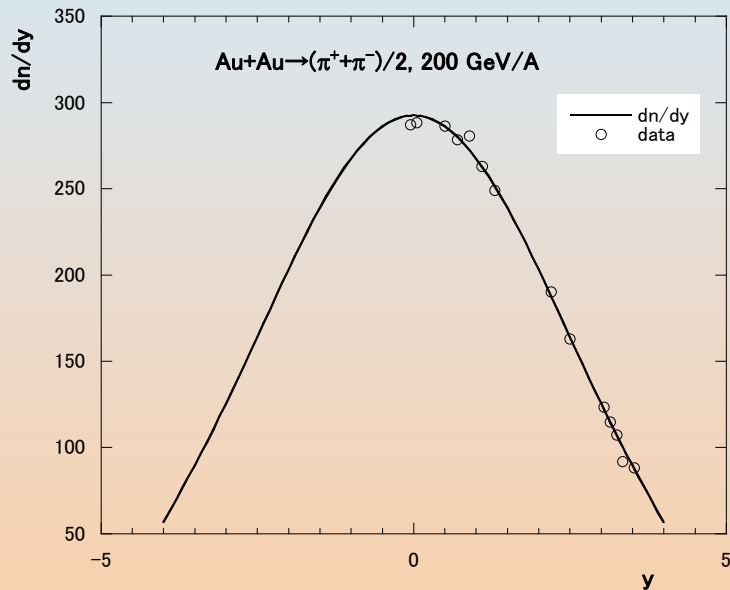
Cooper-Frye流の描像

$$\frac{dn}{dy} = \pi R_A^2 \frac{g_\pi}{(2\pi)^3} \int_\sigma \frac{(\cosh y \frac{dx}{d\eta} - \sinh y \frac{dt}{d\eta})|_{\omega=\omega_f}}{m_T} \frac{d\eta d^2 p_T}{\exp[m_T \cosh(y - \eta)/T_f] - 1}$$

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dy} &= \pi R_A^2 \frac{g_\pi T_f^2}{(2\pi)^2} \int_{-\eta_{max}}^{\eta_{max}} d\eta \\ & \left[-\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\chi + \frac{\partial \chi}{\partial \omega} \right) \Big|_{\omega=\omega_f} \tanh(y - \eta) + c_s^2 \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\chi + \frac{\partial \chi}{\partial \omega} \right) \Big|_{\omega=\omega_f} \right] \\ & \times \left(\frac{m^2}{T_f^2} + \frac{2m}{T_f \cosh(y - \eta)} + \frac{2}{\cosh^2(y - \eta)} \right) e^{-m \cosh(y - \eta)/T_f}. \end{aligned}$$

5. データ解析

RHIC Au+Au $\rightarrow (\pi^+ + \pi^-)/2 + X$, 200 AGeV



$$T_0 = 0.95 \text{ GeV},$$

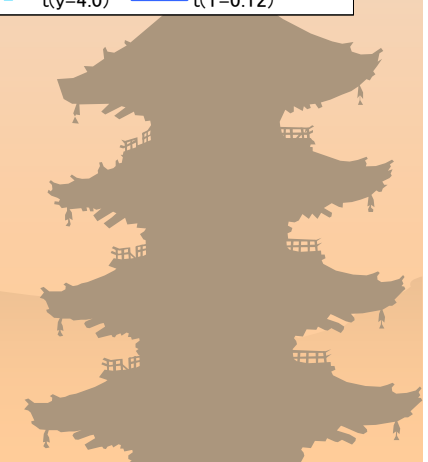
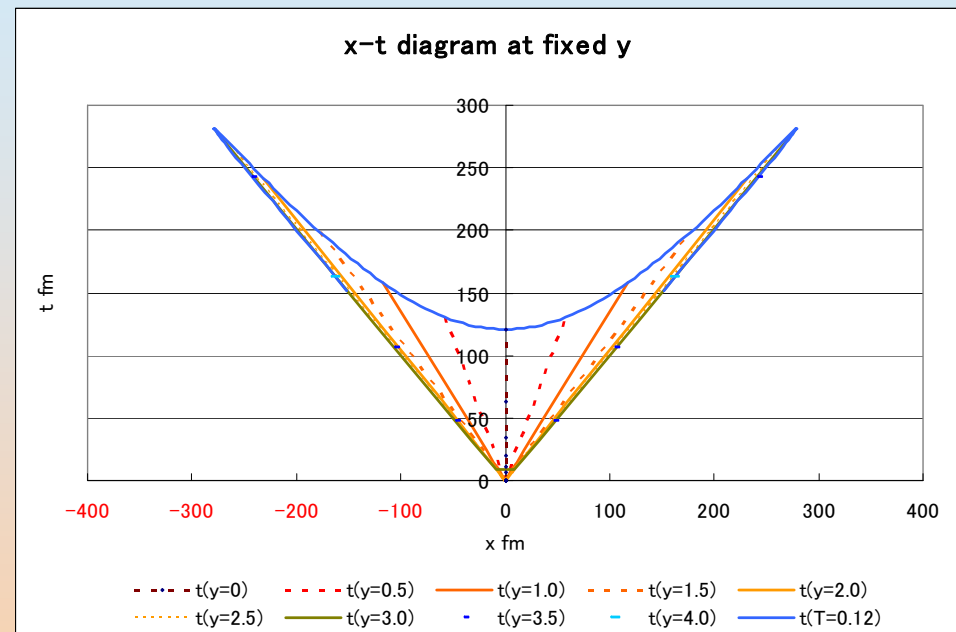
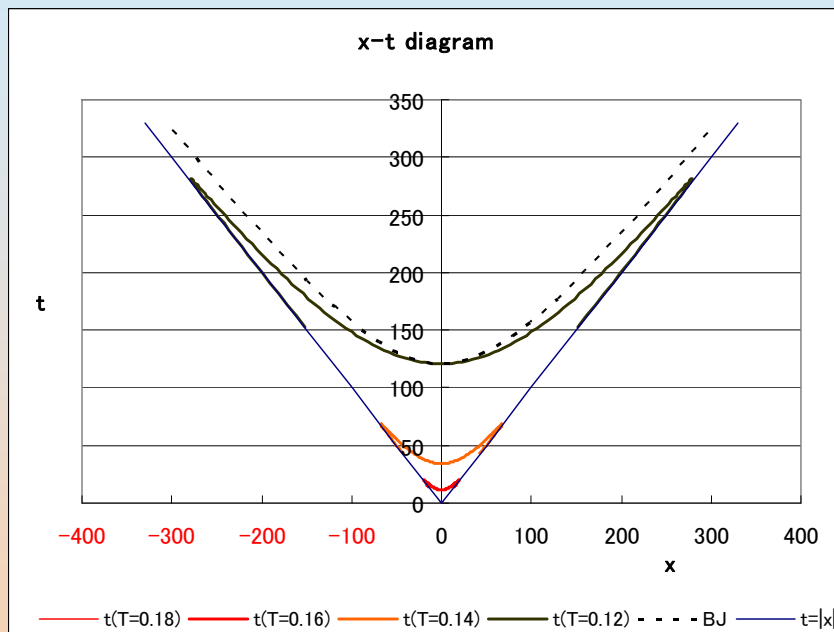
$$T_c = 0.18 \text{ GeV}$$

$$T_f = 0.12 \text{ GeV}$$

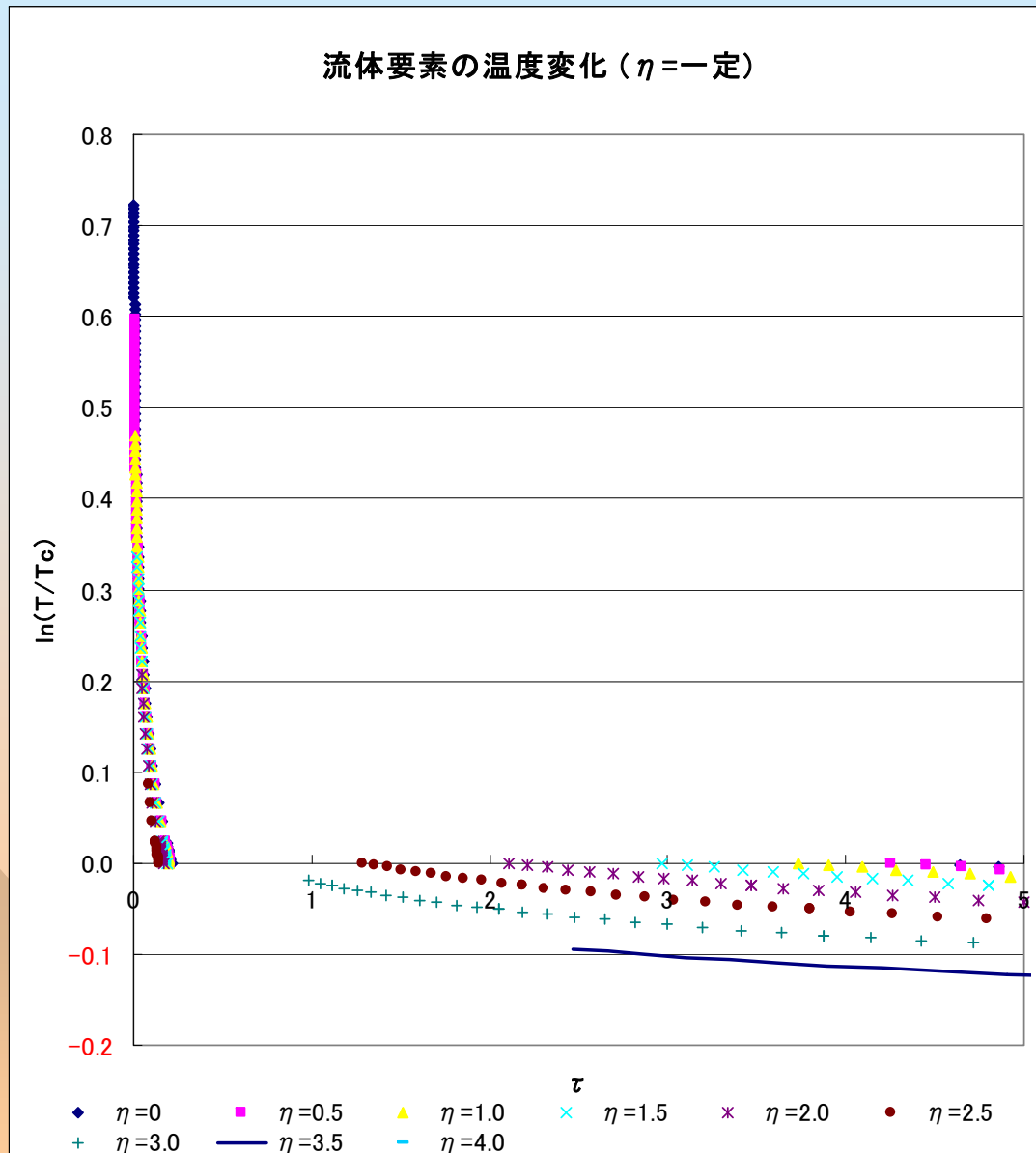
$$R_A = 1.1 \times A^{1/3} \text{ fm}$$

Q_0	c_s^2	$\chi^2_{min}/n.d.f$
$(5.69 \pm 1.379) \times 10^{-2}$	0.117 ± 0.005	41.3/12

流体要素の時空発展



流体要素の温度変化



$$\tau = \sqrt{t^2 - x^2},$$

$T = T_c + 0$ から

$T = T_c - 0$ に変化するとき、
音速が

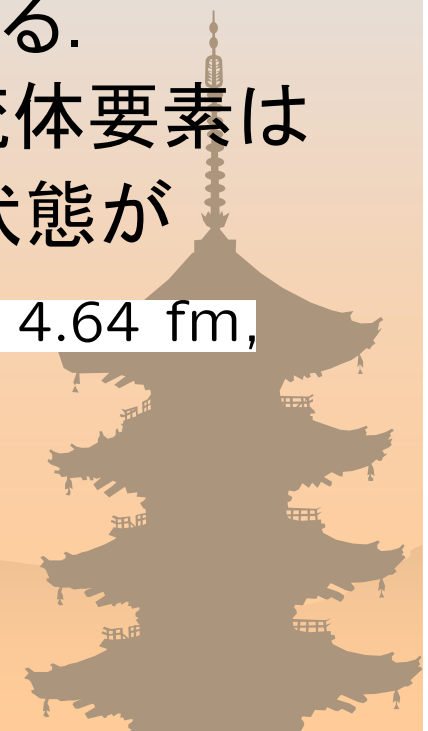
$$c_0 = 1/\sqrt{3} \rightarrow c_s < c_0,$$

に変化する。

$\eta = 0$ の流体要素は
 $T = T_c$ の状態が

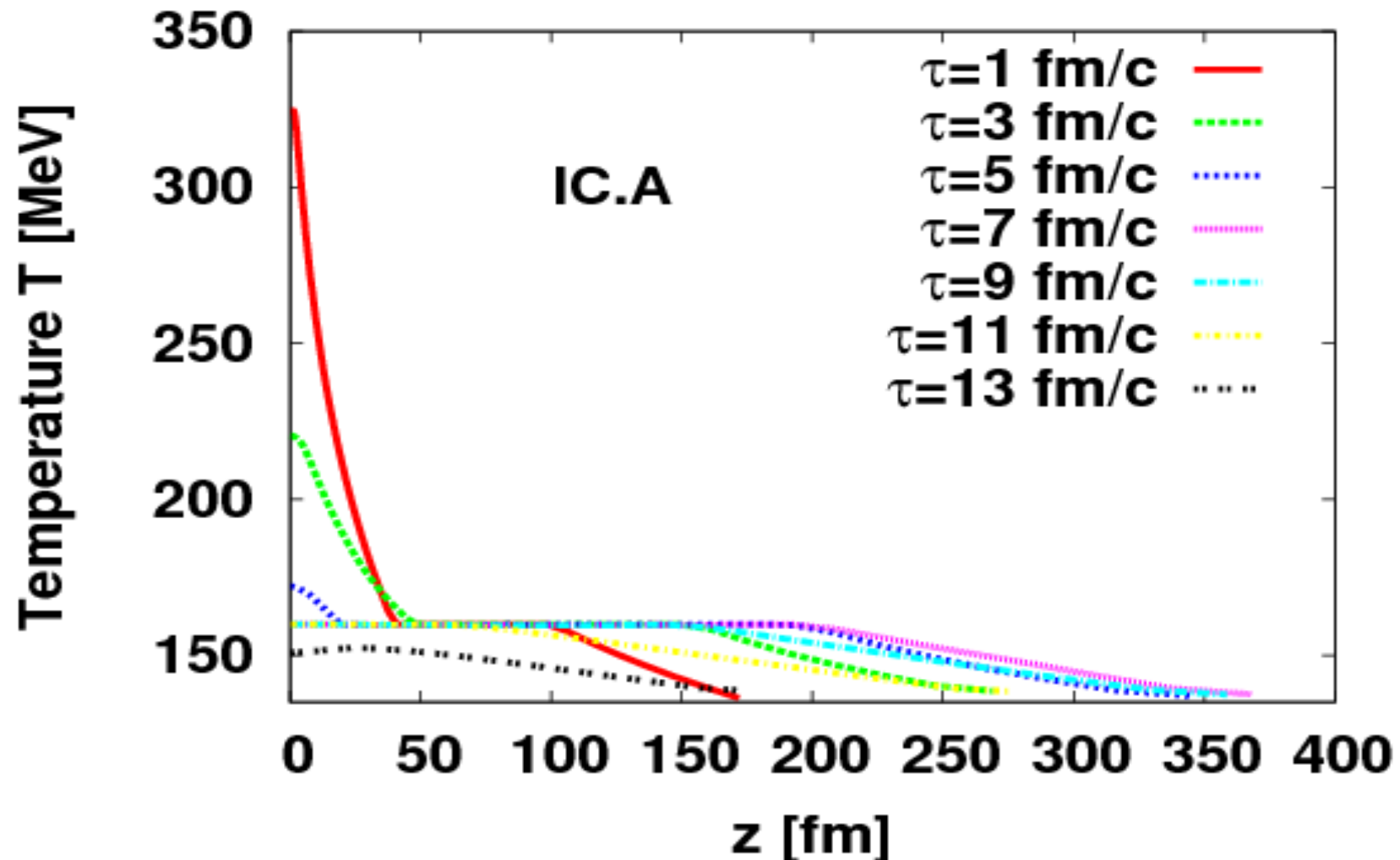
$$0.21 < \tau < 4.64 \text{ fm},$$

まで続く



K.Moritaよりの私信

cf. K.Morita, nucl-th/0611093



6. まとめ

- ❁ Landau流1次元流体モデルにQGP相からハドロン相への相転移を導入した解を求めた.
- ❁ 相転移は $T=T_c$ における音速の変化で表される.

QGP phase: c_0 , Hadronic phase: $c_s (<c_0)$

- ❁ RHIC 200 AGeV (Brahms)のデータより定めたパラメータを用いて, 流体要素の時空発展を調べた.
- ❁ 流体要素が τ で測って数fm, $T=T_c$ の状態を保つ (3次元流体モデルの数値計算と同様な結果)ことがわかった.

