非摂動くりこみ群による有限温度でのカイラル対称性の回復の解析

愛知淑徳大　宮下和洋

金沢大 自然　青木健一，佐藤大輔

目次

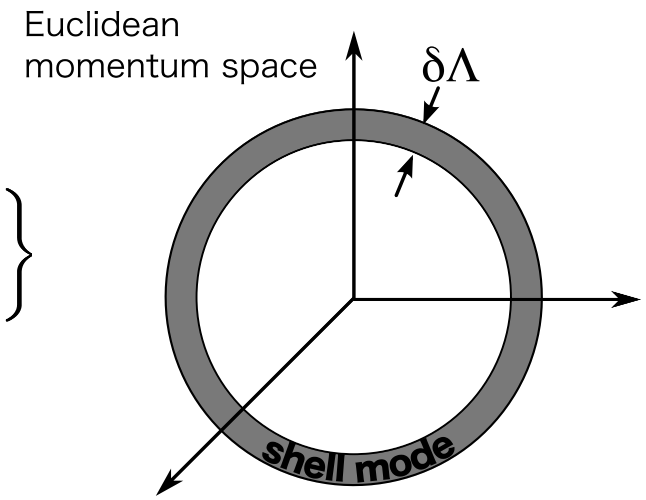
- 導入
- 有効質量とカイラル凝縮の評価法
- 非摂動くりこみ群の有限温度への拡張
  chiral SU(N)対称な4-fermi模型
- まとめ

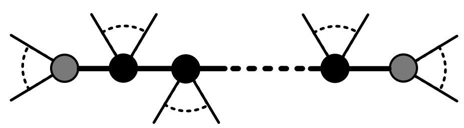
導入　非摂動くりこみ群方程式と近似法

Wegner-Houghton equation

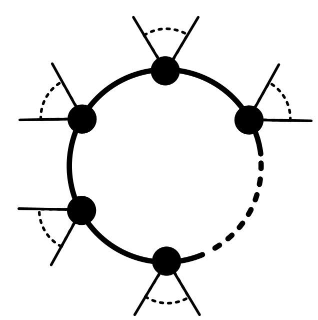
Wilsonian effective actionの変化をsharp cutoffを用いて記述する

$$\frac{d}{dt}S_{\rm eff}[\phi;t] = \Big\{D - nd_\phi - \underbrace{\sum_i \eta_i(t) - \sum_i \tilde{p}_i^\mu \frac{\partial'}{\partial \tilde{p}_i^\mu}}_{\text{rescaling}}\Big\} S_{\rm eff}[\phi;t]$$
$$-\frac{1}{2\delta t}\int_p' \Big\{\ln\Big(\frac{\delta^2 S_{\rm eff}}{\delta\phi_p\delta\phi_{-p}}\Big) + \frac{\delta S_{\rm eff}}{\delta\phi_p}\Big(\frac{\delta^2 S_{\rm eff}}{\delta\phi_p\delta\phi_{-p}}\Big)^{-1}\frac{\delta S_{\rm eff}}{\delta\phi_{-p}}\Big\}$$





Dumbbell



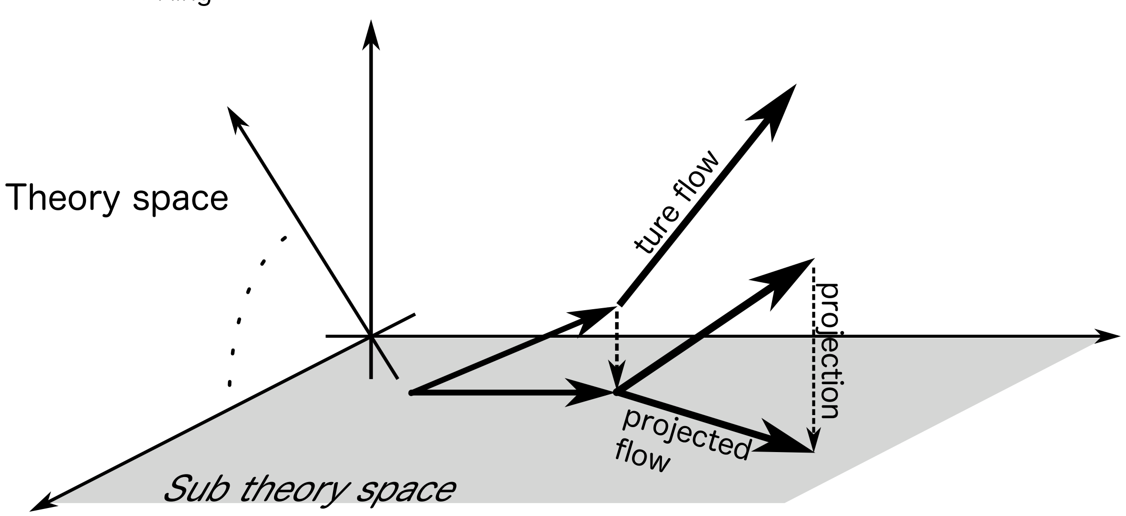
Ring

Local Potential Approximation（LPA）

運動項以外の微分相互作用項を無視する

$$\frac{\partial V_{\rm eff}(\varphi;t)}{\partial t} = \frac{A_D}{2}\ln(1+V''_{\rm eff}) + DV_{\rm eff} + \frac{2-D}{2}\varphi V'_{\rm eff}$$

ring diagram



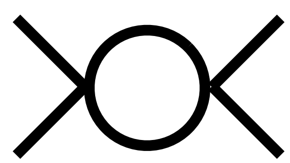
導入１　(例：NJL 模型)

$$\mathcal{L}_{\rm NJL} = \bar{\psi} i \partial\!\!\!/ \psi + V(\bar{\psi}, \psi; t)$$

$$V(\bar{\psi}, \psi; t) = G(t)\left\{(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi} i\gamma_5 \psi)^2\right\}$$

くりこみ群方程式

$$\beta(G) = -2G + \frac{1}{2\pi^2} G^2$$



loop correction
(large N)

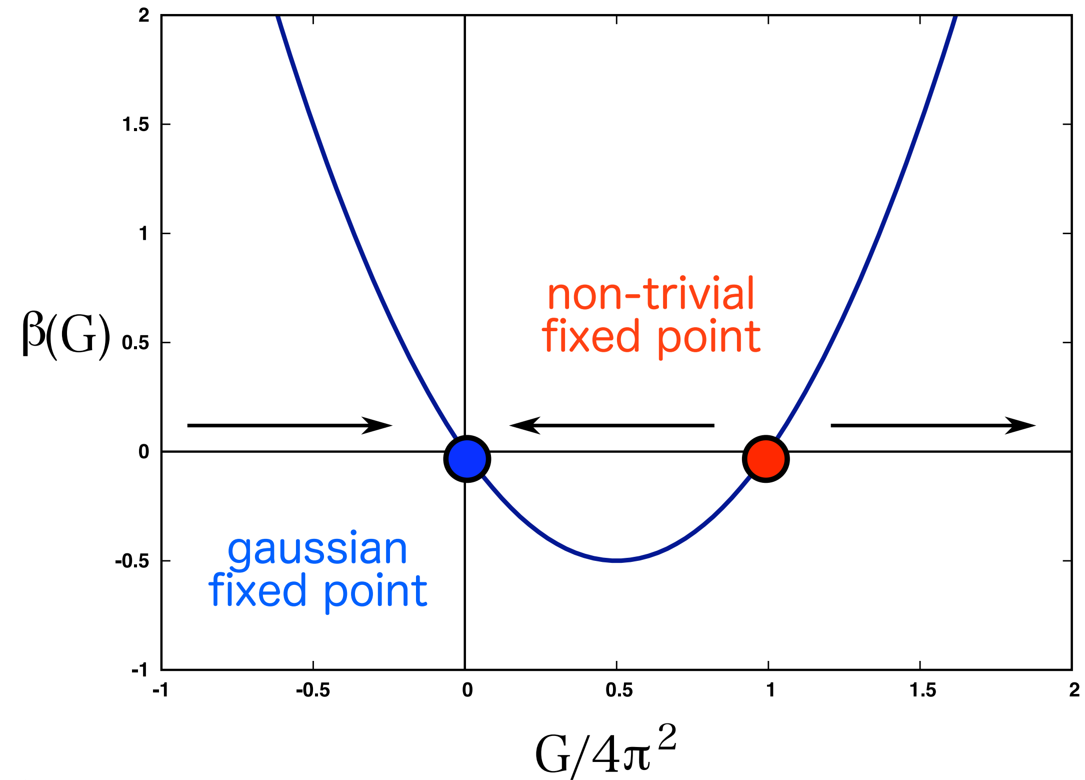
固定点：　$G^* = 0, 4\pi^2$

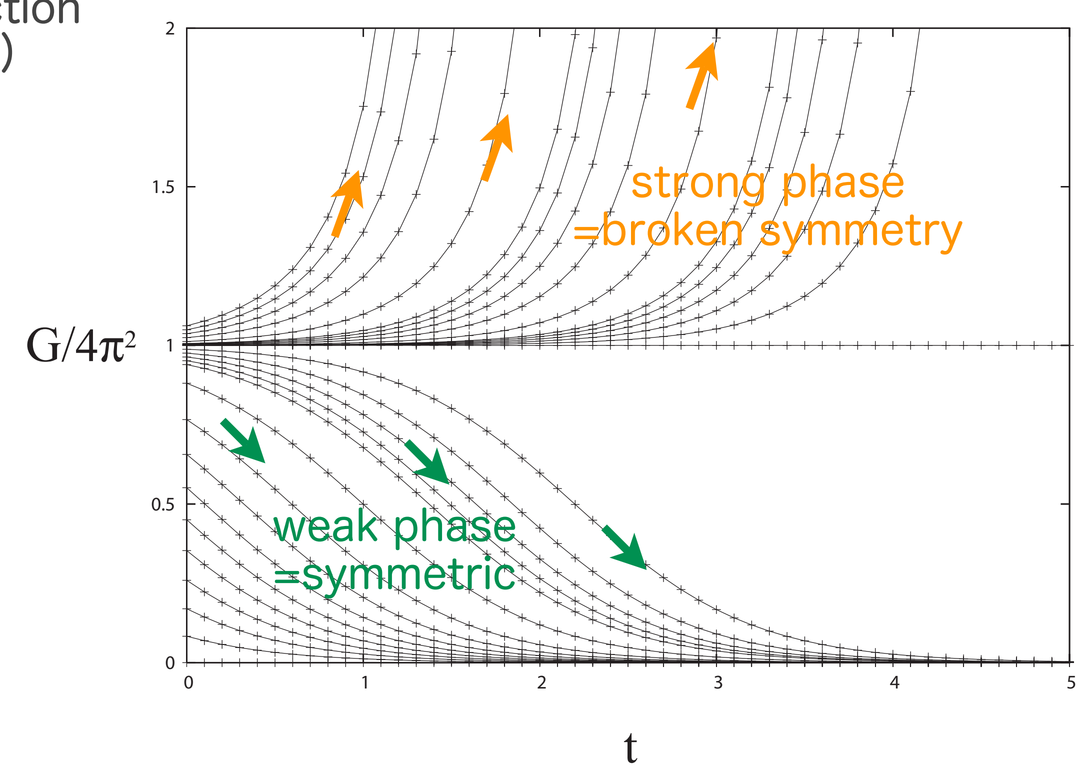
固定点はくりこみ変換で不変な点で
物理量はsingularityを持つ(ex.相関長が発散する)

相境界，臨界点

$G_c = 4\pi^2$

large N 平均場近似と同じ
臨界結合定数を与える

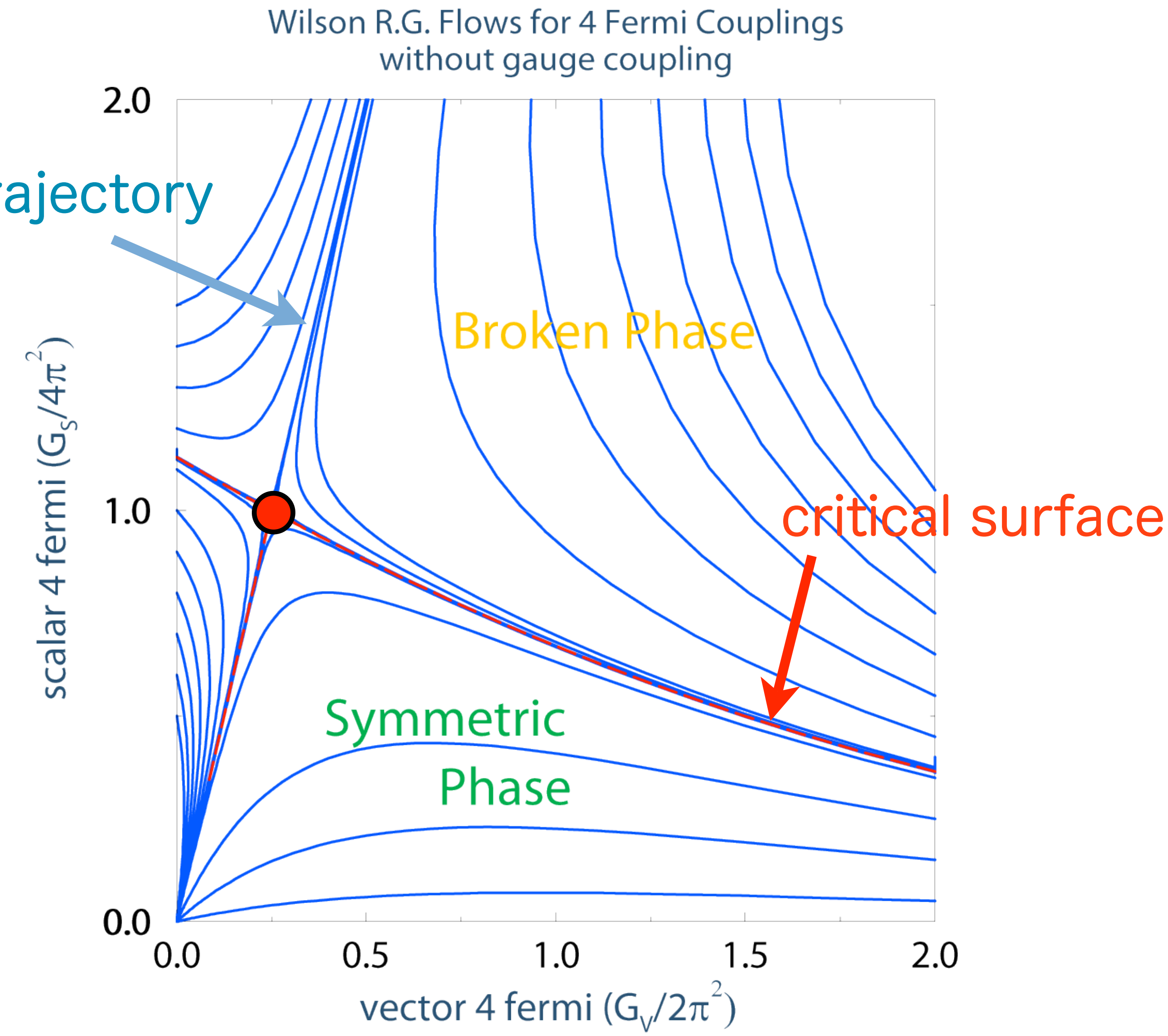




導入２ -理論空間の相構造-

$$V(\bar{\psi},\psi;t) = G_s(t)\{(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma_5\psi)^2\} + G_v(t)\{(\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 + (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi)^2\}$$

固定点の近傍を通るので
無限回のくりこみステップを
必要とするflow→ cutoff 無限大



理論の持つ対称性を理論空間の相構造を調べることで
理解することができる。

生成質量の評価法

有効質量オペレータの導入とそのくりこみ

Wilsonian effective actionに質量オペレータを外場項として導入し、理論空間を拡張する。

$$S_{\rm eff} = \int dx^4 \left(\mathcal{L}_{\rm invariant} + m(m_0;\Lambda)\bar{\psi}\psi\right)$$

m_0はくりこみ群の初期スケールで導入される、カイラル対称性をexplicitに破るbare mass

くりこみ群の初期スケールでbare mass＝有効質量の初期値を与え、十分赤外までくりこむ。

有効質量のフロー群から 0 bare mass limitを推定することで、カイラル対称性の自発的破れによるフェルミオンの質量を求める。

$$m_{\rm physical} = \lim_{m_0\to+0}\lim_{\Lambda\to0} m(m_0;\Lambda)$$

カイラル凝縮の評価法

くりこみ群スケールΛでのカイラル凝縮

$$\langle\bar{\psi}\psi\rangle(m_0;\Lambda)=\frac{\partial W(m_0;\Lambda)}{\partial m_0}$$

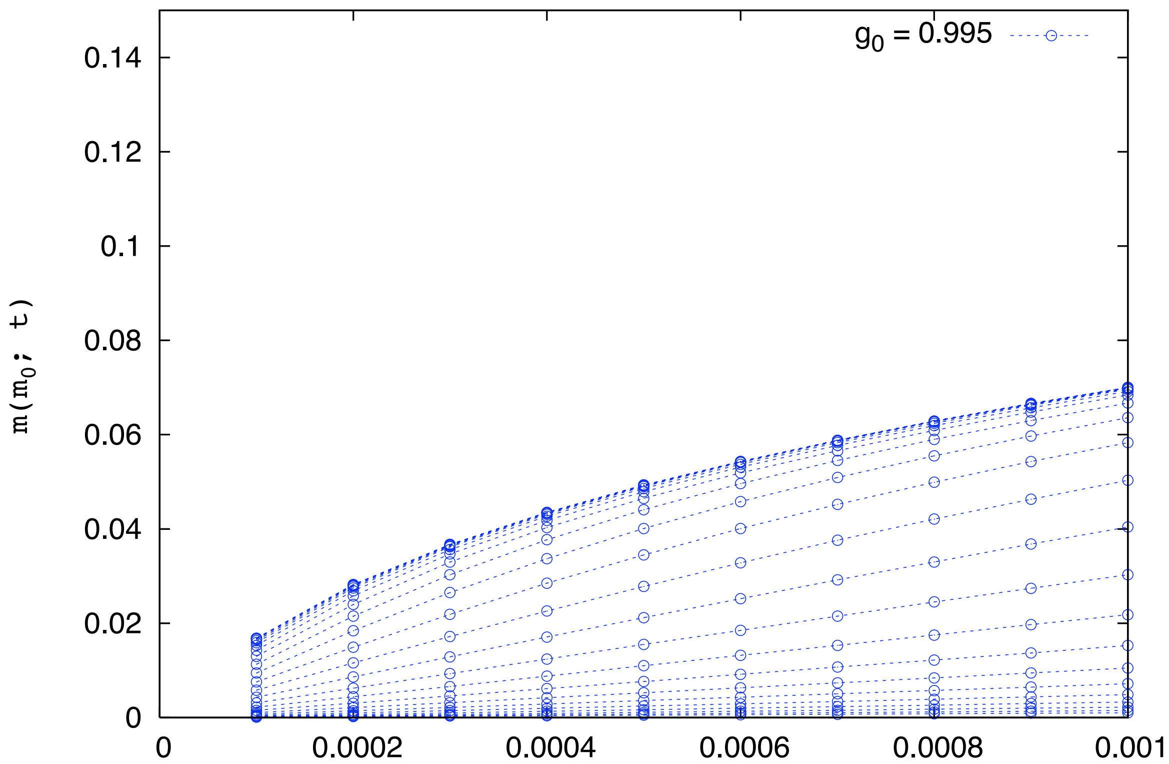
カイラル凝縮のベータ関数

$$\frac{d}{dt}\langle\bar{\psi}\psi\rangle_t=3\langle\bar{\psi}\psi\rangle_t-\frac{\partial m}{\partial m_0}\,\frac{1}{2\pi^2}\frac{m_t}{1+m_t^2}$$

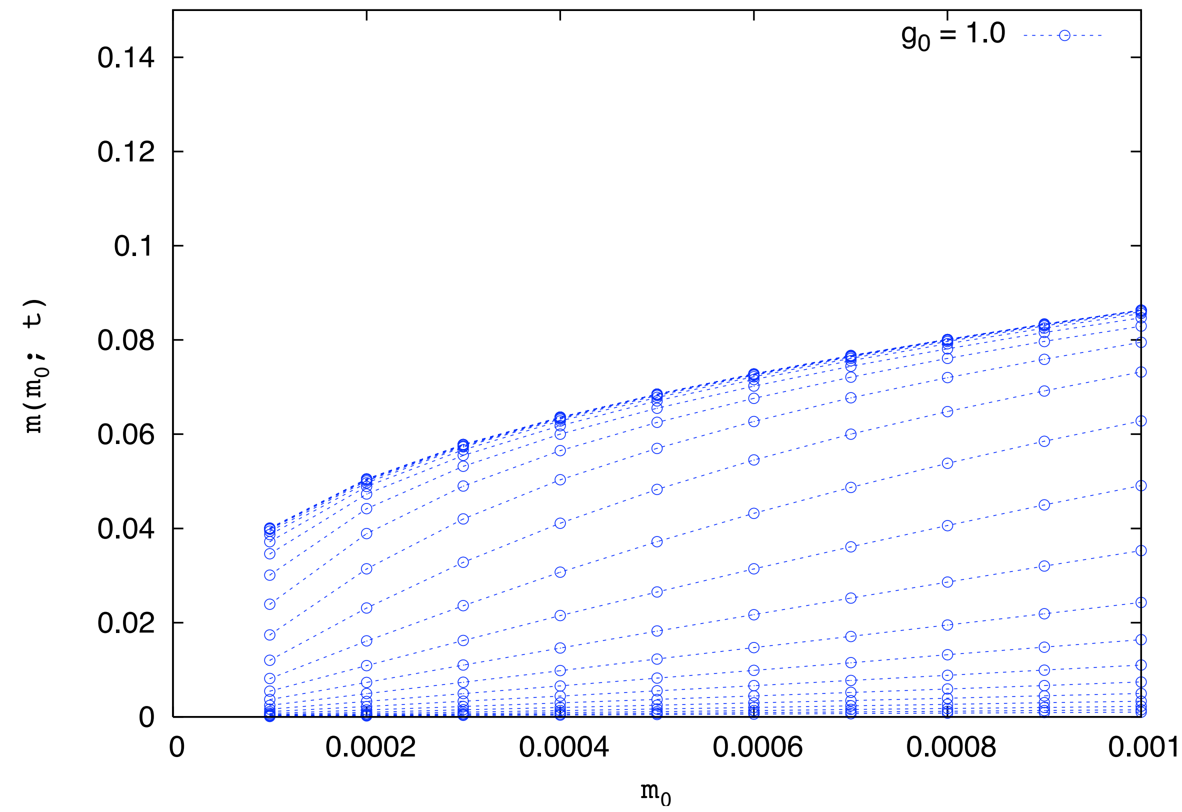
十分に赤外スケールでの値のベア質量０極限がカイラル凝縮の大きさ

$$\langle\bar{\psi}\psi\rangle_{\mathrm{physical}}=\lim_{m_0\to+0}\lim_{\Lambda\to 0}\frac{dW(m_0;\Lambda)}{dm_0}$$

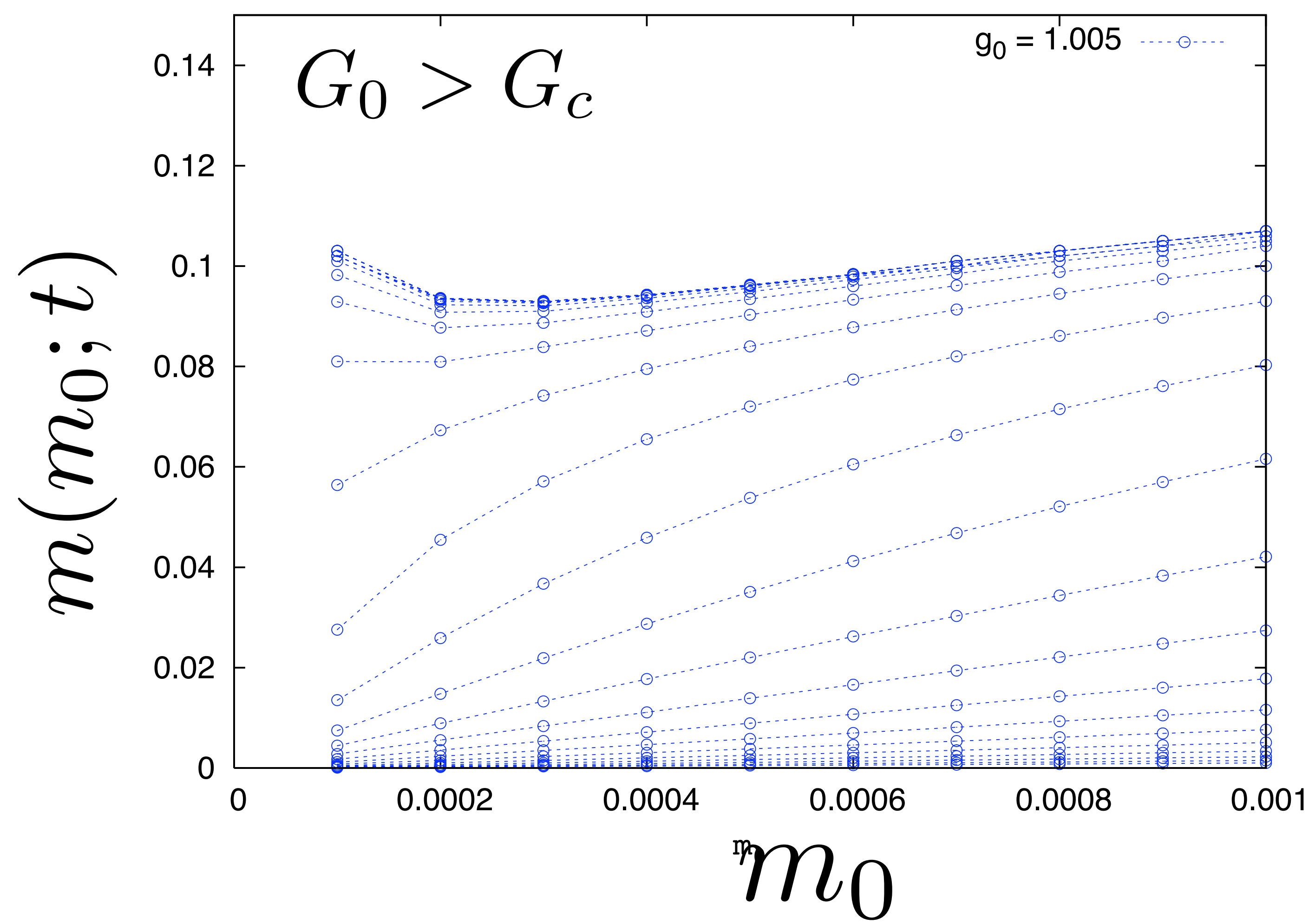
$G_0 < G_c$



$G_0 = G_c$



$$\frac{dm}{dt} = m + \frac{2}{1+m^2} mg$$



有限温度相転移への拡張

Shell mode積分を有限温度プロパゲータで行う

$$\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\theta(\Lambda - |p|) \quad \Rightarrow \quad T\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\theta(\Lambda - |p|)$$

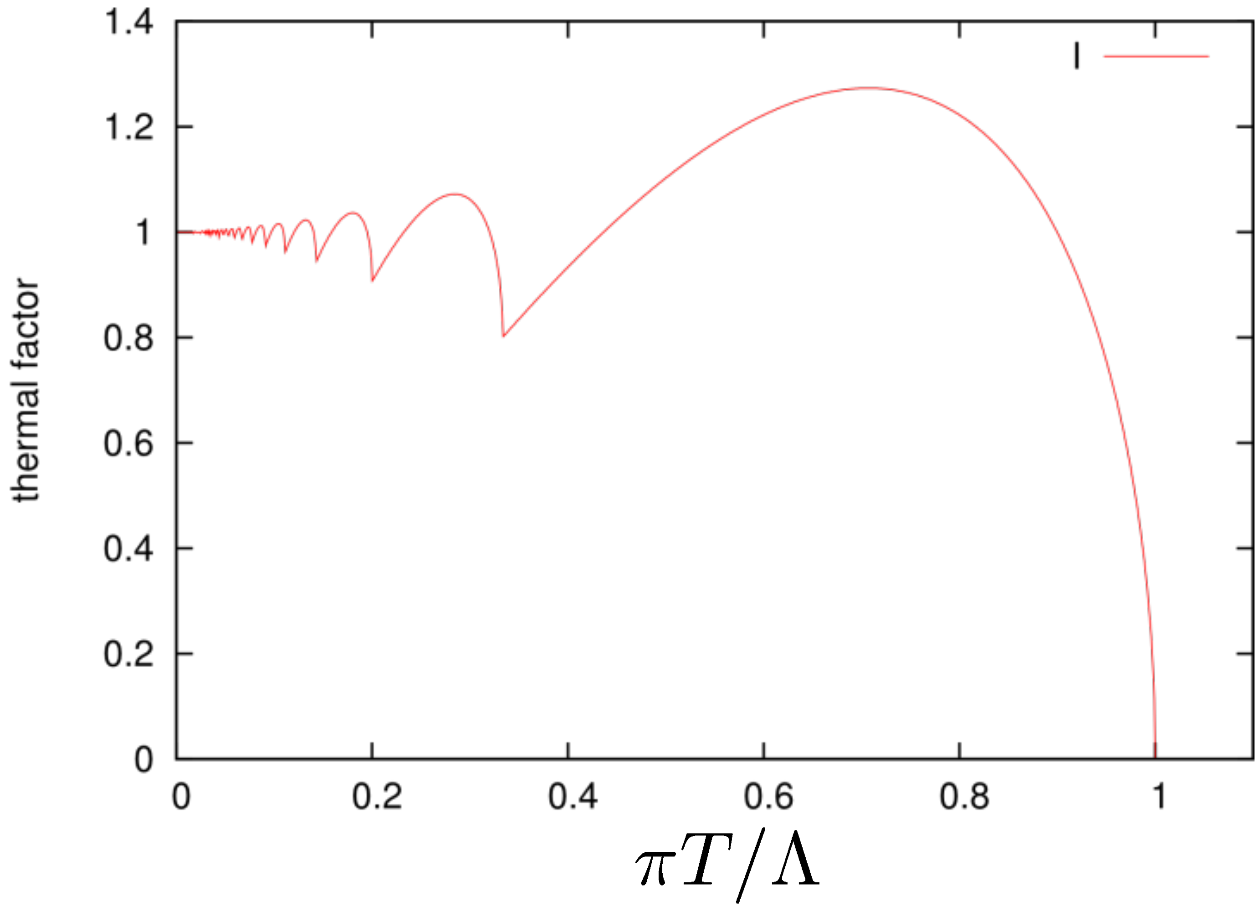
$$p = (\omega_n, \boldsymbol{p})$$

$$\omega_n = \pi(2n+1)T$$

$$= \frac{1}{8\pi^2}\cdot 8T\sum_n{}' \sqrt{1-{\omega_n}^2}$$

$$\equiv \frac{1}{8\pi^2}I(T)$$

温度効果関数



Shell mode 積分の大きさが振動する。
このためflow も振動し、相境界や
臨界温度に、振動が現れる原因となる。

非摂動くりこみ群ベータ関数

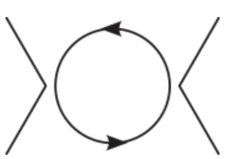
例：南部-Jona-Lasinio(NJL)模型

$$\mathcal{L}_{\rm NJL} = \bar\psi i\gamma^\mu\partial_\mu\psi + \frac{G}{2N\Lambda_0^2}\left[\left(\bar\psi\psi\right)^2 + \left(\bar\psi i\gamma_5\psi\right)^2\right]$$

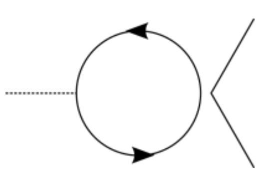
Wilson有効作用（局所ポテンシャル近似）の質量項と

４フェルミ相互作用部分

$$\mathcal{L}_{\rm eff}(\Lambda) = m(\Lambda)\Lambda\bar\psi\psi + g(\Lambda)\frac{4\pi^2}{2N\Lambda_0^2}\left[\left(\bar\psi\psi\right)^2 + \left(\bar\psi i\gamma_5\psi\right)^2\right]$$



$$\frac{dg}{dt} = -2g + 2R^2g^2$$



$$\frac{dm}{dt} = m + 2Rmg$$

$$\frac{d}{dt}\langle\bar\psi\psi\rangle_t = 3\langle\bar\psi\psi\rangle_t - \frac{1}{2\pi^2}e^{-t}\frac{\partial m}{\partial m_0}Rm$$

質量効果因子　$R = \dfrac{1}{1+m^2}$

有限温度

$$\frac{dg}{dt} = -2g + 2R^2g^2I(T)$$

$$\frac{dm}{dt} = m + 2RmgI(T)$$

$$\frac{d}{dt}\langle\bar\psi\psi\rangle_t = 3\langle\bar\psi\psi\rangle_t - \frac{1}{2\pi^2}e^{-t}\frac{\partial m}{\partial m_0}RmI(T)$$

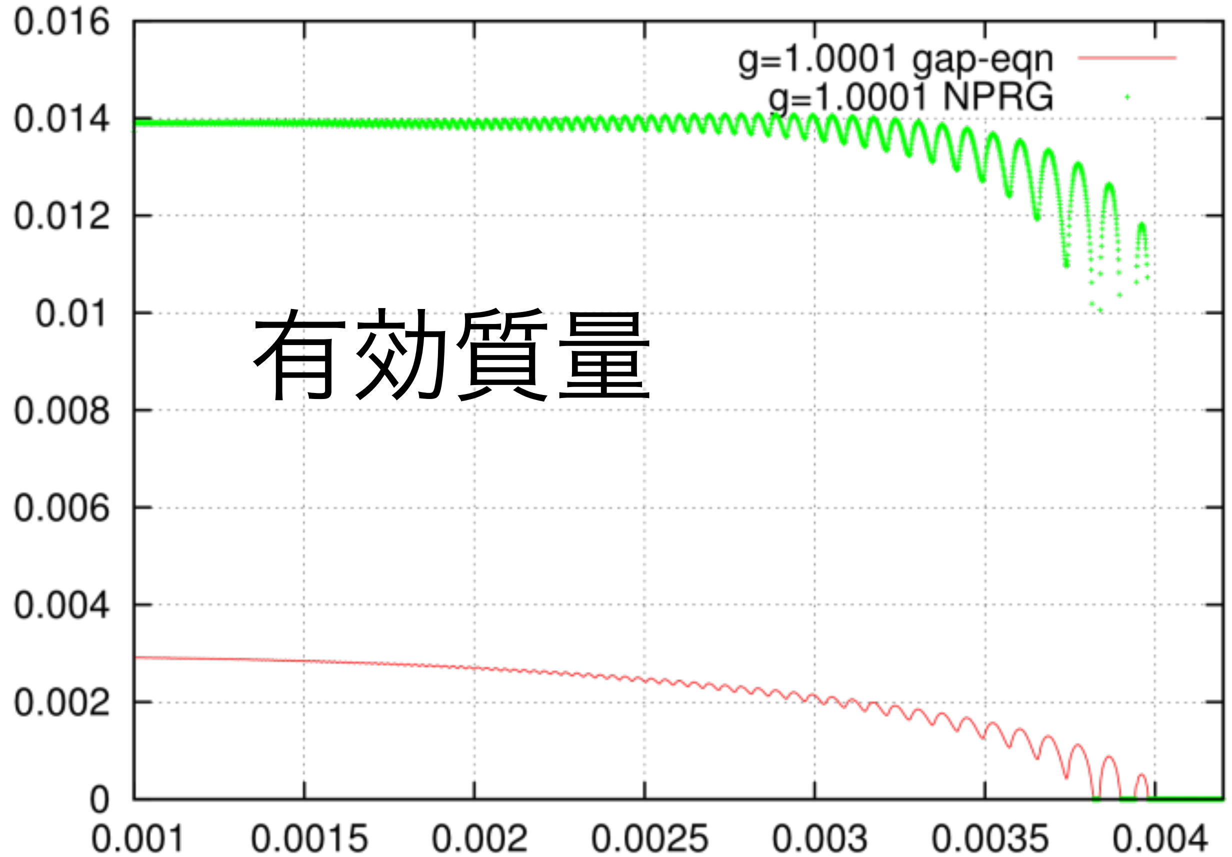
$$\frac{dT}{dt} = T$$

次元のない温度パラメタも動く

有効質量及びカイラル凝縮の温度依存性

⇒ カイラル相転移温度 Tcの評価

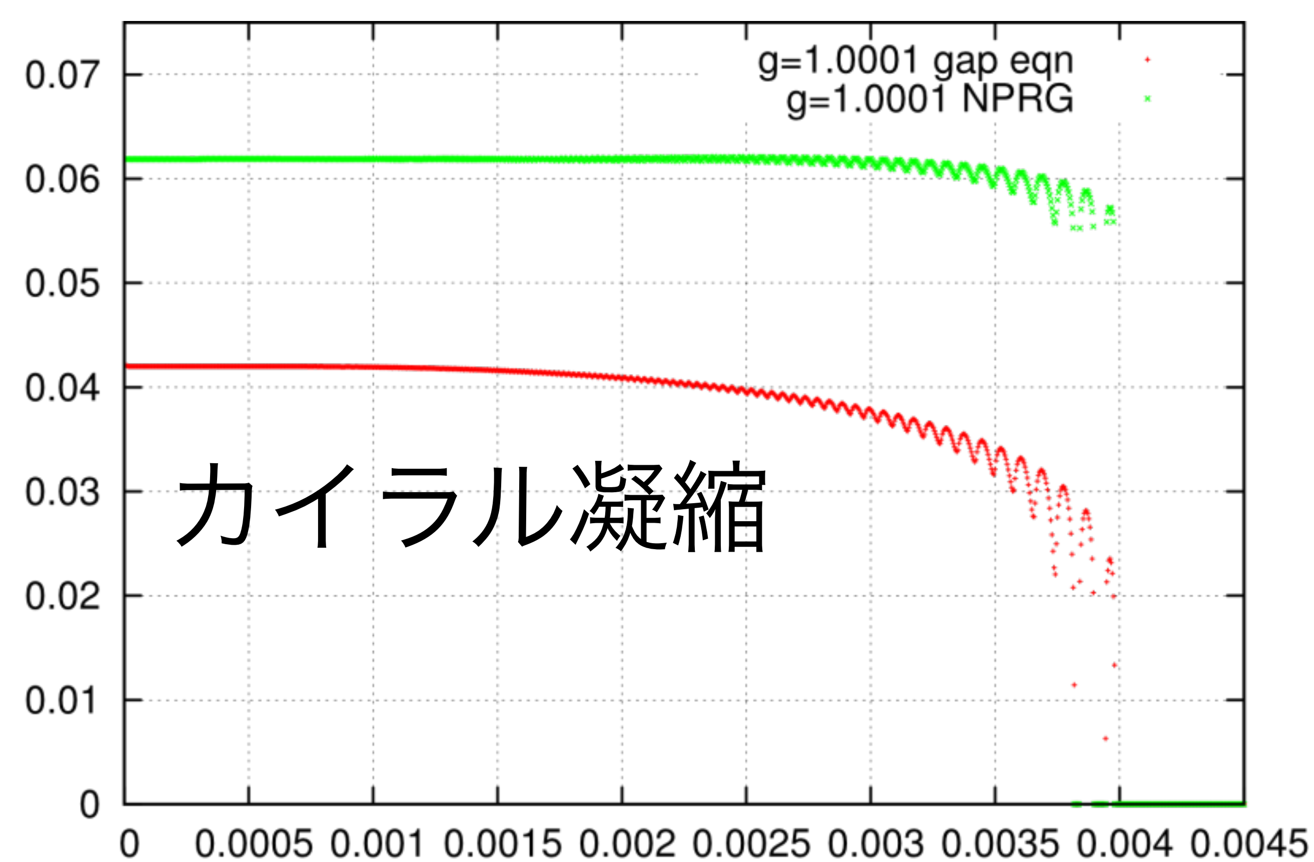
m/Λ_0



T/Λ_0

T_c

$\langle\bar{\psi}\psi\rangle^{1/3}/\Lambda_0$



T/Λ_0

T_c

対称性から許される全ての４フェルミ相互作用

ゲージ理論のもつカイラル対称性： $SU(N_f)_R \times SU(N_f)_L \times U(1)_V$

独立な4フェルミオペレータは3つ

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}\left(i\partial\!\!\!/ - m\right)\psi - \frac{1}{2N_f}\Big[G_1\left((\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 - (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi)^2\right)$$
$$+ G_2\left((\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 + (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi)^2\right) + G_3\left((\bar{\psi}\gamma_\mu\lambda^a\psi)^2 + (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\lambda^a\psi)^2\right)\Big].$$

零温度ベータ関数

$$\frac{dg_1}{dt} = -2g_1 + \frac{R^2}{N}\Big\{3g_1^2 + 2(N+1)g_1g_2 + \Big(N - \frac{1}{N}\Big)g_1g_3$$
$$+ 2m^2\left[N{g_1}^2 + (N+2){g_2}^2 + \left(N - \frac{1}{N}\right)g_2g_3\right]\Big\}$$

$$\frac{dg_2}{dt} = -2g_2 + \frac{R^2}{N}\Big\{Ng_1^2 + (N-1){g_2}^2 - \frac{3}{4}\Big(1 - \frac{1}{N^2}\Big)g_3^2 + \Big(N - \frac{1}{N}\Big)g_2g_3$$
$$+2m^2\left[2(N+1)g_1g_2 + \left(N - \frac{1}{N}\right)g_1g_3\right]\Big\}$$

$$\frac{dg_3}{dt} = -2g_3 + \frac{R^2}{N}\left\{\frac{1}{2}\left(N + 1 + \frac{4}{N}\right){g_3}^2 - 4g_2g_3\right\}$$

$$\frac{dm}{dt} = m + \frac{2Rm}{N}g_1$$

以下ではg3 =0の部分理論空間で考察する

有限温度ベータ関数

有限温度でローレンツ対称性が破れ、
虚時間方向と空間方向でベータ関数が異なる

$$g_i \to g_i^e,\ g_i^p$$

$$\begin{aligned}\frac{dg_1^e}{dt} =& -2g_1^e + \frac{R^2}{N}\left\{3I_p(g_1^p)^2 + 2N(2I-I_e)g_1^e g_2^e + \frac{1}{2}(3I_p - I_e)g_1^e(3g_2^p - g_2^e)\right\} \\ &+ \frac{2Im^2R^2}{N}\left\{N((g_1^e)^2 + (g_2^e)^2) + g_2^e(3g_2^p - g_2^e)\right\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dg_1^p}{dt} =& -2g_1^p + \frac{R^2}{N}\left\{I_e(g_1^e)^2 + 2I_p g_1^e g_1^p + 2N(2I-I_p)g_1^p g_2^p + \frac{1}{2}(I_e + I_p)g_1^p(g_2^e + g_2^p)\right\} \\ &+ \frac{2Im^2R^2}{N}\left\{N((g_1^p)^2 + (g_2^p)^2) + g_2^p(g_2^e + g_2^p)\right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dg_2^e}{dt} =& -2g_2^e + \frac{R^2}{N}\left\{N(2I-I_e)((g_1^e)^2 + (g_2^e)^2) + \frac{1}{2}(3I_p - I_e)g_2^e(3g_2^p - g_2^e) - 3I_p(g_2^p)^2\right\} \\ &+ \frac{2Im^2R^2}{N}\left\{2Ng_1^e g_2^e + g_1^e(3g_2^p - g_2^e)\right\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{dg_2^p}{dt} =& -2g_2^p + \frac{R^2}{N}\left\{N(2I-I_p)((g_1^p)^2 + (g_2^p)^2) + \frac{1}{2}(I_e + I_p)g_2^p(g_2^e + g_2^p) - I_e(g_2^e)^2 - 2I_p g_2^e g_2^p\right\} \\ &+ \frac{2Im^2R^2}{N}\left\{2Ng_1^p g_2^p + g_1^p(g_2^e + g_2^p)\right\},\end{aligned}$$

$$\frac{dm}{dt} = m + \frac{2Rm}{N}I(g_1^e + 3g_1^p).$$

ローレンツ不変でない温度効果関数

$$I(T) = 8\pi^2 \cdot 2T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \delta(1 - |p|)$$

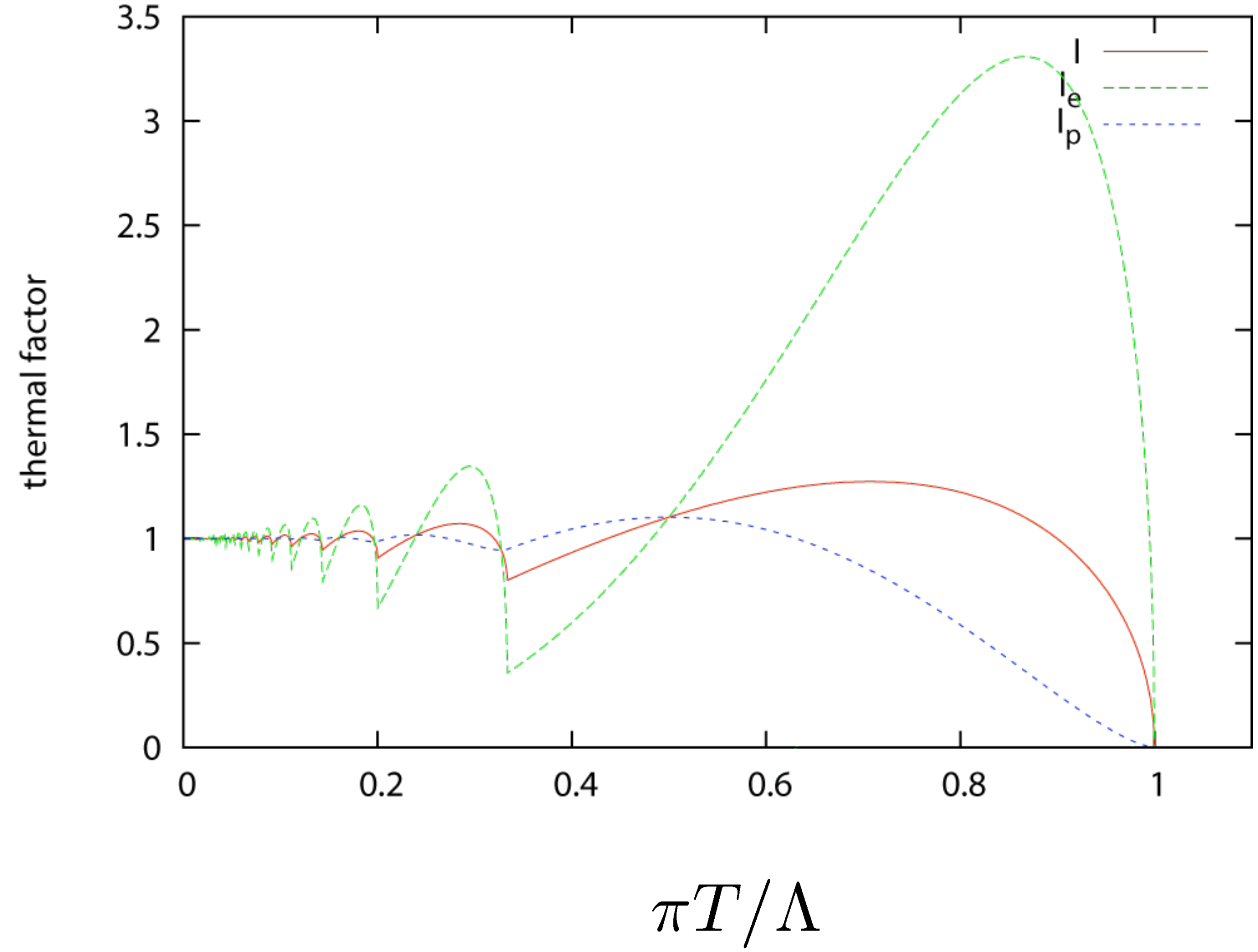
$$= 8T \sum_{n=0}^{\infty}{}' (1 - {\omega_n}^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$I_e(T) = 8\pi^2 \cdot 2T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \delta(1 - |p|){\omega_n}^2$$

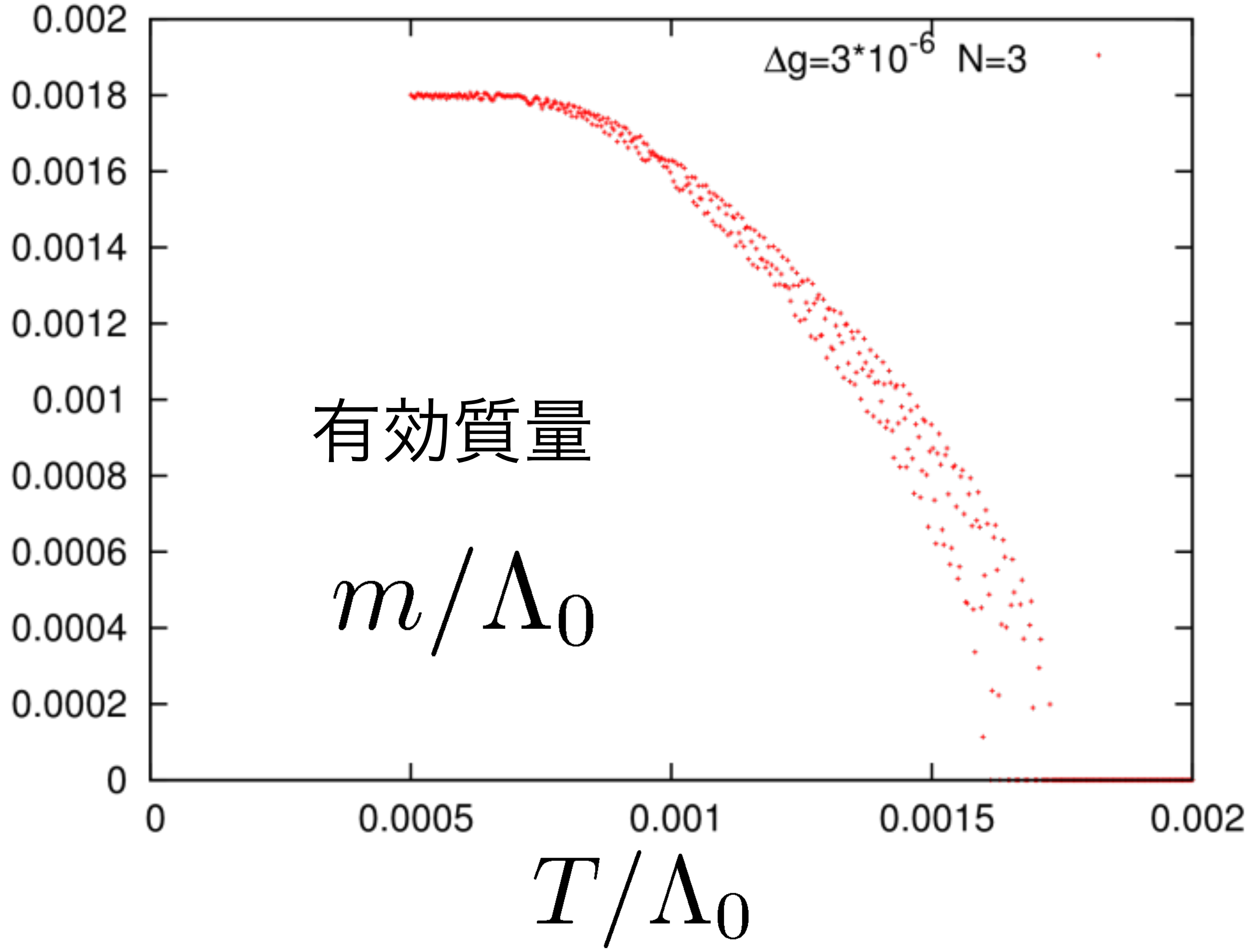
$$= 32T \sum_{n=0}^{\infty}{}' (1 - {\omega_n}^2)^{1/2}{\omega_n}^2$$

$$I_p(T) = 8\pi^2 \cdot \frac{1}{3} 2T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \delta(1 - |p|)\boldsymbol{p}^2$$

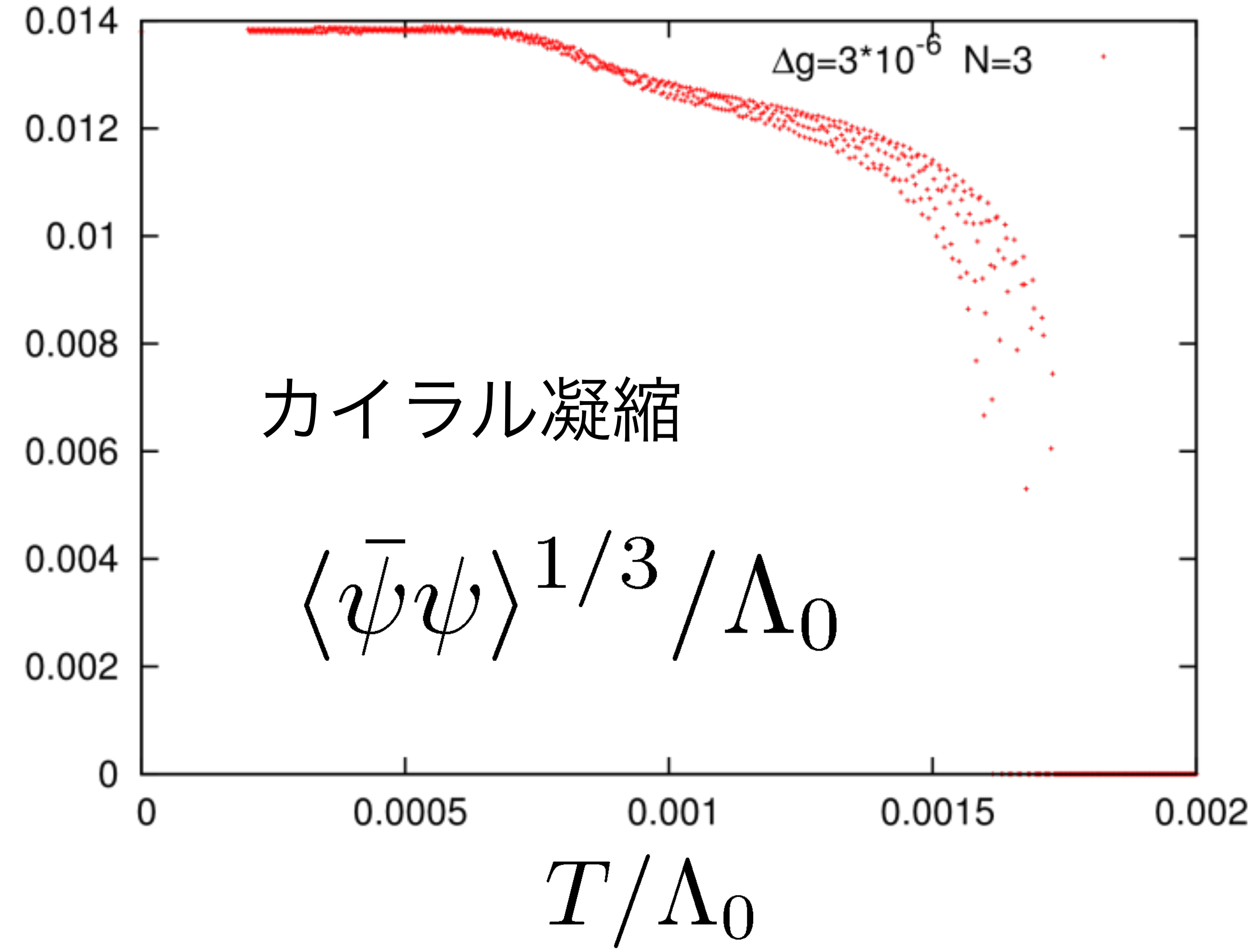
$$= \frac{32}{3} T \sum_{n=0}^{\infty}{}' (1 - {\omega_n}^2)^{3/2}$$



$N_\mathrm{f} = 3$



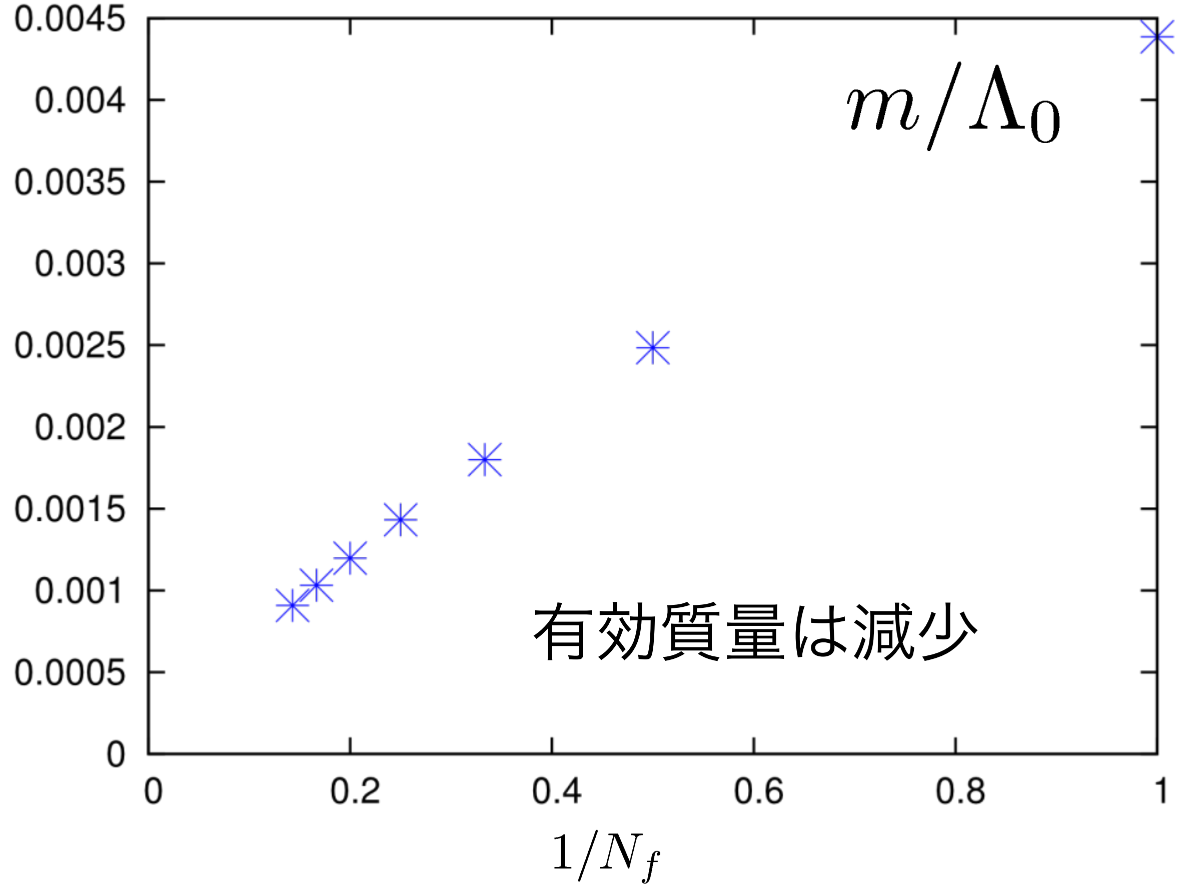
0.002
0.0018
0.0016
0.0014
0.0012
0.001
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0
0.0005
0.0015
Δg=3*10^-6 N=3
有効質量
m/Λ_0
T/Λ_0

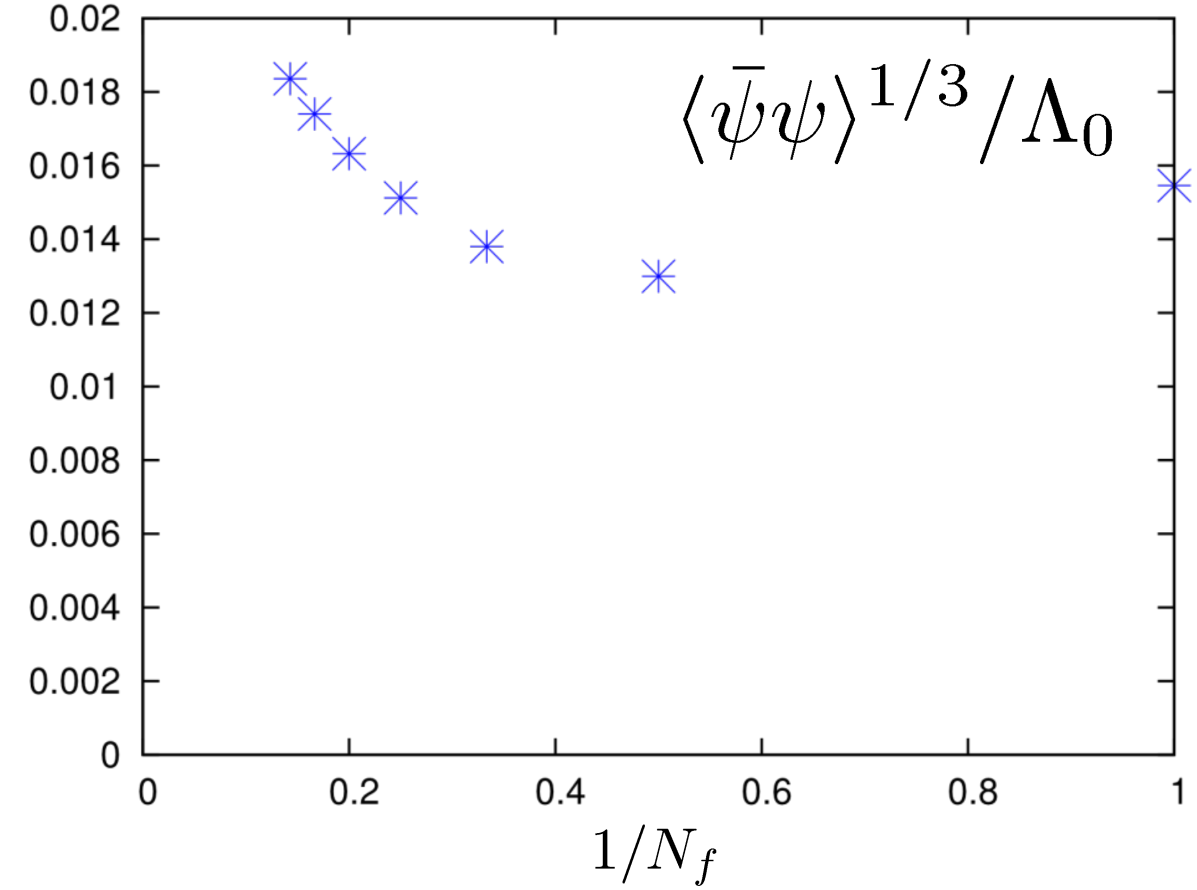


0.014
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
0.0005
0.001
0.0015
0.002
Δg=3*10^-6 N=3
カイラル凝縮
$\langle\bar{\psi}\psi\rangle^{1/3}/\Lambda_0$
T/Λ_0

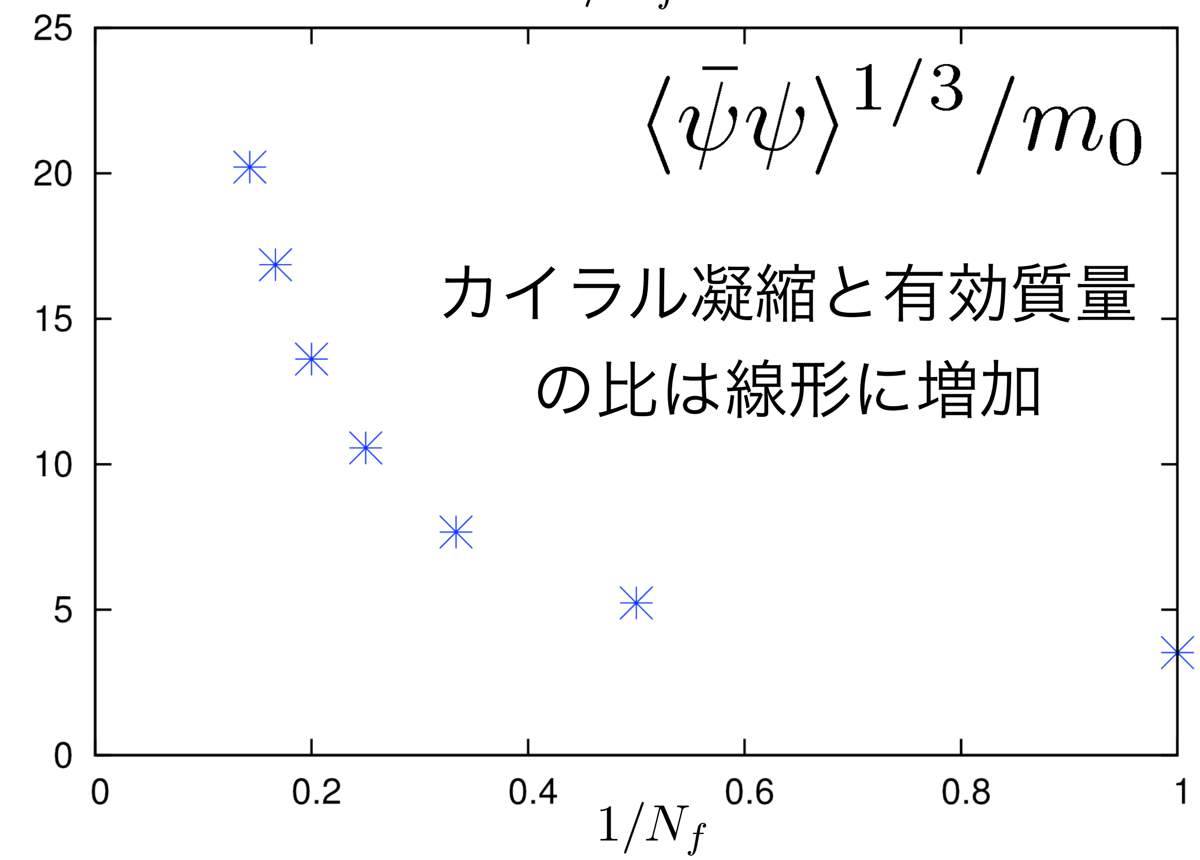
Nf 依存性1

裸の結合定数とカットオフを固定



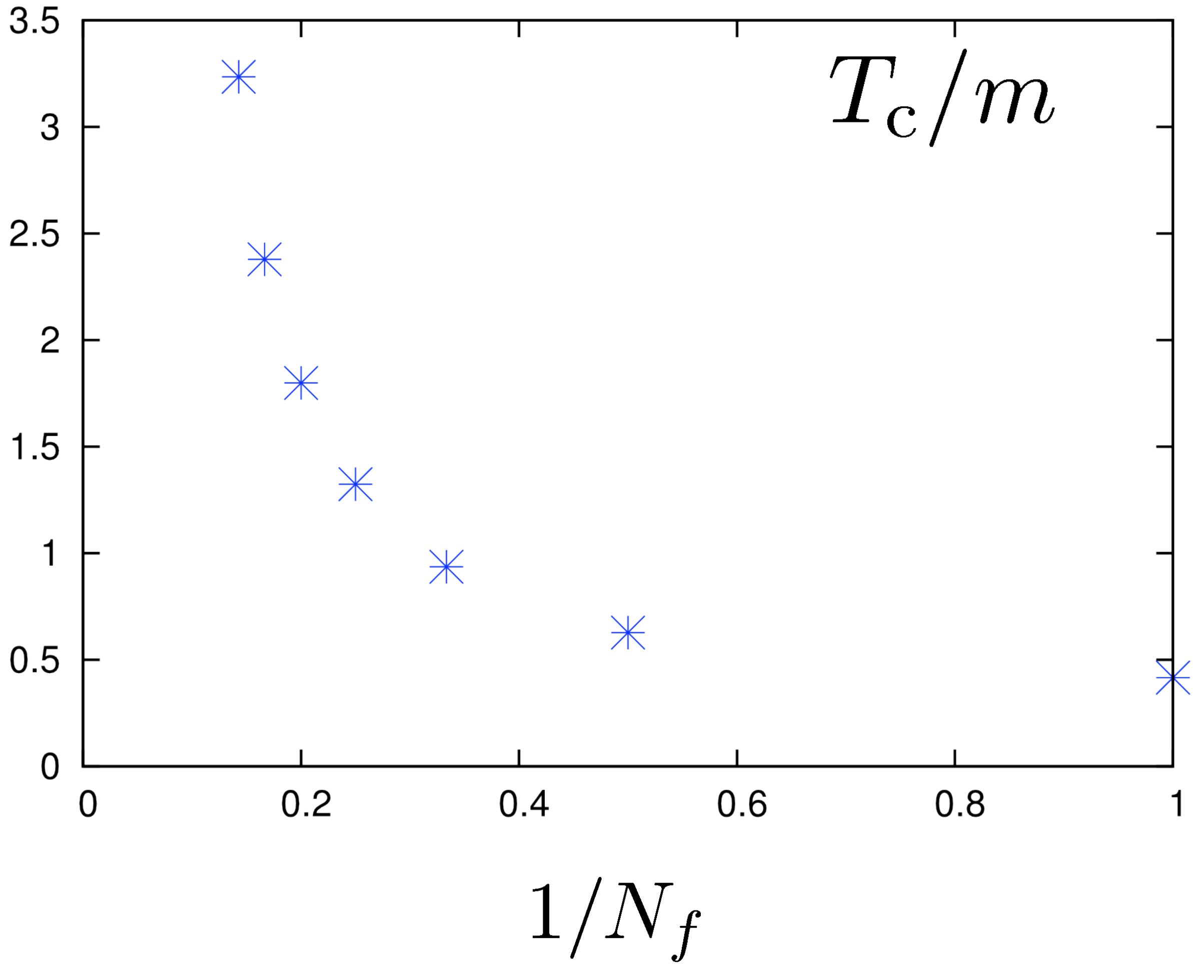


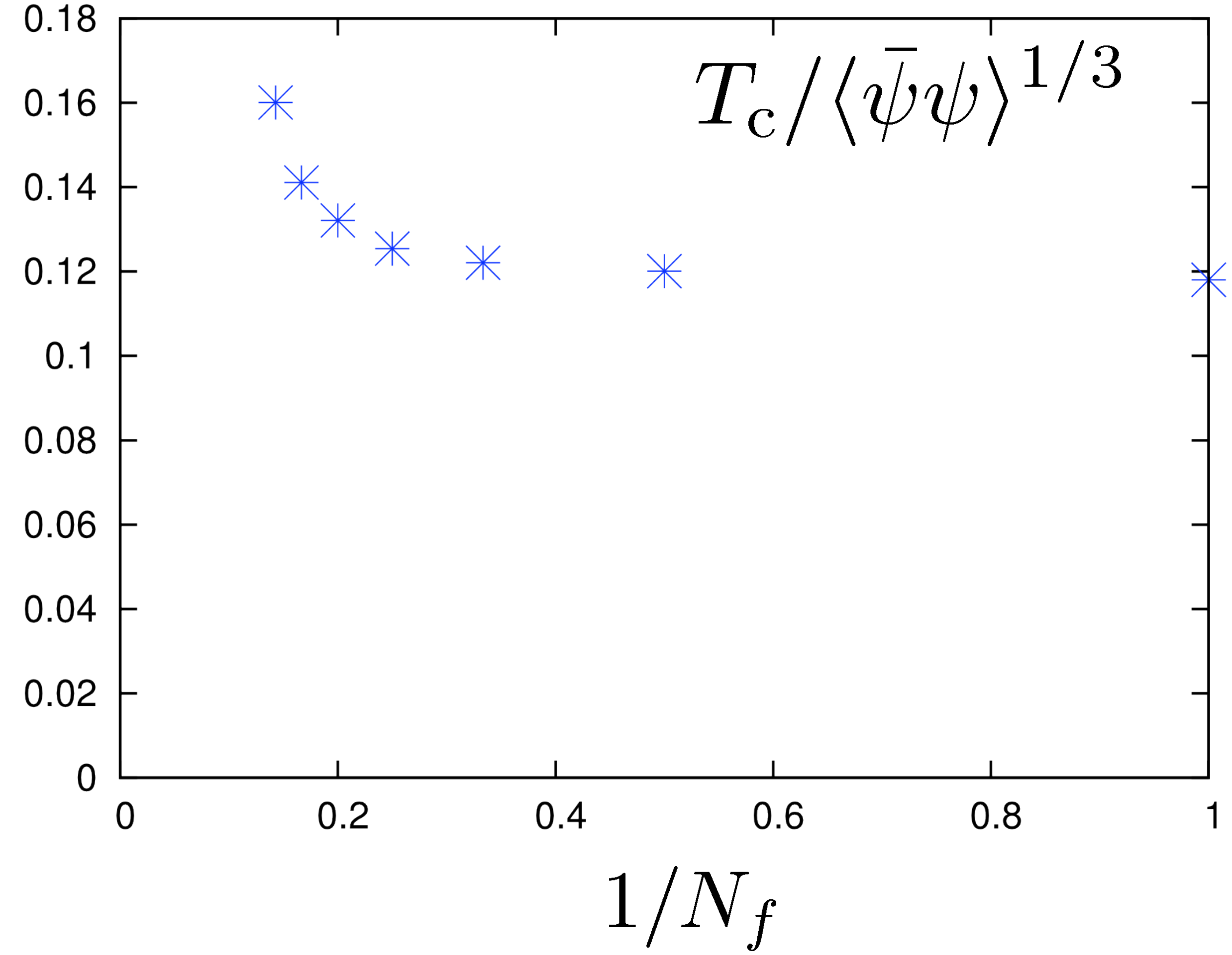
0温度の物理量



有効湯川結合が線形に
減少するモデルになっているため

カイラル相転移温度



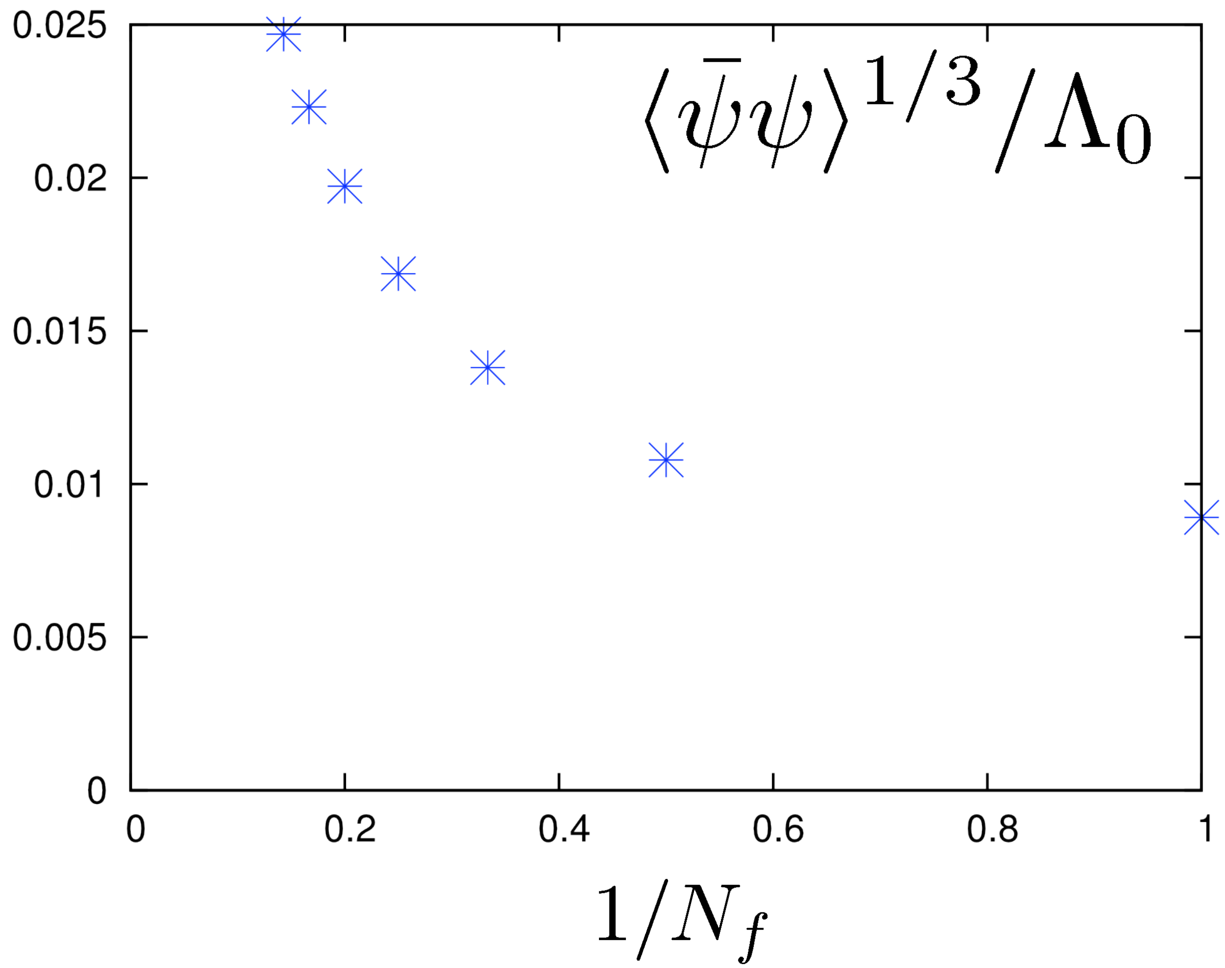


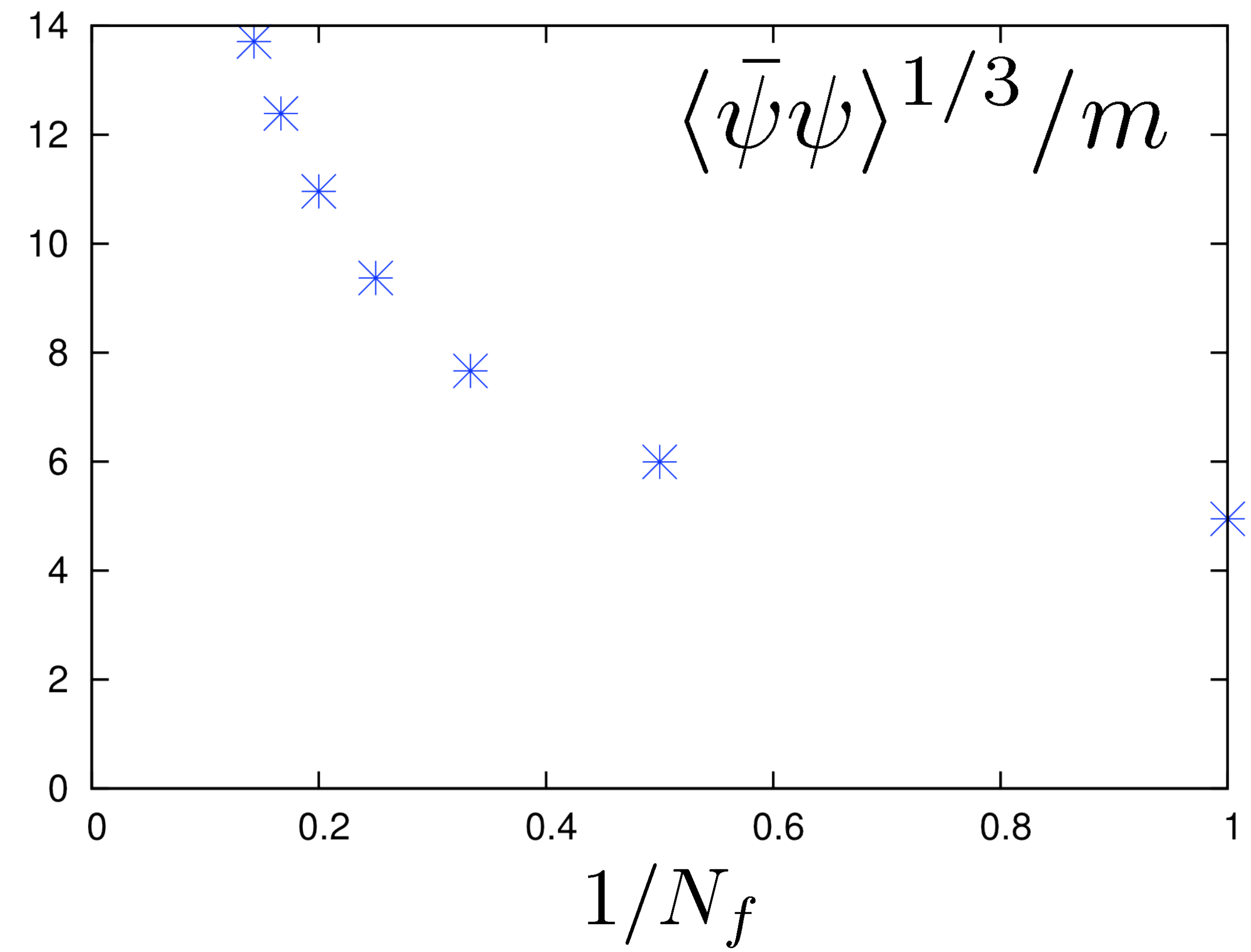
この領域では安定している

カイラル相転移の臨界温度は、有効質量とは相関せず、カイラル凝縮で特徴づけられている

Nf 依存性 2

$m/\Lambda_0 = 1.8 \times 10^{-3}$ を固定



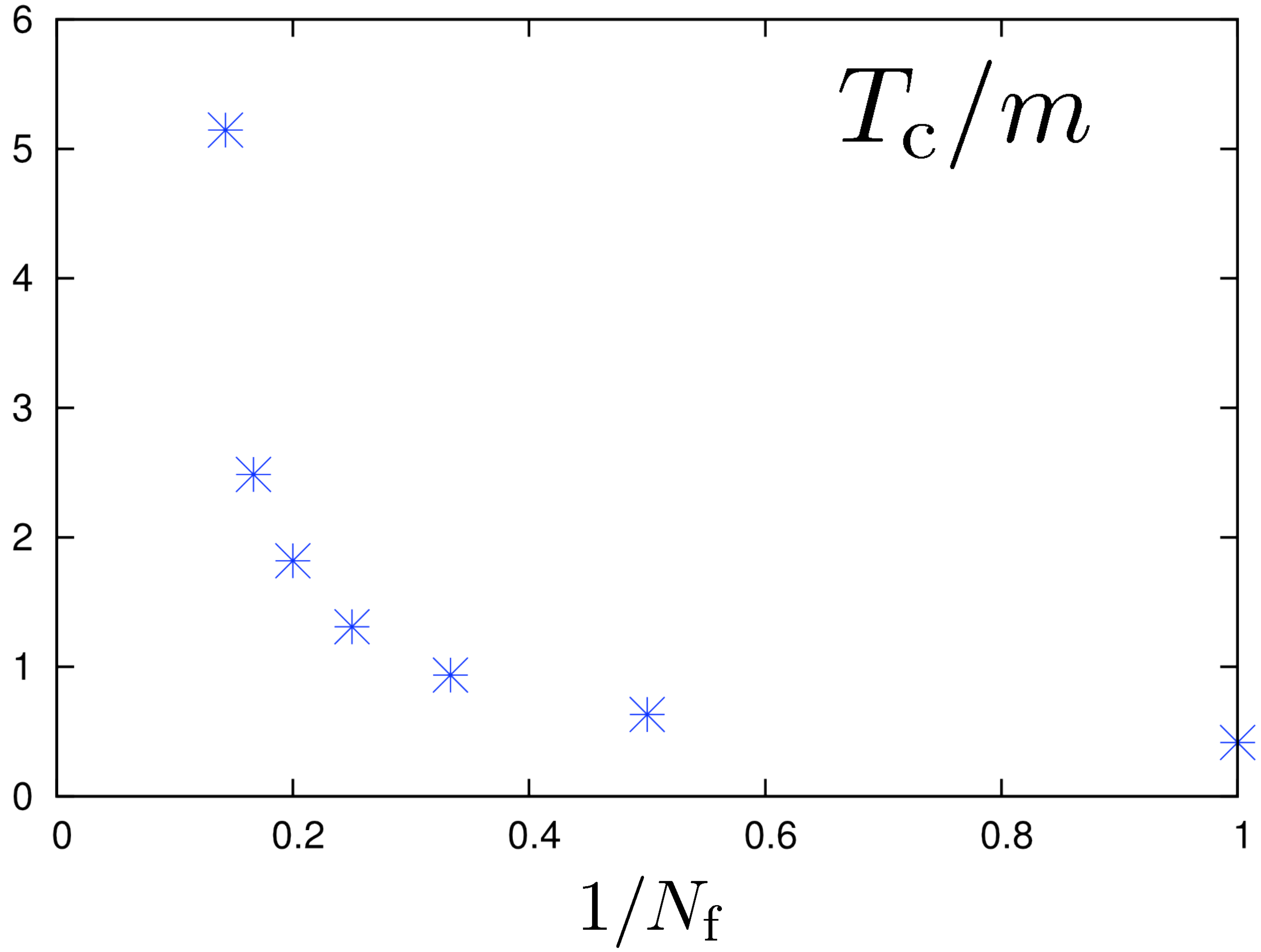


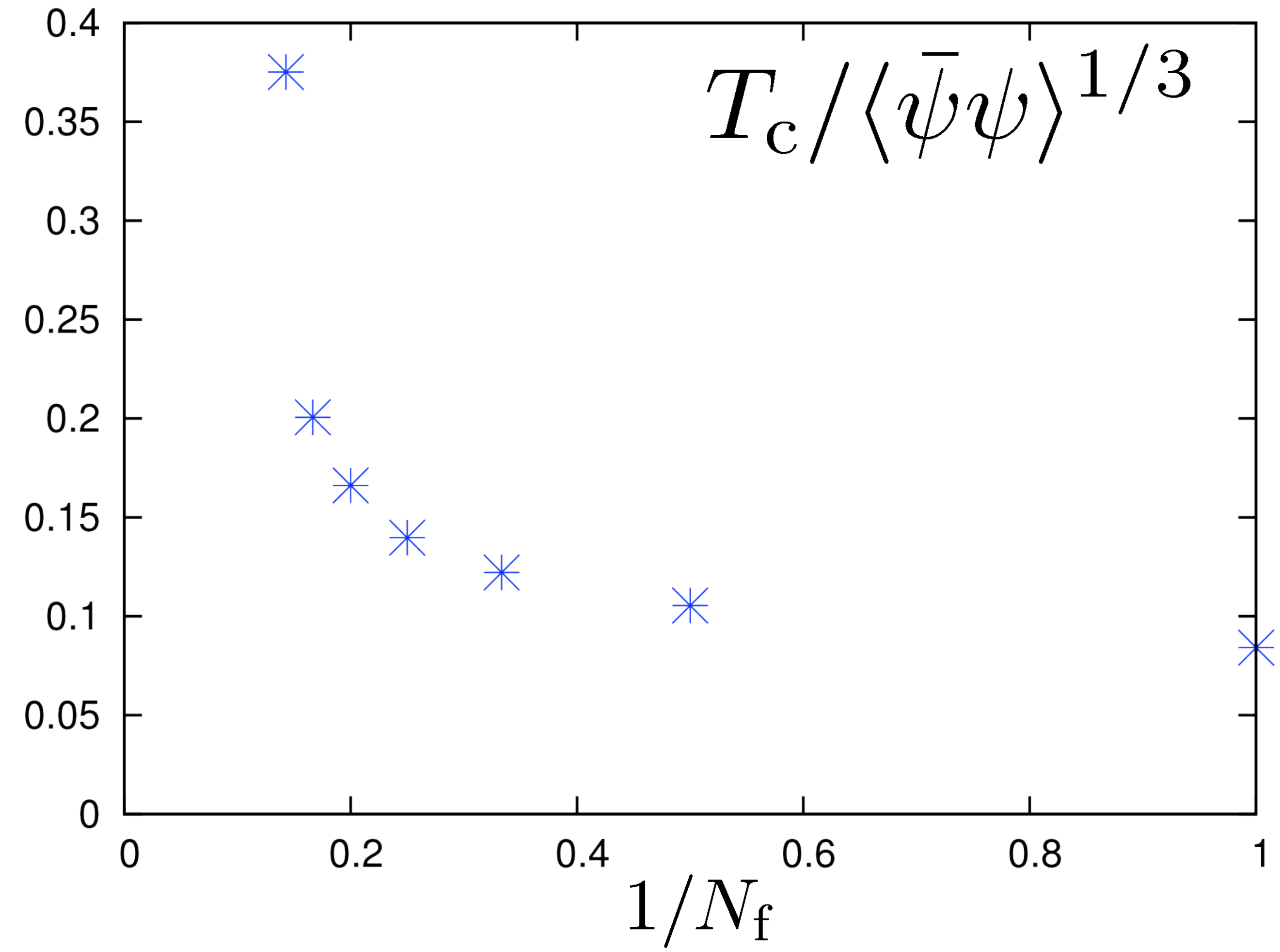
ゼロ温度の
物理量

くりこみ条件を変えても、ほぼ同じ構造である。
カイラル凝縮と有効質量の比は線形に増大

カイラル相転移温度

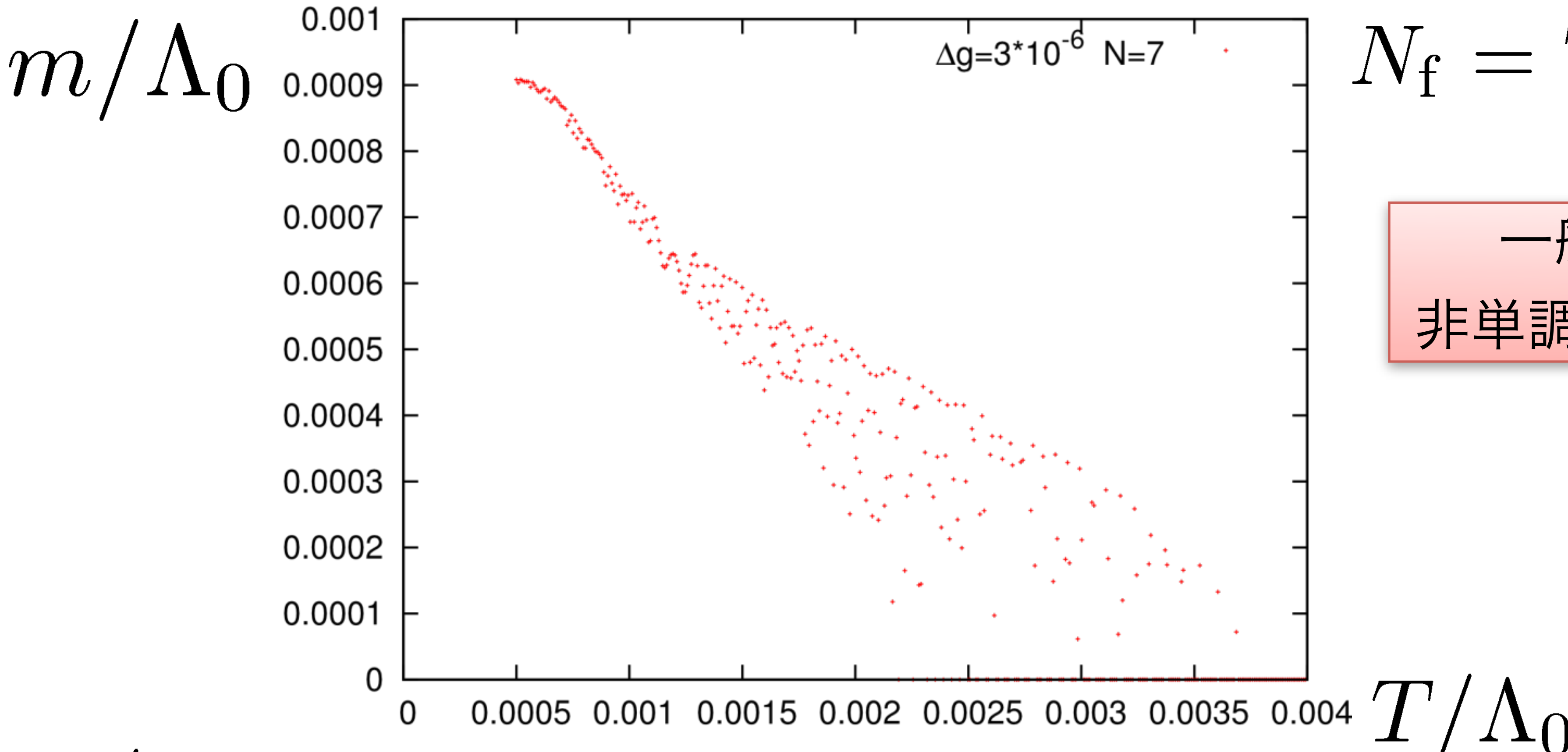
$m/\Lambda_0 = 1.8 \times 10^{-3}$ を固定





カイラル凝縮と温度の相関は、
この初期条件では、弱まっている。

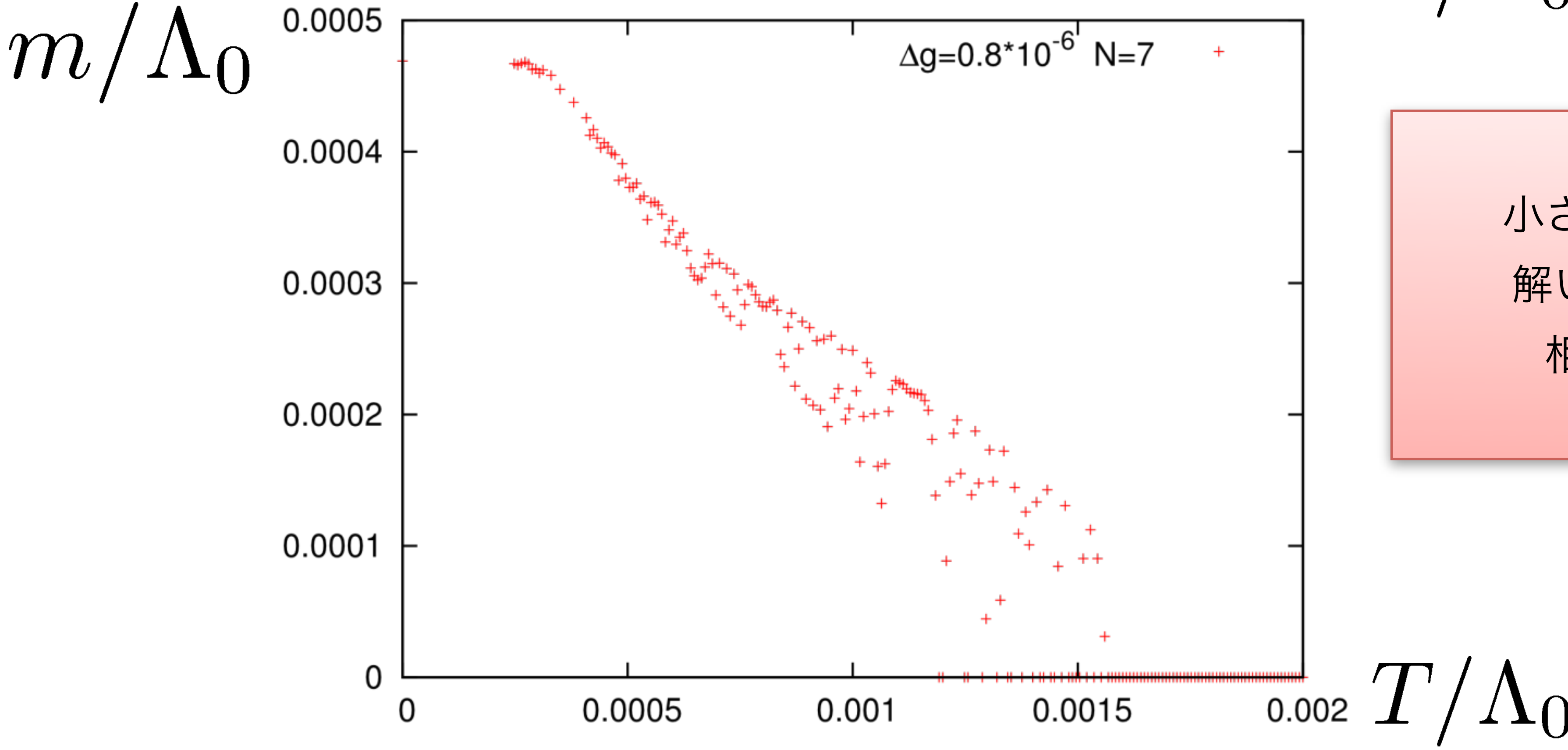
問題点１：温度効果関数の非単調性



$N_{\mathrm{f}} = 7$

一般に、N_{f} が大きくなると、
非単調性による振幅が大きくなる。

カットオフを２倍



非単調性による振幅は途中では
小さくなるが、マクロまでくりこみ群を
解いて有効質量が0の所を見て初めて、
相が確定するので、結局臨界温度の
不定性問題は解決しない。

問題点２：フレーバー数無限大の極限を単純に先にとってしまうと

$$
\begin{aligned}
\frac{dg_1^e}{dt} =& -2g_1^e + 2(2I - I_e)R^2 g_1^e g_2^e + 2Im^2R^2\left\{(g_1^e)^2 + (g_2^e)^2\right\},\\
\frac{dg_1^p}{dt} =& -2g_1^p + 2R^2(2I - I_p)g_1^p g_2^p + 2Im^2R^2\left\{(g_1^e)^2 + (g_2^e)^2\right\},\\
\frac{dg_2^e}{dt} =& -2g_2^e + (2I - I_e)R^2((g_1^e)^2 + (g_2^e)^2) + 4Im^2R^2 g_1^e g_2^e,\\
\frac{dg_2^p}{dt} =& -2g_2^p + (2I - I_p)R^2((g_1^p)^2 + (g_2^p)^2) + 4Im^2R^2 g_1^p g_2^p,\\
\frac{dm}{dt} =& m
\end{aligned}
$$

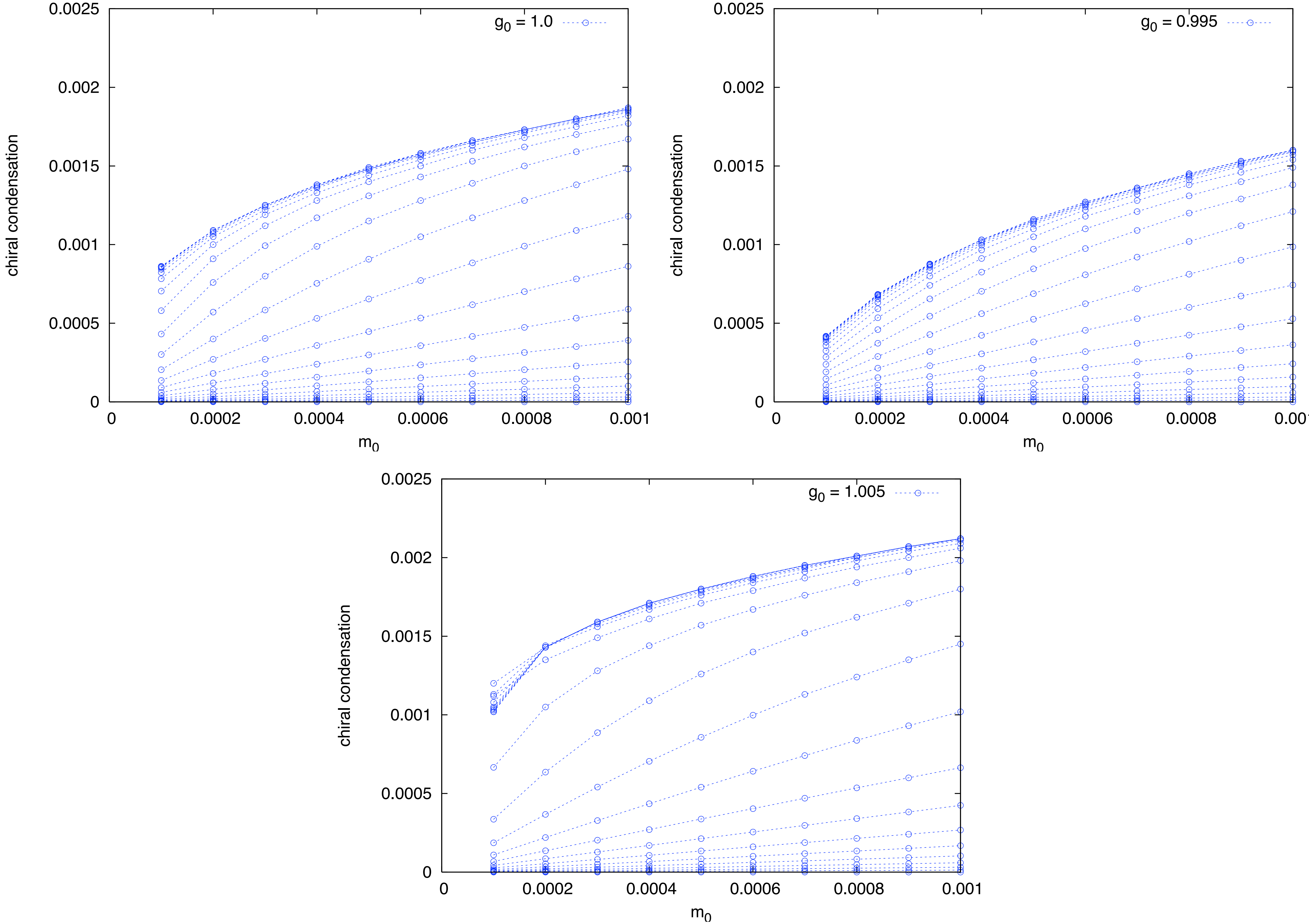
有効質量のくりこみ群方程式から非摂動項が消えてしまう

⇓

カイラル対称性が破れない？

まとめ（有限温度への拡張の部分）

- ゼロ温度系で開発した方法：有効質量、カイラル凝縮を4-fermi operator 空間内での完全ベータ関数による非摂動くりこみ群で計算する方法を、有限温度に拡張した。
- 特に、フレーバー数を変数として、完全なカイラル対称性を課した相互作用空間で解析を行った。（これはゲージ理論を調べるための準備段階でもある。）
- 有限温度におけるカイラル相転移温度を評価することが可能であった。相転移温度は、フレーバー数を変えた時には、有効質量との相関は低く、カイラル凝縮と良く対応している。
- 問題点：
  - 温度効果関数の非単調性のために、相転移温度の評価が微妙になる。初期カットオフが大きくても、くりこみ群を解いていけば、必ず、マクロ側で温度と同等な大きさのカットオフの領域に入り非単調性がflow に影響する。臨界温度を求めるには、質量0の近傍を調べる必要がるため、最終的には、初期カットオフによらない不定性が発生する。
  - 単純に large N_f 極限をとると、有効質量の非摂動的発展の項がなくなり、カイラル対称性の破れがなくなるように見えるが、これは初期条件とモデルに依存する問題であり、くりこみ可能なゲージ理論で直接解析する必要性を示している。



chiral condensation
m0
g0 = 1.0
g0 = 0.995
g0 = 1.005
0.0025
0.002
0.0015
0.001
0.0005
0
0.0002
0.0004
0.0006
0.0008
0.001

カイラル不変な4フェルミ相互作用

$$\mathrm{SU}(N_\mathrm{c}) \times \mathrm{SU}(N_\mathrm{f})_\mathrm{L} \times \mathrm{SU}(N_\mathrm{f})_\mathrm{R} \times \mathrm{U}(1) \times \mathrm{Parity}$$

$$\mathcal{O}_1 = (\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 - (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi)^2$$
$$\mathcal{O}_2 = (\bar{\psi}\gamma_\mu\psi)^2 + (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi)^2$$
$$\mathcal{O}_\mathrm{f2} = (\bar{\psi}\gamma_\mu\lambda^a\psi)^2 + (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\lambda^a\psi)^2$$

$$\mathcal{O}_\mathrm{c1} = (\bar{\psi}\gamma_\mu T^a\psi)^2 - (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu T^a\psi)^2$$
$$\mathcal{O}_\mathrm{c2} = (\bar{\psi}\gamma_\mu T^a\psi)^2 + (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu T^a\psi)^2$$
$$\mathcal{O}_\mathrm{fc2} = (\bar{\psi}\gamma_\mu\lambda^a T^b\psi)^2 + (\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\lambda^a T^b\psi)^2$$

Gell-Mann matrix

$$\lambda^a : \mathrm{SU}(N_\mathrm{f})$$
$$T^a : \mathrm{SU}(N_\mathrm{c})$$

ゲージ理論への適用

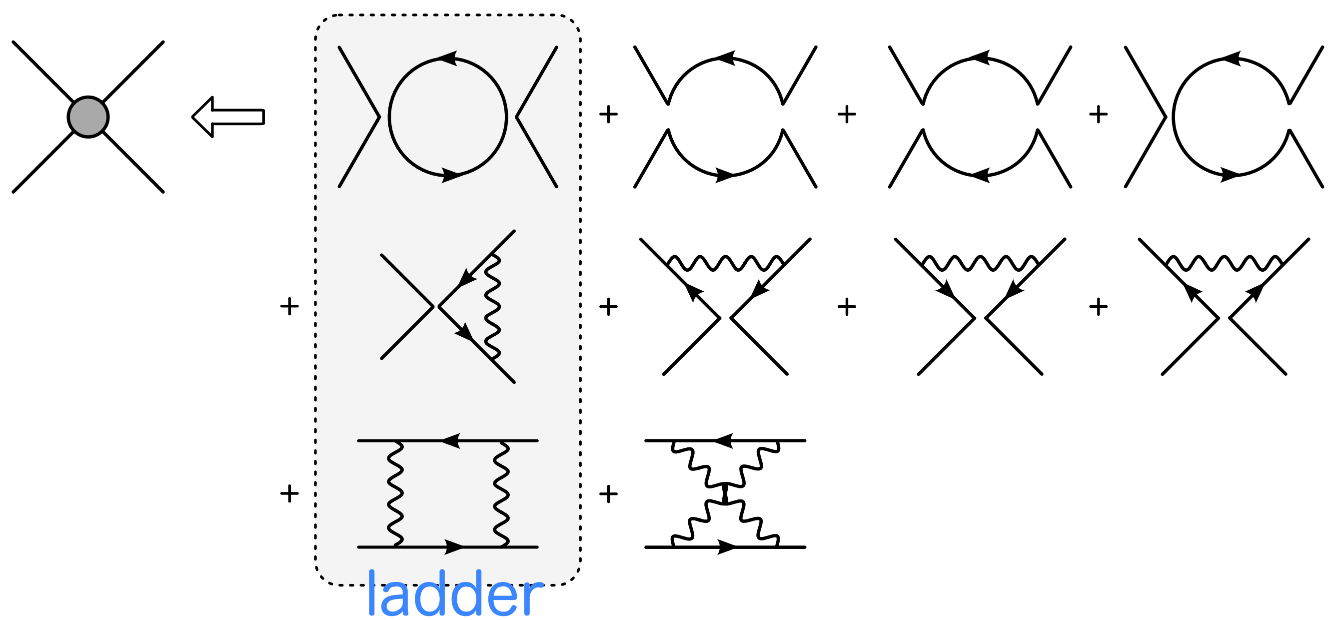
Wilsonian effective action

$$S_{\mathrm{eff}}[\bar{\psi},\psi,A;t]=\int d^4x\left\{\bar{\psi}(\partial\!\!\!/-g_s A\!\!\!/)\psi+V_{\mathrm{eff}}(\bar{\psi},\psi;t)+\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2+\frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu A^a_\mu)^2\right\}$$

$$V_{\mathrm{eff}}(\bar{\psi},\psi;t)=-m(m_0;t)\bar{\psi}\psi-\frac{1}{2N_{\mathrm{f}}N_{\mathrm{c}}}\Big\{G_1(t)\mathcal{O}_1+G_2(t)\mathcal{O}_2$$
$$+G_{\mathrm{f2}}(t)\mathcal{O}_{\mathrm{f2}}+G_{\mathrm{c1}}(t)\mathcal{O}_{\mathrm{c1}}+G_{\mathrm{c2}}(t)\mathcal{O}_{\mathrm{c2}}+G_{\mathrm{fc2}}(t)\mathcal{O}_{\mathrm{fc2}}\Big\}$$

非摂動くりこみ群方程式の導出（Wegner-Houghton eq.+LPA）

＊Landauゲージ固定： $\alpha=0$



4-fermi couplingのbeta関数で評価されるダイアグラム

O_{f2}, O_{fc2}は、ゲージ相互作用や他の4フェルミ相互作用（G_1,G_2,G_{c1},G_{c2}）から生成されない

G_1,G_2,G_{c1},G_{c2},α_s,の部分理論空間でくりこみ群を解析する

非摂動くりこみ群方程式

$$\alpha_{\rm s} = g_{\rm s}^2/4\pi$$
$$g_i = G_i/4\pi^2$$
$$R = 1/(1+m^2)$$

$$\begin{aligned}
\frac{dg_1}{dt} = -2g_1 \quad + \quad & \frac{R^2}{N_{\rm f}N_{\rm c}}\Big\{3g_1^2 + \frac{3}{4}\Big(1-\frac{1}{N_{\rm c}^2}\Big)g_{\rm c1}^2 + 2(N_{\rm f}N_{\rm c}+1)g_1g_2 + \Big(N_{\rm c}-\frac{1}{N_{\rm c}}\Big)g_1g_{\rm c2} \\
& +2m^2\Big(N_{\rm f}N_{\rm c}g_1^2 + (N_{\rm f}N_{\rm c}+2)g_2^2 + \Big(N_{\rm c}-\frac{1}{N_c}\Big)g_2g_{\rm c2}\Big)\Big\} \\
& +\frac{3}{4\pi}\Big(1-\frac{1}{N_{\rm c}^2}\Big)R^2g_{\rm c1}\alpha_{\rm s} + \frac{3N_{\rm f}N_{\rm c}}{16\pi^2}\Big(1-\frac{1}{N_{\rm c}^2}\Big)R^2\alpha_{\rm s}^2
\end{aligned}$$

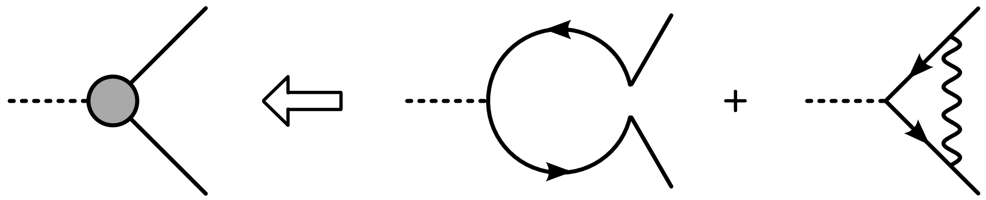
$$\begin{aligned}
\frac{dg_2}{dt} = -2g_2 \quad + \quad & \frac{R^2}{N_{\rm f}N_{\rm c}}\Big\{N_{\rm f}N_{\rm c}g_1^2 + (N_{\rm f}N_{\rm c}-1)g_2^2 + \frac{3}{4}\Big(1-\frac{1}{N_{\rm c}^2}\Big)g_{\rm c2}^2 + \Big(N_{\rm c}-\frac{1}{N_{\rm c}}\Big)g_2g_{\rm c2} \\
& +2m^2\Big(2(N_{\rm f}N_{\rm c}+1)g_1g_2 + \Big(N_{\rm c}-\frac{1}{N_{\rm c}}\Big)g_1g_{\rm c2}\Big)\Big\} \\
& -\frac{3}{4\pi}\Big(1-\frac{1}{N_{\rm c}^2}\Big)R^2g_{\rm c2}\alpha_{\rm s} + \frac{3N_{\rm c}}{4\pi}\Big(1-\frac{1}{N_{\rm c}^2}\Big)m^2R^2g_1\alpha_{\rm s} - \frac{3N_{\rm f}N_{\rm c}}{16\pi^2}\Big(1-\frac{1}{N_{\rm c}^2}\Big)R^2\alpha_{\rm s}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dg_{\rm c1}}{dt} = -2g_{\rm c1} \quad + \quad & \frac{R^2}{N_{\rm f}N_{\rm c}}\Big\{2\Big(N_{\rm c}-\frac{3}{2N_{\rm c}}\Big)g_{\rm c1}^2 + 6g_1g_{\rm c1} + \Big(N_{\rm f}-\frac{1}{N_{\rm c}}\Big)g_{\rm c1}g_{\rm c2} + 2g_2g_{\rm c1} \\
& +m^2N_{\rm f}g_{\rm c1}^2 + m^2\Big(N_{\rm f}-\frac{2}{N_{\rm c}}\Big)g_{\rm c2}^2 + 4m^2g_2g_{\rm c2}\Big\} \\
& +\frac{3}{\pi}R^2\Big\{g_1 + \frac{1}{2}\Big(N_{\rm c}-\frac{2}{N_{\rm c}}\Big)g_{\rm c1}\Big\}\alpha_{\rm s} + \frac{9N_{\rm f}N_{\rm c}}{32\pi^2}\Big(N_{\rm c}-\frac{8}{3N_{\rm c}}\Big)R^2\alpha_{\rm s}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dg_{\rm c2}}{dt} = -2g_{\rm c2} \quad + \quad & \frac{R^2}{N_{\rm f}N_{\rm c}}\Big\{\frac{1}{2}\Big(N_{\rm f}+N_{\rm c}+\frac{4}{N_{\rm c}}\Big)g_{\rm c2}^2 + \frac{N_{\rm f}}{2}g_{\rm c1}^2 - 4g_2g_{\rm c2} + 2m^2\Big(N_{\rm f}-\frac{1}{N_{\rm c}}\Big)g_{\rm c1}g_{\rm c2} + 4m^2g_2g_{\rm c1}\Big\} \\
& -\frac{3}{\pi}R^2\Big(g_2-\frac{1}{N_{\rm c}}g_{\rm c2}\Big)\alpha_{\rm s} - \frac{3}{4\pi}\frac{1}{N_{\rm c}}m^2R^2g_{\rm c1}\alpha_{\rm s} - \frac{3}{32\pi^2}N_{\rm f}N_{\rm c}\Big(N_{\rm c}-\frac{8}{N_{\rm c}}\Big)R^2\alpha_{\rm s}^2
\end{aligned}$$

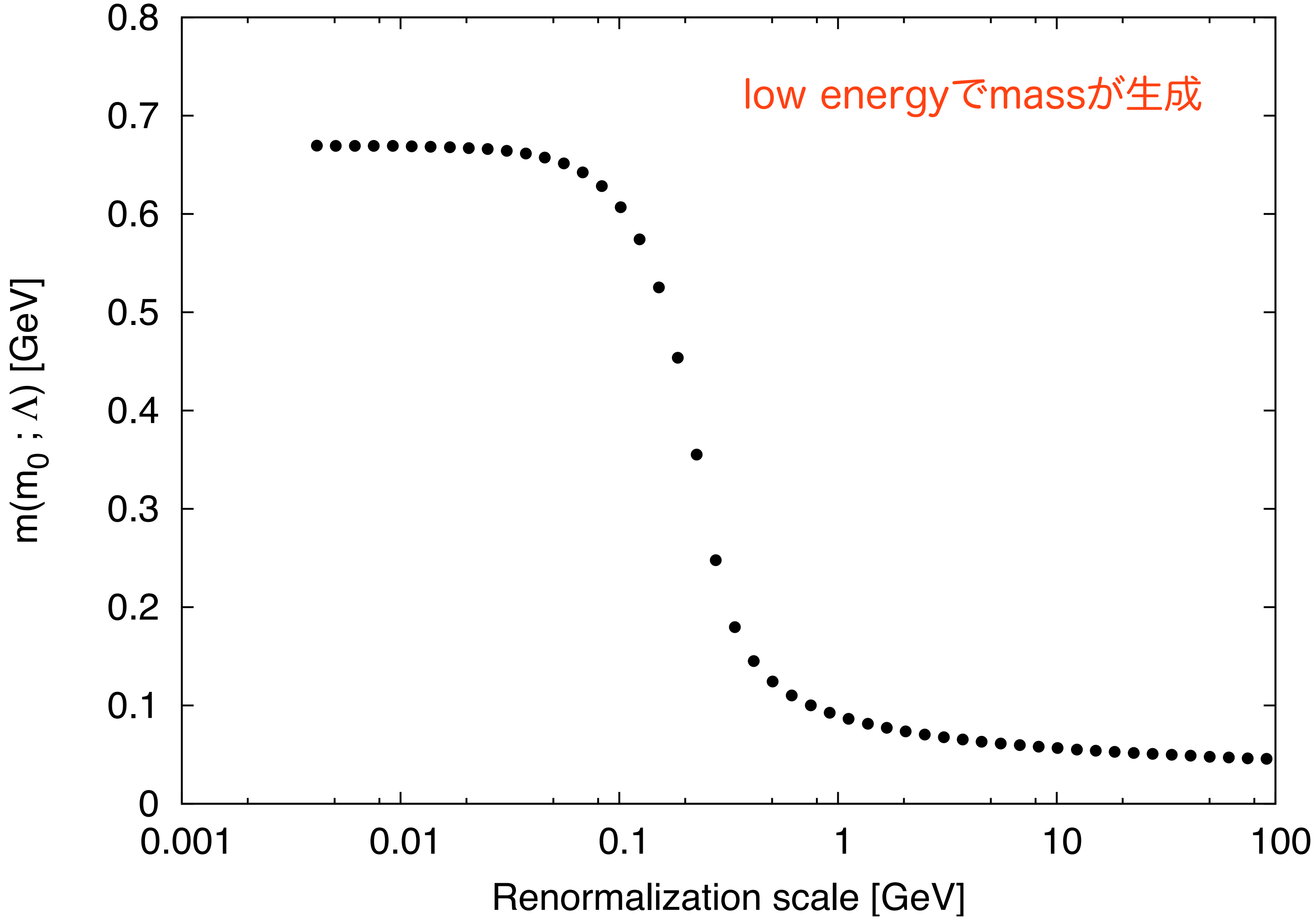
質量オペレータのくりこみ群

有効質量オペレータのくりこみ群方程式



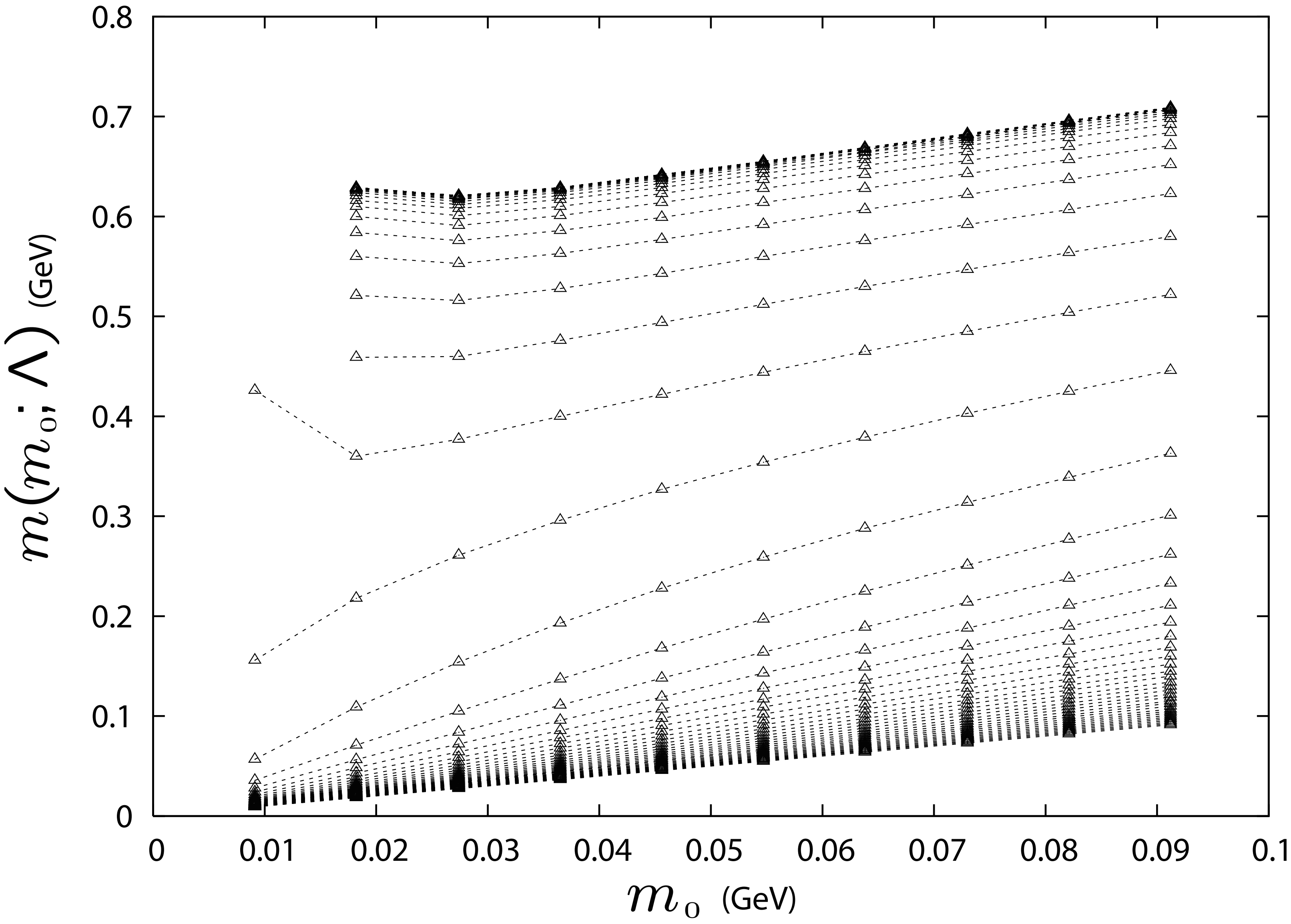
ladder diagramのみが寄与

$$\frac{dm}{dt} = m + \frac{mR}{N_\mathrm{f} N_\mathrm{c}} \left\{ 2g_1 + N_\mathrm{c}\left(1 - \frac{1}{N_\mathrm{c}^2}\right) g_{\mathrm{c}1} \right\} + \frac{3mR}{4\pi}\left(N_\mathrm{c} - \frac{1}{N_\mathrm{c}}\right)\alpha_\mathrm{s}$$



$N_\mathrm{f} = 3,\ N_\mathrm{c} = 3$

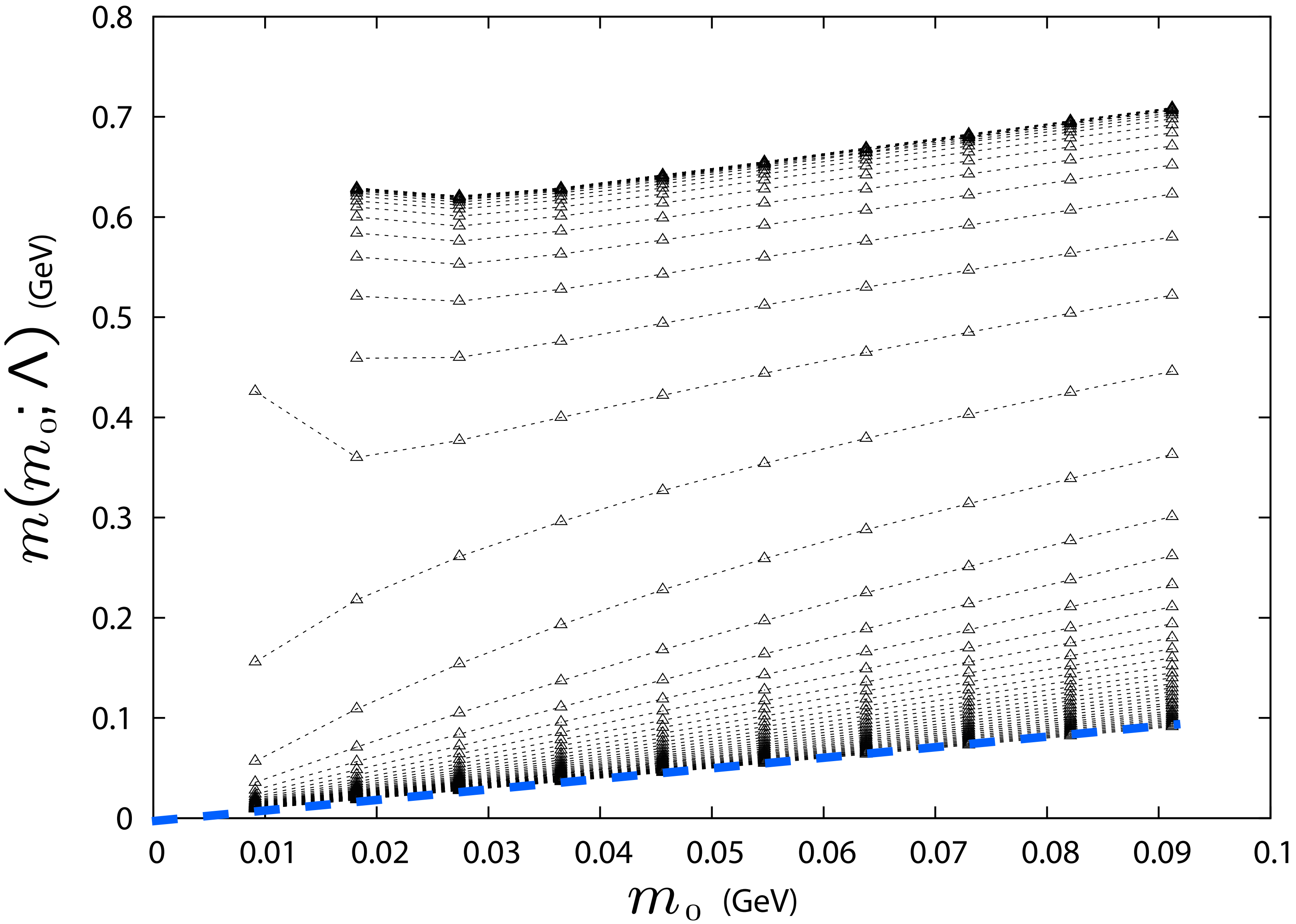
$m_0 = 50\ \mathrm{MeV}$



0 bare mass limitをとると・・・

高いくりこみ群スケールではゼロになるのに対して、

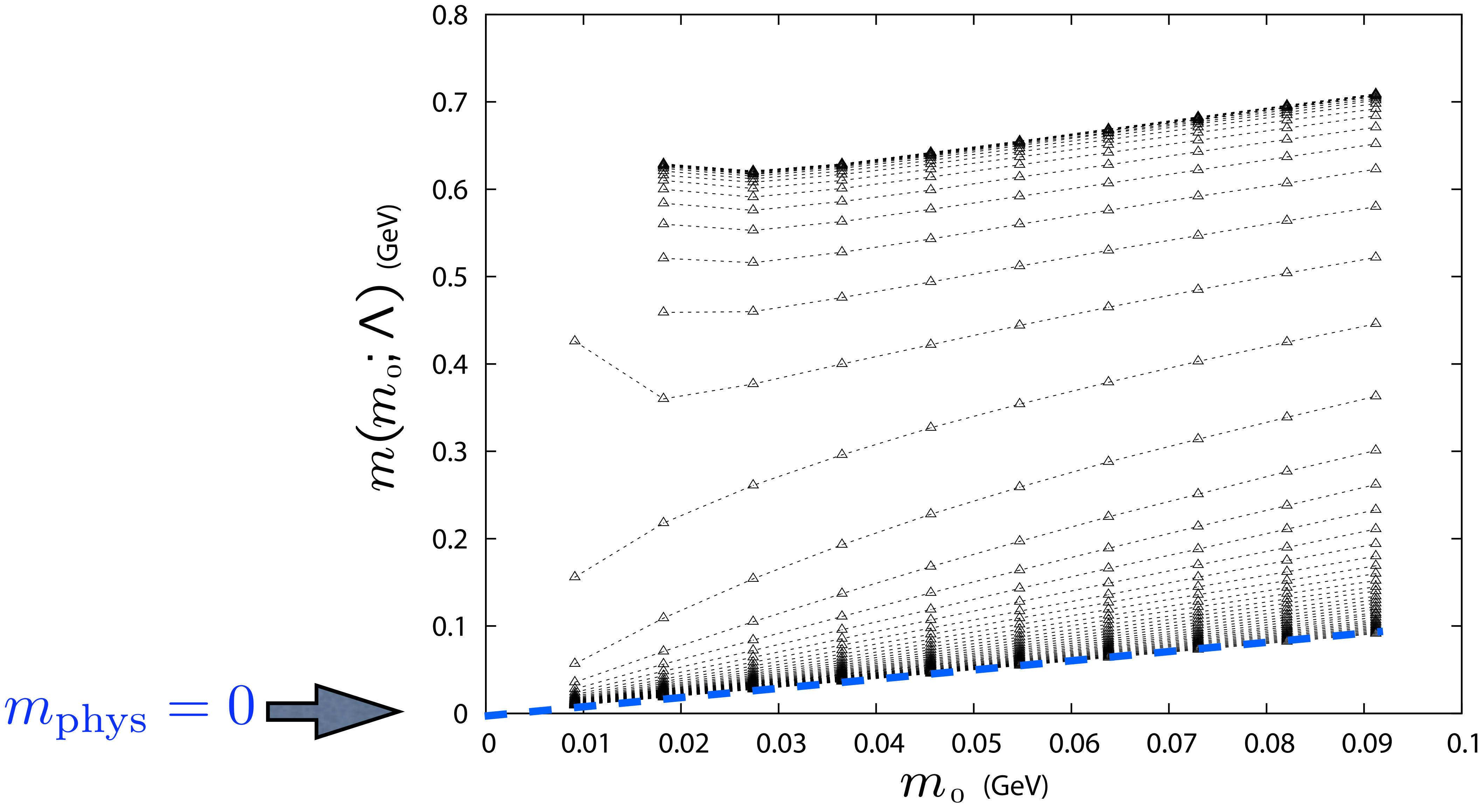
あるくりこみ群スケール以下では0でない有限値をもつ



0 bare mass limitをとると・・・

高いくりこみ群スケールではゼロになるのに対して、

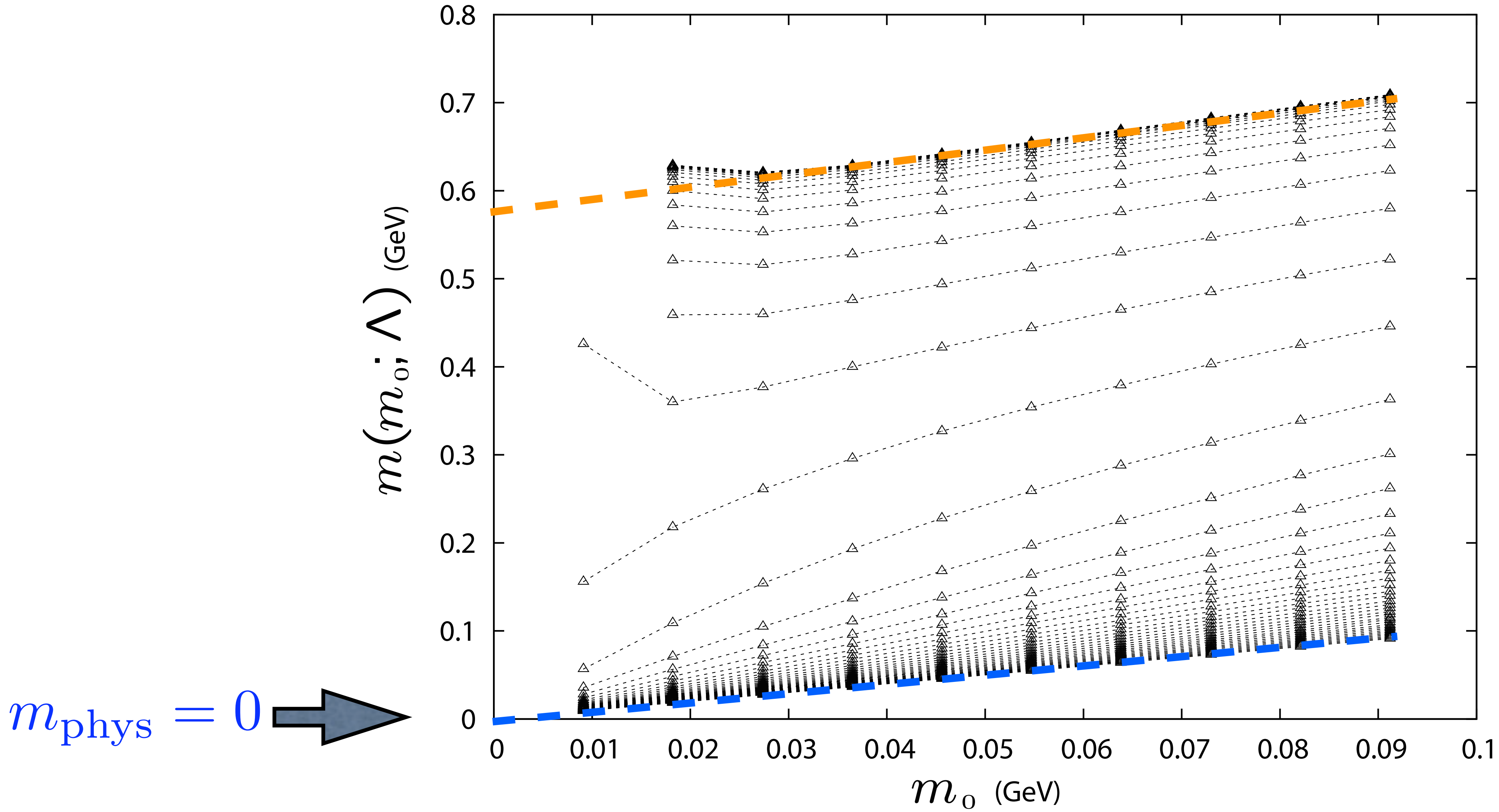
あるくりこみ群スケール以下では0でない有限値をもつ



0 bare mass limitをとると・・・

高いくりこみ群スケールではゼロになるのに対して、

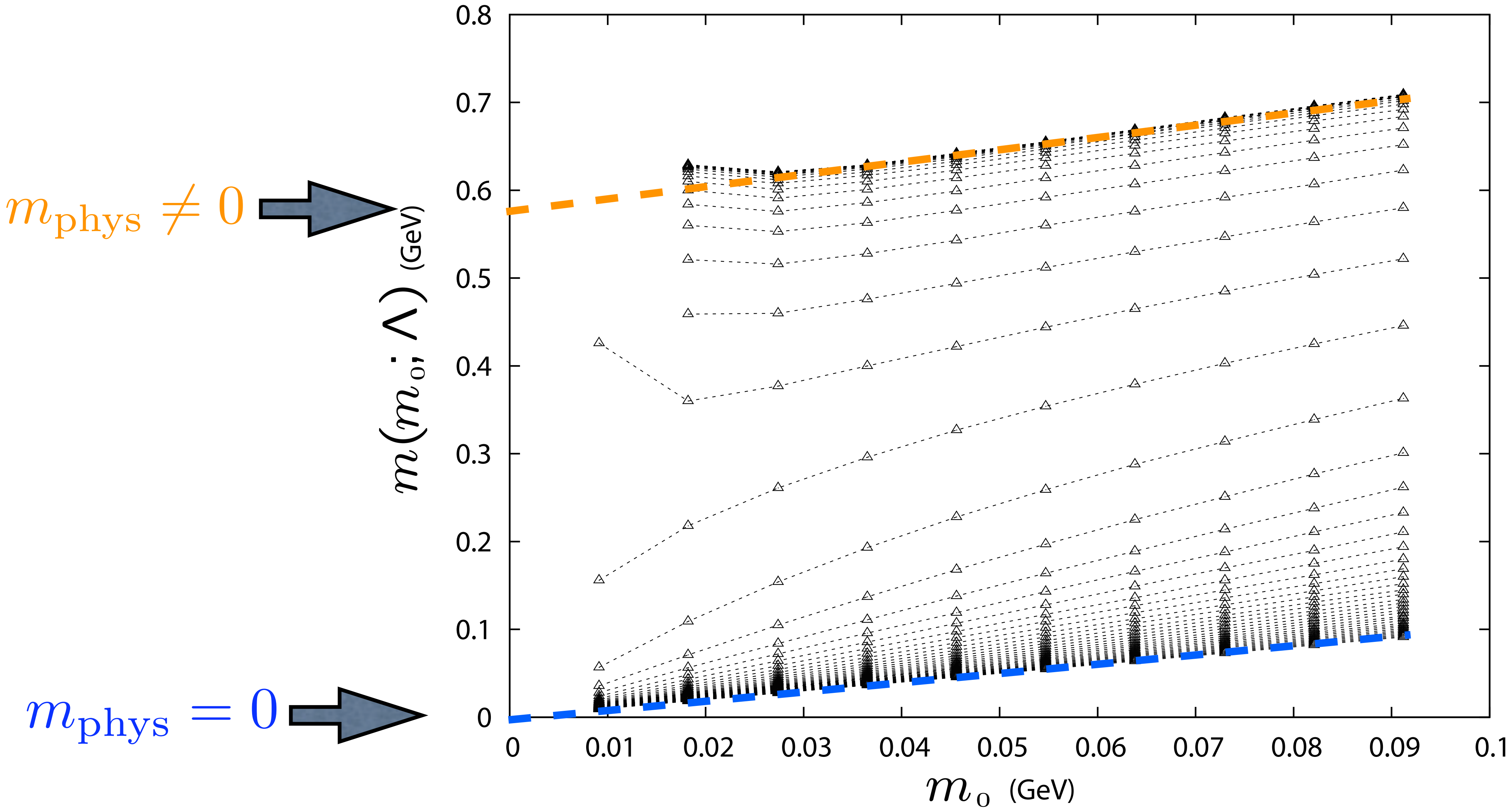
あるくりこみ群スケール以下では0でない有限値をもつ



0 bare mass limitをとると・・・

高いくりこみ群スケールではゼロになるのに対して、

あるくりこみ群スケール以下では0でない有限値をもつ

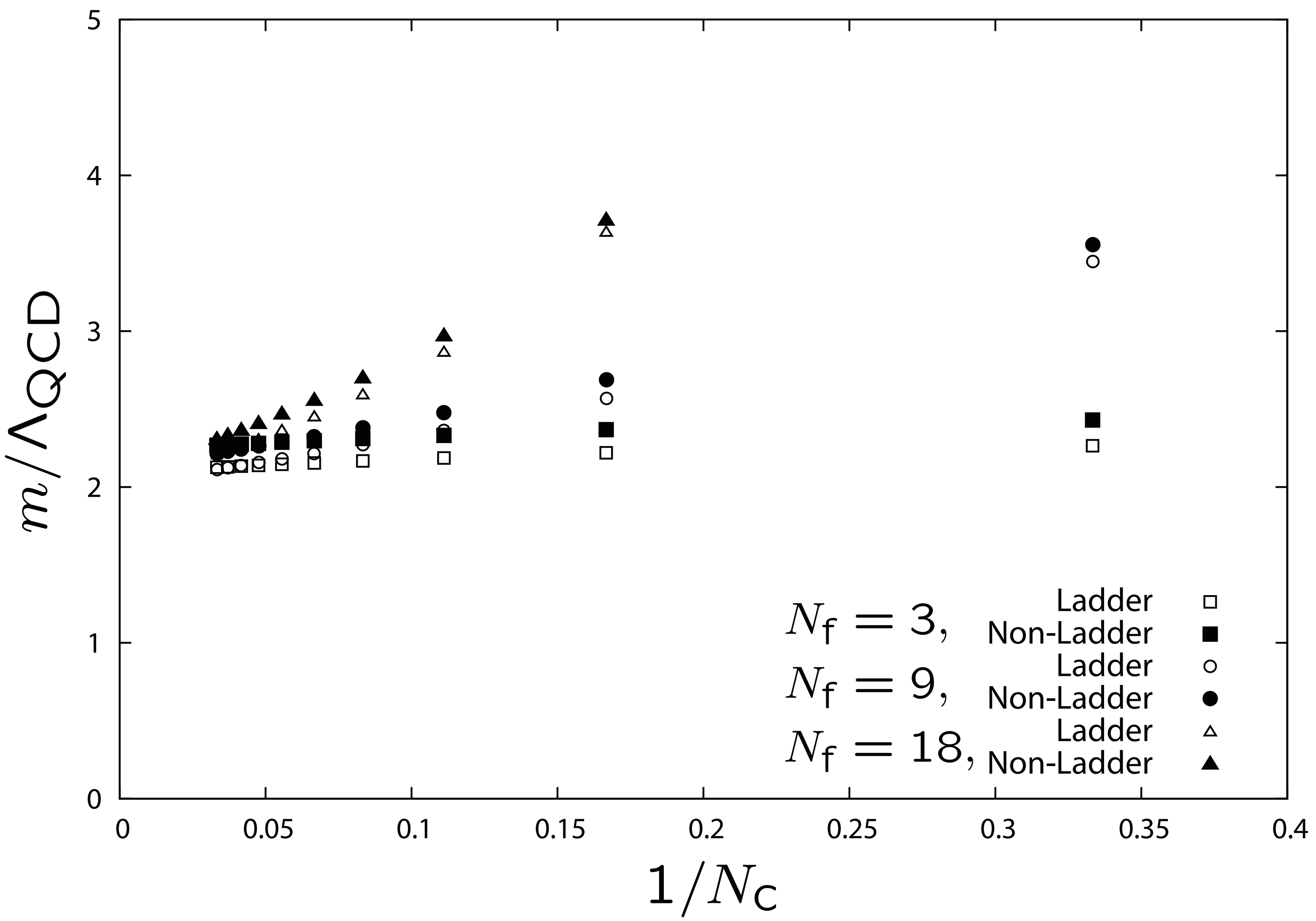


0 bare mass limitをとると・・・

高いくりこみ群スケールではゼロになるのに対して、

あるくりこみ群スケール以下では0でない有限値をもつ

effective mass



	N_f=3		N_f=9		N_f=18	
N_c	ladder	non-ladder	ladder	non-ladder	ladder	non-ladder
3	2.26	2.43	3.45	3.56	-	-
6	2.22	2.73	2.57	2.69	3.63	3.71
9	2.19	2.33	2.36	2.48	2.86	2.97
18	2.15	2.29	2.18	2.29	2.36	2.46

まとめ（0温度・ゲージ理論）

- 一般的なゲージ理論におけるカイラル対称性の自発的破れを、くりこみ群の初期スケールでbare massをもたせることで、質量を生成させることができ、そのbare mass 0極限をとることでその大きさをもとめた。
- その large Nc極限ではNf依存性がなくなる
- 問題点と課題
    - カイラル凝縮の評価
    - 新たに生成されるカイラル対称性をもたない（高次の）オペレータによる寄与の評価
    - 有限温度系への拡張