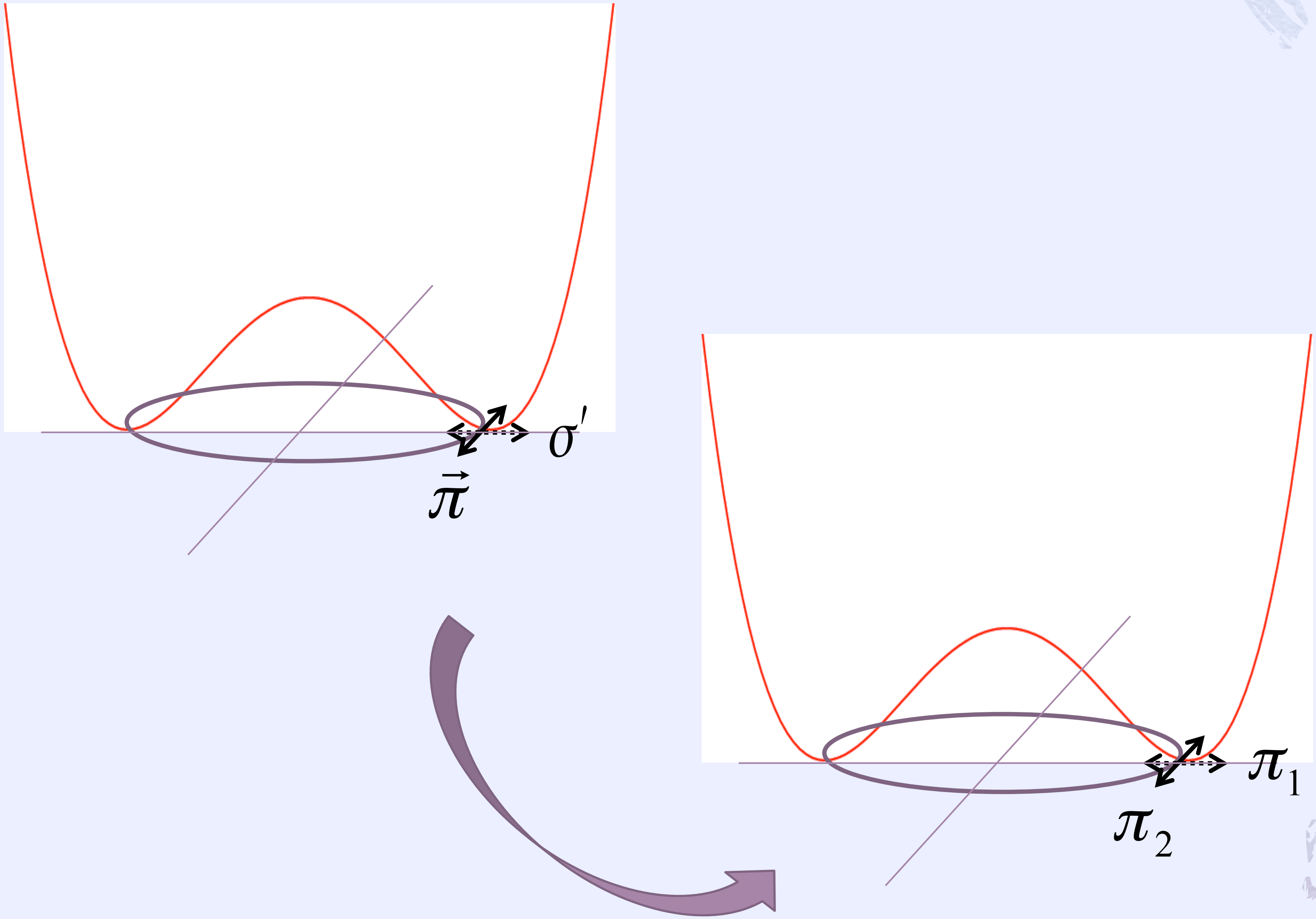
有限アイソスピン化学ポテンシャルのもとでのクォーク・反クォーク対凝縮

福岡教育大学
松崎昌之

- 有限アイソスピン化学ポテンシャル（$\mu_I = \mu_u - \mu_d$） --- （$\mu_B = \mu_u + \mu_d = 0$のとき）格子QCDシミュレーション可能 → 有限$\mu_B$への示唆
- パイ中間子凝縮 --- カイラル対称性の破れに伴って軽く（約140MeV）なったパイ中間子のうち1つがアイソスピン対称性の破れに伴ってゼロ質量に

（Campbell et al., PRD, 1975 など）



σ'
$\vec{\pi}$
π_1
π_2

- パイ中間子凝縮 → 高μ_IではCooper対 (Son and Stephanov, PRL, 2001; Abuki et al., PRD, 2009 など)
- 運動量依存相互作用 → Cooper対の広がり

    ・核子-中間子系（核子対相関）: Tanigawa and M.M., PTP, 1999; 学会誌, 2000 など

    ・クォーク-グルーオン系（カラー超伝導）: M.M., PRD, 2000; 数理科学, 2001

Present study:

運動量依存クォーク間相互作用として

<u>線形シグマ模型</u>(集団的q-$\bar{q}$対である

シグマ、パイ中間子交換)を採用

アイソスピン化学ポテンシャルの効果

well studied

(He, Jin, and Zhuang, PRD, 2005 など)

$$\mathcal{L} = :\mathcal{L}_{\mathrm{q}} + \mathcal{L}_{\mathrm{M}} + \mathcal{L}_{\mathrm{couple}}:$$

線形シグマ模型 with μ_{I} （アイソスピン空間での回転系で）

$$\mathcal{L}_{\mathrm{M}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi}) + U(\sigma, \vec{\pi})$$
$$+\mu_{\mathrm{I}}(\pi_1 \dot{\pi}_2 - \pi_2 \dot{\pi}_1) + \frac{\mu_{\mathrm{I}}^2}{2}(\pi_1^2 + \pi_2^2)$$

$$U(\sigma, \vec{\pi}) = \frac{\lambda^2}{4}(\sigma^2 + \vec{\pi}^2)^2 - \frac{m_0^2}{2}(\sigma^2 + \vec{\pi}^2) - c\sigma$$

$$m_0^2 = \lambda^2 f_\pi^2 - m_\pi^2 \quad (>0), \qquad c = f_\pi m_\pi^2$$

平均場の停留条件

$$\begin{cases} \langle \sigma \rangle = f_\pi, \quad \langle \pi_i \rangle = 0 \qquad \text{for } |\mu_{\mathrm{I}}| < m_\pi \\[2em] \langle \sigma \rangle = \dfrac{f_\pi m_\pi^2}{\mu_{\mathrm{I}}^2}, \quad \langle \pi \rangle^2 = \dfrac{\mu_{\mathrm{I}}^2 - m_\pi^2}{\lambda^2} + f_\pi^2 - \langle \sigma \rangle^2 \qquad \text{for } |\mu_{\mathrm{I}}| > m_\pi \end{cases}$$

(動径方向のみ)平均場と揺動に分解

$$\sigma = \langle\sigma\rangle + \sigma'$$

$$\pi_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi_1 \pm i\pi_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\pi \exp(\pm i\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle\pi\rangle + \pi')\exp(\pm i\theta)$$

→ 揺動の2次で全系(クォーク+中間子)でカレント(角運動量)保存

$$\partial_\mu\partial^\mu\sigma' + (2\lambda^2\langle\sigma\rangle^2 + \mu_I^2)\sigma' + 2\lambda^2\langle\sigma\rangle\langle\pi\rangle\pi' = -G(\bar{q}q)'$$

$$\partial_\mu\partial^\mu\pi' + 2\lambda^2\langle\pi\rangle^2\pi' + 2\lambda^2\langle\sigma\rangle\langle\pi\rangle\sigma' - \cancel{2\mu_I\langle\pi\rangle\dot{\theta}} = -G(\bar{q}i\gamma^5\tau_1 q)'$$

$$\langle\pi\rangle\partial_\mu\partial^\mu\theta = -G(\bar{q}i\gamma^5\tau_2 q)'$$ --- NG モード

$$\partial_\mu\partial^\mu\pi_3' + \mu_I^2\pi_3' = -G(\bar{q}i\gamma^5\tau_3 q)'$$

これらを中間子場について解いて. . .

クォーク・プロパゲーター

$$G^{ij}_{\alpha\beta}(x-x') = -i\langle\tilde{0}|Tq^i_\alpha(x)\bar{q}^j_\beta(x')|\tilde{0}\rangle$$

の運動方程式

$$(i\partial\!\!\!/ - m_q + \frac{\mu_{\mathrm{I}}}{2}\gamma^0\tau_3)G(x-x')$$

$$= \delta^4(x-x') - iG\langle\tilde{0}|T(\sigma(x)+i\gamma^5\vec{\tau}\cdot\vec{\pi}(x))q(x)\bar{q}(x')|\tilde{0}\rangle$$

に代入、

一体場(Fock)近似

$$\langle\tilde{0}|T\bar{q}(y)q(y)q(x)\bar{q}(x')|\tilde{0}\rangle \to \langle\tilde{0}|Tq(x)\bar{q}(y)|\tilde{0}\rangle\langle\tilde{0}|Tq(y)\bar{q}(x')|\tilde{0}\rangle$$

$$= \underline{iG(x-y)}iG(y-x')$$

$$\Downarrow$$

$\Sigma(x-y)$ --- 非局所自己エネルギー

フーリエ変換、アイソスピン分解すると

Gor' kov 方程式

$$\begin{pmatrix} \gamma^0(\omega - h \pm \mu_\mathrm{I}/2) + \Sigma^0 \pm \Sigma^3 & -G\langle\pi\rangle i\gamma^5 + \sqrt{2}\Sigma^\mp \\ -G\langle\pi\rangle i\gamma^5 + \sqrt{2}\Sigma^\pm & \gamma^0(\omega - h \mp \mu_\mathrm{I}/2) + \Sigma^0 \mp \Sigma^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^0 \pm G^3 \\ \sqrt{2}G^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Mqの平面波スピノールで展開し、留数をとると

運動量kごとにBogoliubov振幅（固有準粒子モードと d, $\bar{\mathrm{d}}$, $\bar{\mathrm{u}}$, u [複号下の場合]とのオーバーラップ） A, B, iC, iDに対して

$$\begin{pmatrix} \omega - E_k - \mu_{\rm I}/2 - m_1 & -\sigma_1 & -\pi & -\delta \\ -\sigma_1 & \omega + E_k - \mu_{\rm I}/2 - \tilde{m}_1 & -\tilde{\delta} & -\tilde{\pi} \\ -\pi & -\tilde{\delta} & \omega + E_k + \mu_{\rm I}/2 - \tilde{m}_2 & -\sigma_2 \\ -\delta & -\tilde{\pi} & -\sigma_2 & \omega - E_k + \mu_{\rm I}/2 - m_2 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} = 0 \qquad (1$$

$$\pi(k) = -i\bar{U}(k)(-G\langle\pi\rangle i\gamma^5 + \sqrt{2}\Sigma^-)V(k) \qquad (1$$

中間子系の(k-indep.)パイ凝縮

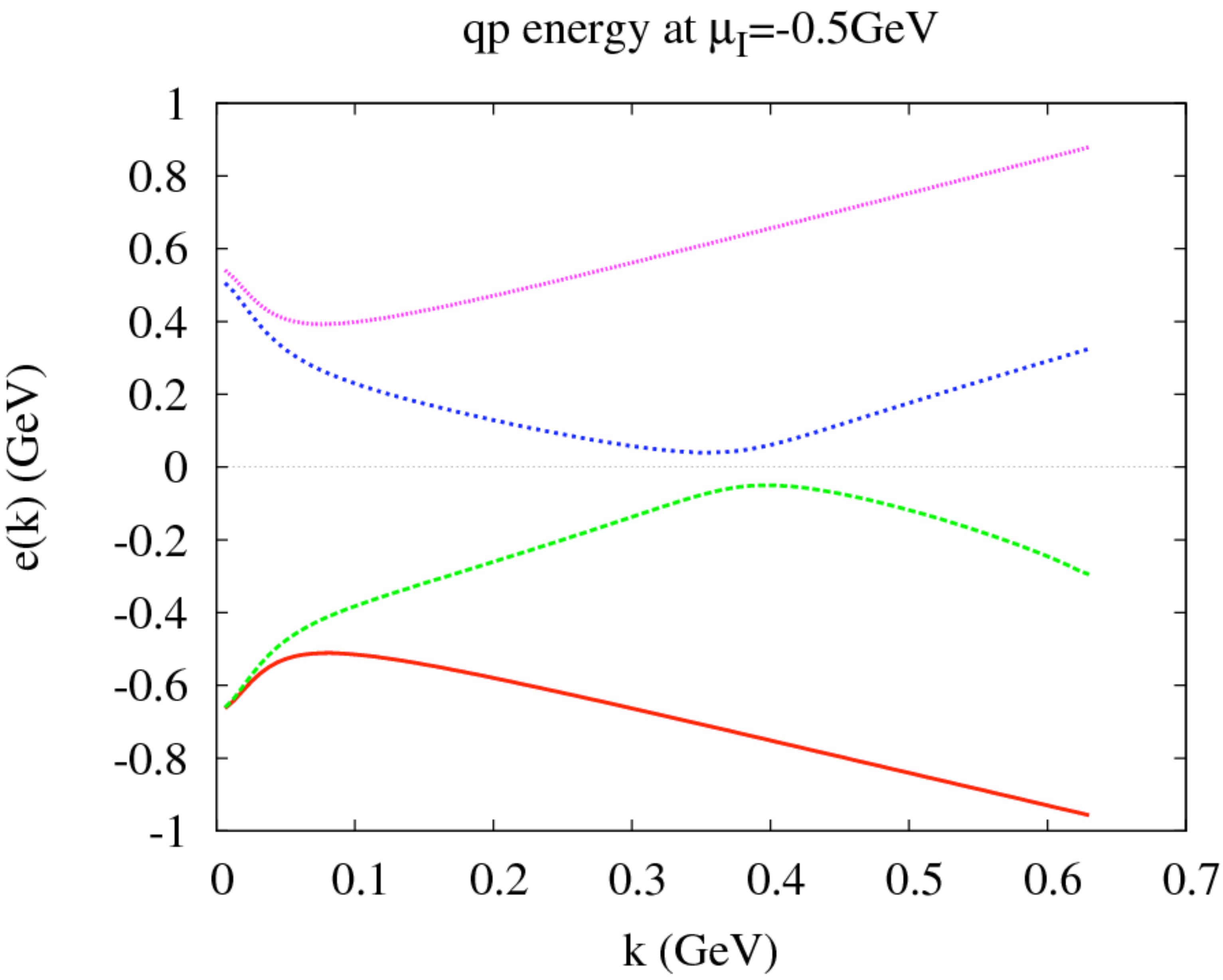
クォーク系の(k-dep.)ギャップ --- A –D の関数

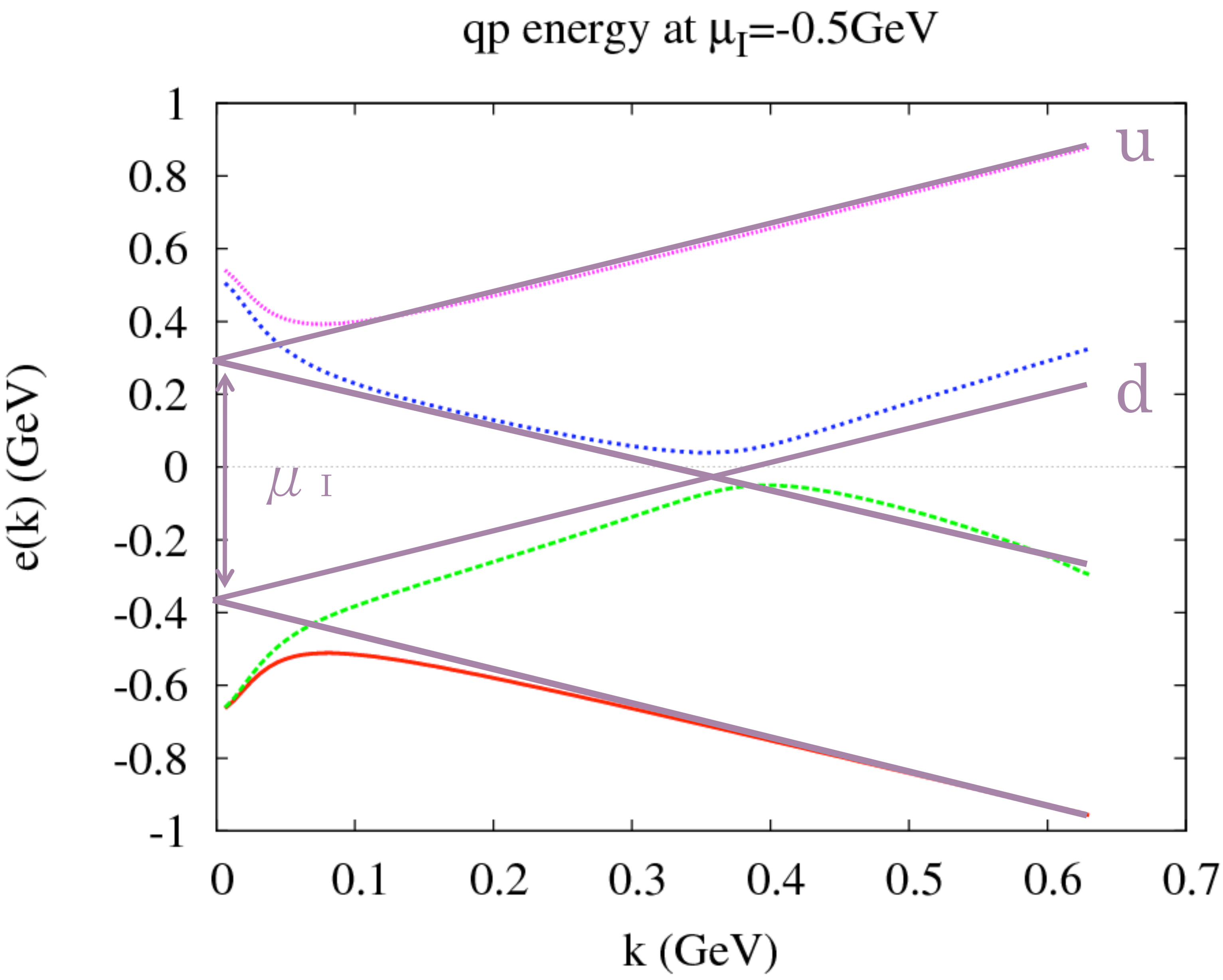
パラメーター

クォーク系: $m_{\mathrm{q}} = 0.0055$ GeV, $\Lambda = 0.63$ GeV

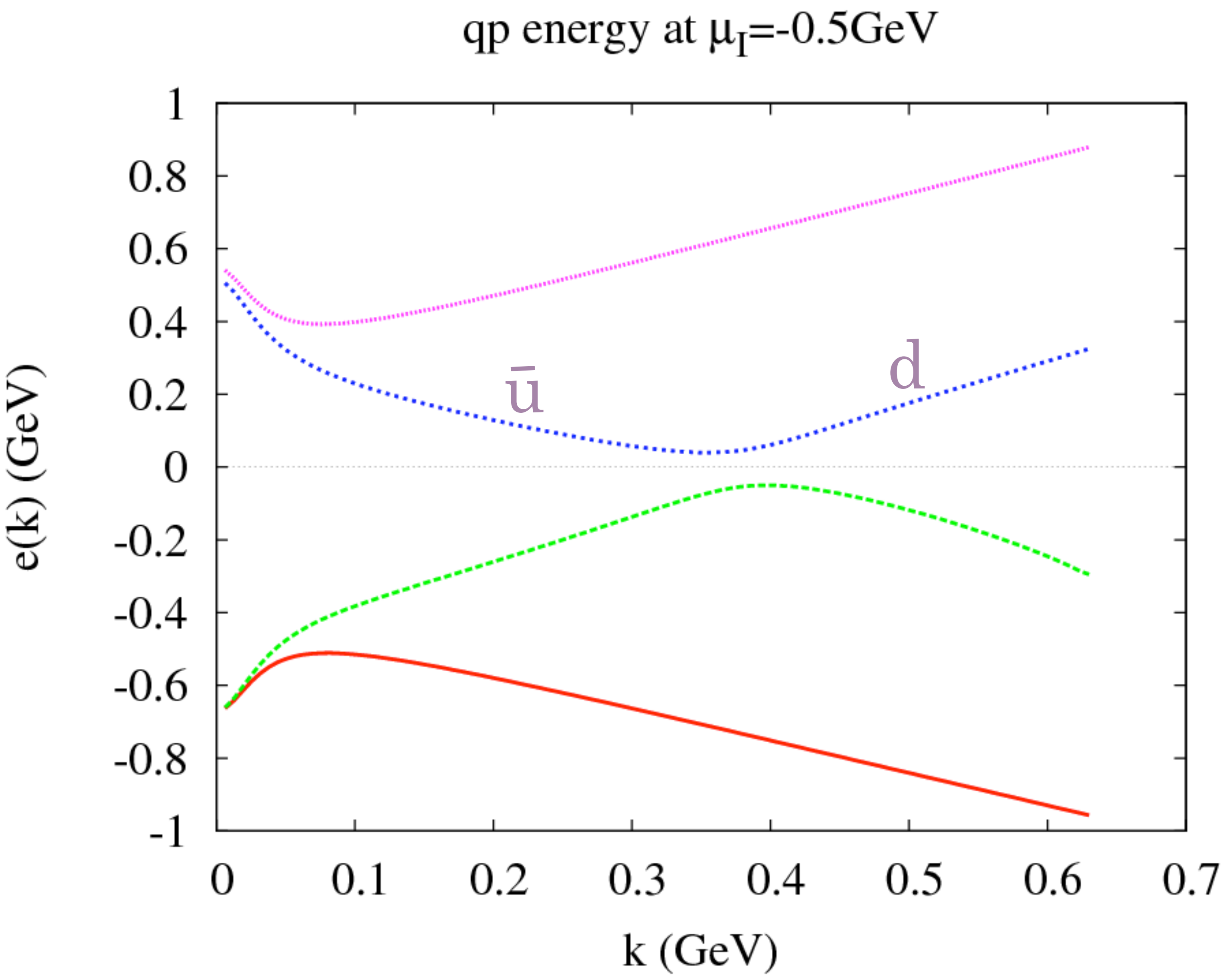
中間子系: $f_\pi = 0.093$ GeV, $m_\pi = 0.138$ GeV, $\lambda = 4.5$

クォーク-中間子結合: $G = 3.3$

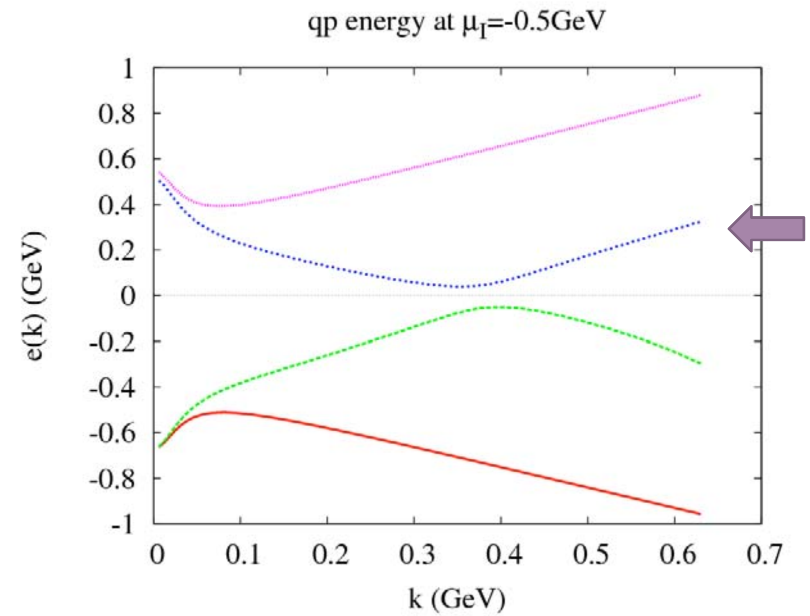

qp energy at μI=-0.5GeV
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
e(k) (GeV)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
k (GeV)

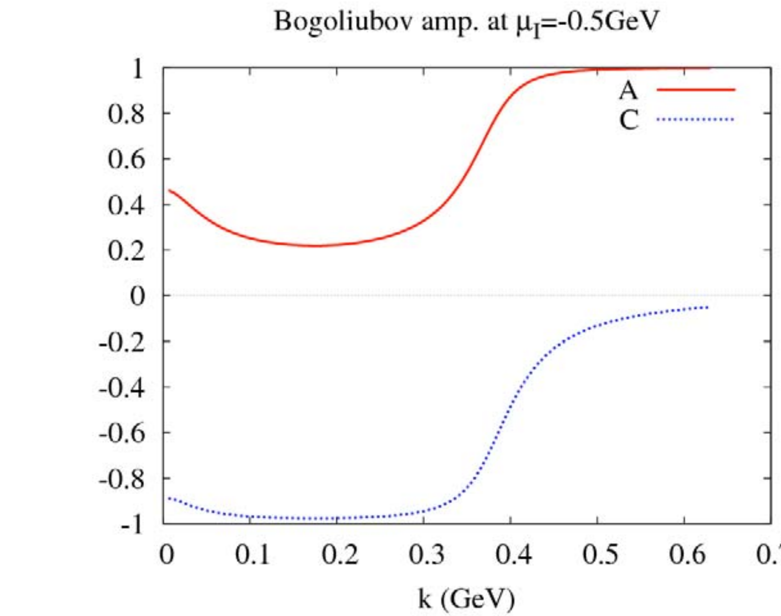


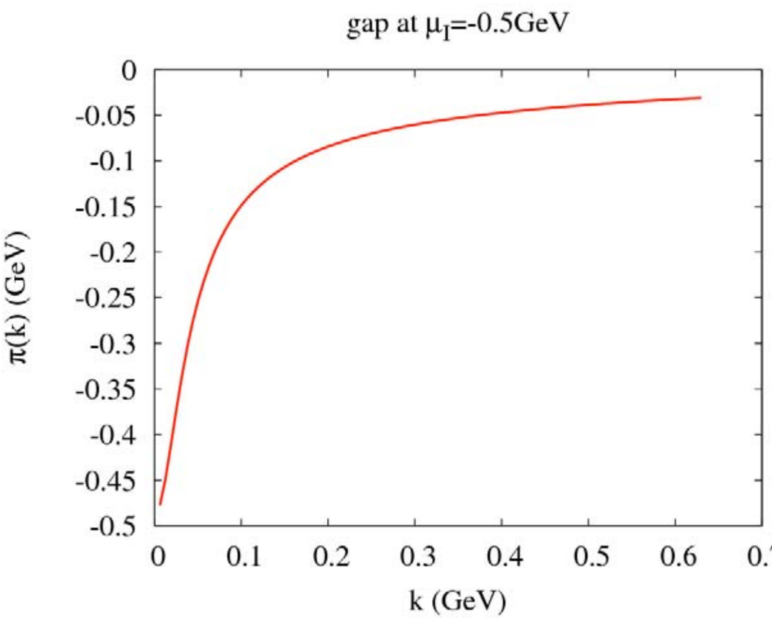
qp energy at μI=-0.5GeV
e(k) (GeV)
k (GeV)
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
u
d
μ I

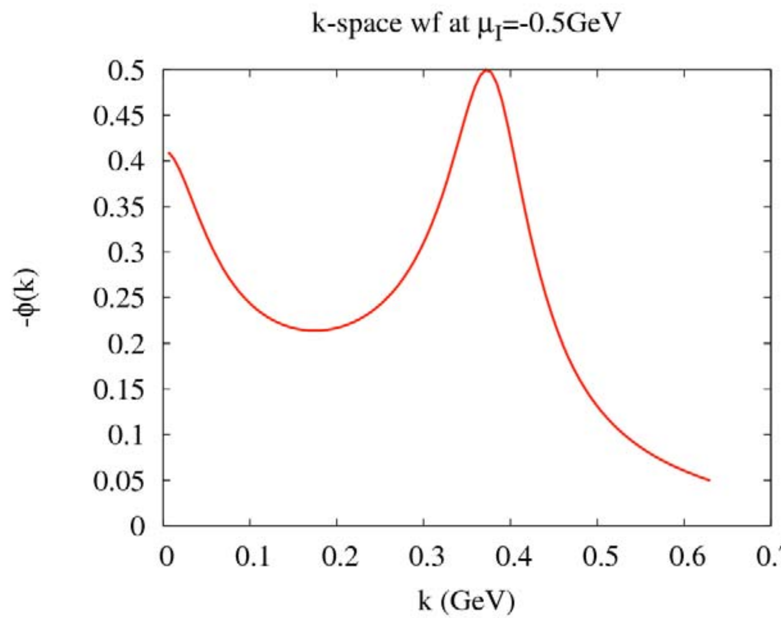


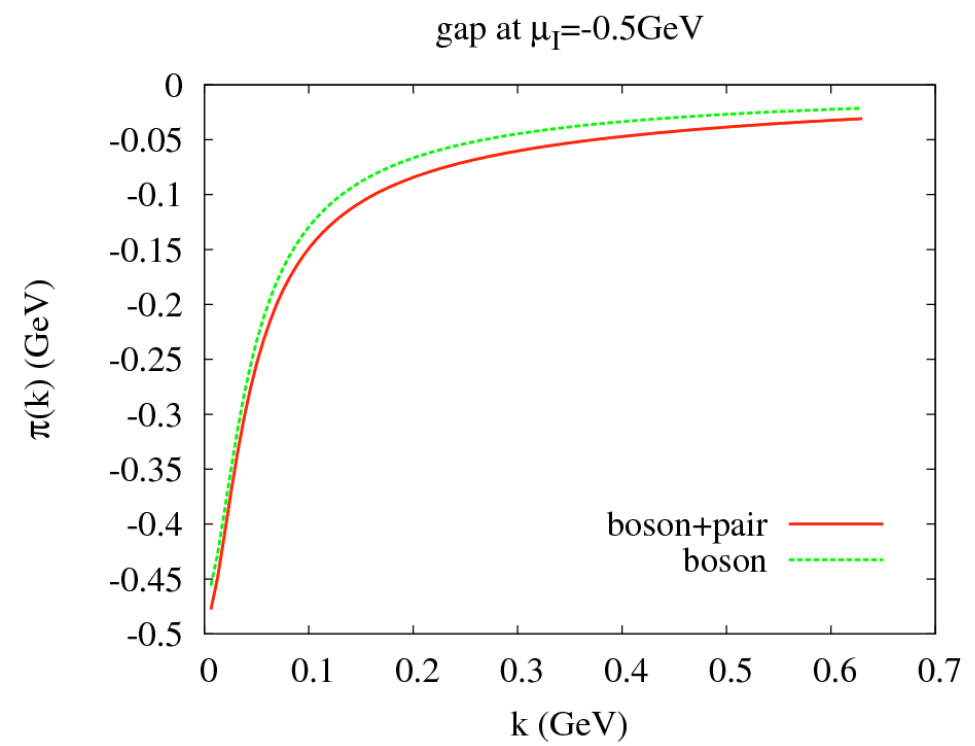
qp energy at μ_I=-0.5GeV
e(k) (GeV)
k (GeV)
$\bar{u}$
d
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7


qp energy at μ_I=-0.5GeV
e(k) (GeV)
k (GeV)


Bogoliubov amp. at μ_I=-0.5GeV
A
C
k (GeV)

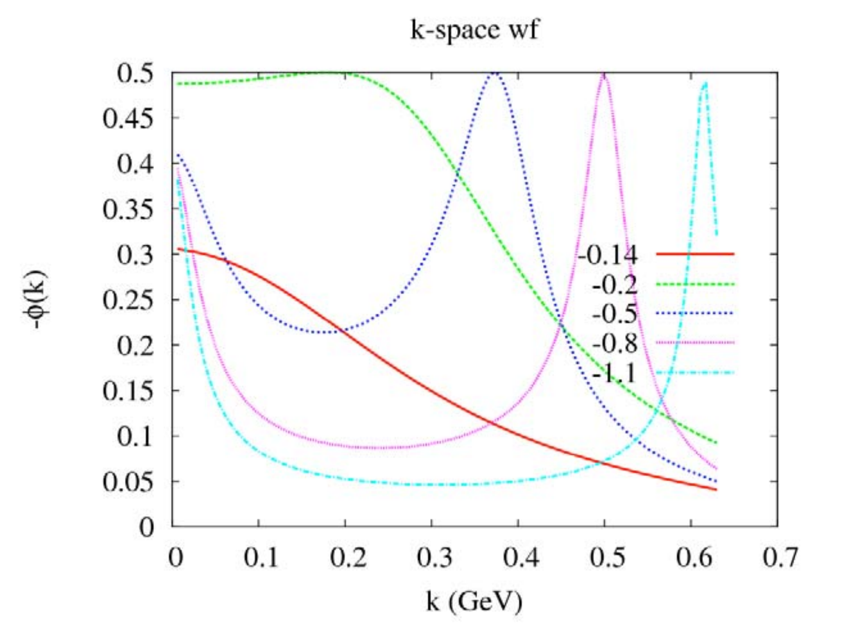

gap at μ_I=-0.5GeV
π(k) (GeV)
k (GeV)


k-space wf at μ_I=-0.5GeV
-ϕ(k)
k (GeV)

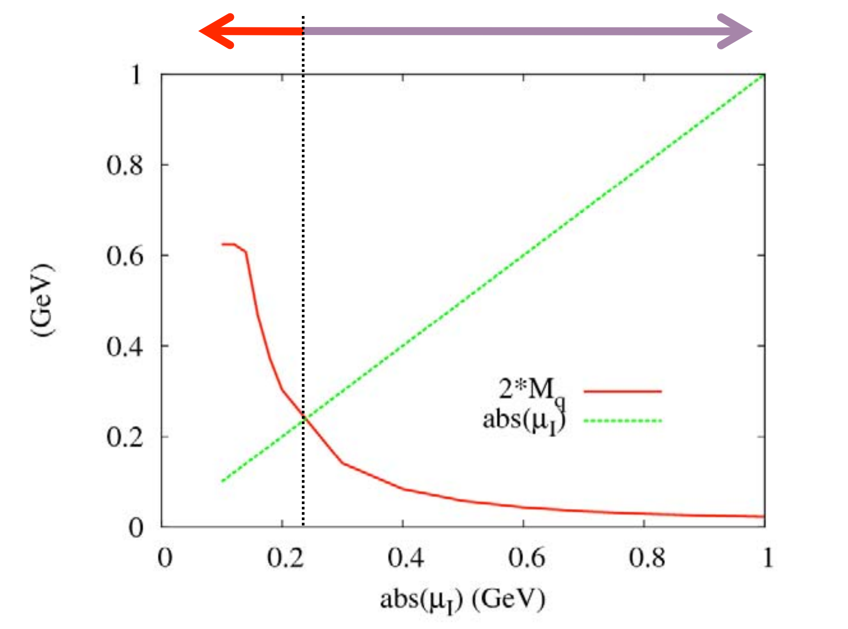


$$\pi(k) = -i\bar{U}(k)(\underbrace{-G\langle\pi\rangle i\gamma^5}_{\text{boson}} + \underbrace{\sqrt{2}\Sigma^-}_{\text{pairing}})V(k)$$

k-dep. は $\overline{U}(k)\gamma^5 V(k) = \dfrac{M_q}{E_k}$

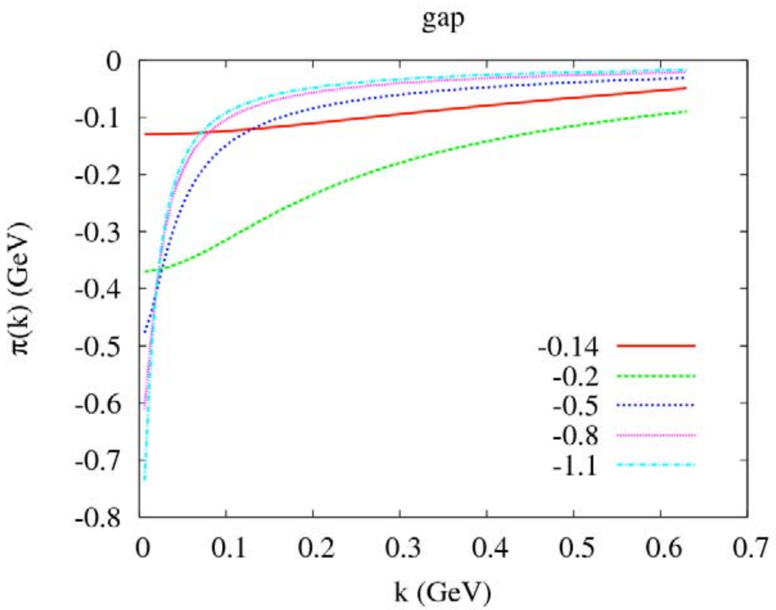


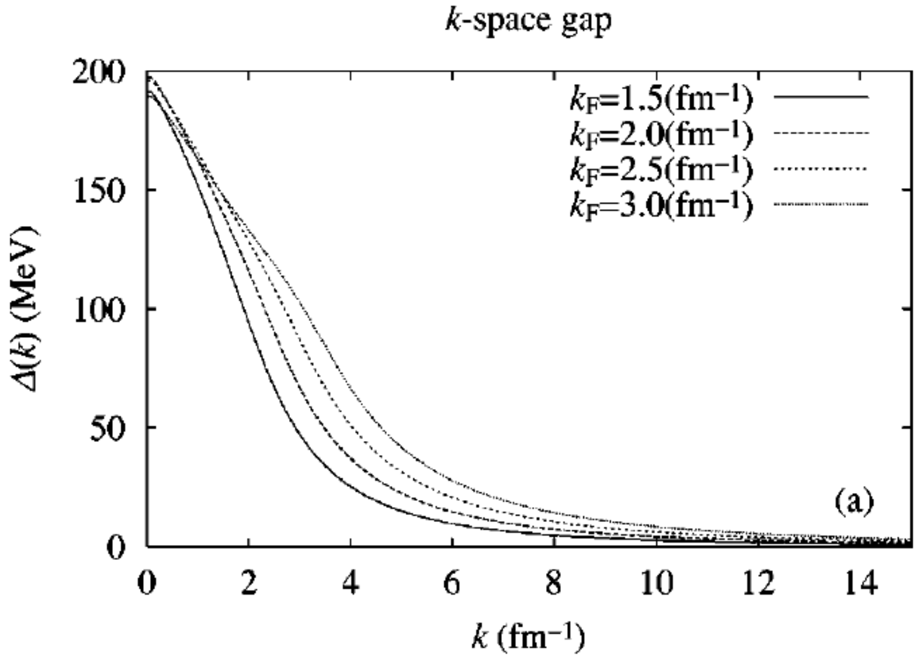
2ピーク：
ボソン --- k～0，
クーパー対 --- k～k_F

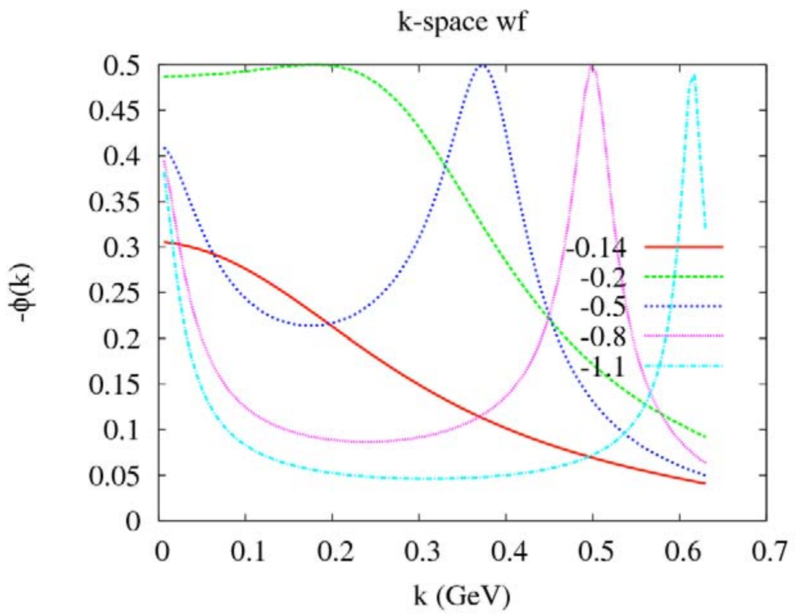


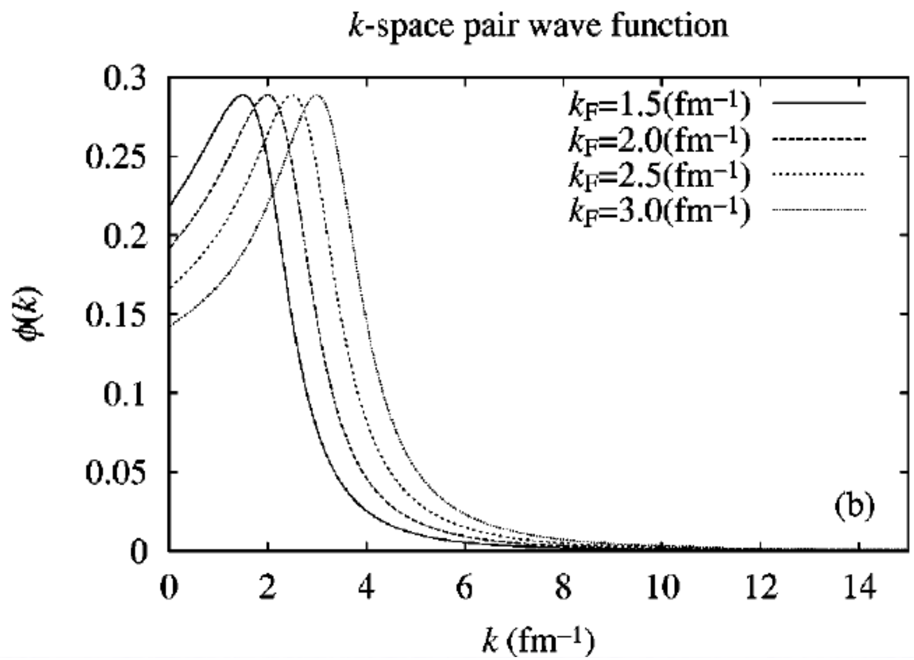
|μ_I|> 0.24 GeV でフェルミ面形成、
それ以下ではq-$\bar{q}$束縛状態

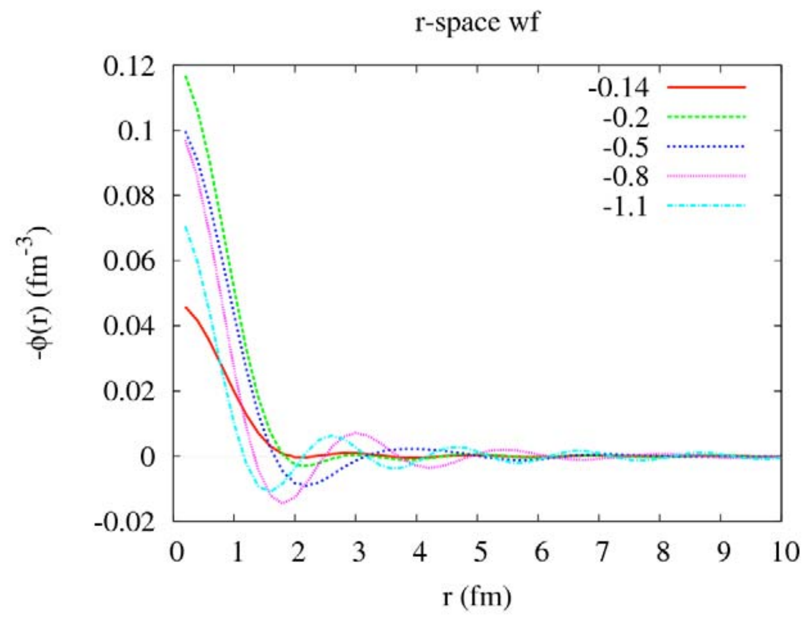
Present　　　　カラー超伝導

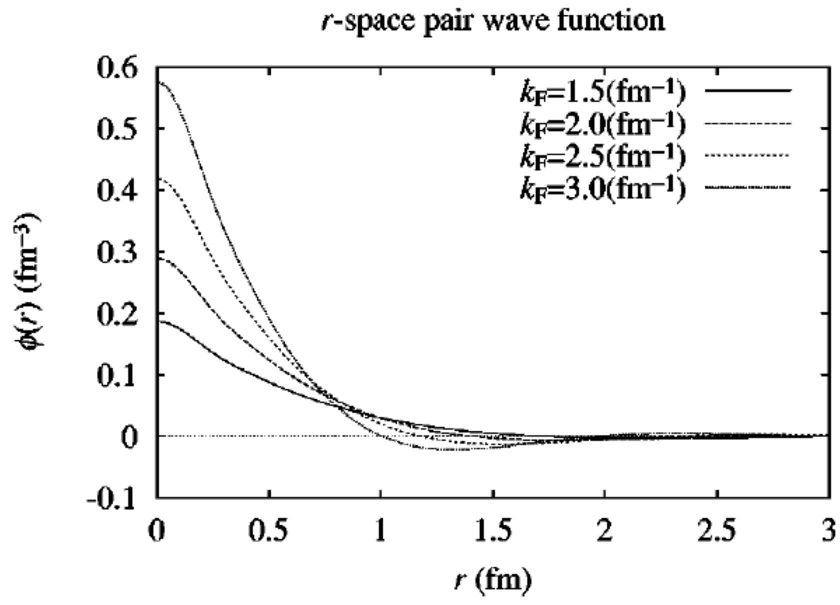




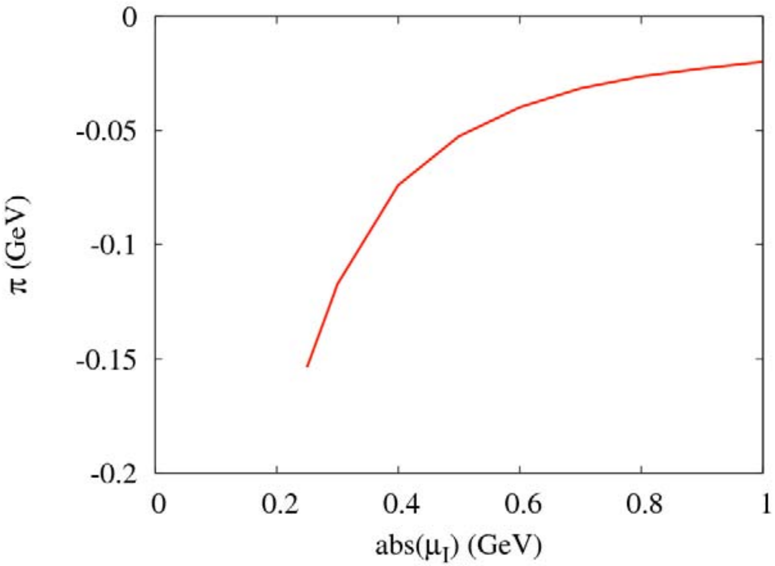




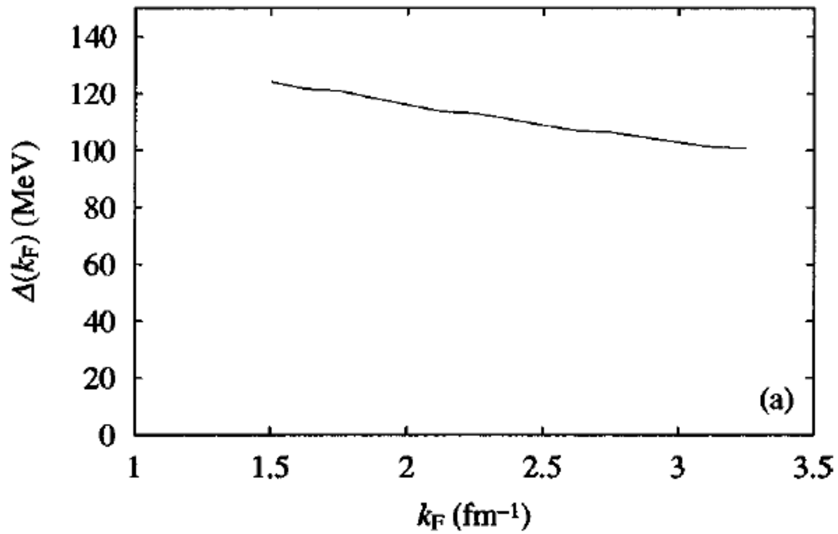

r-space wf
-0.14
-0.2
-0.5
-0.8
-1.1
-φ(r) (fm^-3)
r (fm)


r-space pair wave function
kF=1.5(fm^-1)
kF=2.0(fm^-1)
kF=2.5(fm^-1)
kF=3.0(fm^-1)
φ(r) (fm^-3)
r (fm)

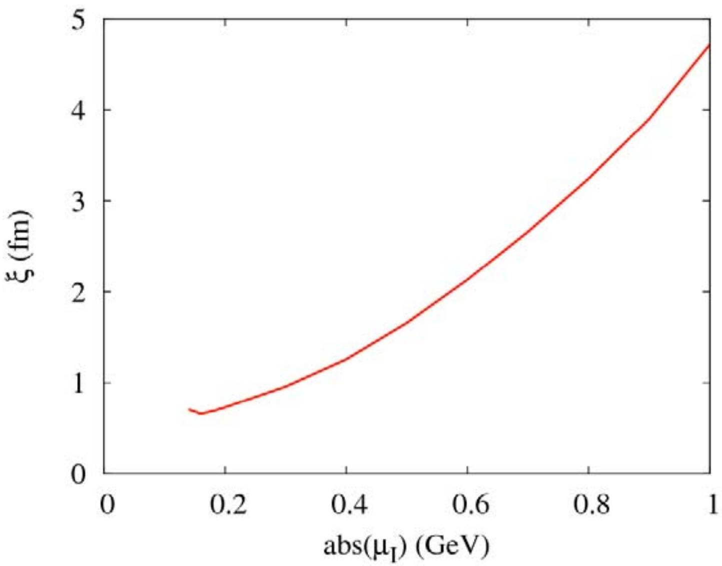
gap at Fermi surface



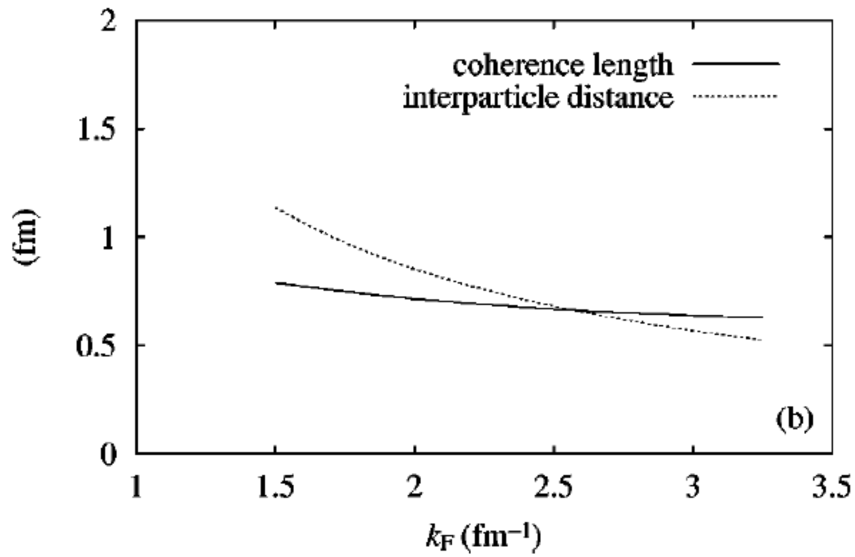
Gap at Fermi surface

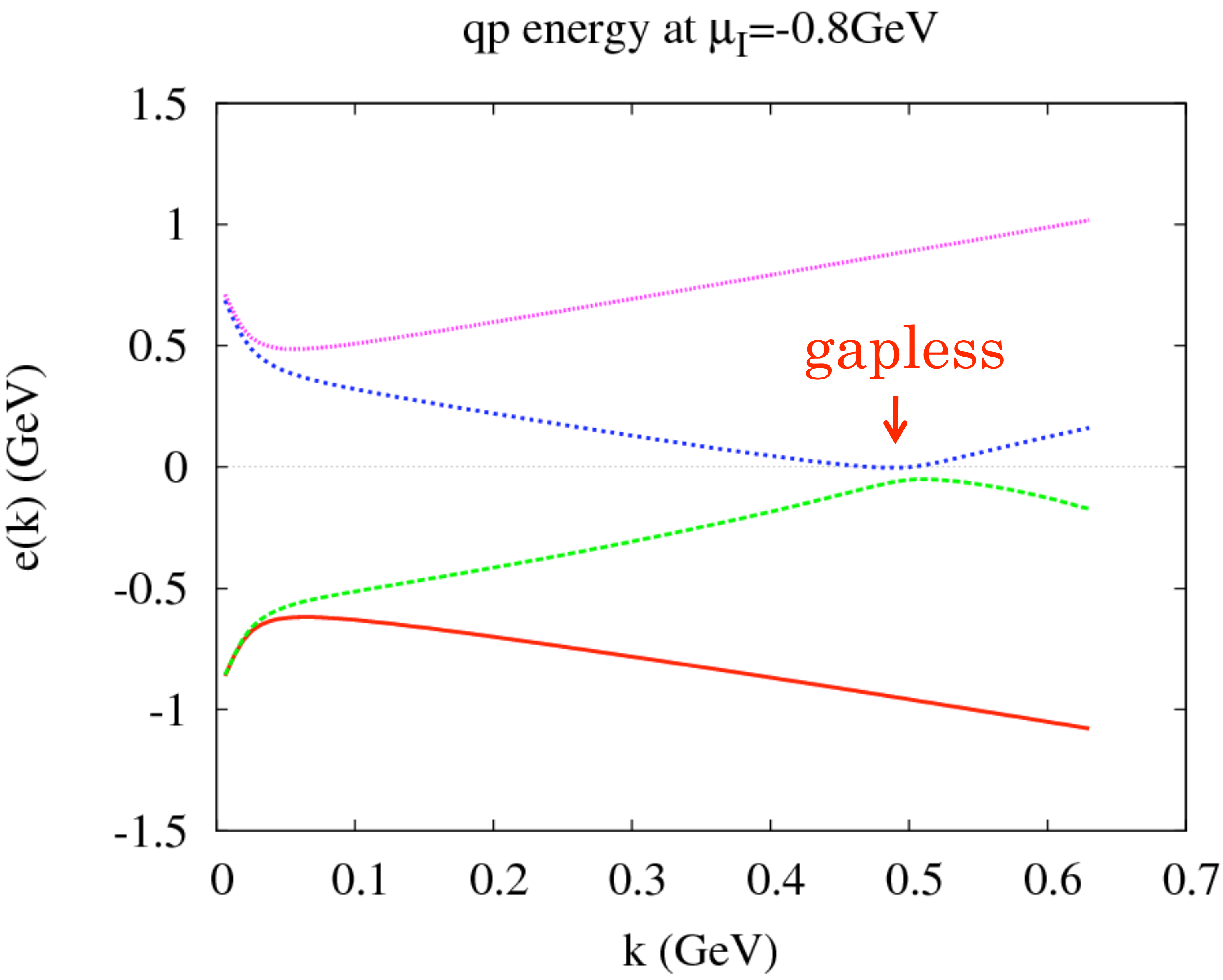


coherence length



Coherence length and Interparticle distance

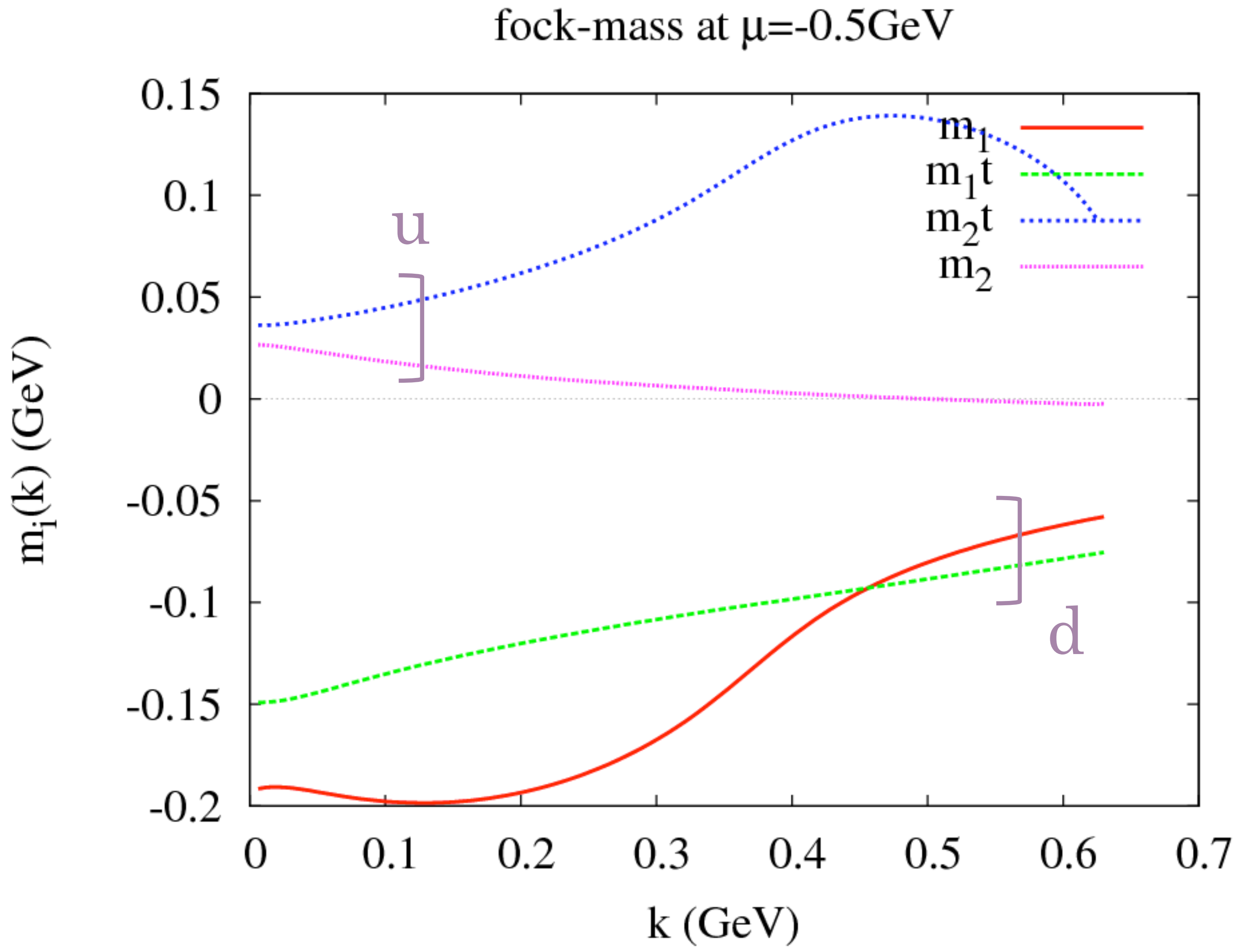


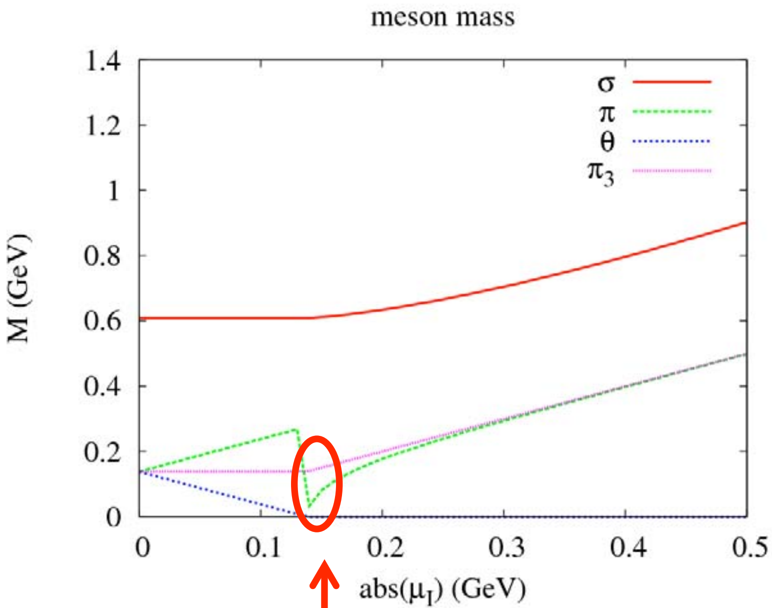

qp energy at μ_I=-0.8GeV
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
e(k) (GeV)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
k (GeV)
gapless

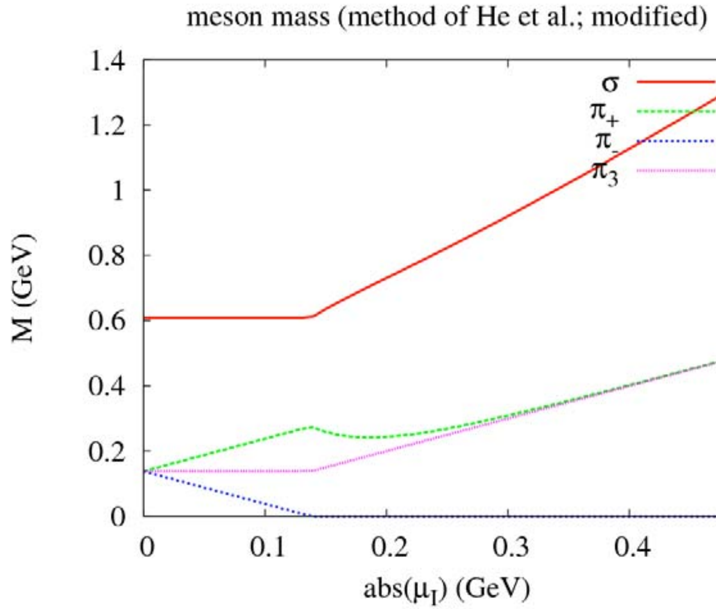
Summary

- $|\mu_I|>m_\pi$ ($\mu_B=0$) でパイ凝縮
- 運動量依存クォーク間相互作用として線形シグマ模型(アイソスピン空間での回転系で)
- クォーク・プロパゲーターに対するGor'kov型方程式
- $k\sim0$ のボソンと $k\sim k_F$ のクーパー対共存
- $|\mu_I|$大では gapless 分散関係(← Fock)

Back up

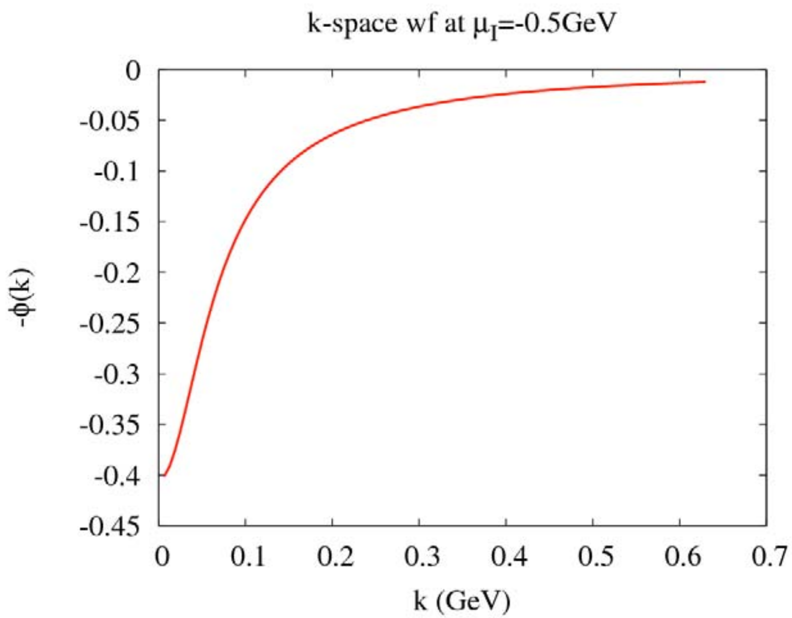

fock-mass at μ=-0.5GeV
0.15
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
-0.2
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
m_i(k) (GeV)
k (GeV)
m_1
m_1t
m_2t
m_2
u
d

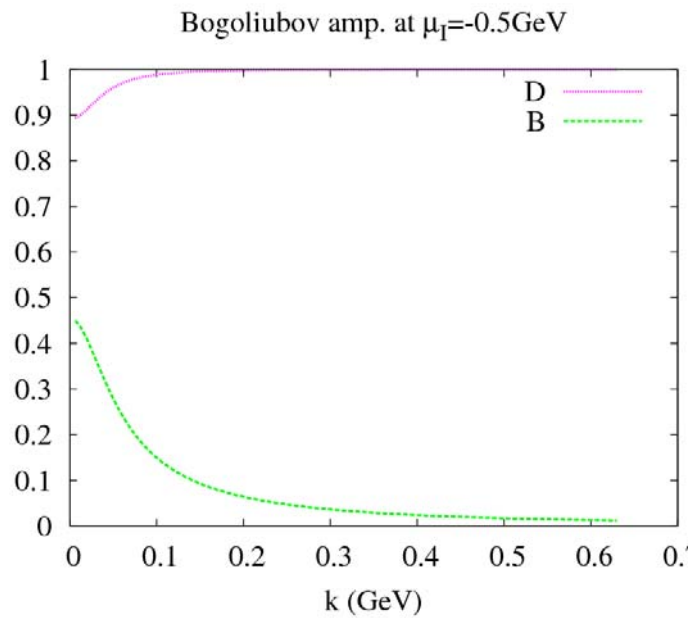




‘コリオリ力’を無視したことによる

higher solution



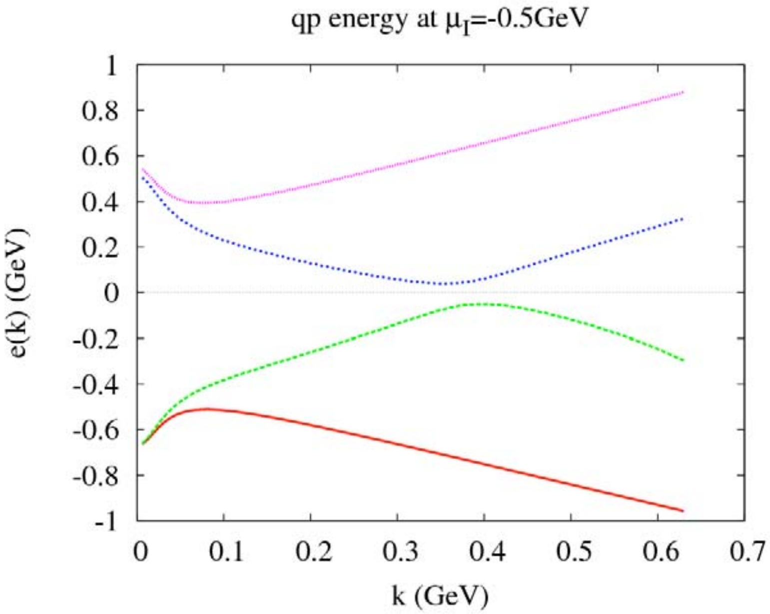


(k～0 を除いて) 純粋な u クォーク

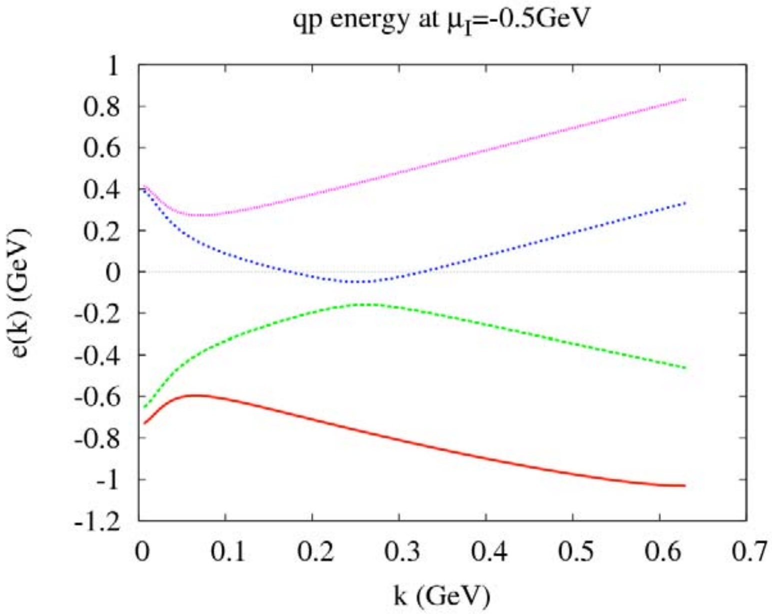
↑

ボソンの寄与および

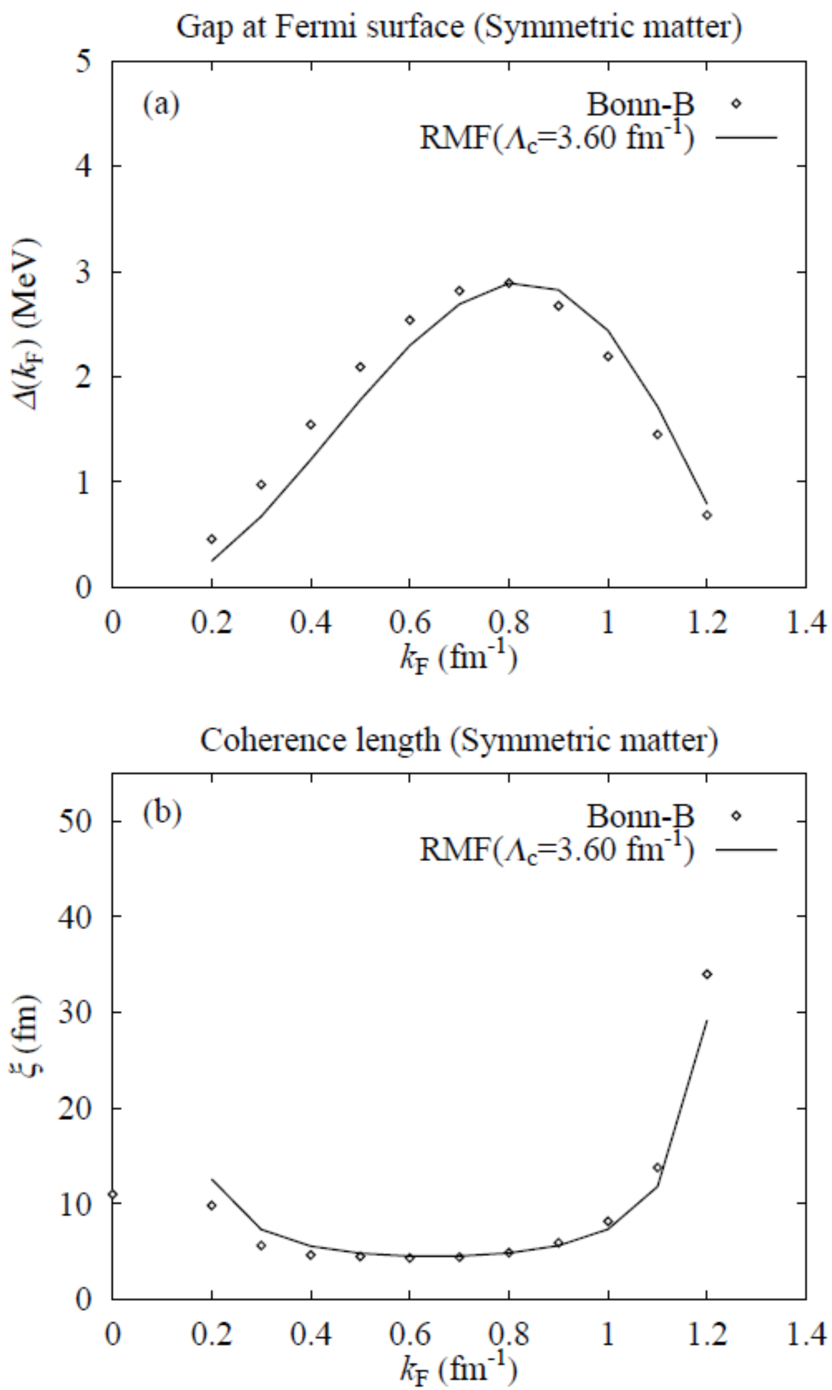
μ_I に関わらず $\bar{d}$-u, $\bar{u}$-d とも pairing lower solution s.c. cal



higher solution s.c. cal



核子系(対称核物質)


Gap at Fermi surface (Symmetric matter)
(a)
Bonn-B
RMF(Λ_c=3.60 fm^{-1})
$\Delta(k_F)$ (MeV)
k_F (fm^{-1})
Coherence length (Symmetric matter)
(b)
Bonn-B
RMF(Λ_c=3.60 fm^{-1})
ξ (fm)
k_F (fm^{-1})