Polyakov-loop extended Nambu–Jona-Lasinio 模型を用いた双対クォーク凝縮の研究

柏　浩司

河野宏明[A]，八尋正信

九大理，佐賀大理工[A]

K. K., H. Kouno, M. Yahiro, arXiv/hep-ph:0908.1213.

Goal

Pure gauge theory における閉じ込め・非閉じ込め相転移の秩序変数はPolyakov-loop.

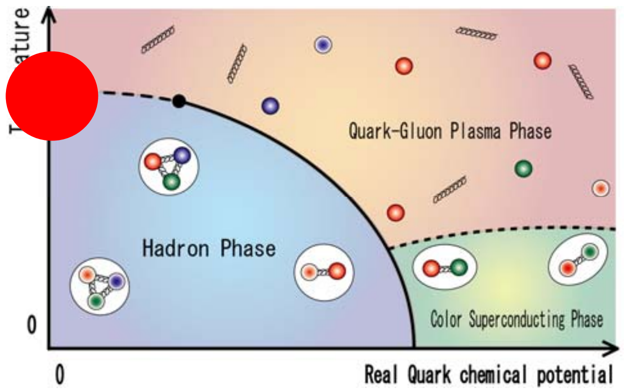
疑問

現実の（quarkと結合した）QCDにおける非閉じ込め相転移を特徴付ける秩序変数は？

近似的（Z_3対称性の自発的破れ）秩序変数としては、
Polyakov-loop。

⬆

他の秩序変数ではどうなる？



目的

カイラル相転移の観点から閉じ込め・非閉じ込め相転移が記述できないだろうか？

（ 二つの相転移の臨界温度は近い（もしくは一致した）場所に存在。
そこでカイラル相転移と非閉じ込め相転移の相関を調べたい。）

双対クォーク凝縮

Tool

カイラル相転移と非閉じ込め相転移の相関を調べる。

⇩

Polyakov-loopと同じようにpure gaugeで **Z_3対称性の破れを記述する秩序変数** を **カイラル凝縮を用いて表現** してやればよい。

どうするか？

クォークの虚時間軸方向の**境界条件**に注目する。

⇩

（Euclid空間で）

双対クォーク凝縮

Reference:

E. Bilgici, F. Bruckmann, C. Gattringer and C. Hagen, Phys. Rev. D77 (2008) 094007.

E. Bilgici, F. Bruckmann, J. Danzer, C. Gattringer, C. Hagen, E. M. Ilgenfritz, and A. Maas, arXiv:0906.3957.

C. S. Fischer and J. A. Mueller, arXiv:hep-ph/0908.007.

J. Braun, L. M. Haas, F. Marhauser, J. M. Pawlowski, arXiv:hep-ph/0908.008.

Formalism

Temporal boundary angle の導入

$$q(x,\beta)=e^{-i\varphi}q(x,0)$$

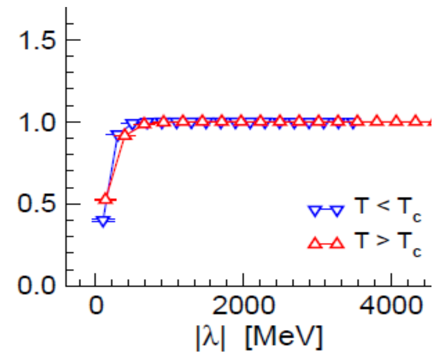
Lattice QCDでの(形式的な)定式化

$$\sigma=-\int\frac{d^4x}{V}\left\langle\bar{q}(x)q(x)\right\rangle=\frac{1}{V}\left\langle Tr[(m+D_\varphi)^{-1}]\right\rangle_G$$

$$Tr[(m+D_\varphi)^{-1}]=\frac{1}{m}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{m^k}Tr[(D_\varphi)^k]\longrightarrow\frac{1}{m}\sum_{l\in L}\frac{s(l)e^{i\varphi q(l)}}{(2am)^{|l|}}Tr_{\mathrm{c}}\prod_{(x,\mu)\in L}U_\mu(x)$$

双対クォーク凝縮

$$\Longrightarrow\quad\Sigma^{(n)}(m,V)=\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{2\pi}\frac{e^{-i\varphi n}}{V}\left\langle Tr[(m+D_\varphi)^{-1}]\right\rangle_G$$



実際のLattice計算ではこの展開はせず、固有値を集めて計算。

Formalism

有効模型では？ ⟵ 同様に定義可能。

Matsubara frequency with temporal boundary angle

$$\omega_n = 2\pi T\left(n + \frac{\varphi}{2\pi}\right) = 2\pi T\left(n + \frac{1}{2}\right) - \pi T + T\varphi$$

Dual quark condensate

$$\Sigma^{(n)} = -\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{-i\varphi n} \langle \bar{q}q \rangle$$

巻き数1

$$\Sigma^{(1)} = -\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{-i\varphi} \langle \bar{q}q \rangle$$

Formalism

Polyakov-loop extended Nambu—Jona-Lasinio model

(K. Fukushima, Phys. Lett. B 591 (2004) 277)

with vector-type four-quark and scalar-type eight-quark interaction.

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\gamma^{\mu}D_{\mu} - m_0)q + G_s\left((\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2\right) + G_v(\bar{q}\gamma_{\mu}q)^2 + G_{s8}\left((\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\vec{\tau}q)^2\right)^2 - U(\bar{\Phi},\Phi)$$

K.K., H. Kouno, M. Matsuzaki, and M. Yahiro, Phys. Lett. B 662, 26 (2008).

Thermodynamical potential with boundary angle

$$\frac{\Omega}{V} = U + U_M - 2N_f\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\Big[N_cE(p) + T\ln\left(1 + (\Phi + \bar{\Phi}e^{-\beta E^-})e^{-\beta E^-} + e^{-3\beta E^-}\right) + T\ln\left(1 + (\Phi + \bar{\Phi}e^{-\beta E^+})e^{-\beta E^+} + e^{-3\beta E^+}\right)\Big]$$

$$E^{\pm} = E - i\pi \pm iT\varphi, \qquad E = \sqrt{p^2 + M^2}, \qquad M = m_0 + 2G_s\sigma + 4G_{s8}\sigma^3$$

$$U_M = G_s\sigma^2 - G_v\omega^2 + 3G_{s8}\sigma^4$$

Formalism

Polyakov-loop potential

RTW05:

$$\frac{U(\Phi,\bar{\Phi};T)}{T^4} = -\frac{b_2(T)}{2}\bar{\Phi}\Phi - \frac{b_3}{6}(\Phi^3+\bar{\Phi}^3) + \frac{b_4}{4}(\bar{\Phi}\Phi)^2$$

$$b_2(T) = a_0 + a_1\left(\frac{T_0}{T}\right) + a_2\left(\frac{T_0}{T}\right)^2 + a_3\left(\frac{T_0}{T}\right)^3$$

C. Ratti, M. A. Thaler and W. Weise, Phys. Rev. D**73**, 014019 (2006).

RRW06:

$$\frac{U(\Phi,\bar{\Phi};T)}{T^4} = -\frac{1}{2}a(T)\bar{\Phi}\Phi$$

$$+b(T)\ln\left[1-6\Phi\bar{\Phi}+4(\Phi^3+\bar{\Phi}^3)-3(\Phi\bar{\Phi})^2\right]$$

$$a(T) = a_0 + a_1\left(\frac{T_0}{T}\right) + a_2\left(\frac{T_0}{T}\right)^2$$

$$b(T) = a_3\left(\frac{T_0}{T}\right)^3$$

S. Ro¨ßner, C. Ratti and W. Weise. Phys. Rev. D**75**, 034007 (2007).

T_0は$T_c = 173\pm 8$ [MeV] になるように調整。

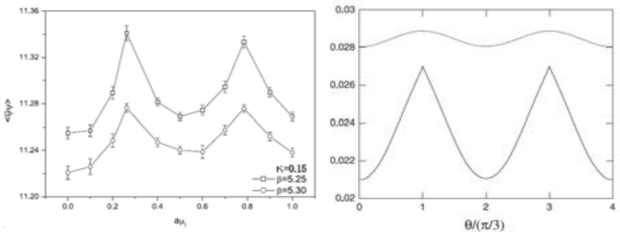
Numerical technique

Quench近似の結果はとばして、Fullの結果のみ。

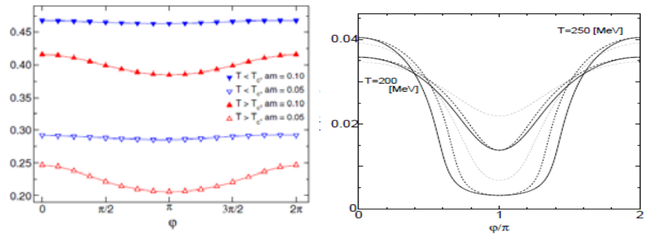
その際、Boundary angleに対してRW周期性が存在してはいけない（結果が必ず0になる）。

そこで、以下の方法でRW周期性を明示的に破る（本質的にはBilgici等の方法と同じ）

LQCD PNJL



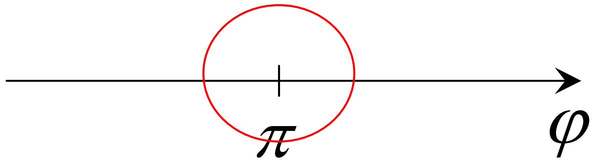
LQCD PNJL



計算手法

反周期境界条件（通常のフェルミオン）でPolyakov-loopとその共役の値を計算する。

他の境界条件の計算の際は、その値を変えない。



ただし、フェルミオン関係の量は解きなおす。

RW周期性は消え、明らかな2π周期性だけになる。

Numerical Result 1

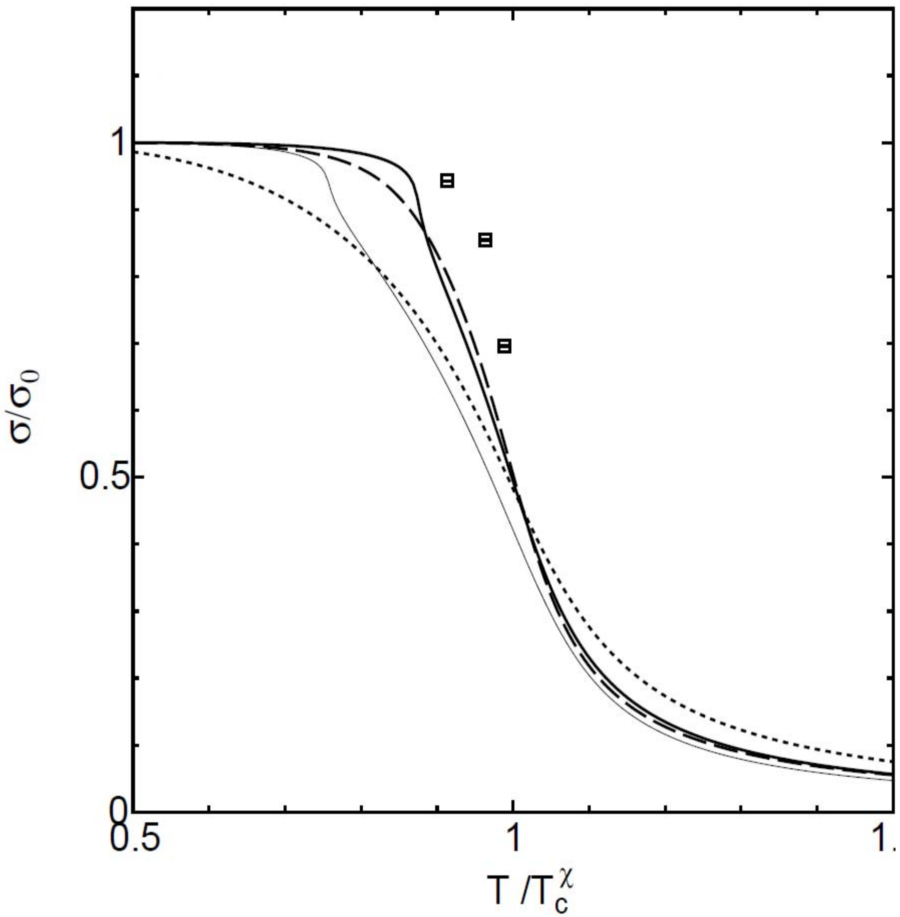
NJL model

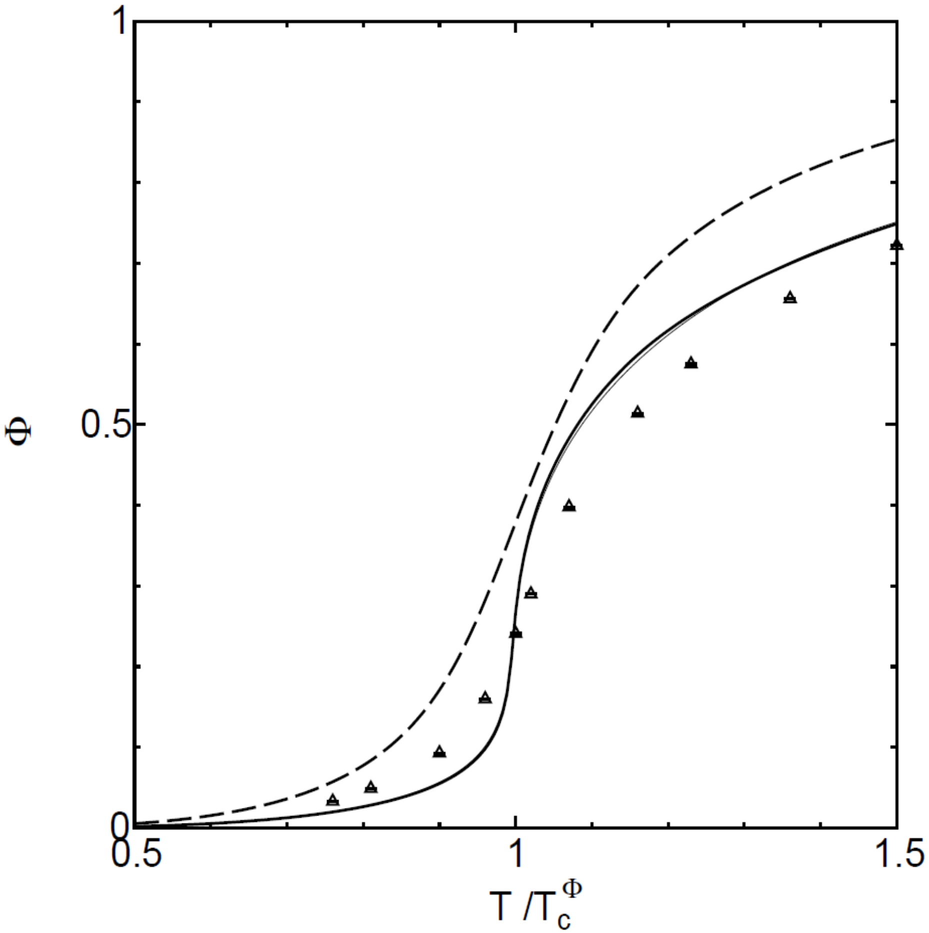
PNJL model with RTW05

PNJL model with RTW06

PNJL+σ^4model with RTW06

Chiral condensate、Polyakov-loop



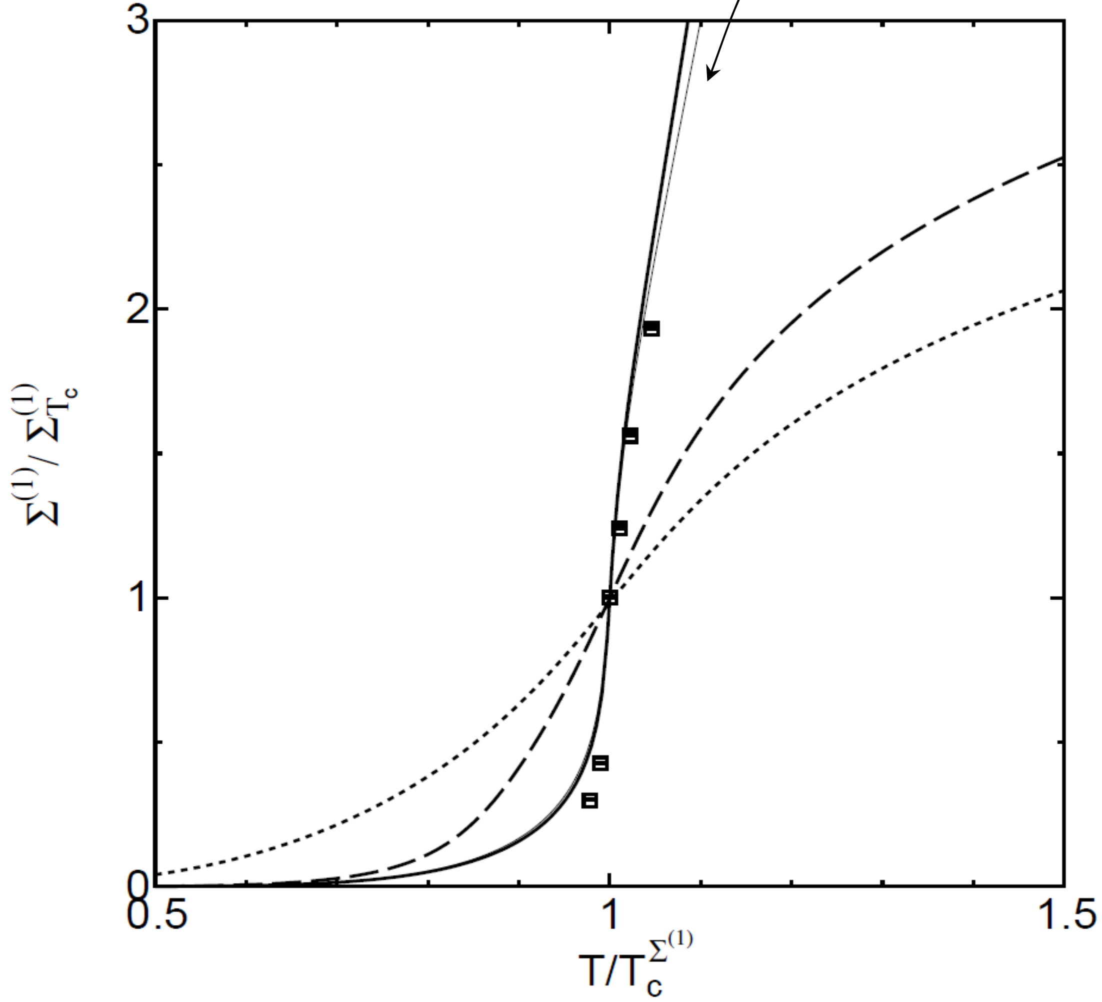


Lattice data: G. Boyd, S. Gupta, F. Karsch, E. Laermann, B. Petersson, and K. Redlich, Phys. Lett. B **349**, 170 (1995).
O. Kaczmarek, and F. Zantow, Phys. Rev. D **71**, 114510 (2005).

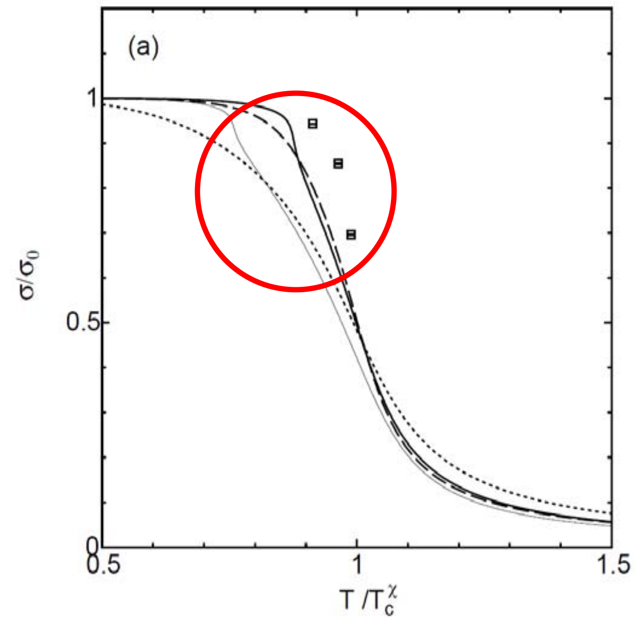
Numerical Result 2

NJL model
PNJL model with RTW05
PNJL model with RTW06
PNJL+σ⁴model with RTW06

双対クォーク凝縮（n=1）



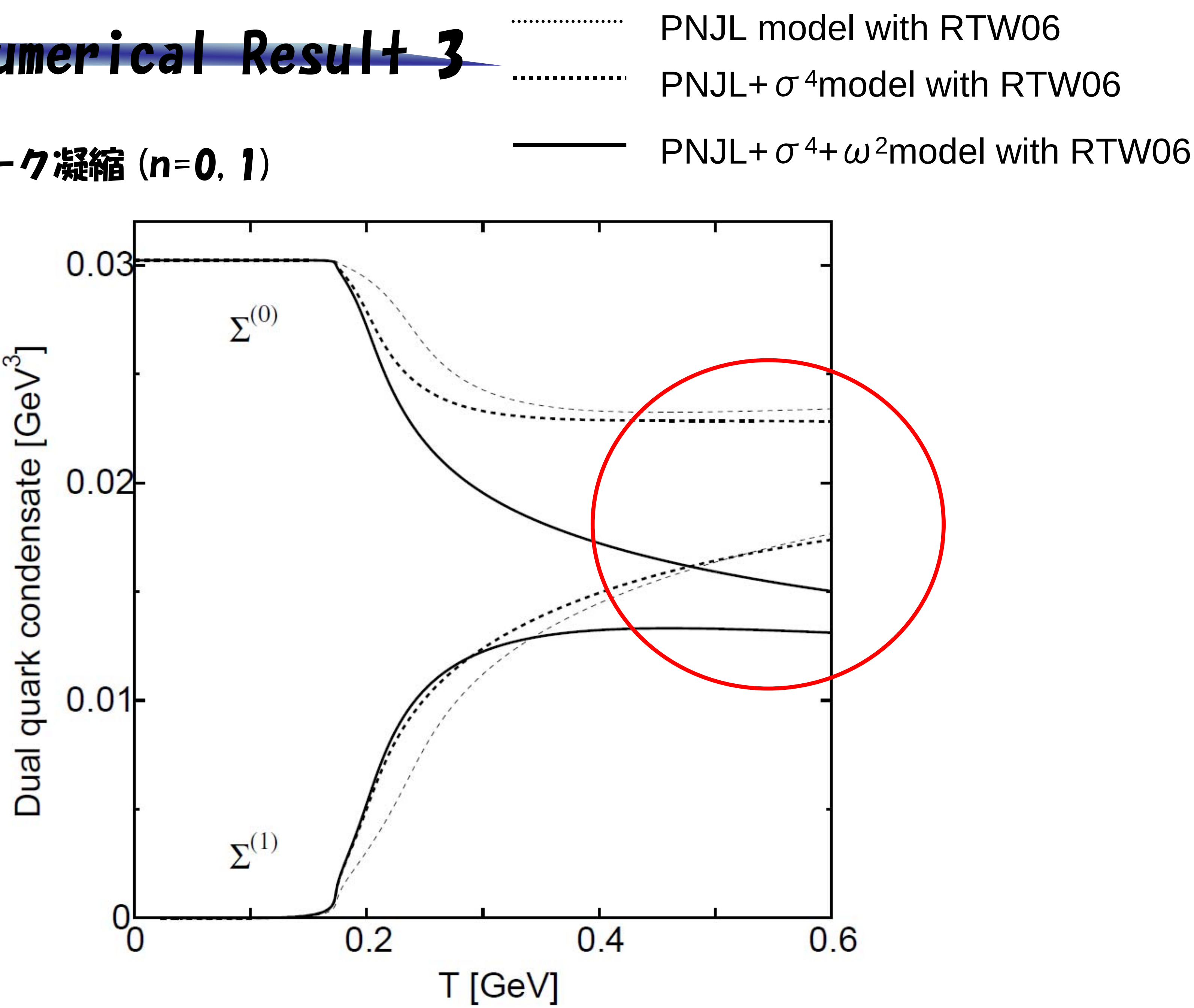
急激な変化が必要。



Lattice data: E. Bilgici, F. Bruckmann, J. Danzer, C. Gattringer, C. Hagen, E. M. Ilgenfritz, and A. Maas, arXiv:0906.3957.

Numerical Result 3

双対クォーク凝縮 (n=0, 1)



Summary

PNJL模型を用いて**双対クォーク凝縮**の計算を行った。

Polyakov-loopが含まれていない模型でもDual quark condensateは計算は可能だが Latticeの結果とは異なる結果を与える。

⬆

カイラル凝縮の（非閉じ込め）擬臨界温度近傍での**急激なカイラル凝縮の変化が必要**。

PNJL模型を用いることで**Latticeの結果を非常によく再現する**ことができる。

通常、ゼロ実化学ポテンシャルでは現れない**ベクター型相互作用の効果が現れる**。
（特に高温領域で）

カイラル凝縮に比べて双対クォーク凝縮には**８点相互作用はあまり効かない**。