

# Dirac Spectrum in Dense Two-color QCD

- N. Yamamoto. and T. K., PRL 103 (2009) 032001
- T. K., T. Wettig and N. Yamamoto, JHEP 0908 (2009) 003

**T. Kanazawa (Univ. of Tokyo)**

**in collaboration with T. Wettig and N. Yamamoto**

@基研研究会「熱場の量子論とその応用」 Sep 3-5, 2009

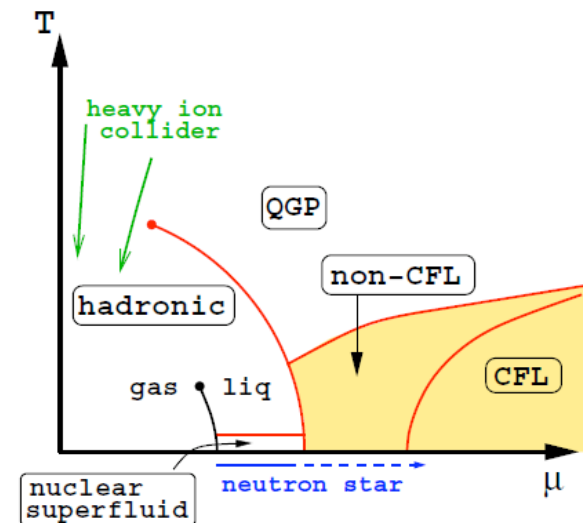


UNIVERSITY OF  
REGENSBURG



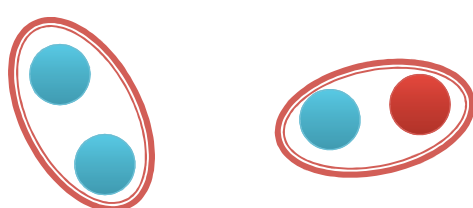
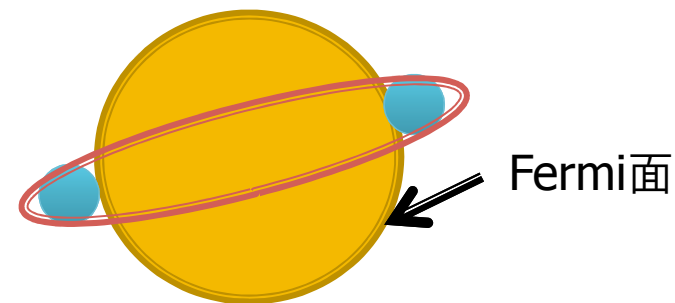
# Introduction

- 有限温度密度QCD ( $T \neq 0, \mu \neq 0$ ) :
  - 中性子星内部や高エネルギー重イオン衝突の物理の理解に重要
- 負符号問題の存在により  $\mu \neq 0$  ではモンテカルロ計算が困難
- 高密度極限 ( $\mu \rightarrow \infty$ ) : カラー超伝導
- 中密度では  
相図がまだよく分かっていない  
↓
- 2-color QCD : 特殊な対称性の存在  
→  $\mu \neq 0$  でモンテカルロ計算が可能
- 3-color QCD への知見を得る
- 独自のダイナミクス



[Alford et al.,  
Rev.Mod.Phys. 80 (2008) 1455]

# 2-color QCD (T~0)

	$\mu \sim 0$	$\mu \rightarrow \infty$
描像	 <p>BEC-like</p>	 <p>BCS-like</p>
SSB	$SU(2N_f) \rightarrow Sp(2N_f)$	$SU(N_f)_L \times SU(N_f)_R \times U(1)_L \times U(1)_R$ $\downarrow$ $Sp(N_f)_L \times Sp(N_f)_R \times (Z_2)_L \times (Z_2)_R$
Mass gap of quarks	$\sim \Lambda_{SU(2)}$	<p>BCS gap</p> $\sim \Delta \gg \Lambda_{SU(2)}$

# Result-1: Chiral Lagrangian

➤ Nambu-Goldstone bosons

$$\Sigma_{L,R} \in SU(N_f)_{L,R}/Sp(N_f)_{L,R}, \quad \mathbf{A} \in U(1)_A, \quad \mathbf{V} \in U(1)_B$$

➤ **Chiral Lagrangian** ( $\Delta \gg E$  の低エネルギーで有効)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}} = & \frac{f_A^2}{2} \left\{ |\partial_0 \mathbf{A}|^2 - v_A^2 |\partial_i \mathbf{A}|^2 \right\} + (\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{V}) \\ & + \frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr} \left\{ |\partial_0 \Sigma_L|^2 - v_\pi^2 |\partial_i \Sigma_L|^2 + (L \leftrightarrow R) \right\} \\ & - \frac{3\Delta^2}{4\pi^2} \left\{ \mathbf{A}^2 \text{Tr} (M \Sigma_R M^T \Sigma_L^\dagger) + \text{c.c.} \right\} \end{aligned}$$

(M: クォークの質量行列)

$$f_{A,\pi} \sim \mu$$

# Result-2: Dirac Spectrum

- 特殊な有限体積領域 ( **$\epsilon$ -regime**) では経路積分がゼロモードの積分に落ちる.

$$\begin{aligned} Z(M) &= \int [dA][d\Sigma_L][d\Sigma_R] \exp \left[ V_4 \frac{3\Delta^2}{2\pi^2} \operatorname{Re} \left\{ A^2 \operatorname{Tr} (M \Sigma_R M^T \Sigma_L^\dagger) \right\} \right] \\ &= 1 + \left( V_4 \frac{3\Delta^2}{4\pi^2} \right)^2 \frac{2}{(N_f - 1)^2} \left\{ (\operatorname{Tr} M^\dagger M)^2 - \operatorname{Tr} (M^\dagger M)^2 \right\} + O(M^8). \end{aligned}$$

- これをスペクトル表示  $Z(M) = \left\langle \prod'_n \det \left( 1 + \frac{M^\dagger M}{\lambda_n^2} \right) \right\rangle$  とmatchさせることで複素平面上のDirac operatorの固有値分布の**exact**な情報が得られる！！

$$\left\langle \sum_n \frac{1}{\lambda_n^2} \right\rangle = 0, \quad \left\langle \sum_n \frac{1}{\lambda_n^4} \right\rangle = \frac{9(V_4 \Delta^2)^2}{2\pi^4 (N_f - 1)^2}, \quad \text{etc.}$$

- 原点付近の固有値分布はギャップ( $\Delta$ )に支配されている  
(cf.  $\mu=0$  ではカイラル凝縮が支配しているのと対称的)
- $\mu \rightarrow \infty$  での新たなランダム行列の構成?  $\rightarrow \rightarrow$  固有値分布の詳細な情報へ!
- 3-color QCDでの同様な構成は山本直希氏(東大)のトーク参照